Teorija iger - definicije, trditve in izreki

Oskar Vavtar po predavanjih profesorja Sergia Cabella 2021/22

Kazalo

1	Strateške igre s funkcijami preferenc		
	1.1	Uvod	3
	1.2	Čisto Nashevo ravnotežje	4

1 Strateške igre s funkcijami preferenc

1.1 Uvod

Definicija 1.1. Naj bo A množica. Funkcija preferenc na množici A je preslikava $u: A \to \mathbb{R}$ funkcija preferenc. Intuicija: $\forall a, a' \in A, a \neq a'$:

- u(a) > u(a') " \iff " a je boljše kot a'
- u(a) < u(a') " \iff " a je slabše kot a'
- u(a) = u(a') " \iff " med a in a' smo indiferentni

Opomba.

- Različne funkcije lahko določijo iste preference.
- Obravnavali bomo tudi več funkcij preferenc na isti množici (vsak igralec ima lahko svojo funkcijo).
- Preverence določimo kvalitativno, ne kvantitativno pomemben je le vrstni red, same vrednosti ne.
- \bullet Namesto \mathbb{R} bi lahko uporabili poljubno drugo linearno urejeno množico.

Definicija 1.2. Strateška igra s funkcijami preferenc je trojica

$$(N, (A_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N}),$$

pri čemer:

- \bullet N je končna množica *igralcev*.
- \bullet Za vsakega igralca $i \in N$ je A_i neprazna množica akcij za $i \in N.$ Naj bo

$$A := \prod_{i \in N} A_i$$

množica profilov akcij.

 \bullet Za vsakega igralca $i \in N$ je $u_i : A \to \mathbb{R}$ je funkcija preferenc na Aza igralca i.

Opomba. Ponavadi: $N = [n] = \{1, \dots, n\}$. V tem primeru imamo trojico

$$([n], (A_1, \ldots, A_n), (u_1, \ldots, u_n)),$$

$$A = A_1 \times \ldots \times A_n \text{ ter } u_i : A_1 \times \ldots \times A_n \to \mathbb{R}.$$

1.2 Čisto Nashevo ravnotežje

Notacija.

$$(x_{\alpha}, x_{\beta}, x_{\gamma} \mid y; \beta) = (x_{-\beta}, y) = (x_{\alpha}, y, x_{\gamma})$$

Za funkcije preferenc:

$$u_i(x_1,\ldots,x_m \mid y) = u_i(x_1,\ldots,x_{i-1},y,x_{i+1},\ldots,x_n).$$

Definicija 1.3. Naj bo $\Gamma = (N, (A_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$ strateška igra s funkcijami preferenc. Naj bo

$$A = \prod_{i \in N} A_i.$$

Profil akcij $a \in A$ je čisto Nashevo ravnotežje $\stackrel{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$

$$\forall i \in N, \ \forall b \in A_i: \ u_i(a^*) \ge u_i(a^* \mid b).$$