





ORTA DOĞU TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
MIDDLE EAST TECHNICAL UNIVERSITY

## Çizge Sinyallerinin Dar Bantlı Spektral Kernel Öğrenimi ile Kestirimi

## Learning Narrowband Graph Spectral Kernels for Graph Signal Estimation

**Osman Furkan KAR**

Orta Doğu Teknik Üniversitesi Elektrik ve Elektronik  
Mühendisliği

Aselsan A.Ş.

**aselsan**

**Gülce TURHAN**

Orta Doğu Teknik Üniversitesi Elektrik ve Elektronik  
Mühendisliği

TED Üniversitesi

**Elif VURAL**

Orta Doğu Teknik Üniversitesi Elektrik ve Elektronik  
Mühendisliği

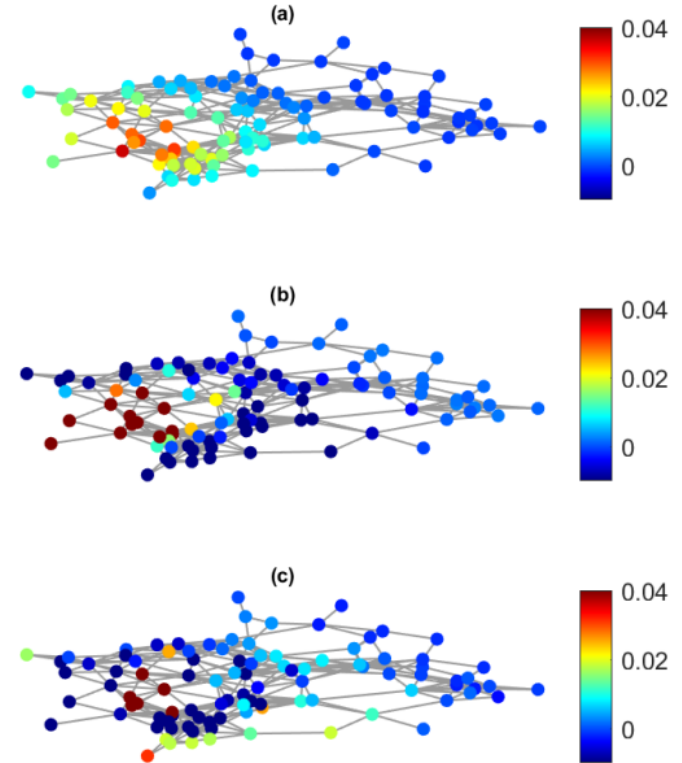
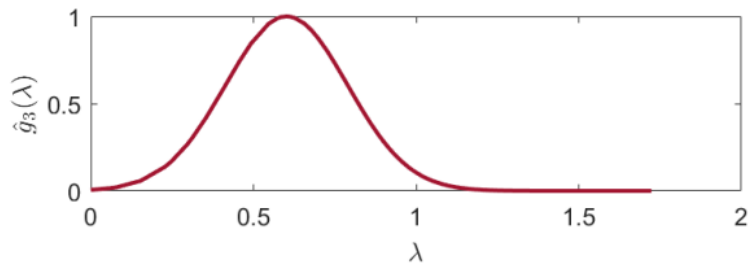
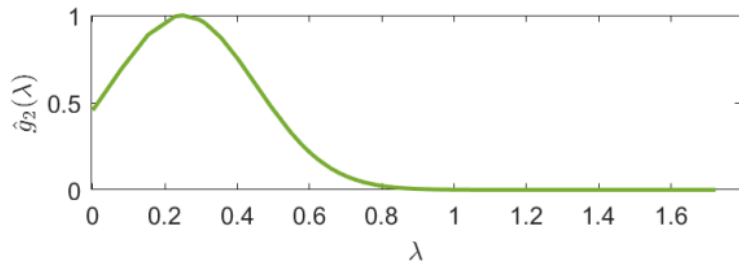
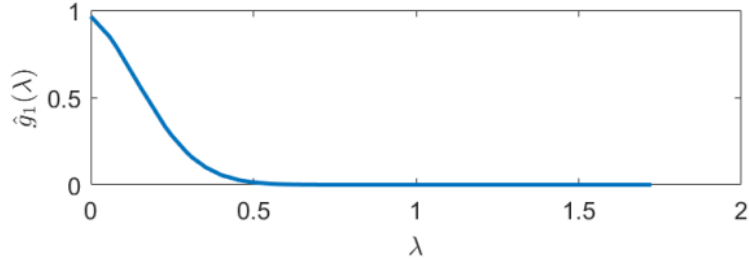
**18 Mayıs, 2022**

**SIU 2022, Safranbolu, Türkiye**

# İÇERİK

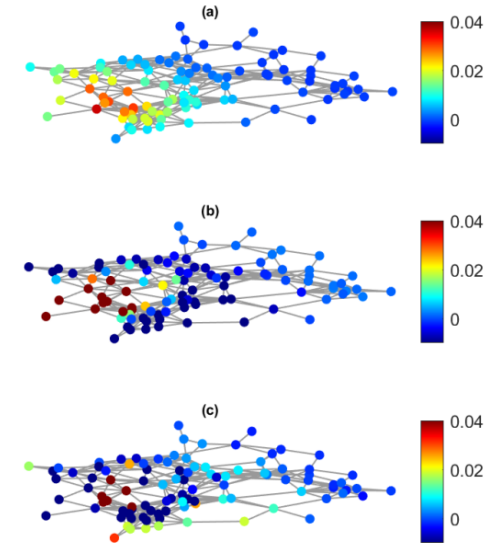
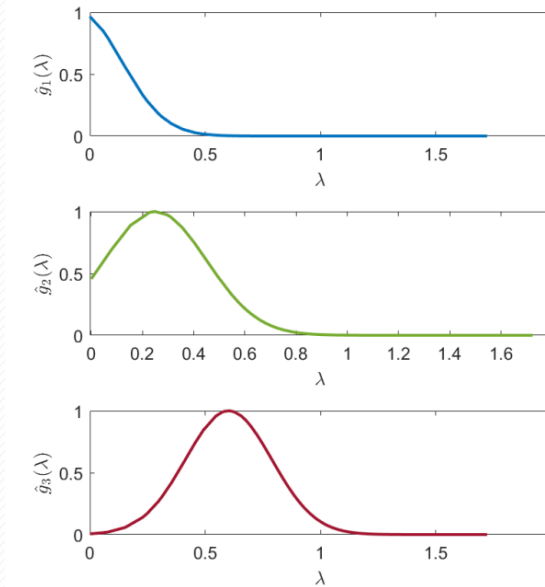
- Giriş
- Amaç
- Sinyal Modeli ve Notasyon
- Önerilen Yöntem
- Deneyler
- Sonuçlar

# GİRİŞ: Çizge Sinyal İşleme



# AMAÇ

- Çizge sinyallerinin eksik gözlemlerden kestirimi
- Dar Bantlı Çizge Çekirdek Fonksiyonları
- Spektral Çizge Sözlükleri



# Sinyal Modeli ve Notasyon

$$\mathcal{G}^m = (\mathcal{V}^m, \mathcal{E}^m, W^m)$$

$$L^m = (\mathcal{D}^m)^{-1/2}(\mathcal{D}^m - W^m)(\mathcal{D}^m)^{-1/2}$$

$$L^m = U^m \Lambda^m (U^m)^T$$

$$D_i^m = U^m \hat{g}_j(\Lambda^m)(U^m)^T \in \mathbb{R}^{N^m \times N^m}$$

$$D^m = [D_1^m \quad D_2^m \quad \dots \quad D_J^m] \in \mathbb{R}^{N^m \times JN^m}$$

$$\hat{g}_j(\lambda) = \exp \left( -\frac{\|\lambda - \mu_j\|^2}{s_j^2} \right)$$

$$y_i^m = D^m x_i^m + w_i^m$$

# Önerilen Yöntem

İki Adımlı Optimizasyon.

Spektral Kernel Parametreleri

Sözlük Üzerinden  
Seyrek Gösterim

$$\begin{aligned} \min_{\{X^m\}, \psi} & \sum_{j=1}^J (\mu_j)^2 + \eta_s \sum_{j=1}^J (s_j - s_0)^2 + \eta_x \sum_{m=1}^M \|X^m\|_1 \\ & + \eta_w \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^{K^m} \|S^{m,i} y_i^m - S^{m,i} D^m x_i^m\|^2 \\ & + \eta_y \sum_{m=1}^M \text{tr}((X^m)^T (D^m)^T L^m D^m X^m) + \eta_c \sum_{m=1}^M \text{tr}((X^m) \tilde{L}^m (X^m)^T) \end{aligned}$$

Gözlemlenen Nodlarda  
Uyumlu Atomlar

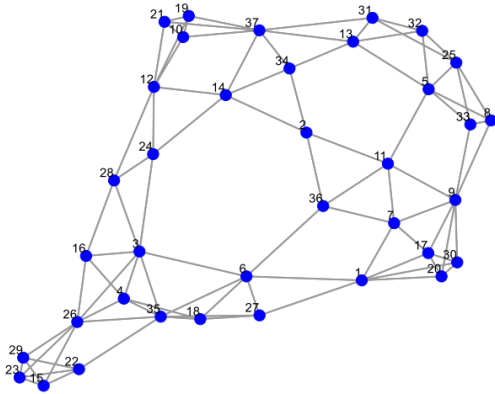
Sentezlenen Çizge Sinyalin Düşük Geçirgenliği

Benzer Sinyaller Benzer  
Atomlar

# Deneyler: Veri Kümesi

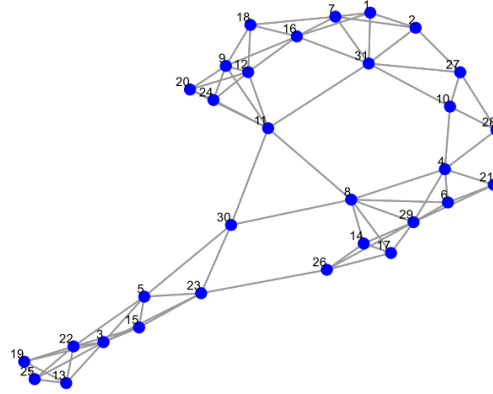
## Molene Veri Kümesi:

Fransız ulusal meteoroloji servisinin paylaştığı, Brest bölgesi için 2014 yılı Ocak ayı saatlik hava gözlem ölçümlerinden oluşan bir veri kümesi



(a)

(a) Sıcaklık



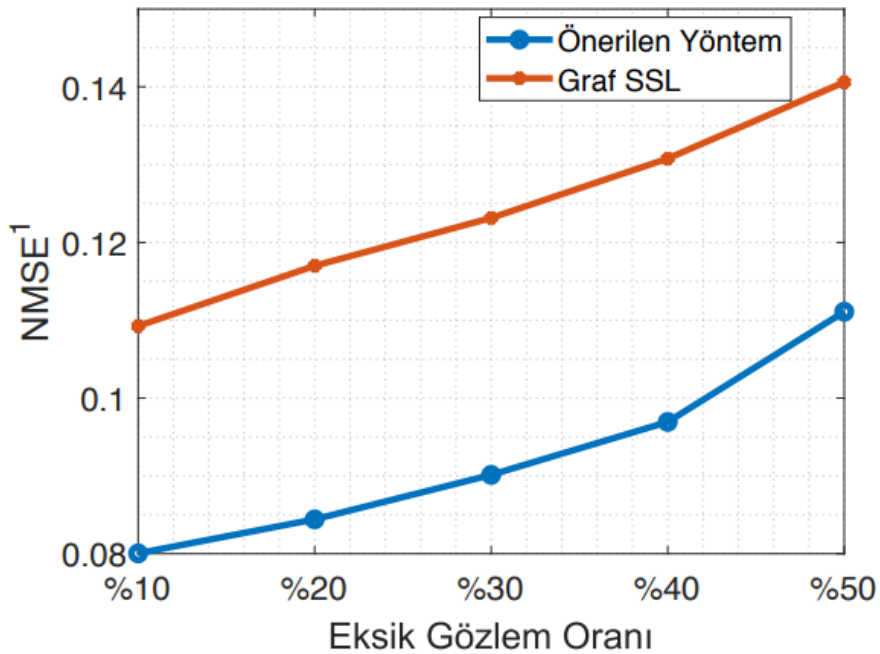
(b)

(b) Rüzgar Hızı

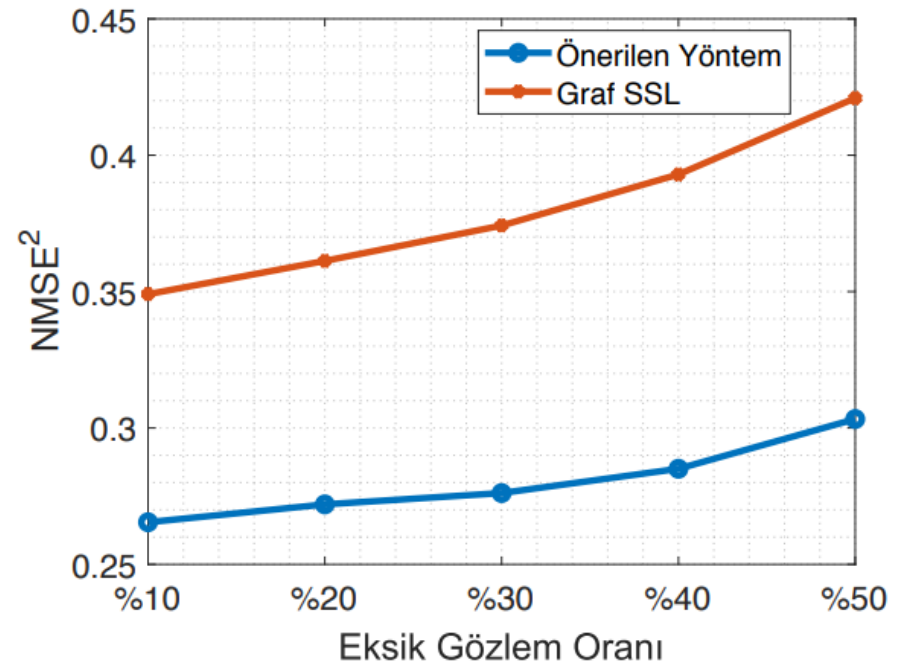


# Deneyler: Sonuçlar

$$NMSE^m = \left\| Y_u^m - \tilde{Y}_u^m \right\|^2 / \left\| Y_u^m \right\|^2$$



(a) Sıcaklık ölçümleri



(b) Rüzgar hızı ölçümleri

# Sonuçlar

- Bu çalışmada çizge sinyallerinin eksik gözlemlerinin kestirimi için çizgeler üzerinde sözlük öğrenmeye dayalı bir yöntem önerilmiştir.
- Çizge sinyalleri dar bantlı spektral bileşenlerden oluşan çizge sözlükleri üzerinde seyrek gösterimlere sahip olacak şekilde modellenmiş; dar bantlı kernel parametreleri ile seyrek gösterim katsayıları yinelemeli bir algoritma ile ortak olarak optimize edilmiştir.
- Önerilen yöntemin performansı meteorolojik ölçümlerden oluşan çizge sinyal verilerindeki deneylerle değerlendirilmiş, temel çizge regresyon yöntemlerine kıyasla daha düşük kestirim hatası sağladığı gösterilmiştir.



Teşekkürler