Statistika 1 - definicije, trditve in izreki

Oskar Vavtar
po predavanjih profesorja Jaka Smrekarja

2021/22

Kazalo

1 Zadostnost in sorodne teme

Definicija 1.1. *Statistični model* je množica dopustnih porazdelitvenih zakonov za slučajni vektor X. Označimo jo $\mathscr{P}$. Zanjo a priori privzamemo, da velja $\mathbb{P}_X \in \mathscr{P}$. Tu je $\mathbb{P}_X$ porazdelitveni zakon slučajnega vektorja X, torej verjetnostna mera definirana s predpisom

$$\mathbb{P}_X(B) \;=\; \mathbb{P}(X \in B)$$

za $B \in \mathscr{B}(\mathbb{R}^n)$. Torej je $\mathscr{P}$ množica verjetnostnih mer na $(\mathbb{R}^n, \mathscr{B}(\mathbb{R}^n))$.

Opomba. Če so X_i n.e.p., torej $X_i \overset{\text{NEP}}{\sim} X_1$, je $\mathbb{P}_X$ produktna verjetnost

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_X &= \mathbb{P}_{X_1} \times \mathbb{P}_{X_2} \times \ldots \times \mathbb{P}_{X_n} \\ &= \mathbb{P}_{X_1} \times \mathbb{P}_{X_1} \times \ldots \times \mathbb{P}_{X_1}, \end{aligned}$$

in $\mathscr{P}$ lahko nadomestimo z množico dopustnih porazdelitev za X_1.

Definicija 1.2. Model $\mathscr{P}$ je *parametričen*, če ga je mogoče parametrizirati kot

$$\mathscr{P} \;=\; \{\mathbb{P}_\vartheta \mid \vartheta \in \Theta\},$$

kjer je Θ podmnožica nekega $\mathbb{R}^d$ za primerno število d.[1] Običajno na Θ zahtevamo dodatne pogoje, kot npr. da je diskretna, ali da je odprta ali, splošneje, da je gladka podmnogoterost brez roba. Množici Θ pravimo *prostor parametrov*. Če model ni parametričen, je *neparametričen*.

Definicija 1.3 (?)**.** Naj bo $\mathscr{P} = \{\mathbb{P}_\vartheta \mid \vartheta \in \Theta\}$ model, kjer je Θ neka indeksna množica, in naj bo ν neka fiksna σ-končna mera na $(\mathbb{R}^n, \mathscr{B}(\mathbb{R}^n))$. Če za $\forall \vartheta \in \Theta$ velja $\mathbb{P}_\vartheta \ll \nu$, pravimo, da je $\mathscr{P}$ *dominiran* z ν. Tedaj model označimo z gostotami

$$f(\cdot\,;\vartheta) \;=\; \frac{d\mathbb{P}_\vartheta}{d\nu}.$$

Tedaj velja

$$\mathbb{P}_\vartheta(B) \;=\; \mathbb{P}_\vartheta(X \in B) \;=\; \int_B f(x;\vartheta)\, d\nu(x).$$

[1] Tedaj je vsaka dopustna porazdelitev določena z d realnoštevilskimi parametri.