Oskar Arturo Gamboa Reyes
A01173648
08 de agosto de 2024
2. La variable continua: Unos problemillas

Ejercicio 1

1. Calcule el valor de la constante c para que f(x) sea la función de densidad de la variable aleatoria X.

$$\int_0^2 cx^2 dx = 1$$

(Symbolab)

$$\int_0^2 cx^2 dx$$

Sacar la constante: $\int a \cdot f(x) dx = a \cdot \int f(x) dx$

$$= c \cdot \int_0^2 x^2 dx$$

Aplicar la regla de la potencia: $\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2$

$$= c\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2$$

Calcular los limites: $\frac{8}{3}$

$$= c\frac{8}{3}$$

Simplificar

$$= \frac{8c}{3}$$

$$\frac{8c}{3} = 1$$

$$c = \frac{3}{8}$$

Oskar Arturo Gamboa Reyes
A01173648
08 de agosto de 2024
2. La variable continua: Unos problemillas

2. Calcule $P[0 \ < \ X \leq 1]$.

$$\int_0^1 \frac{3}{8}x^2 dx \ = \ P$$

(Symbolab)

Sacar la constante: $\int a \cdot f(x)dx = a \cdot \int f(x)dx$

$$= \frac{3}{8} \cdot \int_0^1 x^2 dx$$

Aplicar la regla de la potencia: $\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1$

$$= \frac{3}{8}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1$$

Calcular los limites: $\frac{1}{3}$

$$= \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3}$$

Simplificar

$$= \frac{1}{8}$$

$P \ = \frac{1}{8}$

Ejercicio 2

a) Determine el valor de k para la cual f(x) es una función de densidad de probabilidad (fdp).

$$\int_{1}^{\infty} \frac{k}{x^4} dx = 1$$

(Symbolab)

$$\int_{1}^{\infty} \frac{k}{x^4} dx$$

Calcular la integral indefinida: $\int \frac{k}{x^4} dx = -\frac{k}{3x^3} + C$

Calcular los limites: $\int_{1}^{\infty} \frac{k}{x^4} dx = 0 - \left(-\frac{k}{3}\right)$

$$= 0 - \left(-\frac{k}{3}\right)$$

Simplificar

$$= \frac{k}{3}$$

$$\frac{k}{3} = 1$$

$$k = 3$$

b) ¿Cuál será el valor esperado entre autos?

$$\int_{1}^{\infty} x \frac{3}{x^4} dx = VE$$

(Symbolab)

Oskar Arturo Gamboa Reyes
A01173648
08 de agosto de 2024
2. La variable continua: Unos problemillas

$\int_1^{\infty} x\frac{3}{x^4}dx$

Calcular la integral indefinida: $\int x\frac{3}{x^4}dx = -\frac{3}{2x^2}+C$

Calcular los limites: $\int_1^{\infty} x\frac{3}{x^4}dx = 0-\left(-\frac{3}{2}\right)$

$= 0-\left(-\frac{3}{2}\right)$

Simplificar

$= \frac{3}{2}$

$VE = \frac{3}{2}$

¿su varianza?

$$\int_1^{\infty} \frac{3(x-\frac{3}{2})^2}{x^4}dx = V$$

(Symbolab)

$\int_1^{\infty} \left(x-\frac{3}{2}\right)^2\frac{3}{x^4}dx$

Calcular la integral indefinida: $\int \left(x-\frac{3}{2}\right)^2\frac{3}{x^4}dx = -\frac{3}{x}+\frac{9}{2x^2}-\frac{9}{4x^3}+C$

Calcular los limites: $\int_1^{\infty} \left(x-\frac{3}{2}\right)^2\frac{3}{x^4}dx = 0-\left(-\frac{3}{4}\right)$

$= 0-\left(-\frac{3}{4}\right)$

Simplificar

$= \frac{3}{4}$

$V = \frac{3}{4}$

c) ¿Cuál será la probabilidad de que se tarde un auto más de 2 segundos?

$$\int_{2}^{\infty} \frac{3}{x^4} dx = Probabilidad\ de\ 2\ o\ más$$

(Symbolab)

$$\int_{2}^{\infty} \frac{3}{x^4} dx$$

Calcular la integral indefinida: $\int \frac{3}{x^4} dx = -\frac{1}{x^3} + C$

Calcular los limites: $\int_{2}^{\infty} \frac{3}{x^4} dx = 0 - \left(-\frac{1}{8}\right)$

$= 0 - \left(-\frac{1}{8}\right)$

Simplificar

$= \frac{1}{8}$

$Prob.\ de\ 2\ o\ más = \frac{1}{8}$

¿A lo más 2?

$$\int_{1}^{2} \frac{3}{x^4} dx = Máximo\ 2$$

(Symbolab)

Oskar Arturo Gamboa Reyes
A01173648
08 de agosto de 2024
2. La variable continua: Unos problemillas

$$\int_1^2 \frac{3}{x^4} dx$$

Sacar la constante: $\int a \cdot f(x)dx = a \cdot \int f(x)dx$

$$= 3 \cdot \int_1^2 \frac{1}{x^4} dx$$

Aplicar la regla de la potencia: $\left[-\frac{1}{3x^3}\right]_1^2$

$$= 3\left[-\frac{1}{3x^3}\right]_1^2$$

Calcular los limites: $\frac{7}{24}$

$$= 3 \cdot \frac{7}{24}$$

Simplificar

$$= \frac{7}{8}$$

$Máximo\ 2 \ = \ \frac{7}{8}$

¿x segundos o menos?

$$\int_1^x \frac{3}{x^4} dx \ = \ x\ segundos\ o\ menos$$

(Symbolab)

Oskar Arturo Gamboa Reyes
A01173648
08 de agosto de 2024
2. La variable continua: Unos problemillas

$\int_1^x \frac{3}{x^4} dx$

Sacar la constante: $\int a \cdot f(x) dx = a \cdot \int f(x) dx$

$= 3 \cdot \int_1^x \frac{1}{x^4} dx$

Aplicar la regla de la potencia: $\left[-\frac{1}{3x^3}\right]_1^x$

$= 3\left[-\frac{1}{3x^3}\right]_1^x$

Calcular los limites: $-\frac{1}{3x^3} + \frac{1}{3}$

$= 3\left(-\frac{1}{3x^3} + \frac{1}{3}\right)$

Simplificar

$= -\frac{1}{x^3} + 1$

$x\ segundos\ o\ menos\ = 1 - \frac{1}{x^3}$