

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТУ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

## **Кафедра систем штучного інтелекту**

### **Розрахункова робота**

З дисципліни  
«Дискретна математика»

Виконав:

студент групи КН-112

Матвіїв Остап-Василь

Викладач:

Мельникова Н.І.

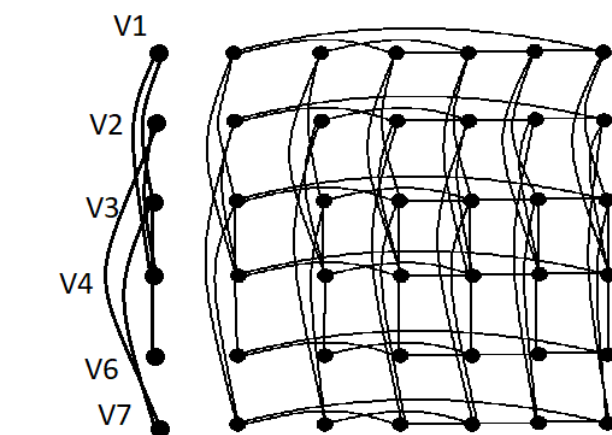
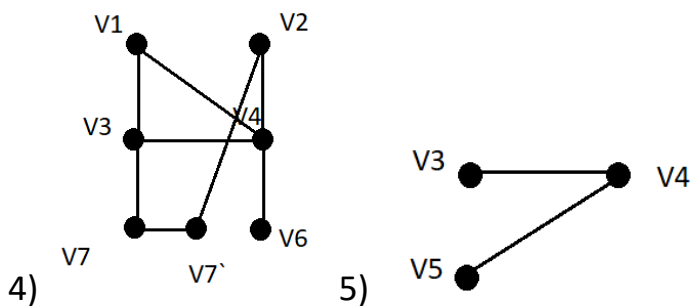
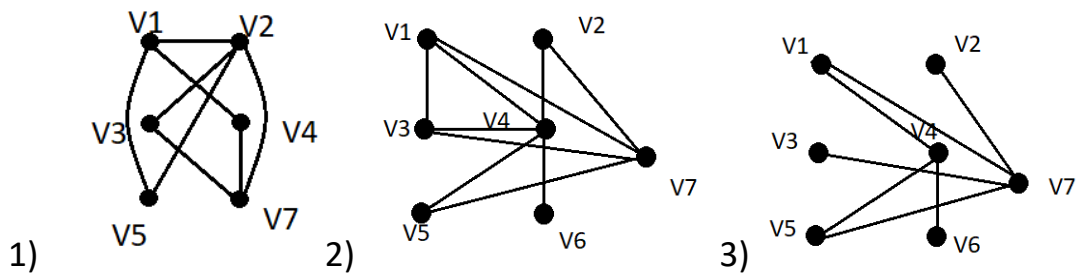
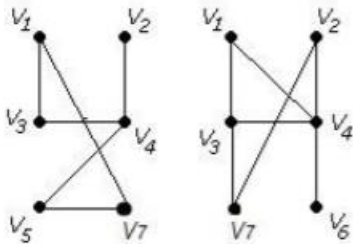
Львів – 2019 р.

## Варіант-17

### Завдання № 1

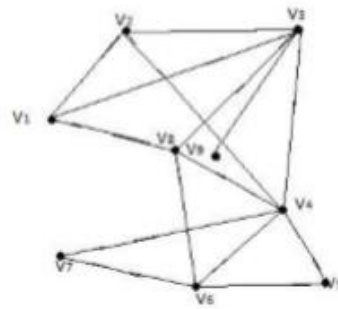
Виконати наступні операції над графами: 1) знайти доповнення до першого графу, 2) об'єднання графів, 3) кільцеву сумму  $G_1$  та  $G_2$  ( $G_1+G_2$ ), 4) розмножити вершину у другому графі, 5) виділити підграф  $A$  - що складається з 3-х вершин в  $G_1$  6) добуток графів.

17)



6)

17)



### Завдання № 2

Скласти таблицю суміжності для орграфа.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
2	1	0	1	1	0	0	0	0	0
3	1	1	0	1	0	0	0	1	1
4	0	1	1	0	1	1	1	1	0
5	0	0	0	1	0	1	0	0	0
6	0	0	0	1	1	0	1	1	0
7	0	0	0	1	0	1	0	0	0
8	1	0	1	1	0	1	0	0	0
9	0	0	1	0	0	0	0	0	0

### Завдання № 3

Для графа з другого завдання знайти діаметр.

Найдовша відстань між будь якими двома вершинами = 3

Діаметр = 3

### Завдання № 4

Для графа з другого завдання виконати обхід дерева вглиб (варіант закінчується на непарне число) або вшир (закінчується на парне число).

```

4  #include <iostream>
5  using namespace std;
6  const int n = 10;
7  int i, j;
8  bool* visited = new bool[n];
9  int graph[n][n] =
10 {
11 {0,1,1,0,0,0,0,1,0},
12 {1,0,1,1,0,0,0,0,0},
13 {1,1,0,1,0,0,0,0,0},
14 {0,1,1,0,1,1,1,1,0},
15 {0,0,0,1,0,1,0,0,0},
16 {0,0,0,1,1,0,1,1,0},
17 {0,0,0,1,0,1,0,0,0},
18 {1,0,1,1,0,1,0,0,0},
19 {0,0,1,0,0,0,0,0,0},
20 };
21 void DFS(int st)
22 {
23     int r;
24     cout << st + 1 << " ";
25     visited[st] = true;
26     for (r = 0; r < n; r++)
27         if ((graph[st][r] != 0) && (!visited[r]))
28             DFS(r);
29 }
30 void main()
31 {
32     setlocale(LC_ALL, "ukr");
33     int start;
34     cout << "Матриця суміжності: " << endl;
35     for (i = 0; i < n; i++)
36     {
37         visited[i] = false;
38         for (j = 0; j < n; j++)
39             cout << " " << graph[i][j];
40         cout << endl;
41     }
42     cout << "Стартова вершина >> "; cin >> start;
43     bool* vis = new bool[n];
44     cout << "Порядок обходу: ";
45     DFS(start - 1);
46     delete[] visited;
47 }

```

Матриця суміжності?:

```

0 1 1 0 0 0 0 1 0 0
1 0 1 1 0 0 0 0 0 0
1 1 0 1 0 0 0 0 0 0
0 1 1 0 1 1 1 1 0 0
0 0 0 1 0 1 0 0 0 0
0 0 0 1 1 0 1 1 0 0
0 0 0 1 0 1 0 0 0 0
1 0 1 1 0 1 0 0 0 0
0 0 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

```

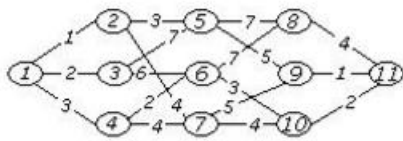
Стартова вершина >> 5

Порядок обходу: 5 4 2 1 3 8 6 7 9

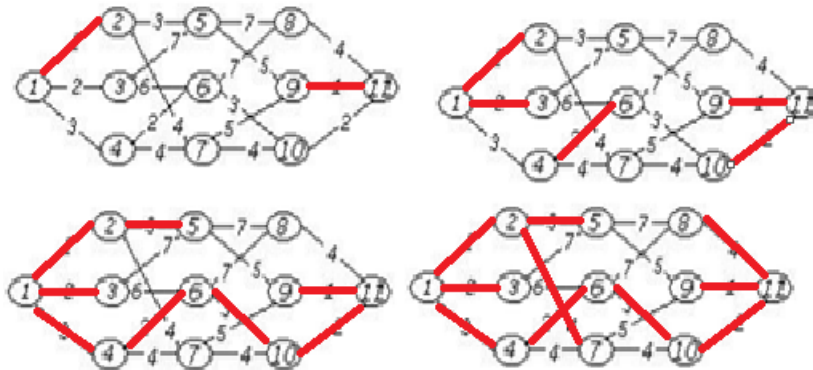
## Завдання № 5

Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.

17)



1) Метод Краскала:



```

4  #include <iostream>
5  #define INT_MAX 2147483647
6
7  using namespace std;
8
9  #define v 11
10 int parent[v];
11
12 int find(int i) {
13     while (parent[i] != i)
14         i = parent[i];
15     return i;
16 }
17
18 void union1(int i, int j) {
19     int a = find(i);
20     int b = find(j);
21     parent[a] = b;
22 }
23
24 void Kruskal(int cost[][v]) {
25     cout << "The Kruskal Method" << endl;
26     int min_cost = 0;
27     for (int i = 0; i < v; i++) {
28         parent[i] = i;
29     }
30     int edge_count = 0;
31     while (edge_count < v - 1) {
32         int min = INT_MAX, a = -1, b = -1;
33         for (int i = 0; i < v; i++) {
34             for (int j = 0; j < v; j++) {
35                 if (find(i) != find(j) && cost[i][j] < min) {
36                     min = cost[i][j];
37                     a = i;
38                     b = j;
39                 }
40             }
41         }
42         if (min == INT_MAX) {
43             cout << "There is no minimum spanning tree." << endl;
44             exit(0);
45         }
46         union1(a, b);
47         printf("Edge %d:(%d-%d) \t cost:%d \n", edge_count++ + 1, a + 1, b + 1, min);
48         min_cost += min;
49     }
50     printf("\nTotal weight: %d \n", min_cost);
51 }
52
53 int main()
54 {
55     int cost[][v] = {
56         (INT_MAX, 1, 2, 3, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX),
57         (1, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 3, INT_MAX, 4, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX),
58         (2, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 7, 6, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX),
59         (3, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 2, 4, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX),
60         (INT_MAX, 3, 7, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 7, 5, INT_MAX, INT_MAX),
61         (INT_MAX, INT_MAX, 6, 2, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 7, INT_MAX, 3, INT_MAX),
62         (INT_MAX, 4, INT_MAX, 4, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 5, 4, INT_MAX),
63         (INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 7, 7, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 4),
64         (INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 5, INT_MAX, 5, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 1),
65         (INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 3, 4, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 2),
66         (INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, INT_MAX, 4, 1, 2, INT_MAX)
67     };
68     Kruskal(cost);
69     return 0;
70 }

```

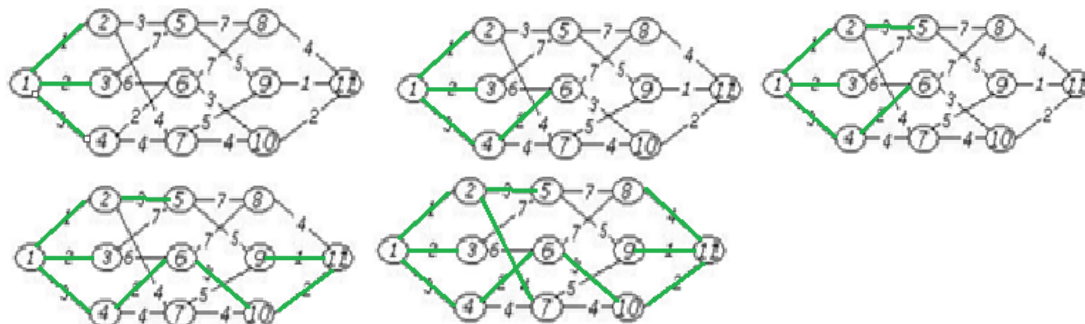
```

Edge 1:(1-2)    cost:1
Edge 2:(9-11)   cost:1
Edge 3:(1-3)    cost:2
Edge 4:(4-6)    cost:2
Edge 5:(10-11)  cost:2
Edge 6:(1-4)    cost:3
Edge 7:(2-5)    cost:3
Edge 8:(6-10)   cost:3
Edge 9:(2-7)    cost:4
Edge 10:(8-11)  cost:4

Total weight= 25

```

## 2)Метод Прима:



```

5  #include <iostream>
6  using namespace std;
7  int main()
8  {
9      int graph[11][11] = {
10         {0,1,2,3,0,0,0,0,0,0,0},
11         {1,0,0,0,3,0,4,0,0,0,0},
12         {3,0,0,0,7,0,0,0,0,0,0},
13         {3,0,0,0,2,4,0,0,0,0,0},
14         {0,3,7,0,0,0,7,5,0,0,0},
15         {0,0,6,2,0,0,0,7,0,3,0},
16         {0,4,0,4,0,0,0,0,5,4,0},
17         {0,0,0,0,7,7,0,0,0,0,4},
18         {0,0,0,0,5,0,5,0,0,0,1},
19         {0,0,0,0,0,3,4,0,0,0,2},
20         {0,0,0,0,0,0,0,4,1,2,0}};
21
22     int n = 11, sumweight = 0;
23     bool* visited = new bool[n];
24     memset(visited, false, sizeof(bool) * n);
25     visited[0] = true;
26     for (int l = 0; l < n - 1; l++) {
27         int minx = -1, miny = -1;
28         for (int i = 0; i < n; i++) {
29             if (visited[i]) {
30                 for (int j = 0; j < n; j++) {
31                     if (!visited[j] && graph[i][j] > 0 && (minx == -1 || graph[i][j] < graph[minx][miny]))
32                         static_cast<void>(miny = i), minx = j;
33                 }
34             }
35         }
36         visited[minx] = true;
37         sumweight += graph[miny][minx];
38         cout << miny + 1 << " - " << minx + 1 << " weight: " << graph[miny][minx] << endl;
39     }
40     cout << "Total weight: " << sumweight << endl;
41     return 0;

```

```

1-2 weight: 1
1-3 weight: 2
1-4 weight: 3
4-6 weight: 2
2-5 weight: 3
6-10 weight: 3
10-11 weight: 2
11-9 weight: 1
2-7 weight: 4
11-8 weight: 4
Total weight: 25

```

## Завдання № 6

Розв'язати задачу комівояжера для повного 8-ми вершинного графа методом «іди у найближчий», матриця вагів якого має вигляд:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	∞	6	6	6	1	3	1	3
2	6	∞	5	5	1	6	1	5
3	6	5	∞	7	7	7	7	5
4	6	5	7	∞	6	5	1	2
5	1	1	7	6	∞	6	6	6
6	3	6	7	5	6	∞	1	2
7	1	1	7	1	6	1	∞	2
8	3	5	5	2	6	2	2	∞

Вершина 1:

1->5->2->3->8->4->7->6->1

Вар: 19

1->6->7->4->8->3->2->5->1  
Вага: 19

Вершина 2:  
2->3->8->4->7->6->1->5->2  
Вага: 19  
2->5->1->6->7->4->8->3->2  
Вага: 19

Вершина 3:  
3->2->5->1->6->7->4->8->3  
Вага: 19  
3->8->4->7->6->1->5->2->3  
Вага: 19

Вершина 4:  
4->7->6->1->5->2->3->8->4  
Вага: 19  
4->8->3->2->5->1->6->7->4  
Вага: 19

Вершина 5:  
5->1->6->7->4->8->3->2->5  
Вага: 19  
5->2->3->8->4->7->6->1->5  
Вага: 19

Вершина 6:  
6->1->5->2->3->8->4->7->6  
Вага: 19  
6->7->4->8->3->2->5->1->6  
Вага: 19

Вершина 7:  
7->4->8->3->2->5->1->6->7  
Вага: 19  
7->6->1->5->2->3->8->4->7  
Вага: 19

Вершина 8:  
8->3->2->5->1->6->7->4->8  
Вага: 19  
8->4->7->6->1->5->2->3->8  
Вага: 19

```

4 #include <iostream>
5 #include <stdlib.h>
6 #include <stdio.h>
7 #include <vector>
8 #include <string>
9 #include <algorithm>
10 using namespace std;
11 class Komivoiser {
12 public:
13     string name;
14     int number;
15     Komivoiser() {}
16 };
17
18 int main()
19 {
20     setlocale(LC_ALL, "Ukrainian");
21     int v = 0;
22     cout << "Кількість вершин: ";
23     cin >> v;
24     int** graph = new int* [v];
25     for (int j = 0; j < v; j++) {
26         graph[j] = new int[v];
27     }
28     cout << "Введіть ребра: " << endl;
29     for (int a = 0; a < v; a++) {
30         for (int j = 0; j < v; j++) {
31             cin >> graph[a][j];
32         }
33     }
34     int* a = new int[v];
35     for (int i = 0; i < v; i++)
36         a[i] = i + 1;
37     int n = sizeof(a) / sizeof(a[0]);
38     vector<Komivoiser> Path;
39     int min_path = 0;
40     sort(a, a + v);
41     for (int i = 1; i < v; i++) {
42         min_path += graph[a[i] - 1] - 1[a[i] - 1];
43     }
44     min_path += graph[a[v - 1] - 1][a[0] - 1];
45     do {
46         Komivoiser t;
47         t.name = to_string(a[0]); t.number = 0;
48         for (int i = 1; i < v; i++) {
49             t.name += "->" + to_string(a[i]);
50             t.number += graph[a[i] - 1] - 1[a[i] - 1];
51         }
52         t.name += "->" + to_string(a[0]);
53         t.number += graph[a[v - 1] - 1][a[0] - 1];
54         Path.push_back(t);
55         if (min_path > t.number) min_path = t.number;
56     } while (next_permutation(a, a + v));
57     cout << "Оптимальні шляхи: " << endl;
58     for (int i = 0; i < Path.size(); i++) {
59         if (Path[i].number == min_path) {
60             cout << "Path: " << Path[i].name << " weight: " << Path[i].number << endl;
61         }
62     }
63     return 0;
64 }

```

Кількість вершин: 8

Введіть ребра:

0 6 6 6 1 3 1 3

6 0 5 5 1 6 1 5

6 5 0 7 7 7 7 5

6 5 7 0 6 5 1 2

1 1 7 6 0 6 6 6

3 6 7 5 6 0 1 2

1 1 7 1 6 1 0 2

3 5 5 2 6 2 2 0

Оптимальні шляхи:

Path: 1->5->2->3->8->4->7->6->1 weight: 19

Path: 1->6->7->4->8->3->2->5->1 weight: 19

Path: 2->3->8->4->7->6->1->5->2 weight: 19

Path: 2->5->1->6->7->4->8->3->2 weight: 19

Path: 3->2->5->1->6->7->4->8->3 weight: 19

Path: 3->8->4->7->6->1->5->2->3 weight: 19

Path: 4->7->6->1->5->2->3->8->4 weight: 19

Path: 4->8->3->2->5->1->6->7->4 weight: 19

Path: 5->1->6->7->4->8->3->2->5 weight: 19

Path: 5->2->3->8->4->7->6->1->5 weight: 19

Path: 6->1->5->2->3->8->4->7->6 weight: 19

Path: 6->7->4->8->3->2->5->1->6 weight: 19

Path: 7->4->8->3->2->5->1->6->7 weight: 19

Path: 7->6->1->5->2->3->8->4->7 weight: 19

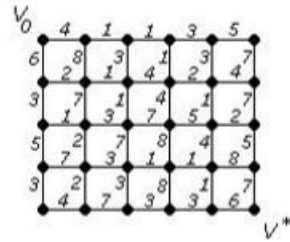
Path: 8->3->2->5->1->6->7->4->8 weight: 19

Path: 8->4->7->6->1->5->2->3->8 weight: 19

17)

## Завдання № 7

За допомогою алгоритму Дейкстри знайти найкоротший шлях у графі між парою вершин  $V_0$  і  $V^*$ .



```

3  #define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS
4  #include <stdio.h>
5  #include <stdlib.h>
6  #define SIZE 30
7  int main()
8  {
9      int a[SIZE][SIZE];
10     int d[SIZE];
11     int v[SIZE];
12     int temp, minindex, min;
13     int begin_index = 0;
14     system("chcp 1251");
15     system("cls");
16     printf("Введіть матрицю суміжності:\n");
17     for (int i = 0; i < SIZE; i++)
18     {
19         for (int j = 0; j < SIZE; j++) {
20             scanf("%d", &temp);
21             a[i][j] = temp;
22         }
23     }
24
25     for (int i = 0; i < SIZE; i++)
26     {
27         d[i] = 10000;
28         v[i] = 1;
29     }
30     d[begin_index] = 0;
31     do {
32         minindex = 10000;
33         min = 10000;
34         for (int i = 0; i < SIZE; i++)
35         {
36             if ((v[i] == 1) && (d[i] < min))
37             {
38                 min = d[i];
39                 minindex = i;
40             }
41         }
42         if (minindex != 10000)
43         {
44             for (int i = 0; i < SIZE; i++)
45             {
46                 if (a[minindex][i] > 0)
47                 {
48                     temp = min + a[minindex][i];
49                     if (temp < d[i])
50                     {
51                         d[i] = temp;
52                     }
53                 }
54             }
55             v[minindex] = 0;
56         }
57     } while (minindex < 10000);
58     printf("\nНайкоротші відстані до вершин: \n");
59     for (int i = 0; i < SIZE; i++)
60         printf("%3d", d[i]);
61
62     int ver[SIZE];
63     int end = 29;
64     ver[0] = end + 1;
65     int k = 1;
66     int weight = d[end];
67
68     while (end != begin_index)
69     {
70         for (int i = 0; i < SIZE; i++)
71             if (a[end][i] != 0)
72             {
73                 int temp = weight - a[end][i];
74                 if (temp == d[i])
75                 {
76                     weight = temp;
77                     end = i;
78                     ver[k] = i + 1;
79                     k++;
80                 }
81             }
82
83     printf("\nВивід найкоротшого шляху:");
84     for (int i = k - 1; i >= 0; i--)
85         printf("%3d ", ver[i]);
86     return 0;
87 }

```



[illegible]

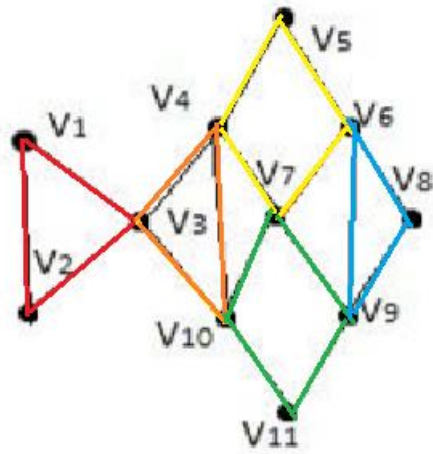
```

0 4 5 6 9 14 1 3 4 8 10 14 4 5 5 12 11 13 9 7 10 11 12 18 12 9 13 16 13 19
Вивід найкоротшого шляху: 1 7 13 14 20 21 22 23 29 30

```

Знайти ейлеровий цикл в ейлеровому графі двома методами: а) Флері; б) елементарних циклів.

6)  $1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 5 \Rightarrow 6 \Rightarrow 7 \Rightarrow 4 \Rightarrow 10 \Rightarrow 7 \Rightarrow 9 \Rightarrow 8 \Rightarrow 6 \Rightarrow 9 \Rightarrow 11 \Rightarrow 10 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1$



```

4  #include <iostream>
5  #include <vector>
6  #define NODE 132
7  using namespace std;
8  int graph[NODE][NODE]{
9      {0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0},
10     {1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0},
11     {1,1,0,1,0,0,0,0,0,1,0},
12     {0,0,1,0,1,0,1,0,0,1,0},
13     {0,0,0,1,0,1,0,0,0,0,0},
14     {0,0,0,0,1,0,1,1,1,0,0},
15     {0,0,0,1,0,1,0,0,1,1,0},
16     {0,0,0,0,0,1,0,0,1,0,0},
17     {0,0,0,0,0,1,1,1,0,0,1},
18     {0,0,1,1,0,0,1,0,0,0,1},
19     {0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0}
20 };
21 int tempGraph[NODE][NODE];
22 int findStartVert() {
23     for (int i = 1; i < NODE; i++) {
24         int deg = 0;
25         for (int j = 0; j < NODE; j++) {
26             if (tempGraph[i][j])
27                 deg++;
28         }
29         if (deg % 2 != 0)
30             return i;
31     }
32     return 0;
33 }
34 bool isBridge(int u, int v) {
35     int deg = 0;
36     for (int i = 0; i < NODE; i++)
37         if (tempGraph[v][i])
38             deg++;
39     if (deg > 1) {
40         return false;
41     }
42     return true;
43 }
44 int edgeCount() {
45     int count = 0;
46     for (int i = 0; i < NODE; i++)
47         for (int j = i; j < NODE; j++)
48             if (tempGraph[i][j])
49                 count++;
50     return count;
51 }
52 void fleuryAlgorithm(int start) {
53     static int edge = edgeCount();
54     for (int v = 0; v < NODE; v++) {
55         if (tempGraph[start][v]) {
56             if (edge <= 1 || !isBridge(start, v)) {
57                 cout << start + 1 << '-' << v + 1 << endl;
58                 tempGraph[start][v] = tempGraph[v][start] = 0;
59                 edge--;
60                 fleuryAlgorithm(v);
61             }
62         }
63     }
64 }
65
66 int main()
67 {
68     for (int i = 0; i < NODE; i++)
69         for (int j = 0; j < NODE; j++)
70             tempGraph[i][j] = graph[i][j];
71     cout << "Euler Path Or Circuit: " << endl;
72     fleuryAlgorithm(findStartVert());
73 }

```

Euler Path Or Circuit:

1-2  
2-3  
3-4  
4-5  
5-6  
6-7  
7-4  
4-10  
10-3  
10-7  
7-9  
9-6  
6-8  
8-9  
9-11  
11-10  
10-3  
3-1

### Завдання №9

Спростити формули (привести їх до скороченої ДНФ).

17.  $x\bar{y} \vee \bar{x}\bar{z} \vee yz$

X	Y	Z	$\bar{Y}$	$X\bar{Y}$	$\bar{X}$	$\bar{Z}$	$\bar{X}\bar{Z}$	$X\bar{Y}\vee\bar{X}\bar{Z}$	YZ	$X\bar{Y}\vee\bar{X}\bar{Z}\vee YZ$
0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1

Карта Карно:

X\YZ	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	1	1	1	0

СДНФ:

$$XZ \vee \bar{X}Y \vee \bar{Y}\bar{Z}$$