

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – UFSC- CTC
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL SIMBÓLICA

Aluno: Osmar de Oliveira Braz Junior(osmar.braz@udesc.br),
Maciel Hogenn(maciel.hog@gmail.com)

Lista de Exercícios – Lógica, Método da Resolução e Método de Tableaux

1. Dados os seguintes conhecimentos:

- (a) Se a seleção brasileira jogar bem, ganha a copa do mundo.
- (b) Se a seleção brasileira não jogar bem, a culpa é do técnico da seleção.
- (c) Se a seleção brasileira jogar bem, os torcedores fazem festa.
- (d) Os torcedores não fazem festa.

• Represente-os em lógica proposicional. Converta as fórmulas obtidas para uma forma normal conjuntiva. Demonstre se possível, utilizando o método da resolução, que o técnico é culpado?

P-> “seleção brasileira joga bem”

Q-> “ganha à copa do mundo”

R-> “o técnico da seleção é culpado”

S-> “os torcedores fazem festa”

- (a) $P \rightarrow Q$ // $\neg P \vee Q$
- (b) $\neg P \rightarrow R$ // $\neg\neg P \vee R$ // $P \vee R$
- (c) $P \rightarrow S$ // $\neg P \vee S$
- (d) $\neg S$ // $\neg S$

Forma Normal Conjuntiva

- (a) $(\neg P \vee Q)$
- (b) $(P \vee R)$
- (c) $(\neg P \vee S)$
- (d) $(\neg S)$
- $(\neg P \vee Q) \wedge (P \vee R) \wedge (\neg P \vee S) \wedge (\neg S)$

O técnico é culpado?

$((\neg P \vee Q) \wedge (P \vee R) \wedge (\neg P \vee S) \wedge (\neg S)) \rightarrow R$

1.	$\neg (((\neg P \vee Q) \wedge (P \vee R) \wedge (\neg P \vee S) \wedge (\neg S)) \rightarrow R)$ //Negar o teorema	
2.	$(\neg P \vee Q) \wedge (P \vee R) \wedge (\neg P \vee S) \wedge (\neg S)$ // de 1	
3.	$\neg R$ // de 1	
4.	$(\neg P \vee Q)$ // de 2	
5.	$(P \vee R)$ // de 2	
6.	$(\neg P \vee S)$ // de 2	
7.	$\neg S$ // de 2	
8.	$\neg P$ // de 4	8.1 Q // de 4
9.	P // de 5	9.1 R // de 5
10.	$\neg P$ // de 6	10.1 S // de 6

10.1 e 7 S e $\neg S$

10 e 9 P e $\neg P$

9.1 e 3 R e $\neg R$

9 e 8 $\neg P$ e P

O argumento não é válido, pois Q não pode ser negado.

2. Represente os seguintes conhecimentos em lógica de predicados:

(a) Toda a criança gosta de chocolate. Adultos não gostam de chocolate. Pedro é criança. Raquel é adulta. Carla gosta de chocolate.

P → Toda criança gosta de chocolate

Q → Adulto não gostam de chocolate.

R → Pedro é criança

S → Raquel é adulta

T → Carla gosta de chocolate

(a) criança(Pedro) //criança(x3)

(b) ¬criança(Raquel) //¬criança(x4)

(c) $\forall x. \text{criança}(x) \rightarrow \text{gosta}(x, \text{chocolate})$ //¬criança(x1) V gosta(x1, chocolate)

(d) $\forall x. \neg \text{criança}(x) \rightarrow \neg \text{gosta}(x, \text{chocolate})$ //criança(x2) V ¬gosta(x2, chocolate)

(e) gosta(Carla, chocolate) // gosta(x5, chocolate)

Forma Normal Conjuntiva

$\text{criança}(x3) \wedge \neg \text{criança}(x4) \wedge (\neg \text{criança}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{chocolate})) \wedge (\text{criança}(x2) \vee \neg \text{gosta}(x2, \text{chocolate})) \wedge \text{gosta}(x5, \text{chocolate})$

Quem gosta de chocolate? $\text{gosta}(x, \text{chocolate})$

$\neg(\text{criança}(x3) \wedge \neg \text{criança}(x4) (\neg \text{criança}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{chocolate})) \wedge (\text{criança}(x2) \vee \neg \text{gosta}(x2, \text{chocolate})) \wedge \text{gosta}(x5, \text{chocolate}) \rightarrow \text{gosta}(x, \text{chocolate}))$ //negar o teorema

$\neg(\neg(\text{criança}(x3) \wedge \neg \text{criança}(x4) \wedge (\neg \text{criança}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{chocolate})) \wedge (\text{criança}(x2) \vee \neg \text{gosta}(x2, \text{chocolate})) \wedge \text{gosta}(x5, \text{chocolate}) \vee \text{gosta}(x, \text{chocolate}))$ // Elimina implicação

$\neg(\neg(\text{criança}(x3) \wedge \neg \text{criança}(x4) \wedge (\neg \text{criança}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{chocolate})) \wedge (\text{criança}(x2) \vee \neg \text{gosta}(x2, \text{chocolate})) \wedge \text{gosta}(x5, \text{chocolate})) \wedge \neg(\text{gosta}(x, \text{chocolate}))$ //Distribuir a negação

$(\text{criança}(x3) \wedge \neg \text{criança}(x4) \wedge (\neg \text{criança}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{chocolate})) \wedge (\text{criança}(x2) \vee \neg \text{gosta}(x2, \text{chocolate})) \wedge \text{gosta}(x5, \text{chocolate}) \wedge \neg(\text{gosta}(x, \text{chocolate}))$ //Eliminando a dupla negação

$((\neg \text{criança}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{chocolate})) \wedge (\text{criança}(x2) \vee \neg \text{gosta}(x2, \text{chocolate})) \wedge \text{gosta}(x5, \text{chocolate}) \wedge \neg(\text{gosta}(x, \text{chocolate}))$ //Elimina //criança(x3) e ¬criança(x4)

$((\neg \text{criança}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{chocolate})) \wedge (\text{criança}(x2) \vee \neg \text{gosta}(x2, \text{chocolate}))$ //Elimina gosta(x5, chocolate) e ¬(gosta(x, chocolate)

$(\text{gosta}(x1, \text{chocolate}) \wedge \neg \text{gosta}(x2, \text{chocolate})$ //Elimina ¬criança(x1) e criança(x2)

□ // Elimina gosta(x1, chocolate) e ¬gosta(x2, chocolate)

Carla é adulto? ¬criança(Carla)

$\text{criança}(x3) \wedge \neg \text{criança}(x4) (\neg \text{criança}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{chocolate})) \wedge (\text{criança}(x2) \vee \neg \text{gosta}(x2, \text{chocolate})) \wedge \text{gosta}(x5, \text{chocolate}) \rightarrow \neg \text{criança}(\text{Carla})$

$\neg(\text{criança}(x3) \wedge \neg \text{criança}(x4) (\neg \text{criança}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{chocolate})) \wedge (\text{criança}(x2) \vee \neg \text{gosta}(x2, \text{chocolate})) \wedge \text{gosta}(x5, \text{chocolate}) \rightarrow \neg \text{criança}(\text{Carla}))$ //negar o teorema

$\neg(\neg(\text{crianca}(x3) \wedge \neg\text{crianca}(x4) \wedge (\neg\text{crianca}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{chocolate})) \wedge (\text{crianca}(x2) \vee \neg\text{gosta}(x2, \text{chocolate})) \wedge \text{gosta}(x5, \text{chocolate}) \vee \neg\text{crianca}(\text{Carla})) // \text{Elimina implicação}$

$\neg(\neg(\text{crianca}(x3) \wedge \neg\text{crianca}(x4) \wedge (\neg\text{crianca}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{chocolate})) \wedge (\text{crianca}(x2) \vee \neg\text{gosta}(x2, \text{chocolate})) \wedge \text{gosta}(x5, \text{chocolate})) \wedge \neg(\neg\text{crianca}(\text{Carla})) // \text{Distribuir a negação}$

$(\text{crianca}(x3) \wedge \neg\text{crianca}(x4) \wedge (\neg\text{crianca}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{chocolate})) \wedge (\text{crianca}(x2) \vee \neg\text{gosta}(x2, \text{chocolate})) \wedge \text{gosta}(x5, \text{chocolate}) \wedge \text{crianca}(\text{Carla}) // \text{Eliminando a dupla negação}$

$((\neg\text{crianca}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{chocolate})) \wedge (\text{crianca}(x2) \vee \neg\text{gosta}(x2, \text{chocolate})) \wedge \text{gosta}(x5, \text{chocolate}) \wedge \text{crianca}(\text{Carla}) // \text{Elimina } // \text{crianca}(x3) \text{ e } \neg\text{crianca}(x4)$

$(\text{gosta}(x1, \text{chocolate}) \wedge (\neg\text{gosta}(x2, \text{chocolate}) \wedge \text{gosta}(x5, \text{chocolate}) \wedge \text{crianca}(\text{Carla}) // \text{Elimina } \neg\text{crianca}(x1) \text{ e } \text{crianca}(x2)$

$\text{gosta}(x5, \text{chocolate}) \wedge \text{crianca}(\text{Carla})$ // Elimina $\text{gosta}(x1, \text{chocolate})$ e $\neg\text{gosta}(x2, \text{chocolate})$

/Não foi possível negar a proposição.

(b) Todas as pessoas gostam de alguma coisa. Homens e mulheres são pessoas. Todos os homens gostam de futebol ou de corridas de automóveis. Mulheres gostam de filmes românticos e seriados. Carla é mulher. João gosta de futebol.

$\text{mulher}(\text{carla}) // \text{Carla é mulher}$

$\text{gostafutebol}(\text{joao}) // \text{João gosta de futebol.}$

$\text{pessoa}(\text{homem}) // \text{Homens e mulheres são pessoas}$

$\text{pessoa}(\text{mulher}) // \text{Homens e mulheres são pessoas}$

// Todas as pessoas gostam de alguma coisa.

$\forall x. \text{pessoa}(x) \rightarrow \text{gostafutebol}(x) \wedge \text{gostacorrida}(x) \wedge \text{gostafilme}(x) \wedge \text{gostaseriados}(x)$

$// \neg\text{pessoa}(x1) \vee \text{gostafutebol}(x1) \wedge \text{gostacorrida}(x1) \wedge \text{gostafilme}(x1) \wedge \text{gostaseriados}(x1)$

ou

$\forall x. \text{pessoa}(x) \rightarrow \text{gosta}(x, \text{futebol}) \wedge \text{gosta}(x, \text{corrida}) \wedge \text{gosta}(x, \text{filme}) \wedge \text{gosta}(x, \text{seriado})$

$// \neg\text{pessoa}(x1) \vee \text{gosta}(x, \text{futebol}) \wedge \text{gosta}(x, \text{corrida}) \wedge \text{gosta}(x, \text{filme}) \wedge \text{gosta}(x, \text{seriado})$

// Todos os homens gostam de futebol ou de corridas de automóveis.

$\forall x. \text{pessoa}(x) \wedge \neg\text{mulher}(x) \wedge \text{gostafutebol}(x) \vee \text{gostacorrida}(x) // \text{pessoa}(x2) \wedge \neg\text{mulher}(x2) \wedge$

$\text{gostafutebol}(x2) \vee \text{gostacorrida}(x2)$

ou

$\forall x. \text{pessoa}(x) \wedge \neg\text{mulher}(x) \wedge \text{gostafutebol}(x) \vee \text{gostacorrida}(x) // \text{pessoa}(x2) \wedge \neg\text{mulher}(x2) \wedge$

$\text{gosta}(x2, \text{futebol}) \vee \text{gosta}(x2, \text{corrida})$

// Mulheres gostam de filmes românticos e seriados.

$\forall x. \text{pessoa}(x) \wedge \text{mulher}(x) \wedge \text{gostafilme}(x) \wedge \text{gostaseriados}(x) // \text{pessoa}(x3) \wedge \text{mulher}(x3) \wedge$

$\text{gostafilme}(x3) \wedge \text{gostaseriados}(x3)$

ou

$\forall x. \text{pessoa}(x) \wedge \text{mulher}(x) \wedge \text{gosta}(x, \text{filme}) \wedge \text{gosta}(x, \text{seriado}) // \text{pessoa}(x3) \wedge \text{mulher}(x3) \wedge$

$\text{gosta}(x3, \text{filme}) \wedge \text{gosta}(x3, \text{seriados})$

Forma Normal Conjuntiva

$\text{mulher}(\text{carla}) \wedge \text{gostafutebol}(\text{joao}) \wedge \text{pessoa}(\text{homem}) \wedge \text{pessoa}(\text{mulher}) \wedge (\neg \text{pessoa}(x1) \vee \text{gostafutebol}(x1) \wedge \text{gostacorrída}(x1) \wedge \text{gostafilme}(x1) \wedge \text{gostaseriados}(x1)) \wedge (\text{pessoa}(x2) \wedge \neg \text{mulher}(x2) \wedge \text{gostafutebol}(x2) \vee \text{gostacorrída}(x2)) \wedge (\text{pessoa}(x3) \wedge \text{mulher}(x3) \wedge \text{gostafilme}(x3) \wedge \text{gostaseriados}(x3))$

ou

$\text{mulher}(\text{carla}) \wedge \text{gosta}(\text{joao}, \text{futebol}) \wedge \text{pessoa}(\text{homem}) \wedge \text{pessoa}(\text{mulher}) \wedge (\neg \text{pessoa}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{futebol}) \wedge \text{gosta}(x1, \text{corrída}) \wedge \text{gosta}(x1, \text{filme}) \wedge \text{gosta}(x1, \text{seriado})) \wedge (\text{pessoa}(x2) \wedge \neg \text{mulher}(x2) \wedge \text{gosta}(x2, \text{futebol}) \vee \text{gosta}(x2, \text{corrída})) \wedge (\text{pessoa}(x3) \wedge \text{mulher}(x3) \wedge \text{gosta}(x3, \text{filme}) \wedge \text{gosta}(x3, \text{seriado}))$

João é uma pessoa? $\text{pessoa}(\text{joao})$

$\neg (\text{mulher}(\text{carla}) \wedge \text{gostafutebol}(\text{joao}) \wedge \text{pessoa}(\text{homem}) \wedge \text{pessoa}(\text{mulher}) \wedge (\neg \text{pessoa}(x1) \vee \text{gostafutebol}(x1) \wedge \text{gostacorrída}(x1) \wedge \text{gostafilme}(x1) \wedge \text{gostaseriados}(x1)) \wedge (\text{pessoa}(x2) \wedge \neg \text{mulher}(x2) \wedge \text{gostafutebol}(x2) \vee \text{gostacorrída}(x2)) \wedge (\text{pessoa}(x3) \wedge \text{mulher}(x3) \wedge \text{gostafilme}(x3) \wedge \text{gostaseriados}(x3))) \rightarrow \text{pessoa}(\text{joao})$ //negar o teorema

$\neg \neg (\text{mulher}(\text{carla}) \wedge \text{gostafutebol}(\text{joao}) \wedge \text{pessoa}(\text{homem}) \wedge \text{pessoa}(\text{mulher}) \wedge (\neg \text{pessoa}(x1) \vee \text{gostafutebol}(x1) \wedge \text{gostacorrída}(x1) \wedge \text{gostafilme}(x1) \wedge \text{gostaseriados}(x1)) \wedge (\text{pessoa}(x2) \wedge \neg \text{mulher}(x2) \wedge \text{gostafutebol}(x2) \vee \text{gostacorrída}(x2)) \wedge (\text{pessoa}(x3) \wedge \text{mulher}(x3) \wedge \text{gostafilme}(x3) \wedge \text{gostaseriados}(x3))) \vee \text{pessoa}(\text{joao})$ //remover a implicação

$(\text{mulher}(\text{carla}) \wedge \text{gostafutebol}(\text{joao}) \wedge \text{pessoa}(\text{homem}) \wedge \text{pessoa}(\text{mulher}) \wedge (\neg \text{pessoa}(x1) \vee \text{gostafutebol}(x1) \wedge \text{gostacorrída}(x1) \wedge \text{gostafilme}(x1) \wedge \text{gostaseriados}(x1)) \wedge (\text{pessoa}(x2) \wedge \neg \text{mulher}(x2) \wedge \text{gostafutebol}(x2) \vee \text{gostacorrída}(x2)) \wedge (\text{pessoa}(x3) \wedge \text{mulher}(x3) \wedge \text{gostafilme}(x3) \wedge \text{gostaseriados}(x3))) \vee \text{pessoa}(\text{joao})$ //remover a dupla negação

Do que Carla gosta? $\text{gosta}(\text{carla}, x)$

$\neg (\text{mulher}(x) \wedge \text{gostafutebol}(y) \wedge \text{pessoa}(\text{homem}) \wedge \text{pessoa}(\text{mulher}) \wedge (\neg \text{pessoa}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{futebol}) \wedge \text{gosta}(x1, \text{corrída}) \wedge \text{gosta}(x1, \text{filme}) \wedge \text{gosta}(x1, \text{seriado})) \wedge (\text{pessoa}(x2) \wedge \neg \text{mulher}(x2) \wedge \text{gosta}(x2, \text{futebol}) \vee \text{gosta}(x2, \text{corrída})) \wedge (\text{pessoa}(x3) \wedge \text{mulher}(x3) \wedge \text{gosta}(x3, \text{filme}) \wedge \text{gosta}(x3, \text{seriado}))) \rightarrow \text{gosta}(\text{carla}, x)$ //negar o teorema

$\neg \neg (\text{mulher}(\text{carla}) \wedge \text{gostafutebol}(\text{joao}) \wedge \text{pessoa}(\text{homem}) \wedge \text{pessoa}(\text{mulher}) \wedge (\neg \text{pessoa}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{futebol}) \wedge \text{gosta}(x1, \text{corrída}) \wedge \text{gosta}(x1, \text{filme}) \wedge \text{gosta}(x1, \text{seriado})) \wedge (\text{pessoa}(x2) \wedge \neg \text{mulher}(x2) \wedge \text{gosta}(x2, \text{futebol}) \vee \text{gosta}(x2, \text{corrída})) \wedge (\text{pessoa}(x3) \wedge \text{mulher}(x3) \wedge \text{gosta}(x3, \text{filme}) \wedge \text{gosta}(x3, \text{seriado}))) \vee \text{gosta}(\text{carla}, x)$ //remover a implicação

$(\text{mulher}(\text{carla}) \wedge \text{gostafutebol}(\text{joao}) \wedge \text{pessoa}(\text{homem}) \wedge \text{pessoa}(\text{mulher}) \wedge (\neg \text{pessoa}(x1) \vee \text{gosta}(x1, \text{futebol}) \wedge \text{gosta}(x1, \text{corrída}) \wedge \text{gosta}(x1, \text{filme}) \wedge \text{gosta}(x1, \text{seriado})) \wedge (\text{pessoa}(x2) \wedge \neg \text{mulher}(x2) \wedge \text{gosta}(x2, \text{futebol}) \vee \text{gosta}(x2, \text{corrída})) \wedge (\text{pessoa}(x3) \wedge \text{mulher}(x3) \wedge \text{gosta}(x3, \text{filme}) \wedge \text{gosta}(x3, \text{seriado}))) \vee \text{gosta}(\text{carla}, x)$ //remover a dupla negação

Caso não seja possível responder alguma das perguntas acima, descreva o que precisa ser modificado na base para extrair as respostas.

3. Prove os seguintes teoremas utilizando o método da Resolução e o método de Tableaux (lembre-se de negar o teorema):

\rightarrow implica
 \exists Quantificador existencial (Existe, Para algum, nem todos, somente alguns)
 \wedge and e
 \vee or ou
 \neg not neg negação
 \forall Quantificador universal, (Qualquer que seja, Para todo, para cada, qualquer um, todos eles)
 \square

d(a) Resolução

$(P \wedge \neg Q) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q)$

$\neg ((P \wedge \neg Q) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))$ //Negar o teorema
 $\neg (\neg(P \wedge \neg Q) \vee \neg(P \rightarrow Q))$ //Eliminação da primeira implicação
 $\neg (\neg(P \wedge \neg Q) \vee \neg(\neg P \vee Q))$ //Eliminação da segunda implicação
 $\neg (\neg(P \wedge \neg Q)) \wedge \neg(\neg(\neg P \vee Q))$ //Distribuindo a negação
 $(P \wedge \neg Q) \wedge (\neg P \vee Q)$ //Eliminação da dupla negação
 $(P \wedge \neg P)$ //Eliminação do Q pois $\neg Q$ e Q
 \square //Eliminação do P pois P e $\neg P$

(a) Tableaux

$(P \wedge \neg Q) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q)$

1.	$\neg ((P \wedge \neg Q) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))$ //Negar o teorema	
2.	$(P \wedge \neg Q)$ // de 1	
3.	$\neg(\neg(P \rightarrow Q))$ // de 1	
4.	$(P \rightarrow Q)$ // de 3	
5.	P // de 2	
6.	$\neg Q$ // de 2	
7.	$\neg P$ // de 4	7.1 Q // de 4

(b) Resolução

$\neg(\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow (\neg P \rightarrow Q)$
 $\neg (\neg(\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow (\neg P \rightarrow Q))$ //Negar o teorema
 $\neg (\neg(\neg(\neg P \wedge \neg Q)) \vee (\neg P \rightarrow Q))$ //Eliminação da primeira implicação
 $\neg ((\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \rightarrow Q))$ // Eliminação da dupla negação
 $\neg ((\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg(\neg P) \vee Q))$ //Eliminação da segunda implicação
 $\neg ((\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \vee Q))$ // Eliminação da dupla negação
 $\neg (\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg(P \vee Q)$ //Distribuindo a negação
 $(\neg(\neg P) \vee \neg(\neg Q)) \wedge \neg(P \vee Q)$ //Distribuindo a negação
 $(\neg(\neg P) \vee \neg(\neg Q)) \wedge (\neg P \wedge \neg Q)$ //Distribuindo a negação
 $(P \vee Q) \wedge (\neg P \wedge \neg Q)$ // Eliminação da dupla negação
 $(P \wedge \neg P)$ //Eliminação do Q pois Q e $\neg Q$
 \square //Eliminação do P pois P e $\neg P$

(b) Tableau

$\neg(\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow (\neg P \rightarrow Q)$

1.	$\neg(\neg(\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow (\neg P \rightarrow Q))$ //Negar o teorema	
2.	$\neg(\neg P \wedge \neg Q)$ // de 1	
3.	$\neg(\neg P \rightarrow Q)$ // de 1	
4.	$\neg P$ // de 3	
5.	$\neg Q$ // de 3	
6.	$\neg(\neg P)$ // de 2	6.1 $\neg(\neg Q)$ // de 2
7.	P // de 6	7.1 Q // de 6.1

(c) Resolução

$(P \wedge (\neg Q \vee R)) \rightarrow ((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R))$
 $\neg((P \wedge (\neg Q \vee R)) \rightarrow ((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R)))$ //Negar o teorema
 $\neg(\neg(P \wedge (\neg Q \vee R)) \vee ((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R)))$ //Eliminação da implicação
 $\neg(\neg(P \wedge (\neg Q \vee R))) \wedge \neg((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R))$ //Distribuindo a negação
 $(P \wedge (\neg Q \vee R)) \wedge \neg((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R))$ //Eliminação da dupla negação
 $(P \wedge (\neg Q \vee R)) \wedge (\neg(P \wedge \neg Q) \wedge \neg(P \wedge R))$ //Distribuindo a negação
 $(P \wedge (\neg Q \vee R)) \wedge ((\neg P \vee \neg(\neg Q)) \wedge (\neg P \vee \neg R))$ //Distribuindo a negação
 $(P \wedge (\neg Q \vee R)) \wedge ((\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg R))$ //Eliminação da dupla negação
 $((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R)) \wedge ((\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg R))$ //Distributividade
 $(\neg Q \vee (P \wedge R)) \wedge ((\neg P \vee Q) \wedge \neg R)$ // Eliminação do P pois P e $\neg P$
 $(\neg Q \vee R) \wedge (Q \wedge \neg R)$ // Eliminação do P pois P e $\neg P$
 $(R \wedge \neg R)$ // Eliminação do Q pois $\neg Q$ e Q
 \square //Eliminação do R pois R e $\neg R$

(c) Tableau

$(P \wedge (\neg Q \vee R)) \rightarrow ((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R))$

1.	$\neg ((P \wedge (\neg Q \vee R)) \rightarrow ((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R)))$ //Negar o teorema
2.	$(P \wedge (\neg Q \vee R))$ // de 1
3.	$\neg((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R))$ // de 1
4.	P // de 2
5.	$\neg Q \vee R$ // de 2
6.	$\neg (P \wedge \neg Q)$ // de 3
7.	$\neg (P \wedge R)$ // de 3
8.	$\neg Q$ // de 5
8.1	R // de 5
9.	$\neg P$ // de 6
9.1	$\neg(\neg Q)$ // de 6
10.	
10.1	Q // de 9.1
11.	
11.1	$\neg R$ // de 7

P 4 e 9

Q 8 e 10.1

R 8.1 e 11.1

(d) Resolução

$$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow \neg(\neg R \wedge P)$$

$\neg((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow \neg(\neg R \wedge P)$ //Negar o teorema

$\neg(\neg((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \vee \neg(\neg R \wedge P))$ //Eliminação da implicação

$\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \vee \neg(\neg R \wedge P))$ //Eliminação da implicação

$\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee R)) \vee \neg(\neg R \wedge P))$ //Eliminação da implicação

$\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee R))) \wedge \neg(\neg(\neg R \wedge P))$ //Distribuindo a negação

$\neg(\neg(\neg(P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee R))) \wedge \neg(\neg(\neg R \wedge P))$ //Eliminação da dupla negação

$((\neg(P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee R)) \wedge \neg(\neg(\neg R \wedge P)))$ //Eliminação da dupla negação

$((\neg P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee R)) \wedge (\neg R \wedge P)$ //Eliminação da dupla negação

$(Q \wedge \neg Q \vee R) \wedge \neg R$ // Eliminação do P pois P e $\neg P$

$R \wedge \neg R$ // Eliminação do Q pois Q e $\neg Q$

\square //Eliminação do R pois R e $\neg R$

(d) Tableau

$$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow \neg(\neg R \wedge P)$$

1.	$\neg((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow \neg(\neg R \wedge P)$ //Negar o teorema	
2.	$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R))$ // de 1	
3.	$\neg(\neg(\neg R \wedge P))$ // de 1	
4.	$\neg(R \wedge P)$ // de 3	
5.	$(P \rightarrow Q)$ // de 2	
6.	$(Q \rightarrow R)$ // de 2	
7.	$\neg R$ // de 4	7.1 $\neg P$ // de 4
8.	$\neg P$ // de 5	8.1 Q // de 5
9.	$\neg Q$ // de 6	9.1 R // de 5

(e) Resolução

$$\exists x. \forall y. P(x, y) \rightarrow \forall y. \exists x. P(x, y)$$

- 1) $\neg(\exists x. \forall y. P(x, y) \rightarrow \forall y. \exists x. P(x, y))$ //Negar o teorema
- 2) $\neg(\neg(\exists x. \forall y. P(x, y)) \vee (\forall y. \exists x. P(x, y)))$ //Eliminação da implicação
- 3) $\neg(\neg(\exists x. \forall y. P(x, y))) \wedge \neg(\forall y. \exists x. P(x, y))$ //Distribuindo a negação
- 4) $\exists x. \forall y. P(x, y) \wedge \neg(\forall y. \exists x. P(x, y))$ //Eliminação da dupla negação
- 5) $\exists x. \forall y. P(x, y) \wedge (\exists y. \neg \exists x. P(x, y))$ //Inverter a negação
- 6) $\exists x. \forall y. P(x, y) \wedge \exists y. \forall x. \neg P(x, y)$ //Inverter a negação
- 7) $\exists x_1. \forall y_1. P(x_1, y_1) \wedge \exists y_2. \forall x_2. \neg P(x_2, y_2)$ //Numerar variáveis
- 8) $\exists x_1. \forall y_1. (P(x_1, y_1) \wedge \exists y_2. \forall x_2. \neg P(x_2, y_2))$ // Mover quantificadores início
//Existe um pai(x1) para todo filho(y1), tal que x1 é pai de y1
//Não existe um filho(y2) para todo pai(x2), tal que x2 é pai de y2
- 9) $\exists x_1. \forall y_1. \exists y_2. \forall x_2. (P(x_1, y_1) \wedge \neg P(x_2, y_2))$ // Mover quantificadores início
- 10) $P(a, y_1) \wedge \neg P(x_2, f(y_1))$ //Skolemização do passo 8
//Existe um pai(a) para todo filho(y1), tal que a é pai de y1
//Não existe um filho(f(y1)) para todo pai(x2), tal que x2 é pai de f(y1)
- 11) \square //Eliminação do P pois $P(a, y_1)$ e $\neg P(x_2, f(y_1))$

(e) Tableau

$$\exists x. \forall y. P(x, y) \rightarrow \forall y. \exists x. P(x, y)$$

1.	$\neg(\exists x. \forall y. P(x, y) \rightarrow \forall y. \exists x. P(x, y))$ //Negar o teorema
2.	$\exists x. \forall y. P(x, y)$ // de 1
3.	$\neg(\forall y. \exists x. P(x, y))$ // de 1
4.	$P(a, b)$ // de 2
5.	$\neg P(a, b)$ // de 3

(f) Resolução

$$(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \rightarrow \exists x.(P(x) \wedge Q(x))$$

$\neg((\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \rightarrow \exists x.(P(x) \wedge Q(x)))$ //Negar o teorema

$\neg(\neg(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \vee \exists x.(P(x) \wedge Q(x)))$ //Eliminação da implicação

$\neg(\neg(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x))) \wedge \neg(\exists x.(P(x) \wedge Q(x)))$ //Distribuindo a negação

$(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \wedge \neg(\exists x.(P(x) \wedge Q(x)))$ //Eliminação da dupla negação

$(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \wedge (\forall x.\neg(P(x) \wedge Q(x)))$ //Inverter a negação

$(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \wedge (\forall x.(\neg P(x) \vee \neg Q(x)))$ //Distribuindo a negação

$(\exists x_1.P(x_1) \wedge \forall x_2.Q(x_2)) \wedge (\forall x_3.(\neg P(x_3) \vee \neg Q(x_3)))$ //Numerar variáveis

$\exists x_1 \forall x_2 \forall x_3.(P(x_1) \wedge Q(x_2)) \wedge (\neg P(x_3) \vee \neg Q(x_3))$ //Mover quantificadores início

$(P(x_1) \wedge Q(x_2)) \wedge (\neg P(x_3) \vee \neg Q(x_3))$ // Eliminar quantificadores

$(P(a) \wedge Q(b)) \wedge (\neg P(c) \vee \neg Q(c))$ //Skolemização

$(Q(b)) \wedge (\neg Q(c))$ //Eliminação do P pois P(a) e $\neg P(c)$

\square //Eliminação do Q pois Q(b) e $\neg Q(c)$

(f) Tableau

$$(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \rightarrow \exists x.(P(x) \wedge Q(x))$$

1.	$\neg((\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \rightarrow \exists x.(P(x) \wedge Q(x)))$ //Negar o teorema	
2.	$(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x))$ // de 1	
3.	$\neg(\exists x.(P(x) \wedge Q(x)))$ // de 1	
4.	$\exists x.P(x)$ // de 2	
5.	$\forall x.Q(x)$ // de 2	
6.	$P(a)$ // de 4	
7.	$Q(a)$ // de 5	
8.	$\neg \exists x.(P(x) \wedge Q(x))$ // de 3	8.1 $\neg \exists x.Q(x)$ // de 3
9.	$\neg(P(a) \wedge Q(a))$ // de 8	9.1 $\neg Q(a)$ // de 8.1

(g) Resolução

$$\forall x.(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y))$$

$\neg(\forall x.(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y)))$ //Negar o teorema

$\neg(\neg\forall x.(P(x) \wedge Q(x)) \vee (\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y)))$ //Eliminação da implicação

$\neg(\neg\forall x.(P(x) \wedge Q(x))) \wedge \neg(\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y))$ //Distribuindo a negação

$\forall x.(P(x) \wedge Q(x)) \wedge \neg(\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y))$ //Eliminação da dupla negação

$\forall x.(P(x) \wedge Q(x)) \wedge (\neg\forall x.P(x) \vee \neg\forall y.Q(y))$ //Distribuindo a negação

$\forall x.P(x) \wedge \forall x.Q(x) \wedge (\neg\forall x.P(x) \vee \neg\forall y.Q(y))$ //Distribuindo o \forall

$\forall x.P(x) \wedge \forall x.Q(x) \wedge (\exists x.\neg P(x) \vee \exists y.\neg Q(y))$ //Distribuindo o \forall

$\forall x_1.P(x_1) \wedge \forall x_2.Q(x_2) \wedge (\exists x_3.\neg P(x_3) \vee \exists y_4.\neg Q(y_4))$ //Numerar variáveis

$\forall x_1.\forall x_2.\exists x_3.\exists y_4.P(x_1) \wedge Q(x_2) \wedge (\neg P(x_3) \vee \neg Q(y_4))$ //Mover quantificadores início

$P(x_1) \wedge Q(x_2) \wedge (\neg P(x_3) \vee \neg Q(y_4))$ //Eliminar quantificadores

$P(a) \wedge Q(b) \wedge (\neg P(c) \vee \neg Q(d))$ //Skolemização

$(Q(b)) \wedge (\neg Q(d))$ //Eliminação do P pois $P(a)$ e $\neg P(c)$

\square //Eliminação do Q pois $Q(b)$ e $\neg Q(d)$

(g) Tableau

$$\forall x.(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y))$$

1.	$\neg(\forall x.(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y)))$ //Negar o teorema	
2.	$\forall x.(P(x) \wedge Q(x))$ // de 1	
3.	$\neg(\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y))$ // de 1	
4.	$\forall x.(P(x))$ // de 2	
5.	$\forall x.(Q(x))$ // de 2	
6.	$P(a)$ // de 4	
7.	$Q(a)$ // de 5	
8.	$\neg\forall x.(P(x))$ // de 3	8.1 $\neg\forall y.Q(y)$ // de 3
9.	$\neg(P(a))$ // de 8	9.1 $\neg Q(a)$ // de 8.1

(h) $(\forall x.P(x) \rightarrow \exists x.Q(x)) \rightarrow \exists x.(P(x) \rightarrow Q(x))$

$\neg((\forall x.P(x) \rightarrow \exists x.Q(x)) \rightarrow \exists x.(P(x) \rightarrow Q(x)))$ //Negar o teorema
 $\neg(\neg(\forall x.P(x) \rightarrow \exists x.Q(x)) \vee \exists x.(P(x) \rightarrow Q(x)))$ //Eliminação da implicação
 $\neg(\neg(\forall x.P(x) \rightarrow \exists x.Q(x))) \wedge \neg(\exists x.(P(x) \rightarrow Q(x)))$ //Distribuindo a negação
 $(\forall x.P(x) \rightarrow \exists x.Q(x)) \wedge \neg(\exists x.(P(x) \rightarrow Q(x)))$ //Eliminação da dupla negação
 $(\forall x.P(x) \rightarrow \exists x.Q(x)) \wedge \neg(\neg\exists x.(P(x) \vee Q(x)))$ //Eliminação da implicação
 $(\forall x.P(x) \rightarrow \exists x.Q(x)) \wedge \neg(\neg\exists x.(P(x)) \wedge \neg Q(x))$ //Distribuindo a negação
 $(\forall x.P(x) \rightarrow \exists x.Q(x)) \wedge \exists x.(P(x) \wedge \neg Q(x))$ //Eliminação da dupla negação
 $(\neg\forall x.P(x) \vee \exists x.Q(x)) \wedge \exists x.(P(x) \wedge \neg Q(x))$ //Eliminação da implicação
 $(\exists x.\neg P(x) \vee \exists x.Q(x)) \wedge \exists x.(P(x) \wedge \neg Q(x))$ //Inverter a negação
 $(\exists x_1.\neg P(x_1) \vee \exists x_2.Q(x_2)) \wedge \exists x_3.(P(x_3) \wedge \neg Q(x_3))$ //Numerar variáveis
 $\exists x_1.\exists x_2.\exists x_3.\neg P(x_1) \vee Q(x_2) \wedge (P(x_3) \wedge \neg Q(x_3))$ //Mover quantificadores início
 $\neg P(x_1) \vee Q(x_2) \wedge (P(x_3) \wedge \neg Q(x_3))$ //Eliminar quantificadores
 $\neg P(a) \vee Q(b) \wedge (P(c) \wedge \neg Q(d))$ //Skolemização
 $Q(b) \wedge \neg Q(d)$ //Eliminação do P pois $\neg P(a)$ e $P(c)$
 \square //Eliminação do Q pois $Q(b)$ e $\neg Q(d)$

(h) Tableau

$(\forall x.P(x) \rightarrow \exists x.Q(x)) \rightarrow \exists x.(P(x) \rightarrow Q(x))$

1.	$\neg((\forall x.P(x) \rightarrow \exists x.Q(x)) \rightarrow \exists x.(P(x) \rightarrow Q(x)))$ //Negar o teorema	
2.	$(\forall x.P(x) \rightarrow \exists x.Q(x))$ // de 1	
3.	$\neg(\exists x.(P(x) \rightarrow Q(x)))$ // de 1	
4.	$\exists x.(P(x))$ // de 3	
5.	$\neg Q(x)$ // de 3	
6.	$P(a)$ // de 4	
7.	$\exists x.(P(x))$ // de 3	
8.	$\neg(\forall x.P(x))$ // de 2	8.1 $\exists x.Q(x)$ // de 2
9.	$\neg P(a)$ // de 8	9.1 $Q(a)$ // de 8.1

5 e 9.1

6 e 9

(i) Resolução

$$\forall x.(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y))$$

$\neg(\forall x.(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y)))$ //Negar o teorema

$\neg(\neg(\forall x.(P(x) \wedge Q(x))) \vee (\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y)))$ //Eliminação da implicação

$\neg(\neg(\forall x.(P(x) \wedge Q(x))) \wedge \neg(\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y)))$ //Distribuindo a negação

$\forall x.(P(x) \wedge Q(x)) \wedge \neg(\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y))$ //Eliminação da dupla negação

$\forall x.(P(x) \wedge Q(x)) \wedge (\neg\forall x.P(x) \vee \neg\forall y.Q(y))$ //Distribuindo a negação

$\forall x.(P(x) \wedge Q(x)) \wedge (\exists x.\neg P(x) \vee \neg\forall y.Q(y))$ //Inverter a negação

$\forall x.(P(x) \wedge Q(x)) \wedge (\exists x.\neg P(x) \vee \exists y.\neg Q(y))$ //Inverter a negação

$\forall x_1.(P(x_1) \wedge Q(x_1)) \wedge (\exists x_2.\neg P(x_2) \vee \exists y_3.\neg Q(y_3))$ //Numerar variáveis

$\forall x_1.\exists x_2.\exists y_3.(P(x_1) \wedge Q(x_1)) \wedge (\neg P(x_2) \vee \neg Q(y_3))$ //Mover quantificadores início

$(P(x_1) \wedge Q(x_1)) \wedge (\neg P(x_2) \vee \neg Q(y_3))$ //Eliminar quantificadores

$(P(a) \wedge Q(a)) \wedge (\neg P(b) \vee \neg Q(c))$ //Skolemização

$Q(a) \wedge (\neg Q(c))$ //Eliminação do P pois $P(a)$ e $\neg P(b)$

\square //Eliminação do Q pois $Q(a)$ e $\neg Q(c)$

(i) Tableau

$$\forall x.(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y))$$

1.	$\neg(\forall x.(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y)))$ //Negar o teorema	
2.	$(\forall x.(P(x) \wedge Q(x)))$ // de 1	
3.	$\neg(\forall x.P(x) \wedge \forall y.Q(y))$ // de 1	
4.	$(\forall x.P(x))$ // de 2	
5.	$(\forall y.Q(y))$ // de 2	
6.	$P(a)$ // de 4	
7.	$Q(a)$ // de 5	
8.	$\neg(\forall x.P(x))$ // de 3	8.1 $\neg\forall y.Q(y)$ // de 3
9.	$\neg P(a)$ // de 8	9.1 $\neg Q(a)$ // de 8.1

(i) $\exists x.(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\exists x.P(x) \wedge \exists x.Q(x))$

$\neg(\exists x.(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\exists x.P(x) \wedge \exists x.Q(x)))$ //Negar o teorema
 $\neg(\neg(\exists x.(P(x) \wedge Q(x))) \vee (\exists x.P(x) \wedge \exists x.Q(x)))$ //Eliminação da implicação
 $\neg(\neg(\exists x.(P(x) \wedge Q(x)))) \wedge \neg(\exists x.P(x) \wedge \exists x.Q(x))$ //Distribuindo a negação
 $\exists x.(P(x) \wedge Q(x)) \wedge \neg(\exists x.P(x) \wedge \exists x.Q(x))$ //Eliminação da dupla negação
 $\exists x.(P(x) \wedge Q(x)) \wedge (\neg(\exists x.P(x)) \vee \neg \exists x.Q(x))$ //Distribuindo a negação \exists
 $\exists x.(P(x) \wedge Q(x)) \wedge (\forall x.\neg P(x) \vee \forall x.\neg Q(x))$ //Distribuindo a negação
 $\exists x_1.(P(x_1) \wedge Q(x_1)) \wedge (\forall x_2.\neg P(x_2) \vee \forall x_3.\neg Q(x_3))$ //Numerar variáveis
 $\exists x_1.\forall x_2.\forall x_3.(P(x_1) \wedge Q(x_1)) \wedge (\neg P(x_2) \vee \neg Q(x_3))$ //Mover quantificadores início
 $(P(x_1) \wedge Q(x_1)) \wedge (\neg P(x_2) \vee \neg Q(x_3))$ //Eliminar quantificadores
 $(P(a) \wedge Q(a)) \wedge (\neg P(b) \vee \neg Q(c))$ //Skolemização
 $(Q(a)) \wedge (\neg Q(c))$ //Eliminação do P pois $P(a)$ e $\neg P(b)$
 \square //Eliminação do Q pois $Q(a)$ e $\neg Q(c)$

(j) Tableau

$\exists x.(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\exists x.P(x) \wedge \exists x.Q(x))$

1. $\neg(\exists x.(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\exists x.P(x) \wedge \exists x.Q(x)))$ //Negar o teorema	
2. $\exists x.(P(x) \wedge Q(x))$ // de 1	
3. $\neg(\exists x.(P(x) \wedge Q(x)))$ //de 1	
4. $\exists x.P(x)$ // de 2	
5. $P(a)$ // de 4	
6. $\exists x.Q(x)$ // de 2	
7. $Q(a)$ // de 6	
8. $\neg(\forall x.P(x))$ // de 3	8.1 $\neg \forall y.Q(y)$ // de 3
9. $\neg P(a)$ // de 8	9.1 $\neg Q(a)$ // de 8.1

5 e 9

7 e 9.1

(k) Resolução

$$(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \rightarrow \exists x.(P(x) \wedge Q(x))$$

$\neg((\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \rightarrow \exists x.(P(x) \wedge Q(x)))$ //Negar o teorema

$\neg(\neg(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \vee \exists x.(P(x) \wedge Q(x)))$ //Eliminação da implicação

$\neg(\neg(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x))) \wedge \neg\exists x.(P(x) \wedge Q(x))$ //Distribuindo a negação

$(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \wedge \neg\exists x.(P(x) \wedge Q(x))$ //Eliminação da dupla negação

$(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \wedge \forall x.\neg(P(x) \wedge Q(x))$ // Inverter a negação

$(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \wedge \forall x.(\neg P(x) \vee \neg Q(x))$ //Distribuindo a negação

$(\exists x_1.P(x_1) \wedge \forall x_2.Q(x_2)) \wedge \forall x_3.(\neg P(x_3) \vee \neg Q(x_3))$ //Numerar variáveis

$\exists x_1.\forall x_2.\forall x_3.(P(x_1) \wedge Q(x_2)) \wedge (\neg P(x_3) \vee \neg Q(x_3))$ //Mover quantificadores início

$(P(x_1) \wedge Q(x_2)) \vee (\neg P(x_3) \wedge \neg Q(x_3))$ //Eliminar quantificadores

$(P(a) \wedge Q(b)) \wedge (\neg P(c) \vee \neg Q(c))$ //Skolemização

$(Q(b)) \wedge (\neg Q(c))$ //Eliminação do P, pois P(a) e $\neg P(c)$

□ //Eliminação do Q pois Q(b) e $\neg Q(c)$

(k) Tableau

$$(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \rightarrow \exists x.(P(x) \wedge Q(x))$$

1.	$\neg((\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x)) \rightarrow \exists x.(P(x) \wedge Q(x)))$ //Negar o teorema	
2.	$(\exists x.P(x) \wedge \forall x.Q(x))$ // de 1	
3.	$\neg(\exists x.(P(x) \wedge Q(x)))$ //de 1	
4.	$\exists x.P(x)$ // de 2	
5.	$P(a)$ // de 4	
6.	$\forall x.Q(x)$ // de 2	
7.	$Q(a)$ // de 6	
8.	$\neg(\exists x.P(x))$ // de 3	8.1 $\neg Q(x)$ // de 3
9.	$\neg P(a)$ // de 8	9.1 $\neg Q(a)$ // de 8.1

5 e 9

7 e 9.1

(I) Resolução

$$\forall x.(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\exists x.P(x) \vee \forall x.Q(x))$$

$\neg(\forall x.(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\exists x.P(x) \vee \forall x.Q(x)))$ //Negar o teorema

$\neg(\neg\forall x.(P(x) \vee Q(x)) \vee (\exists x.P(x) \vee \forall x.Q(x)))$ //Eliminação da implicação

$\neg(\neg\forall x.(P(x) \vee Q(x))) \wedge \neg(\exists x.P(x) \vee \forall x.Q(x))$ //Distribuindo a negação

$\forall x.(P(x) \vee Q(x)) \wedge \neg(\exists x.P(x) \vee \forall x.Q(x))$ //Eliminação da dupla negação

$\forall x.(P(x) \vee Q(x)) \wedge \neg\exists x.P(x) \wedge \neg\forall x.Q(x)$ //Distribuindo a negação

$\forall x.(P(x) \vee Q(x)) \wedge \forall x.\neg P(x) \wedge \neg\forall x.Q(x)$ //Inverter a negação

$\forall x.(P(x) \vee Q(x)) \wedge \forall x.\neg P(x) \wedge \exists x.\neg Q(x)$ //Inverter a negação

$\forall x_1.(P(x_1) \vee Q(x_1)) \wedge \forall x_2.\neg P(x_2) \wedge \exists x_3.\neg Q(x_3)$ //Numerar variáveis

$\forall x_1.\forall x_2.\exists x_3.(P(x_1) \vee Q(x_1)) \wedge \neg P(x_2) \wedge \neg Q(x_3)$ //Mover quantificadores início

$(P(x_1) \vee Q(x_1)) \wedge \neg P(x_2) \wedge \neg Q(x_3)$ //Eliminar quantificadores

$(P(a) \vee Q(a)) \wedge \neg P(b) \wedge \neg Q(c)$ //Skolemização

$(Q(a)) \wedge (\neg Q(c))$ //Eliminação do P pois $P(a)$ e $\neg P(b)$

\square //Eliminação do Q pois $Q(a)$ e $\neg Q(c)$

(I) Tableau

$$\forall x.(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\exists x.P(x) \vee \forall x.Q(x))$$

1.	$\neg(\forall x.(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\exists x.P(x) \vee \forall x.Q(x)))$ //Negar o teorema	
2.	$\forall x.(P(x) \vee Q(x))$ // de 1	
3.	$\neg(\exists x.P(x) \vee \forall x.Q(x))$ //de 1	
4.	$\neg\exists x.P(x)$ // de 3	
5.	$\neg P(a)$ // de 4	
6.	$\neg\forall x.Q(x)$ // de 3	
7.	$\neg Q(a)$ // de 6	
8.	$\forall x.P(x)$ // de 2	8.1 $Q(x)$ // de 2
9.	$P(a)$ // de 8	9.1 $Q(a)$ // de 8.1

5 e 9

7 e 9.1

4. Teste de Einstein: Considerando as sentenças a seguir, modele o conhecimento em lógica, aplique o método da resolução e responda "quem tem um peixe como animal de estimação?"(Se quiser, use o Prolog)

- (a) Há 5 casas de diferentes cores;
- (b) Em cada casa mora uma pessoa de nacionalidade diferente;
- (c) Nenhuma delas tem o mesmo animal, fuma o mesmo cigarro ou bebe a mesma bebida;
- (d) O inglês vive na casa vermelha;
- (e) O sueco tem cachorros;
- (f) O dinamarquês bebe chá;
- (g) A casa verde fica do lado esquerdo da casa branca;
- (h) O homem que vive na casa verde bebe café;
- (i) O homem que fuma Marlboro cria pássaros;
- (j) O homem que vive na casa amarela fuma Marlboro;
- (k) O homem que vive na casa do meio bebe leite;
- (l) O norueguês vive na primeira casa;
- (m) O homem que fuma Marlboro vive ao lado do que tem gatos;
- (n) O homem que cria cavalos vive ao lado do que fuma Marlboro;
- (o) O homem que fuma Marlboro bebe cerveja;
- (p) O alemão fuma Marlboro;
- (q) O norueguês vive ao lado da casa azul;
- (r) O homem que fuma Marlboro é vizinho do que bebe água

/*

Teste de Einstein: Considerando as sentenças a seguir, modele o conhecimento em lógica, aplique o método da resolução e responda "quem tem um peixe como animal de estimação?"(Se quiser, use o Prolog)

- (a) Há 5 casas de diferentes cores;
- (b) Em cada casa mora uma pessoa de nacionalidade diferente;
- (c) Nenhuma delas tem o mesmo animal, fuma o mesmo cigarro ou bebe a mesma bebida;
- (d) O inglês vive na casa vermelha;
- (e) O sueco tem cachorros;

- (f) O dinamarquês bebe chá;
- (g) A casa verde fica do lado esquerdo da casa branca;
- (h) O homem que vive na casa verde bebe café;
- (i) O homem que fuma Marlboro cria pássaros;
- (j) O homem que vive na casa amarela fuma Marlboro;
- (k) O homem que vive na casa do meio bebe leite;
- (l) O norueguês vive na primeira casa;
- (m) O homem que fuma Marlboro vive ao lado do que tem gatos;
- (n) O homem que cria cavalos vive ao lado do que fuma Marlboro;
- (o) O homem que fuma Marlboro bebe cerveja;
- (p) O alemão fuma Marlboro;
- (q) O norueguês vive ao lado da casa azul;
- (r) O homem que fuma Marlboro é vizinho do que bebe água

Pergunta-se: ?

?- solucao(X).

Em Prolog o predicado `select(X, L, R)` seleciona o elemento `X` na lista `L`, e retira `X` de `L` formando o resto `R`. Ou seja, `R` tem todos os elementos de `L`, menos o elemento selecionado `X`. Isso pode ser usado para, dada a lista de possibilidades para cada atributo (por exemplo, cores de casa), retirar uma possibilidade da lista para gerar uma casa, depois usar o resto da lista para gerar as cores para as outras casas. Assim, duas casas nunca serão geradas com a mesma cor.

`Gera as cores`, é um wrapper para o `select` passando a lista de cores disponíveis e recebendo o resto das cores disponíveis na última posição:

`*/`

```
gera_cor(casa(C, _, _, _), [C], []) :- !.
```

```
gera_cor(casa(C, _, _, _), Cores, Resto) :- select(C, Cores, Resto).
```

`/*`

`Gera as nacionalidades`, é um wrapper para o `select` passando a lista de nacionalidades disponíveis e recebendo o resto das nacionalidades disponíveis na última posição:

`*/`

```
gera_nacionalidade(casa(_, N, _, _), [N], []) :- !.
```

```
gera_nacionalidade(casa(_ , N, _ , _ ), Nacionalidades, Resto) :- select(N,
Nacionalidades, Resto).
```

```
/*
```

Gera as bebidas, é um wrapper para o select passando a lista de bebidas disponíveis e recebendo o resto das bebidas disponíveis na última posição:

```
*/
```

```
gera_bebida(casa(_ , B, _ , _ ), [B], []) :- !.
```

```
gera_bebida(casa(_ , B, _ , _ ), Bebidas, Resto) :- select(B, Bebidas, Resto).
```

```
/*
```

Gera os cigarros, é um wrapper para o select passando a lista de cigarros disponíveis e recebendo o resto dos cigarros disponíveis na última posição:

```
*/
```

```
gera_cigarro(casa(_ , _ , C, _ ), [C], []) :- !.
```

```
gera_cigarro(casa(_ , _ , C, _ ), Cigarros, Resto) :- select(C, Cigarros, Resto).
```

```
/*
```

Gera os animais, é um wrapper para o select passando a lista de animais disponíveis e recebendo o resto dos animais disponíveis na última posição:

```
*/
```

```
gera_animal(casa(_ , _ , _ , A), [A], []) :- !.
```

```
gera_animal(casa(_ , _ , _ , A), Animais, Resto) :- select(A, Animais, Resto).
```

```
/*
```

Gera uma casa inteira e um conjunto de casas usando um mapeamento recursivo.

A estrutura "atr" guarda as listas com todos os atributos disponíveis, para simplificar o código.

```
*/
```

```
gera_casa(C, atr(Cs, Ns, Bs, Cigarros, As), atr(Cs2, Ns2, Bs2, Cigarros2, As2)) :-
```

```
    gera_cor(C, Cs, Cs2),
```

```
        gera_nacionalidade(C, Ns, Ns2),
```

```
    gera_bebida(C, Bs, Bs2),
```

```
        gera_cigarro(C, Cigarros, Cigarros2),
```

```
        gera_animal(C, As, As2).
```

```
gera_casas([], _) :- !.
```

```
gera_casas([C|Cs], Atribs) :-
```

```
    gera_casa(C, Atribs, Atribs2), gera_casas(Cs, Atribs2).
```

```
gera_solucao([C1, C2, C3, C4, C5]) :-
```

```
    Cores = [amarela,azul,branca,verde,vermelha],
```

```
    Nacionalidades = [alemao,dinamarques,ingles,noruegues,sueco],
```

```
    Bebidas = [agua,cafe,cerveja,cha,leite],
```

```
    Cigarros = [charme,free,hollywood,malboro,camel],
```

```
    Animais = [cachorro,cavalo,gato,passaro,peixe],
```

```
    gera_casas([C1, C2, C3, C4, C5], atr(Cores, Nacionalidades, Bebidas, Cigarros, Animais)).
```

```
/*
```

Para resolver o teste de Einstein é preciso estabelecer quando dois moradores são vizinhos, como é mencionado em várias dicas. Considerando a lista de soluções S, como gerada pelo predicado gera_solucao, cria-se predicados simples que testam (ou geram) moradores vizinhos na solução, inclusive separando vizinhos esquerdos de vizinhos direitos, pois uma dica especifica o lado.

```
*/
```

```
vizinho_esq(C1, C2, [C1,C2|_]).
```

```
vizinho_esq(C1, C2, [C3|T]) :- vizinho_esq(C1, C2, T).
```

```
vizinho_dir(C1, C2, [C2,C1|_]).
```

```
vizinho_dir(C1, C2, [C3|T]) :- vizinho_dir(C1, C2, T).
```

```
vizinho(C1, C2, S) :- vizinho_esq(C1, C2, S).
```

```
vizinho(C1, C2, S) :- vizinho_dir(C1, C2, S).
```

```
/*
```

Especifica das dicas

```
*/
```

```
solucao(S):-
```

```
    C1=casa(_ ,noruegues,_ ,_ ,_ ),
```

```
C3=casa( _,_,leite,_,_),
S=[C1,C2,C3,C4,C5], !,
vizinho_esq(casa(verde,_,_,_),casa(branca,_,_,_), S),
vizinho(casa( _,noruegues,_,_), casa(azul,_,_,_), S),
vizinho(casa( _,_,charme,_,_),casa( _,_,_,gato), S),
vizinho(casa( _,_,_,cavalo),casa( _,_,_,hollywood,_,_), S),
vizinho(casa( _,_,_,charme,_,_),casa( _,_,_,agua,_,_), S),
member(casa(vermelha,ingles,_,_,_), S),
member(casa( _,sueco,_,_,cachorro), S),
member(casa( _,dinamarques,cha,_,_), S),
member(casa(verde,_,cafe,_,_), S),
member(casa( _,_,_, malboro, passaro), S),
member(casa(amarela,_,_,hollywood,_,_), S),
member(casa( _,_,cerveja,free,_,_), S),
member(casa( _,alemao,_,_,camel,_,_), S),
gera_solucao(S).
```

5. Escolha um dos testes de lógica postados pela Ana Carolina (moodle). Use o prolog para desenvolver um programa que resolva o teste.

Exercício Lógica 1. Em arquivo em anexo. Exercício Lógica 4 em arquivo em anexo.

/*

Para ganhar pontos extras após tirar nota baixa na prova de Biologia, cinco alunos, se vestiram de plantas e fizeram uma apresentação oral sobre árvores e flores. A partir das dicas fornecidas, descubra o nome completo de cada aluno, bem como o tipo de árvore e flor que cada um falou.

- (a) Érica falou sobre petúnias.
- (b) O(A) aluno(a) de sobrenome Borges falou sobre pinheiros
- (c) Jorge Costa falou sobre carvalhos.
- (d) O(A) aluno(a) que falou sobre palmeiras também falou sobre cravos.
- (e) O(A) aluno(a) de sobrenome Soares falou sobre dalias.
- (f) O(A) aluno(a) de sobrenome Junqueira falou sobre ipês.
- (g) Alex, cujo sobrenome não é Junqueira, falou sobre rosas.
- (h) Lucas não falou sobre salgueiros.

Pergunta-se: ?

?- solucao(X).

Em Prolog o predicado `select(X, L, R)` seleciona o elemento X na lista L, e retira X de L formando o resto R. Ou seja, R tem todos os elementos de L, menos o elemento selecionado X. Isso pode ser usado para, dada a lista de possibilidades para cada atributo (por exemplo, nomes dos alunos), retirar uma possibilidade da lista para gerar um nome, depois usar o resto da lista para gerar os nomes para os outros alunos. Assim, dois alunos nunca serão gerados com o mesmo nome.

Gera as nome, é um wrapper par ao `select` passando a lista de nomes disponíveis e recebendo o resto dos nomes disponíveis na última posição:

*/

`gera_nome(planta(C, _, _), [C], []) :- !.`

`gera_nome(planta(C, _, _), Nomes, Resto) :- select(C, Nomes, Resto).`

/*

Gera os sobrenomes, é um wrapper para o select passando a lista de sobrenomes disponíveis e recebendo o resto das sobrenomes disponíveis na última posição:

*/

gera_sobrenome(planta(_, N, _ _), [N], []) :- !.

gera_sobrenome(planta(_, N, _ _), Sobrenomes, Resto) :- select(N, Sobrenomes, Resto).

/*

Gera as árvores, é um wrapper para o select passando a lista de árvores disponíveis e recebendo o resto das árvores disponíveis na última posição:

*/

gera_arvore(planta(_, _ B, _), [B], []) :- !.

gera_arvore(planta(_, _ B, _), Arvores, Resto) :- select(B, Arvores, Resto).

/*

Gera as flores, é um wrapper para o select passando a lista de flores disponíveis e recebendo o resto das flores disponíveis na última posição:

*/

gera_flor(planta(_, _ _ C), [C], []) :- !.

gera_flor(planta(_, _ _ C), Flores, Resto) :- select(C, Flores, Resto).

/*

Gera uma composicao inteira e um conjunto de alunos usando um mapeamento recursivo.

A estrutura "atr" guarda as listas com todos os atributos disponíveis, para simplificar o código.

*/

gera_planta(N, atr(Ns, Ss, As, Fs), atr(Ns2, Ss2, As2, Fs2)) :-

 gera_nome(N, Ns, Ns2),

 gera_sobrenome(N, Ss, Ss2),

 gera_arvore(N, As, As2),

 gera_flor(N, Fs, Fs2).

gera_plantas([], _) :- !.

gera_plantas([C|Cs], Atribs) :-

gera_planta(C, Atribs, Atribs2), gera_plantas(Cs, Atribs2).

gera_sol([C1, C2, C3, C4, C5]) :-

Nomes = [alex,erica,jorge,lucas,patricia],

Sobrenomes = [borges,coستا,junqueira,soares,vieira],

Arvores = [carvalho,ipe,palmeira,pinheiro,salgueiro],

Flores = [azaleia,cravo,dalia,petunia,rosa],

gera_plantas([C1, C2, C3, C4, C5], atr(Nomes, Sobrenomes, Arvores, Flores)).

/*

Especifica das dicas

*/

solucao(S):-

S=[C1,C2,C3,C4,C5], !,

member(planta(erica, _, _, petunia), S),

member(planta(_, borges, pinheiro, _), S),

member(planta(jorge, costa, carvalho, _), S),

member(planta(_, _, palmeira, cravo), S),

member(planta(_, soares, _, dalia), S),

member(planta(_, junqueira, ipe, _), S),

member(planta(alex, A1, _, rosa), S), A1 \= junqueira,

member(planta(lucas, _, _, B1), S), B1 \= salgueiro,

gera_sol(S).