

MOwNiT – laboratorium
Rozwiązanie układów równań liniowych metodami bezpośrednimi

Dany jest układ równań liniowych $Ax=b$.

- 1) Elementy macierzy A o wymiarze $n \times n$ są określone wzorem:

$$\begin{cases} a_{1j} = 1 \\ a_{ij} = \frac{1}{i+j-1} \quad \text{dla } i \neq 1 \end{cases} \quad i, j = 1, \dots, n$$

Przyjmij wektor x jako dowolną n -elementową permutację ze zbioru $\{1, -1\}$ i oblicz wektor b .

Następnie metodą eliminacji Gaussa rozwiąż układ równań liniowych $Ax=b$ (przyjmując jako niewiadomą wektor x). Przyjmij różną precyzję dla znanych wartości macierzy A i wektora b . Sprawdź, jak błędy zaokrągleń zaburzają rozwiązanie dla różnych rozmiarów układu (porównaj – zgodnie z wybraną normą – wektory x obliczony z x zadany). Przeprowadź eksperymenty dla różnych rozmiarów układu.

- 2) Powtórz eksperyment dla macierzy zadanej wzorem:

$$\begin{cases} a_{ij} = \frac{2i}{j} \quad \text{dla } j \geq i \\ a_{ij} = a_{ji} \quad \text{dla } j < i \end{cases} \quad i, j = 1, \dots, n$$

Porównaj wyniki z tym, co otrzymano w przypadku układu z punktu 1). Spróbuj uzasadnić, skąd biorą się różnice w wynikach. Sprawdź uwarunkowanie obu układów.

- 3) Powtórz eksperyment dla jednej z macierzy zadanej wzorem poniżej (macierz i parametry podane w zadaniu indywidualnym). Następnie rozwiąż układ metodą przeznaczoną do rozwiązywania układów z macierzą trójdagonalną. Porównaj wyniki otrzymane dwoma metodami (czas, dokładność obliczeń i zajętość pamięci) dla różnych rozmiarów układu. Przy porównywaniu czasów należy pominąć czas tworzenia układu. Opisz, jak w metodzie dla układów z macierzą trójdagonalną przechowywano i wykorzystywano macierz A .

a) $(m, k$ - parametry zadania):

$$\begin{cases} a_{i,i} = k \\ a_{i,i+1} = \frac{1}{i+m} \\ a_{i,i-1} = \frac{k}{i+m+1} \quad \text{dla } i > 1 \\ a_{i,j} = 0 \quad \text{dla } j < i-1 \quad \text{oraz } j > i+1 \end{cases} \quad i, j = 1, \dots, n$$

b) $(m, k$ - parametry zadania):

$$\begin{cases} a_{i,i} = -m \cdot i - k \\ a_{i,i+1} = i \\ a_{i,i-1} = \frac{m}{i} \quad \text{dla } i > 1 \\ a_{i,j} = 0 \quad \text{dla } j < i-1 \quad \text{oraz } j > i+1 \end{cases} \quad i, j = 1, \dots, n$$