



Отчёт по первому заданию по курсу Алгоритмика «Поиск пары ближайших точек»

Аят Оспанов

617 гр., ММП, ВМК МГУ, Москва

23 октября 2017 г.

Содержание

1	Постановка задачи	1
2	Описание метода решения	1
2.1	Этап разделения	2
2.2	Этап властвования	2
2.3	Этап объединения	2
3	Инструкцию по работе с программой	2

1 Постановка задачи

Разработать и реализовать программу для нахождения в множестве Q , состоящем из $n \geq 2$ точек, пары точек, расстояние между которыми минимально среди всех пар из Q . Расстояние измеряется в манхэттенской метрике. Две точки могут совпадать, в этом случае расстояние равно нулю. Программа должна реализовывать алгоритм «разделяй-и-властвуй» и иметь время работы $O(n \log n)$. Исходные данные задаются в текстовом файле. Первая запись – число точек, далее координаты точек. Координаты точек заданы действительными числами в диапазоне $[0, 10^{17}]$. Максимальное число точек $n = 10^6$.

2 Описание метода решения

Был реализован метод, описанный в [1]. с некоторой модификацией. Если по книге хранился массив Y точек, отсортированных по координате y , и в рекурсиях подмассивы еще и сортировались, то в модификации используется массив X , который сортируется на этапе «властвования» по y , а на этапе «комбинирования» сливается. В итоге получается представленный далее алгоритм.

2.1 Этап разделения

Массив точек разбивается на два по их x -координатам. Для этого в отсортированном заранее массиве берется средняя точка как разделяющая.

2.2 Этап властвования

Для каждого подмассива находятся ответы δ_L и δ_R . Обозначим через $\delta = \min(\delta_L, \delta_R)$. Также подмассивы сортируются по координате y для этапа “объединения”

2.3 Этап объединения

Теперь попытаемся обнаружить такие пары точек, расстояние между которыми меньше δ , причём одна точка лежит в левом подмассиве, а другая – в правом. Очевидно, что нужно рассматривать только те точки, которые отстоят от разделяющей точки меньше, чем на δ . Объединим их во множество ближайших точек. И для каждой такой точки попытаемся найти точки, которые к ней ближе чем на δ . Для этого достаточно рассмотреть точки, которые по координате y ближе чем на δ . Это можно сделать быстрее, если массив отсортирован по y . Тогда мы рассмотрим только те точки, которые в массиве ближайших точек лежат до данной рассматриваемой точки. Их, по доказательству из [1], максимум 7.

3 Инструкцию по работе с программой

Компиляция: `g++ -std=c++11 main.cpp closest_points.cpp -o 2closest_pts`

Запуск: `./2closest_pts <путь до файла с данными>`.

Например `./2closest_pts data/4node.txt`

Список литературы

- [1] Кормен Т.Х. и др. Алгоритмы: построение и анализ, 3-е изд., Москва, «И. Д. Вильямс», 2016. - раздел 33.4. стр.1086-1090 – 1328 с.