

Finančni praktikum - definicije, trditve in izreki

Oskar Vavtar
po predavanjih profesorja Janeza Bernika

2021/22

Kazalo

1	Uvodna predavanja	3
----------	--------------------------	----------

1 Uvodna predavanja

6. oktober

Definicija 1.1. Z obratno indukcijo definiramo

$$\begin{aligned}U_T &= V_T, \\U_t &= \max\{V_t, \max_{\tau \in S_{t,T}} \mathbb{E}(V_t \mid \mathcal{F}_t)\}.\end{aligned}$$

Slučajni proces $(U_t)_{t=0}^T$ imenujemo *Snellova ovojnica* za $(V_t)_{t=0}^T$.

7. oktober

Definicija 1.2. $X_n \xrightarrow{(d)} X \stackrel{\text{def}}{\iff}$ za vsako zvezno omejeno funkcijo $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ velja

$$\mathbb{E}[f(X_n)] \longrightarrow \mathbb{E}[f(X)].$$

Za $m = 1$ je ekvivalentno

$$F_{X_n}(x) \longrightarrow F_X(x),$$

za $\forall x$, kjer je F_X zvezna.

Trditev 1.1. Naj bo $X_n \sim \text{Bin}(n, p_n)$. Če $\exists \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot p_n = \lambda > 0$, potem zaporedje limitira v porazdelitvi k $\text{Poi}(\lambda)$:

$$X_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{(d)} \text{Poi}(\lambda).$$

Dokaz. Ideja: dokazati moramo

$$\mathbb{P}(X_n = k) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \mathbb{P}(\text{Poi}(\lambda) = k).$$

□

Definicija 1.3. *Karakteristično funkcijo* slučajne spremenljivke X definiramo kot

$$\varphi_{X_n}(t) = \mathbb{E}[e^{itX}].$$

Izrek 1.1 (Lévyjev izrek). $X_n \xrightarrow{(d)} X \iff \varphi_{X_n}(t) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \varphi_X(t)$ po točkah.