Guia Prático e Avançado de Equações Matemáticas

Este guia foi criado para aprofundar seu conhecimento em equações e problemas matemáticos. Abordaremos os principais tipos de equações e suas aplicações, com exemplos detalhados e novos tópicos.

1. Equações de 1º Grau

Uma equação de 1º grau é uma expressão matemática que pode ser escrita na forma $ax+b=0$, onde e b são números reais e $a=0$. O objetivo é encontrar o valor da incógnita x que torna a igualdade verdadeira.

Regras Fundamentais de Resolução:

- **Isolar a Incógnita:** A meta é deixar o termo com x sozinho em um dos lados da igualdade. Para isso, aplicamos operações inversas.
- **Operações Inversas:**
  - Soma ↔ Subtração
  - Multiplicação ↔ Divisão
- **Aplicação em Ambos os Lados:** Qualquer operação que você realize em um lado da equação deve ser aplicada no outro lado para manter a igualdade.

Exemplo 1 (Revisão):

Para resolver a equação $2x+6=10$:

1. Subtraímos 6 de ambos os lados: $2x=10-6 \Rightarrow 2x=4$.
2. Dividimos por 2: $x=24 \Rightarrow x=2$.

Exemplo 2 (Mais complexo):

Resolva a equação $5x-4=2x+8$:

1. Junte os termos com x em um lado e os termos numéricos no outro. Vamos mover 2x para o lado esquerdo e −4 para o lado direito. Lembre-se de trocar o sinal ao mover: $5x-2x=8+4$ $3x=12$
2. Divida ambos os lados por 3: $x=312$ $x=4$

2. Equações de 2º Grau e a Fórmula de Bhaskara

Uma equação de 2º grau é uma expressão na forma $ax2+bx+c=0$, com a,b,c sendo números reais e $a=0$.

Tipos de Equações de 2º Grau:

- **Completas:** Quando todos os coeficientes a, b e c são diferentes de zero. (Ex: $x2+3x-4=0$).
- **Incompletas:** Quando $b=0$ ou $c=0$ (ou ambos).
  - **Tipo** $ax2+c=0$**:** Resolva isolando o x2. Exemplo: $2x2-18=0 \Rightarrow 2x2=18 \Rightarrow x2=9 \Rightarrow x=\pm 3$.
  - **Tipo** $ax2+bx=0$**:** Resolva colocando o x em evidência. Exemplo: $3x2+6x=0 \Rightarrow 3x(x+2)=0$. As soluções são $3x=0 \Rightarrow x1=0$ ou $x+2=0 \Rightarrow x2=-2$.

Fórmula de Bhaskara:

Para resolver equações completas, a Fórmula de Bhaskara é o método mais universal.

Fórmula de Bhaskara: $x=2a-b\pm\Delta$

Discriminante (Δ): $\Delta=b2-4ac$

- Se $\Delta>0$, há duas soluções reais e distintas.
- Se $\Delta=0$, há uma única solução real (duas raízes iguais).
- Se $\Delta<0$, não há soluções reais.

Exemplo:

Para resolver a equação $x2+3x-4=0$:

1. Identifique os coeficientes: $a=1$, $b=3$, $c=-4$.

2. Calcule o discriminante: $\Delta=(3)2-4(1)(-4)=9+16=25$.
3. Aplique a fórmula de Bhaskara: $x=2(1)-3\pm25=2-3\pm5$.
4. As soluções são: $x1=2-3+5=1$ e $x2=2-3-5=-4$.

3. Regra de 3

A Regra de 3 é uma técnica para resolver problemas que envolvem grandezas proporcionais.

Regra de 3 Simples:

Usada quando há apenas duas grandezas. As grandezas podem ser:

- **Diretamente Proporcionais:** Quando uma aumenta, a outra também aumenta. (Ex: mais maçãs, maior o preço).
- **Inversamente Proporcionais:** Quando uma aumenta, a outra diminui. (Ex: mais operários, menos tempo para concluir uma obra).

Exemplo (Inversamente Proporcional):

Um grupo de 3 operários constrói um muro em 4 dias. Se tivessem 6 operários, em quantos dias o muro seria construído?

1. Organize os dados e analise a relação: | Operários | Dias | | :---: | :---: | | 3 | 4 | | 6 | x |
   Mais operários significa menos dias. A relação é inversamente proporcional.
2. Para montar a equação, inverta a coluna da grandeza inversamente proporcional: $63=4x$
3. Multiplique em cruz para resolver: $6x=3\cdot4$ $6x=12$ $x=612$ $x=2$

Portanto, com 6 operários, o muro seria construído em 2 dias.

Regra de 3 Composta:

Usada quando há três ou mais grandezas envolvidas. A análise da proporcionalidade deve ser feita individualmente para cada grandeza em relação à grandeza que contém a incógnita.

Exemplo:

Se 3 máquinas produzem 180 peças em 2 horas, quantas peças 5 máquinas produzirão em 4 horas?

1. Organize as grandezas e a incógnita (x): | Máquinas | Peças | Horas | | :---: | :---: | :---: | | 3 | 180 | 2 | | 5 | x | 4 |
2. Analise a proporcionalidade em relação à grandeza "Peças":
   - **Máquinas e Peças:** Mais máquinas produzem mais peças (diretamente proporcional).
   - **Horas e Peças:** Mais horas de trabalho produzem mais peças (diretamente proporcional).
3. Monte a equação isolando a fração com a incógnita: $x180=53 \cdot 42$
4. Resolva a multiplicação no lado direito: $x180=206$
5. Multiplique em cruz para encontrar x: $6x=180 \cdot 20$ $6x=3600$ $x=63600$ $x=600$

Portanto, 5 máquinas produzirão 600 peças em 4 horas.

4. Teorema de Pitágoras

O Teorema de Pitágoras é uma relação matemática fundamental na geometria, aplicável apenas a **triângulos retângulos**.

Fórmula: $a2+b2=c2$ onde a e b são os catetos (lados que formam o ângulo de 90°) e c é a hipotenusa (o lado oposto ao ângulo reto).

Exemplo 1 (Revisão):

Para encontrar a hipotenusa de um triângulo com catetos 3 e 4: $32+42=c2$ $9+16=c2$ $25=c2$ $c=25=5$

Exemplo 2 (Encontrando um cateto):

Em um triângulo retângulo, a hipotenusa mede 13 e um dos catetos mede 5. Qual é a medida do outro cateto?

1. Aplique a fórmula, substituindo os valores conhecidos: 52+b2=132 25+b2=169
2. Isole o termo b2: b2=169−25 b2=144
3. Calcule a raiz quadrada para encontrar b: b=144 b=12

O outro cateto mede 12.

5. Teorema de Tales

O Teorema de Tales é uma ferramenta poderosa que lida com a proporcionalidade em feixes de retas paralelas cortadas por retas transversais.

Enunciado do Teorema: Se duas retas transversais são cortadas por um feixe de retas paralelas, então a razão entre os segmentos de uma transversal é igual à razão entre os segmentos correspondentes na outra transversal.

Fórmula: BCAB=EFDE

Exemplo:

Considere três retas paralelas (r,s,t) cortadas por duas retas transversais. Se os segmentos na primeira transversal medem 4 cm e 6 cm, e um dos segmentos correspondentes na segunda transversal mede 8 cm, qual o valor do outro segmento (x)?

1. Monte a proporção com base no teorema: 64=x8
2. Multiplique em cruz para resolver a equação: 4x=6⋅8 4x=48
3. Divida ambos os lados por 4: x=448 x=12

O valor do segmento x é 12 cm.