Manual en Español de la librería en R Sparse Kernel methods (SKM)

Authors:

Osval Antonio Montesinos López^{1*},

Brandon Alejandro Mosqueda González²,

Abel Palafox González³,

Abelardo Montesinos López³,

José Crossa 4,5,

¹Facultad de Telemática, Universidad de Colima, Colima, Mexico,

²Centro de Investigación en Computación (CIC), Instituto Politécnico Nacional (IPN), México City, México,

³Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías (CUCEI), Universidad de Guadalajara, Guadalajara, México,

⁴International Maize and Wheat Improvement Center (CIMMYT), Texcoco, México,

⁵Colegio de Postgraduados, Montecillo, México.

Corresponding author: oamontes2@hotmail.com and oamontes1@ucol.mx

Como citar:

Montesinos López OA, Mosqueda González BA, Palafox González A, Montesinos López A and Crossa J (2022) A General-Purpose Machine Learning R Library for Sparse Kernels Methods With an Application for Genome-Based Prediction. Front. Genet. 13:887643. doi: 10.3389/fgene.2022.887643

Table of Contents

1	Con	ijuntos de datos	4
	1.1	ChickpeaToy	4
		EYTToy	
		GroundnutToy	
		MaizeToy	
2	Ant	es de empezar	12
		Instalación SKM	

	2.2	Otras dependencias para los ejemplos	12
3	Reg	resión generalizada	12
	3.1 partic	Ejemplo de resultados continuos solo G en el predictor con Grid search y siones aleatorias	12
	3.2 env +	Ejemplo con respuesta binaria con Grid search y validación cruzada 7-fold con g en el predictor	19
	3.3 partic	Ejemplo con variable respuesta categórica con optimización bayesiana con ción aleatoria $Env+G+GE$ dentro del predictor	27
	3.4 aleato	Ejemplo con datos de conteo con optimización bayesiana con línea de partición oria $Env+G+GE$ en el predictor	35
	3.5 valida	Ejemplo multivariados con respuestas continuas con optimización bayesiana con ción cruzada 7-fold con $Env+G$ el predictor	
	3.6	Ejemplo con kernels con Grid search y particiones aleatorias	51
	3.7	Ejemplo de con Sparse Kernels con Grid search y particiones aleatorias	60
4	Mét	odos de regresión bayesiana	69
	4.1 Grid s	Ejemplo de resultados continuos con Bayesian Lasso con solo G en el predictor cearch y particiones aleatorias	
	4.2 Grid s	Ejemplo de con una respuesta binaria con Bayes A $Env+G$ en el predictor con search y validación cruzada 7-fold	73
	4.3 bayes	Ejemplo con variable respuesta categóricao con Bayes C con optimización iana con particiones aleatorias $Env+G+GE$ dentro del predictor	77
	4.4 de pa	Ejemplo de resultado continuo con GBLUP con optimización bayesiana con línea rtición aleatoria $Env+G+GE$ dentro del predictor	
	4.5 Con o	Ejemplo de multivariado con respuestas continuas con regresión Bayesian Ridge ptimización bayesiana con validación cruzada 7-fold con $Env+G$ el predictor	
	4.6	Ejemplo con kernels con Grid search y particiones aleatorias	90
	4.7	Ejemplo de con kernels con Grid search y particiones leatorias	99
5	Ran	dom forest1	09
	5.1 predi	Ejemplo con respuesta continua con Grid search y particiones aletorias solo $\it G$ enctor1	
	5.2 <i>Env</i> +	Ejemplo con respuesta binaria con Grid search y validación cruzada 7-fold con G el predictor1	21
	5.3 partic	Ejemplo con variable respuesta categórica con optimización bayesiana con ciones aleatorias $Env+G+GE$ dentro del predictor1	27
	5.4 línea	Ejemplo multivariado con respuestas continuas con optimización bayesiana con de partición aleatoria $Env+G+GE$ dentro del predictor1	34
	5.5	Ejemplo multivariado mixto (con respuestas binaria, categórica y continua) Con vización bayesiana con validación cruzada 7-fold con *Eny+G\$ en el predictor1	40

	5.6	Ejemplo con kernels con Grid search y particiones aleatorias	157
	5.7	Ejemplo con sparse Kernels con Grid search y particiones aleatorias	165
6	Gen	eralized boosted machines methods	174
	6.1 en el	Ejemplo con respuesta continua con Grid search y partciones aleatorias con solo 174	o G
	6.2 Env+0	Ejemplo con respuesta binaria con Grid search y validación cruzada 7-fold con G en el predictor	180
	6.3 partic	Ejemplo con variable respuesta categórica con optimización bayesiana con línesión aleatoria $Env+G+GE$ dentro del predictor	
	6.4	Ejemplo con kernels con Grid search y particiones aleatorias	193
	6.5	Ejemplo de con Sparse Kernels con Grid earch y particiones aleatorias	202
7	Sup	port vector machine methods	211
	7.1 el pre	Ejemplo con respuesta continua con Grid search y particiones aleatorias solo $\it G$ dictor	
	7.2 Env +	Ejemplo con respuesta binaria con Grid search y validación cruzada 7-fold con - G el predictor	218
	7.3 partic	Ejemplo de con respuesta categórica con optimización bayesiana con línea de ión aleatoria $Env+G+GE$ dentro del predictor	224
8	Dee	p learning	230
	8.1 el pre	Ejemplo con respuesta continua con Grid search y particiones aleatorias solo G dictor	
	8.2 <i>Env</i> +	Ejemplo con respuesta binaria con Grid search y validación cruzada 7-fold con G el predictor	236
	8.3 partic	Ejemplo con variable respuesta categórica con optimización bayesiana con línezión aleatoria $Env+G+GE$ dentro del predictor	
9	Part	tial Least Squares Regression	249
	9.1 partic	Ejemplo con respuesta continua solo G en el predictor con Grid search y iones aleatorias	249
	9.2 aleato	Ejemplo de datos de recueno con optimización bayesiana con línea de partición ria $Env+G+GE$ en el predictor	
	9.3 valida	Ejemplo de multivariado con respuestas continuas con optimización bayesiana ción cruzada 7-fold con $Env+G$ el predictor	
	9.4	Ejemplo con kernels con Grid search y particiones aleatorias	263
	9.5	Eemplo con Sparse Kernels con Grid search v particiones aleatorias	271

1 Conjuntos de datos

Para ilustrar las funcionalidades de la biblioteca SKM con ejemplos, se mostrarán primero los conjuntos de datos *Chickpea*, *EYTToy*, *GroundnutToy* y *MaizeToy*, que serán ilustrativos a lo largo de este manual. El siguiente código se puede usar para descargar todos esos conjuntos de datos en su directorio de trabajo actual:

```
base_url <- "https://gitlab.com/brandon-mosqueda/skm_toy_datasets/"

download.file(
  paste0(base_url, "ChickpeaToy.RData"),
  "ChickpeaToy.RData"
)

download.file(
  paste0(base_url, "EYTToy.RData"),
  "EYTToy.RData"
)

download.file(
  paste0(base_url, "GroundnutToy.RData"),
  "GroundnutToy.RData"
)

download.file(
  paste0(base_url, "MaizeToy.RData"),
  "MaizeToy.RData"
)</pre>
```

1.1 ChickpeaToy

El conjunto de datos de *ChickpeaToy* contiene dos data frames: PhenoToyy GenoToy.

```
# Import ChickpeaToy dataset
load("ChickpeaToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#> GenoToy
```

PhenoToy es un marco de datos de dimensión 180×8 que contiene las columnas Line, $Hyibrid_Name$ y Env, además de cinco columnas de variables continuas: Daysto50Flower, DaystoMaturity, AvePlantHeight, Biomass y PlantStand.

Este conjunto de datos contiene 6 ambientes diferentes, con 30 líneas diferentes en cada uno.

```
# Dimension of PhenoToy
dim(PhenoToy)
#> [1] 180 8

# Columns of PhenoToy
colnames(PhenoToy)
#> [1] "Line" "Hybrid_Name" "Env" "Daysto50Flower"
```

```
#> [5] "DaystoMaturity" "AvePlantHeight" "Biomass"
                                                        "PlantStand"
# PhenoTov data summary
str(PhenoToy)
#> 'data.frame': 180 obs. of 8 variables:
#> $ Line
                  : Factor w/ 30 levels "ICCV00402", "ICCV01301", . . : 1 1 1 1
1 1 2 2 2 2 ...
#> $ Hybrid_Name : Factor w/ 30 levels "ICCV00402", "ICCV01301", ...: 1 1 1 1
112222...
                   : Factor w/ 6 levels "1", "2", "4", "5", ...: 1 2 3 4 5 6 1 2
#> $ Env
3 4 ...
#> $ Davsto50Flower: num 40.7 83 48.3 45 51 ...
#> $ DaystoMaturity: num 107 154 91.7 90.3 107.3 ...
#> $ AvePlantHeight: num 39.6 54.5 51 43.7 56.3 ...
#> $ Biomass
                   : num 235 392 249 359 310 ...
#> $ PlantStand
                   : num 11.7 35 11 11 12 ...
# First five elements of PhenoToy data
head(PhenoToy)
#>
         Line Hybrid Name Env Daysto50Flower DaystoMaturity AvePlantHeight
#> 1 ICCV00402 ICCV00402
                            1
                                    40.66667
                                                 107.00000
                                                                 39.56667
#> 2 ICCV00402 ICCV00402
                            2
                                                                 54.50000
                                    83.00000
                                                 154.00000
#> 3 ICCV00402 ICCV00402
                           4
                                    48.33333
                                                  91.66667
                                                                 51.00000
#> 4 ICCV00402 ICCV00402 5
                                    45.00000
                                                  90.33333
                                                                 43.66667
#> 5 ICCV00402
                            6
                                                 107.33333
                                                                 56.33333
                ICCV00402
                                    51.00000
#> 6 ICCV00402 ICCV00402 7
                                                  93.33333
                                    53.33333
                                                                 38.00000
     Biomass PlantStand
#>
#> 1 235.0000 11.66667
#> 2 392.5000 35.00000
#> 3 249.3333
              11.00000
#> 4 358.6667 11.00000
#> 5 309.6667
               12.00000
#> 6 198.0000
               10.66667
# The number of individuals in each environment
table(PhenoToy$Env)
#>
#>
   1 2 4 5 6 7
#> 30 30 30 30 30 30
# The number of unique lines
length(unique(PhenoToy$Line))
#> [1] 30
```

GenoToy es un data frame de dimensión 30×31 cuya primera columna es *Línea*, la cual contiene 30 líneas únicas (las mismas registradas en PhenoToy). El resto de las columnas son la información genotípica de cada línea.

```
# Dimension of GenoToy
dim(GenoToy)
```

Tenga en cuenta que, excluyendo la columna *Línea*, GenoToy es una matriz cuadrada.

1.2 EYTToy

El conjunto de datos *EYTToy* contiene dos data frames: PhenoToyy GenoToy.

```
# Import EYTToy dataset
load("EYTToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#> GenoToy
```

PhenoToyes un 120×7 data frame de dimensión que contiene las columnas Line, $Hyibrid_Name$ y Env, además de cuatro columnas de variables continuas: DTHD, DTMT, GY y Height.

Este conjunto de datos contiene 4 ambientes diferentes, con 30 líneas diferentes en cada uno.

```
# Dimension of PhenoToy
dim(PhenoToy)
#> [1] 120
# Columns of PhenoToy
colnames(PhenoToy)
#> [1] "Line"
                     "Hybrid Name" "Env"
                                                "DTHD"
#> [5] "DTMT"
                    "GY"
                                  "Height"
# PhenoToy data summary
str(PhenoTov)
#> 'data.frame':
                  120 obs. of 7 variables:
#> $ Line : Factor w/ 30 levels "GID7462121", "GID7625106",..: 1 1 1 1
2 2 2 2 3 3 ...
#> $ Hybrid Name: Factor w/ 30 levels "GID7462121", "GID7625106",..: 1 1 1 1
```

```
2 2 2 2 3 3 ...
#> $ Env
                 : Factor w/ 4 levels "Bed5IR","EHT",..: 1 2 3 4 1 2 3 4 1 2
    $ DTHD
                        67 68 75 71 76 67 75 72 76 65 ...
#>
                 : num
#> $ DTMT
                        109 123 109 106 114 127 114 107 113 125 ...
                 : num
#> $ GY
                        5.51 6.09 6.75 2.75 6.4 ...
                 : num
   $ Height
                        107 100 103 98 91 90 98 88 98 83 ...
#>
                 : num
# First four elements of PhenoToy data
head(PhenoToy)
#>
           Line Hybrid_Name
                                  Env DTHD DTMT
                                                      GY Height
                                                            107
#> 1 GID7462121 GID7462121
                              Bed5IR
                                        67
                                            109 5.510785
                                                            100
#> 2 GID7462121 GID7462121
                                  EHT
                                        68
                                            123 6.087132
#> 3 GID7462121 GID7462121
                             FLat5IR
                                        75
                                            109 6.754944
                                                            103
                                                             98
#> 4 GID7462121 GID7462121 FlatDrip
                                           106 2.752278
                                        71
#> 5 GID7625106 GID7625106
                              Bed5IR
                                        76
                                           114 6.399115
                                                             91
#> 6 GID7625106 GID7625106
                                  EHT
                                            127 5.951386
                                                             90
                                        67
# The number of individuals in each environment
table(PhenoToy$Env)
#>
#>
     Bed5IR
                 EHT
                      Flat5IR FlatDrip
#>
         30
                  30
                           30
                                     30
# The number of unique lines
length(unique(PhenoToy$Line))
#> [1] 30
```

GenoToy es un data frame de dimensión 30×31 cuya primera columna es *Línea*, la cual contiene 30 líneas únicas (las mismas registradas en PhenoToy). El resto de las columnas son la información genotípica de cada línea.

```
# Dimension of PhenoToy
dim(GenoToy)
#> [1] 30 31
# First rows and columns of GenoToy
head(GenoToy[, 1:5])
#>
                    Line
                         GID7462121
                                     GID7625106
                                                 GID7625276
#> GID7462121 GID7462121
                         0.91638818 -0.05329051 -0.17163954
#> GID7625106 GID7625106 -0.05329051
                                     0.89803513
                                                 0.15992177
#> GID7625276 GID7625276 -0.17163954
                                     0.15992177
                                                 0.99173614
#> GID7625985 GID7625985 0.06121540 -0.08227673
                                                 0.01615863
#> GID7626366 GID7626366 -0.03811005 0.03498484 -0.03254301
#> GID7626381 GID7626381 -0.09832617 0.02642334 0.05209018
#>
                GID7625985
#> GID7462121 0.061215403
#> GID7625106 -0.082276733
#> GID7625276 0.016158626
#> GID7625985 0.934317080
```

```
#> GID7626366  0.009011423
#> GID7626381 -0.074658292

# The number of unique lines
length(unique(GenoToy$Line))
#> [1] 30
```

Tenga en cuenta que, excluyendo la columna *Línea*, GenoToy es una matriz cuadrada.

1.3 **GroundnutToy**

El conjunto de datos llamado *GroundnutToy* contiene dos marcos de datos: PhenoToyy GenoToy.

```
# Import GroundnutToy dataset
load("GroundnutToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#> GenoToy
```

PhenoToy es un 120×7 data frame que contiene las columnas Line, $Hyibrid_Name$ y Env, además de tres columnas de variables continuas (NPP, PYPP y SYPP) y una de conteo (YPH) que son variables de respuesta.

Este conjunto de datos contiene 4 ambientes diferentes, con 30 líneas diferentes en cada uno.

```
# Dimension of PhenoToy
dim(PhenoToy)
#> [1] 120 7
# Columns of PhenoToy
colnames(PhenoToy)
#> [1] "Line"
                    "Hybrid Name" "Env"
                                               "NPP"
                   "SYPP"
#> [5] "PYPP"
                                 "YPH"
# PhenoToy data summary
str(PhenoToy)
#> 'data.frame':
                 120 obs. of 7 variables:
#> $ Line : Factor w/ 30 levels "49×37-134","49×37-99(b)tall",..: 1 1
1 1 2 2 2 2 3 3 ...
#> $ Hybrid Name: Factor w/ 30 Levels "49×37-134", "49×37-99(b)tall",...: 1 1
1 1 2 2 2 2 3 3 ...
#> $ Env
                : Factor w/ 4 Levels "ALIYARNAGAR_R15",..: 1 2 3 4 1 2 3 4 1
2 ...
#> $ NPP
               : num 19.05 8.25 12.96 13.6 10.2 ...
#> $ PYPP
               : num 13.45 6.04 7.18 7.6 12.29 ...
              : num 7.23 3.97 3.74 4.03 6.7 2.07 3.97 8.68 4.69 1.5 ...
#> $ SYPP
#> $ YPH : num 747 1614 1454 998 755 ...
```

```
# First five elements of PhenoToy data
head(PhenoToy)
                                                       NPP PYPP
#>
                Line
                         Hybrid Name
                                                 Εην
#> 1
          49×37-134
                           49×37-134 ALIYARNAGAR R15 19.05 13.45
#> 2
          49×37-134
                           49×37-134 ICRISAT_PR15-16 8.25 6.04
#> 3
          49×37-134
                           49×37-134
                                         ICRISAT_R15 12.96
                                                             7.18
#> 4
          49×37-134
                           49×37-134
                                         JALGOAN R15 13.60
                                                           7.60
#> 5 49×37-99(b)tall 49×37-99(b)tall ALIYARNAGAR_R15 10.20 12.29
#> 6 49×37-99(b)tall 49×37-99(b)tall ICRISAT_PR15-16 3.88 3.71
#>
    SYPP
              YPH
#> 1 7.23 746.90
#> 2 3.97 1614.19
#> 3 3.74 1454.29
#> 4 4.03 998.40
#> 5 6.70 754.60
#> 6 2.07 735.82
# The number of individuals in each environment
table(PhenoToy$Env)
#>
#> ALIYARNAGAR_R15 ICRISAT_PR15-16
                                       ICRISAT R15
#>
                30
                                30
                                                30
#>
       JALGOAN_R15
                30
#>
# The number of unique lines
length(unique(PhenoToy$Line))
#> [1] 30
```

GenoToy es un data frame de dimensión 30×31 cuya primera columna es Línea, la cual contiene 30 líneas únicas (las mismas registradas en PhenoToy). El resto de las columnas son la información genotípica de cada línea.

```
# Dimension of PhenoToy
dim(GenoToy)
#> [1] 30 31
# First rows and columns of GenoToy
head(GenoToy[, 1:4])
                              Line 49×37-134 49×37-99(b)tall
#>
#> 49×37-134
                         49×37-134 2.923524
                                                   2.603461
#> 49×37-99(b)tall 49×37-99(b)tall 2.603461
                                                    2.866530
#> CSMG84-1
                          CSMG84-1 2.223379
                                                   2.320184
#> DTG15
                             DTG15 2.703049
                                                    2.614714
#> DTG3
                              DTG3 2.659366
                                                   2.535092
#> Gangapuri
                         Gangapuri 2.612778
                                                    2.601767
#>
                  CSMG84-1
#> 49×37-134
                  2.223379
#> 49×37-99(b)tall 2.320184
#> CSMG84-1 2.288601
```

Tenga en cuenta que, excluyendo la columna *Línea*, GenoToy es una matriz cuadrada.

1.4 MaizeToy

El conjunto de datos de *MaizeToy* contiene dos data frames: PhenoToy y GenoToy.

```
# Import MaizeToy dataset
load("MaizeToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#> GenoToy
```

PhenoToy es un data frame de dimensión 90×6 que contiene las columnas *Line*, *Hyibrid_Name* y *Env*, además de dos columnas de variables continuas *Yield* y *ASI* y una de conteo *PH*.

Este conjunto de datos contiene 3 ambientes diferentes, con 30 líneas diferentes en cada uno.

```
# Dimension of PhenoToy
dim(PhenoToy)
#> [1] 90 6
# Columns of PhenoToy
colnames(PhenoToy)
#> [1] "Line"
                     "Hybrid_Name" "Env"
                                                "Yield"
                    "PH"
#> [5] "ASI"
# PhenoToy data summary
str(PhenoToy)
#> 'data.frame': 90 obs. of 6 variables:
#> $ Line : Factor w/ 30 levels "CKDHL0027","CKDHL0032",..: 1 1 1 2 2
2 3 3 3 4 ...
#> $ Hybrid_Name: Factor w/ 30 levels "CKDHL0027", "CKDHL0032", ...: 1 1 1 2 2
2 3 3 3 4 ...
                : Factor w/ 3 levels "EBU", "KAK", "KTI": 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1
#> $ Env
. . .
                : num 6.11 6.21 5.32 6.62 5.6 6.24 5.24 4.93 6.7 4.72 ...
#> $ Yield
                 : num 1.4 1 2 2 1.4 1.3 3 1.4 3.7 2.3 ...
#> $ ASI
#> $ PH
                : int 239 223 223 239 213 221 237 152 195 252 ...
# First four elements of PhenoToy data
```

```
head(PhenoToy)
#>
          Line Hybrid Name Env Yield ASI
#> 1 CKDHL0027
                CKDHL0027 EBU
                              6.11 1.4 239
#> 2 CKDHL0027
                CKDHL0027 KAK
                               6.21 1.0 223
#> 3 CKDHL0027
                CKDHL0027 KTI
                               5.32 2.0 223
                               6.62 2.0 239
#> 4 CKDHL0032
                CKDHL0032 EBU
#> 5 CKDHL0032
                CKDHL0032 KAK 5.60 1.4 213
#> 6 CKDHL0032
                CKDHL0032 KTI 6.24 1.3 221
# The number of individuals in each environment
table(PhenoToy$Env)
#>
#> EBU KAK KTI
  30 30 30
# The number of unique lines
length(unique(PhenoToy$Line))
#> [1] 30
```

GenGenoToy es un data frame de dimensión cuya primera columna es Línea, la cual contiene 30 líneas únicas (las mismas registradas en PhenoToy).

```
# Dimension of GenoToy
dim(GenoToy)
#> [1] 30 31
# First rows and columns of GenoToy
head(GenoToy[, 1:5])
                  Line CKDHL0027 CKDHL0032 CKDHL0046
#> CKDHL0027 CKDHL0027 0.21293549 0.13298713 0.02787305
#> CKDHL0032 CKDHL0032 0.13298713 0.19495722 0.02753584
#> CKDHL0046 CKDHL0046 0.02787305 0.02753584 0.12543356
#> CKDHL0049 CKDHL0049 0.13768884 0.14035764 0.02908702
#> CKDHL0050 CKDHL0050 0.09827347 0.09791699 0.02945314
#> CKDHL0052 CKDHL0052 0.14445237 0.12033683 0.02830661
#>
              CKDHL0049
#> CKDHL0027 0.13768884
#> CKDHL0032 0.14035764
#> CKDHL0046 0.02908702
#> CKDHL0049 0.21588369
#> CKDHL0050 0.13337251
#> CKDHL0052 0.11973948
# The number of unique lines
length(unique(GenoToy$Line))
#> [1] 30
```

GenoToy es un data frame de dimensión 30×31 cuya primera columna es Linea, la cual contiene 30 líneas únicas (las mismas registradas en PhenoToy). El resto de las columnas son la información genotípica de cada línea.

```
# Dimension of PhenoToy
dim(GenoToy)

# First rows and columns of GenoToy
head(GenoToy[, 1:5])

# The number of unique lines
length(unique(GenoToy$Line))
```

Tenga en cuenta que, excluyendo la columna *Línea*, GenoToy es una matriz cuadrada.

2 Antes de empezar

2.1 Instalación SKM

Actualmente, SKM solo se puede instalar desde GitHub, puede usar el siguiente código para instalar la biblioteca desde allí:

```
if (!require(devtools)) {
  install.packages("devtools")
}
devtools::install_github("brandon-mosqueda/SKM")
```

Una vez instalado, debe importar la biblioteca con el siguiente código. Algunos ejemplos usan la biblioteca dplyr, por lo que se recomienda importarla también.

```
library(SKM)
library(dplyr)
```

2.2 Otras dependencias para los ejemplos

BurStMisc R se usa en algunos de los ejemplos para convertir algunas variables en variables binarias o categóricas, por lo que si no tiene instalada esta biblioteca en su máquina, puede usar el siguiente código para instalarla:

```
if (!require(BurStMisc)) {
  install.packages("BurStMisc")
}
```

3 Regresión generalizada

3.1 Ejemplo de resultados continuos solo G en el predictor con Grid search y particiones aleatorias

Este ejemplo evalúa un modelo lineal generalizado con cinco particiones aleatorias, con un 20 % de datos para el conjunto de prueba y un 80 % para el conjunto de entrenamiento

dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la función cv_random), para una respuesta continua, usando solo la matriz G (Matriz de diseño de línea que contiene información genómica) como predictor y utilizando "Grid_Search" como tipo de tuneo para el hiperparámetro α cuyas opciones son 0, 0.25, 0.50, 0.75 y 1.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es GroundnutToy y el objetivo es predecir la variable continua YPH del data frame PhenoToy utilizando la matriz G descrita anteriormente como predictor, por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como X y y, respectivamente.

```
# Load the data
load("GroundnutToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
     GenoToy
#>
# Data preparation of G
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LineG <- Line %*% Geno
# Predictor and Response Variables
X <- LineG
y <- PhenoToy$YPH
# Note that y is a continuous numeric vector
class(y)
#> [1] "numeric"
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesta y es una variable continua (un vector con elementos de tipo "doble"), lo cual es importante para que el modelo se entrene automáticamente para una variable continua.

Posteriormente, realizamos cinco particiones aleatorias, con 80 los datos para el conjunto de entrenamiento y 20 para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random(con los parámetros por defecto). Además, creamos los data frames vacíos Predictionse Hyperparamsque servirán para guardar los valores observados y predichos en cada entorno y posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
```

```
# Random Partition
folds <- cv_random(records_number = nrow(X))

# A data frame that will contain the variables:
# (Number) Fold, Line, Env, (testing values)
# Observed and Predicted (values)
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso para cada partición:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta.
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo los valores 0, 0.25, 0.50, 0.75 y 1 para el hiperparámetro α y 100 como el número de lambdas generadas para tunear los hiperparámetros (parámetro por defecto de *lambdas_number*) con "Grid Search" como tipo de tuneo (parámetro por defecto de *tune_type*).
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *YPH* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. *HyperparamsFold*, que contiene los valores *alpha* del modelo obtenido en (2), *loss* que es el costo del modelo para cada hiperparámetro α y el número de *Fold*.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
   cat("*** Fold:", i, "***\n")
   fold <- folds[[i]]

# Identify the training and testing sets
X_training <- X[fold$training,]
X_testing <- X[fold$testing,]
y_training <- y[fold$testing]

y_testing <- y[fold$testing]

# Model training
model <- generalized_linear_model(</pre>
```

```
x = X training,
    y = y_training,
    # Specify the hyperparameters
    alpha = c(0, 0.25, 0.50, 0.75, 1),
    lambdas number = 100,
    tune_type = "grid_search"
  )
  # Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, X testing)</pre>
  # Predictions for the Fold
  FoldPredictions <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y_testing,
    Predicted = predictions$predicted
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Hyperparams for the Fold
  HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 5
#> Combination: 1 / 5
#> Combination: 2 / 5
#> Combination: 3 / 5
#> Combination: 4 / 5
#> Combination: 5 / 5
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.3932 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 0
#>
#> $Loss
#> [1] 352092.4
#>
#> $Lambda
```

```
#> [1] 134.508
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 5
#> Combination: 1 / 5
#> Combination: 2 / 5
#> Combination: 3 / 5
#> Combination: 4 / 5
#> Combination: 5 / 5
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1772 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 0
#>
#> $Loss
#> [1] 381594.2
#>
#> $Lambda
#> [1] 75.30319
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 5
#> Combination: 1 / 5
#> Combination: 2 / 5
#> Combination: 3 / 5
#> Combination: 4 / 5
#> Combination: 5 / 5
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1441 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 0.25
#>
#> $Loss
#> [1] 421160.7
#>
#> $Lambda
#> [1] 1288.189
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 5
#> Combination: 1 / 5
#> Combination: 2 / 5
#> Combination: 3 / 5
#> Combination: 4 / 5
#> Combination: 5 / 5
```

```
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1661 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 0.25
#>
#> $Loss
#> [1] 600870.4
#>
#> $Lambda
#> [1] 263.8843
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 5
#> Combination: 1 / 5
#> Combination: 2 / 5
#> Combination: 3 / 5
#> Combination: 4 / 5
#> Combination: 5 / 5
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2064 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 1
#>
#> $Loss
#> [1] 386449.7
#>
#> $Lambda
#> [1] 316.2567
```

Predictions contiene las columnas Fold, Line, Env, Observed y Predicted para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo el hiperparámetro óptimo (entre los valores posibles de α) que minimiza la función de costo con el tipo de tuneo "Grid Search", correspondiente al formato necesario para utilizar la función $gs_summaries$ sobre estas predicciones en el caso de variables continuas.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres marcos de datos correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions)
#>
   Fold
             Line
                             Env Observed Predicted
#> 1
       1 ICGV97115
                      JALGOAN R15 817.85 1750.316
#> 2 1 ICG9315
                     ICRISAT R15 1324.07 1351.960
      1 ICGV06099 ICRISAT_PR15-16 2334.15 2337.382
#> 3
      1 ICGV00248 ICRISAT R15 1993.36 1650.276
#> 4
                     ICRISAT R15 1856.64 1761.282
#> 5
       1 ICGV05057
#> 6 1 ICGV02434 JALGOAN R15 367.32 1654.256
```

```
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
#>
         Line Observed Predicted Difference
#> 1 ICG15419 1307.694 1297.380
                                    10.3143
#> 2 Gangapuri 1232.337 1266.256
                                    33.9193
      ICG9315 1453.340 1372.802
                                    80.5380
#> 4
      ICG3746 1257.120 1172.744
                                    84.3762
#> 5 ICGV07217 1530.160 1427.290
                                   102.8700
         TG19 1106.877 1225.080 118.2030
# Summaries by Environment
summaries$env[, 1:7]
#>
                         MSE
                                MSE SE
                                           RMSE RMSE SE NRMSE
                Enν
#> 1 ALIYARNAGAR R15 233853.8 94263.47 433.1082 107.5535 1.4550
#> 2 ICRISAT PR15-16 474541.6 215639.36 632.3581 136.6243 1.1490
#> 3
        ICRISAT_R15 194575.4 39698.08 429.7547 49.7150 0.7642
         JALGOAN R15 778332.8 213434.09 843.6534 129.0172 0.9526
#> 4
#> 5
             Global 436937.2 125174.49 635.1584 91.5301 0.8571
#> NRMSE SE
      0.9269
#> 1
#> 2
      0.1384
#> 3
      0.0864
#> 4
      0.0910
#> 5
      0.0323
summaries$env[, 8:14]
                         Cor Cor SE Intercept Intercept SE
#>
         MAE
               MAE SE
#> 1 368.6256 96.0409 0.8289 0.0977 -674.4813
                                                  571.6053
#> 2 487.1560 104.2707 0.3282 0.1236 -1060.0183
                                                  2231.7069
#> 3 369.9474 44.8257 0.6574 0.0847 -601.0640
                                                  385.9712
#> 4 679.6807 93.6651 0.2878 0.3075 -593.6681
                                                  1728.2567
#> 5 481.8010 54.2532 0.5876 0.0710 -792.6003
                                                  867.6839
#>
     Slope
#> 1 1.3417
#> 2 2.0167
#> 3 1.4151
#> 4 1.4387
#> 5 1.6100
summaries$env[, 15:19]
    Slope SE
                R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1
      0.4659 0.7253 0.1365 0.3336
                                    0.1022
#> 2
      1.7325 0.1688 0.0853 0.3053
                                    0.0477
#> 3  0.3240  0.4609  0.1261  0.2596  0.0379
```

```
1.2318 0.4610 0.1403 0.3801
                                     0.0583
#> 5
       0.6433 0.3655 0.0793 0.3004
                                     0.0118
# Summaries by Fold
summaries$fold[, 1:8]
#>
       Fold
                 MSE
                                   RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
                        MSE SE
#> 1
          1 570690.9 284881.87 672.5285 198.6591 0.8023
                                                           0.1584
#> 2
          2 390728.2 209952.64 543.4464 178.3201 0.6942
                                                           0.1915
#> 3
          3 357208.0 69021.73 590.0753 54.8306 2.1112
                                                           1.0276
#> 4
          4 187967.8 59984.46 417.7342 66.9975 0.8433
                                                           0.1582
          5 595034.5 300472.71 699.8087 187.3520 0.9499
                                                           0.0466
#> 6 Global 436937.2 125174.49 635.1584 91.5301 0.8571
                                                           0.0323
         MAE
#>
#> 1 544.8338
#> 2 426.9615
#> 3 495.7907
#> 4 362.8980
#> 5 551.2781
#> 6 481.8010
```

Además, Hyperparams contiene las columnas *alpha*, *loss* y *Fold*, donde el valor de la columna de pérdida corresponde al costo del modelo para cada combinación de los α valores de partición y, ordenados de menor a mayor dentro de cada partición.

```
head(Hyperparams)
     alpha
               loss Fold
      0.00 352092.4
#> 2 0.25 365345.9
                       1
#> 3 0.50 372066.7
                       1
#> 4 0.75 373700.4
                       1
#> 5 1.00 374623.0
                       1
#> 6 0.00 381594.2
                       2
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
#>
      alpha
                loss Fold
#> 42 0.75 605829.9
#> 53
      1.00 386449.7
                        5
#> 43 0.75 387226.6
                        5
                        5
#> 33
      0.50 387556.5
      0.25 387943.8
                        5
#> 23
                        5
#> 13 0.00 388567.6
```

3.2 Ejemplo con respuesta binaria con Grid search y validación cruzada 7-fold con env + g en el predictor.

Este ejemplo evalúa un modelo lineal generalizado con validación cruzada 7-fold, para una respuesta binaria, utilizando el efecto ambiente y la matriz *G* como predictores, además de

"Grid Search" como tipo de tuneo para el hiperparámetro α , cuyas opciones son 0, 0.25, 0.50, 0.75 y 1 .

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *ChickpeaToy* y el objetivo es predecir la variable binaria y_{bin} , que es una transformación de la variable *Biomass* que indica si la respuesta es mayor que la mediana de esta variable o no, utilizando la matriz de diseño de la variable *Env de PhenoToy* y matrix G, descritos anteriormente, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como X y y_{bin} en respectivamente. Tenga en cuenta que para que la variable se reconozca como una variable binaria al entrenar el modelo y luego usar $gs_summaries$, la variable de respuesta debe ser un factor.

```
# Load the data
load("ChickpeaToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
    PhenoToy
#>
#>
     GenoToy
# Data preparation of Env & G
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LineG <- Line ** Geno
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LineG)</pre>
# Binary response as factor
y_bin <- BurStMisc::ntile(PhenoToy$Biomass, 2, result = "factor")</pre>
# First 30 responses
print(y bin[1:30])
#> [1] 1 2 1 2 2 1 1 1 1 1 2 1 2 2 1 2 2 1 2 2 2 2 2 1 1 2 1 2 2 2
#> [30] 1
#> Levels: 1 < 2
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesta y_{bin} es un factor con solo dos niveles (o categorías), lo cual es importante para que el modelo se entrene automáticamente para una variable binaria (regresión logística). Por esta razón, es importante tener en cuenta esas variables de respuesta binarias o categóricas antes de usar la función $generalized_linear_model$.

Posteriormente hacemos las particiones correspondientes a 7-Fold CV, con la ayuda de la función cv_kfold . Además, creamos los data frames vacíos Predictions e Hyperparams que servirán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función $gs_summaries$.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
# Generates the folds
folds <- cv_kfold(records_number = nrow(X), k = 7)

# A data frame that will contain the variables:
# (Number) Fold, Line, Env, (testing values) Observed,
# Predicted (values) and the predicted probabilities of
# responses
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso para cada partición:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo los valores 0, 0.25, 0.50, 0.75 y 1 para el hiperparámetro α y 100 como el número de lambdas generadas para tunear los hiperparámetros (parámetro por defecto de lambdas_number) con "Grid Search" como tipo de tuneo (parámetro por defecto de tune_type);
- 3. Con el modelo obtenido en (2), y_{bin} se predice la variable respuesta en el conjunto de prueba, con el fin de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. FoldPredictions que contiene las variables: Fold number, Line, Env, Observed, Predicted, 1 y 2 para cada elemento del conjunto de prueba. Tenga en cuenta que, a diferencia del ejemplo anterior, ahora tenemos dos columnas adicionales correspondientes a las probabilidades asociadas con cada elemento correspondiente a esa categoría.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*. Con esto, Predictions se formatea para que sea un argumento de la función *gs_summaries*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. *HyperparamsFold*, que contiene los valores *alpha* del modelo obtenido en (2), *loss*, que es el costo del modelo para cada hiperparámetro α y el número de *Fold*.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
```

```
cat("*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X_training <- X[fold$training, ]</pre>
  X testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y_training <- y_bin[fold$training]</pre>
  y_testing <- y_bin[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- generalized linear model(</pre>
    x = X_training,
    y = y_training,
    # Specify the hyperparameter ranges
    alpha = c(0, 0.25, 0.50, 0.75, 1),
    lambdas_number = 100,
    tune_type = "grid_search",
  )
  # Testing Predictions
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- cbind(</pre>
    data.frame(
      Fold = i,
      Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
      Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
      Observed = y testing,
      Predicted = predictions$predicted
    ),
    predictions$probabilities
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Hyperparams for the Fold
  HyperparamsFold <- model$hyperparams grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best_hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 5
#> Combination: 1 / 5
```

```
#> Combination: 2 / 5
#> Combination: 3 / 5
#> Combination: 4 / 5
#> Combination: 5 / 5
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.3206 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 0.25
#>
#> $Loss
#> [1] 0.2077922
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.0142669
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 5
#> Combination: 1 / 5
#> Combination: 2 / 5
#> Combination: 3 / 5
#> Combination: 4 / 5
#> Combination: 5 / 5
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.3082 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 0.75
#>
#> $Loss
#> [1] 0.2012987
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.03560764
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 5
#> Combination: 1 / 5
#> Combination: 2 / 5
#> Combination: 3 / 5
#> Combination: 4 / 5
#> Combination: 5 / 5
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2881 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 0
```

```
#> $Loss
#> [1] 0.2322581
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.04496679
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 5
#> Combination: 1 / 5
#> Combination: 2 / 5
#> Combination: 3 / 5
#> Combination: 4 / 5
#> Combination: 5 / 5
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.3341 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 0.25
#>
#> $Loss
#> [1] 0.1688312
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.04285206
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 5
#> Combination: 1 / 5
#> Combination: 2 / 5
#> Combination: 3 / 5
#> Combination: 4 / 5
#> Combination: 5 / 5
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.3536 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 0.25
#>
#> $Loss
#> [1] 0.1935484
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.04945194
#>
#> *** Fold: 6 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 5
#> Combination: 1 / 5
```

```
#> Combination: 2 / 5
#> Combination: 3 / 5
#> Combination: 4 / 5
#> Combination: 5 / 5
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.3073 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 0.25
#>
#> $Loss
#> [1] 0.2012987
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.3815682
#>
#> *** Fold: 7 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 5
#> Combination: 1 / 5
#> Combination: 2 / 5
#> Combination: 3 / 5
#> Combination: 4 / 5
#> Combination: 5 / 5
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2902 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 1
#>
#> $Loss
#> [1] 0.2012987
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.02228067
```

Predictions contien las columnas *Fold, Line, Env, Observed, Predicted, 1 y 2* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo el hiperparámetro óptimo (entre los valores posibles de α) que minimiza el costo con el tipo de tuneo "Grid Search", correspondiente al formato necesario para utilizar la función *gs_summaries* sobre *Prediction* en el caso de variables binarias.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions)
               Line Env Observed Predicted
#>
     Fold
                                                  1
#> 4
        1 ICCV00402
                    5
                              2
                                       2 0.35047563 0.64952437
        1 ICCV00402
                     7
                              1
                                       1 0.98387196 0.01612804
#> 6
#> 7 1 ICCV01301 1
                              1
                                       1 0.93715978 0.06284022
```

```
#> 10  1 ICCV01301  5
                                          1 0.69555369 0.30444631
                                2
#> 17
                       6
                                          2 0.01205161 0.98794839
        1 ICCV03102
                                2
#> 21
        1 ICCV03104
                      4
                                          2 0.39746731 0.60253269
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5 6 7
summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
#>
          Line Observed Predicted
                                    X1
#> 1 ICCV00402
                     1
                              2 0.4620 0.5380
#> 2 ICCV01301
                     1
                               1 0.6677 0.3323
#> 3 ICCV03102
                     2
                               1 0.4540 0.5460
#> 4 ICCV03104
                     2
                               2 0.2851 0.7149
                               2 0.4206 0.5794
#> 5 ICCV03105
                     1
#> 6 ICCV03107
                     2
                               2 0.4569 0.5431
# Summaries by Environment
summaries$env
#>
       Enν
            PCCC PCCC_SE
                            Kappa Kappa_SE BrierScore
                                     0.0782
#> 1
         1 0.5163 0.1322 0.0141
                                                0.6215
#> 2
         2 0.6857 0.1523 -0.1607
                                     0.0892
                                                0.3630
#> 3
         4 0.7738 0.0673 0.1667
                                     0.1543
                                                0.3520
#> 4
         5 0.5952 0.1085 0.0538
                                     0.1986
                                                0.4852
#> 5
         6 0.9714 0.0286 0.0000
                                                0.0998
                                         NA
#> 6
         7 1.0000 0.0000
                               NaN
                                         NA
                                                0.0519
#> 7 Global 0.7414 0.0485 0.3988
                                     0.1454
                                                0.3590
#>
    BrierScore SE
#> 1
           0.1793
#> 2
           0.1405
#> 3
           0.0534
#> 4
           0.0665
#> 5
           0.0494
#> 6
           0.0223
#> 7
           0.0415
# Summaries by Fold
summaries$fold
      Fold
             PCCC PCCC SE Kappa Kappa SE BrierScore
#>
#> 1
         1 0.9000 0.0683 0.4286
                                     0.2103
                                                0.1870
#> 2
         2 0.8694 0.0609 -0.0476
                                     0.0337
                                                0.2561
#> 3
         3 0.8417 0.0821 0.0707
                                     0.1811
                                                0.2249
#> 4
         4 0.6167
                   0.1833
                           0.0000
                                     0.0000
                                                0.4685
#> 5
         5 0.7250 0.1515 0.1364
                                     0.1113
                                                0.4588
         6 0.5857 0.1546 -0.2400
#> 6
                                     0.2094
                                                0.4385
```

```
7 0.7611 0.1124 0.0392
                                      0.0277
                                                 0.2685
#> 8 Global 0.7414 0.0485 0.3988
                                      0.1454
                                                  0.3590
     BrierScore SE
            0.0959
#> 1
#> 2
            0.0771
#> 3
            0.0486
#> 4
            0.1743
#> 5
            0.2441
            0.0792
#> 6
#> 7
            0.1082
#> 8
            0.0415
```

Además, Hyperpaams contiene las columnas *alpha*, *loss* y *Fold*, donde el valor de la columna de pérdida corresponde al costo del modelo para cada combinación de los α valores de partición y, ordenados de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
#>
      alpha
                 loss Fold
#> 2
       0.25 0.2077922
#> 4
       0.75 0.2077922
                         1
       1.00 0.2077922
                         1
       0.50 0.2077922
                         1
#> 3
       0.00 0.2337662
#> 1
                         1
#> 41 0.75 0.2012987
                         2
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
#>
      alpha
                 loss Fold
#> 15
      0.00 0.2207792
#> 56 1.00 0.2012987
                         7
#> 16 0.00 0.2077922
                         7
#> 26
      0.25 0.2077922
                         7
                         7
#> 46
      0.75 0.2077922
                         7
#> 36 0.50 0.2077922
```

3.3 Ejemplo con variable respuesta categórica con optimización bayesiana con partición aleatoria Env + G + GE dentro del predictor

Este ejemplo evalúa un modelo lineal generalizado con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la función cv_random), para una respuesta categórica, usando el efecto del Ambiente, el matriz G y la interacción entre estos dos como predictores, además de utilizar "Bayesian_optimization" como un tipo de tuneo para el hiperparámetro α .

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *EYTToy* y buscamos predecir la variable categórica y, que es una transformación de la variable *GY del marco de* datos de *PhenoToy usando la función ntile*, utilizando la matriz de diseño de PhenoToy. *Env* variable, la matriz

G descrita anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estas dos, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como X y \$ y\$respectivamente.

```
# Load the dataset
load("EYTToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
     PhenoToy
     GenoToy
#>
# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LineG <- Line ** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LineG:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LineG, LinexGenoxEnv)</pre>
y <- BurStMisc::ntile(PhenoToy$GY, 3, result = "factor")</pre>
# First 30 responses
print(y[1:30])
#> [1] 1 2 3 1 2 2 2 1 3 2 2 1 2 2 3 1 3 3 3 1 3 3 3 1 2 3 3 1 3
#> [30] 3
#> Levels: 1 < 2 < 3
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesta y es un factor con tres niveles (o categorías), lo cual es importante para que el modelo se entrene automáticamente para una variable categórica (**modelo multinomial simétrico**). Por esta razón, es importante tener en cuenta esas variables de respuesta binarias o categóricas antes de usar la función generalized linear model.

Posteriormente, realizamos cinco particiones aleatorias, con 80% los datos para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random (con los parámetros por defecto). Además, creamos los data frames vacíos Predictions e Hyperparams que servirán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
# Generate folds
folds <- cv_random(records_number = nrow(X))
# A data frame that will contain the variables:</pre>
```

```
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso para cada partición:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo valores entre 0 y 1 para el hiperparámetro α y 100 como el número de lambdas generadas para ajustar los hiperparámetros (parámetro predeterminado de *lambdas_number*) con "Bayesian_optimization" como tipo de tuneo;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *y* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. FoldPredictions que contiene las variables: número de Fold, Line, Env, Observed, Predicted, 1, 2 y 3 para cada elemento del conjunto de prueba. Tenga en cuenta que, a diferencia de los ejemplos anteriores, ahora tenemos tres columnas adicionales correspondientes a las probabilidades asociadas con cada elemento correspondiente a esa categoría.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*. Con esto, Predictions se formatea para que sea un argumento de la función *gs_summaries*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. HyperparamsFold que contiene los valores alpha del modelo obtenido en (2), precision, que es la precisión del modelo para cada hiperparámetro α , y el número Fold.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
   cat("*** Fold:", i, "***\n")
   fold <- folds[[i]]

# Identify the training and testing sets
X_training <- X[fold$training,]
X_testing <- X[fold$testing,]
y_training <- y[fold$training]
y_testing <- y[fold$testing]

# Model training
model <- generalized_linear_model(
   x = X_training,</pre>
```

```
y = y_training,
    # Specify the hyperparameter ranges
    alpha = list(min = 0, max = 1),
    lambdas_number = 100,
    tune type = "Bayesian optimization",
    tune_bayes_samples_number = 5,
    tune_bayes_iterations_number = 5
  )
  # Testing Predictions
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions for the Fold
  FoldPredictions <- cbind(</pre>
    data.frame(
      Fold = i,
      Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
      Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
      Observed = y_testing,
      Predicted = predictions$predicted
    ),
    predictions$probabilities
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Hyperparams for the Fold
  HyperparamsFold <- model$hyperparams grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best_hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 6.6865 secs ***
```

```
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 0.8490901
#>
#> $accuracy
#> [1] -0.2916667
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.406885
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 6.7918 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 0.730056
#>
#> $accuracy
#> [1] -0.3333333
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.1153609
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 6.0102 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
```

```
#> [1] 0.8376429
#>
#> $accuracy
#> [1] -0.2604167
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.3945454
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 5.8977 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 1
#>
#> $accuracy
#> [1] -0.3333333
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.1451336
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 6.0448 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $alpha
#> [1] 0.9287305
```

```
#> $accuracy

#> [1] -0.3229167

#>

#> $Lambda

#> [1] 0.1118448
```

Predicions contiene las columnas Fold, Line, Env, Observed, Pedicted, 1, 2 y 3 para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo el hiperparámetro óptimo (entre los valores posibles de α) que minimiza la función de costo (pcic: Proporción de Casos Incorrectamente Clasificados) con el tipo de tuneo "Bayesian_optimization", correspondiente al formato necesario para usar la función $gs_summaries$ sobre Predicción en el caso de variables categóricas.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions)
#>
       Fold
                  Line
                            Env Observed Predicted
                                                           1
#> 100
         1 GID7632666 FlatDrip
                                       1
                                                 1 0.5505770
#> 51
          1 GID7628158 Flat5IR
                                       2
                                                 2 0.2644307
#> 78
                                       3
         1 GID7631195
                            EHT
                                                3 0.2592754
                                       3
#> 55
         1 GID7628467 Flat5IR
                                                 3 0.2520352
                                      3
#> 75
         1 GID7630553 Flat5IR
                                                3 0.2489198
          1 GID7629600 FlatDrip
#> 68
                                       1
                                                 1 0.5507031
#>
               2
                         3
#> 100 0.2242722 0.2251507
#> 51 0.3697049 0.3658644
#> 78 0.3607363 0.3799882
#> 55 0.3523746 0.3955902
#> 75 0.3480189 0.4030613
#> 68 0.2246144 0.2246825
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
summaries <- gs summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env"
                     "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
#>
           Line Observed Predicted
                                       X1
                                              X2
                                                     X3
#> 1 GID7462121
                      1
                                2 0.2191 0.3956 0.3853
#> 2 GID7625106
                       2
                                 2 0.2310 0.3942 0.3748
#> 3 GID7625276
                      1
                                 1 0.4168 0.3141 0.2691
#> 4 GID7625985
                       1
                                 1 0.4526 0.2840 0.2634
#> 5 GID7626366
                       1
                                 1 0.4345 0.1685 0.3970
#> 6 GID7626381
                       3
                                 3 0.3037 0.1806 0.5157
# Summaries by Environment
```

```
summaries$env
#>
                PCCC PCCC SE Kappa Kappa SE BrierScore
          Enν
       Bed5IR 0.5905 0.0683 0.2594
#> 1
                                      0.0983
                                                  0.6494
#> 2
          EHT 0.4733 0.0799 0.1738
                                      0.1007
                                                  0.6720
#> 3 Flat5IR 0.5079 0.0528 0.0100
                                       0.1222
                                                  0.5622
#> 4 FlatDrip 1.0000 0.0000
                                NaN
                                           NA
                                                  0.1722
       Global 0.6685
                     0.0348 0.4956
                                      0.0451
                                                  0.5216
     BrierScore_SE
#>
#> 1
            0.0781
#> 2
            0.0399
#> 3
            0.0123
#> 4
            0.0452
#> 5
            0.0306
# Summaries by Fold
summaries$fold
#>
       Fold
              PCCC PCCC_SE
                             Kappa Kappa_SE BrierScore
#> 1
          1 0.6012 0.1715
                            0.1380
                                      0.1279
                                                 0.5457
#> 2
          2 0.6528
                    0.1250 -0.0119
                                      0.1340
                                                 0.4744
#> 3
          3 0.5905
                   0.1472 0.1363
                                     0.0948
                                                 0.5751
          4 0.6667
                    0.1247
                                     0.1742
                                                 0.4980
#> 4
                            0.2484
#> 5
          5 0.7036 0.1081 0.2280
                                     0.1320
                                                 0.4766
#> 6 Global 0.6685 0.0348 0.4956
                                     0.0451
                                                 0.5216
     BrierScore SE
#>
#> 1
            0.0815
#> 2
            0.1544
#> 3
            0.1263
#> 4
            0.1311
#> 5
            0.1339
#> 6
            0.0306
```

Además, Hyperparams contiene columnas *alpha*, *accuracy* y *Fold*, donde el valor de *accuracy* corresponde al costo del modelo para cada combinación de α los valores de partición y, ordenados de mayor a menor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
#>
        alpha
                accuracy Fold
#> 3 0.8490901 -0.2916667
                           1
#> 6 1.0000000 -0.2916667
                           1
#> 7 0.9289922 -0.3020833
                           1
#> 8 0.7743241 -0.3020833
                           1
#> 1 0.6804129 -0.3229167
                           1
#> 9 0.5467352 -0.3229167
                           1
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
#>
           alpha
                  accuracy Fold
#> 104 1.00000000 -0.3229167
                              5
```

3.4 Ejemplo con datos de conteo con optimización bayesiana con línea de partición aleatoria Env + G + GE en el predictor

This example evaluates Este ejemplo evalúa un modelo lineal generalizado con cinco particiones aleatorias del conjunto de líneas, con 20% las líneas para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición, para una respuesta de conteo, utilizando el efecto del ambiente, la matriz G y la interacción entre estos dos como predictores, además de usar la "Bayesian_optimization" como un tipo de tuneo para el hiperparámetro α .

En este ejemplo, el dataset utilizado es *MaizeToy* y busca predecir la variable de conteo numérico *PH*, utilizando como predictores la matriz de diseño de la variable *Env* de PhenoToy, la matriz *G* descrita anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estas dos; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y *y* respectivamente.

```
# Load the dataset
load("MaizeToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#>
    PhenoToy
     GenoToy
#>
# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
LineG <- Line ** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LineG:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LineG, LinexGenoxEnv)</pre>
y <- PhenoToy$PH
print(y[1:15])
#> [1] 239 223 223 239 213 221 237 152 195 252 208 240 239 215
#> [15] 252
typeof(y)
#> [1] "integer"
```

Posteriormente, se realizan cinco particiones aleatorias del conjunto de líneas, con 8% este conjunto para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random (con los parámetros por defecto). Además, creamos los data frames vacíos Predictions e Hyperparams que servirán para guardar los valores

observados y predichos en cada ambiente y posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
# Unique Lines
GIDs <- unique(PhenoToy$Line)
folds <- cv_random(length(GIDs))

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el sigiente proceso para cada partición:

- Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta, identificando primero las líneas correspondientes a cada conjunto;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo valores entre 0 y 1 para el hiperparámetro α y 100 como el número de lambdas generadas para ajustar los hiperparámetros (parámetro predeterminado de *lambdas_number*) con "Bayesian_optimization" como tipo de tuneo;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *PH* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*. Con esto, Predictions se formatea para que sea un argumento de la función *as summaries*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. HyperparamsFold que contiene los valores alpha del modelo obtenido en (2), mse que es el costo del modelo para cada hiperparámetro α y el número de Fold.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq(folds)) {
   cat("*** Fold:", i, "***\n")
   # Identify the training and testing Line sets
   fold <- folds[[i]]
   Lines_sam_i <- GIDs[fold$training]</pre>
```

```
fold i <- which(PhenoToy$Line %in% Lines sam i)</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X training <- X[fold i, ]</pre>
  X_testing <- X[-fold_i, ]</pre>
  y training <- y[fold i]</pre>
  y_testing <- y[-fold_i]</pre>
  # Optional: Removing columns with no variance
  var_x <- apply(X_training, 2, var)</pre>
  pos var0 \leftarrow which(var x > 0)
  X_training <- X_training[, pos_var0]</pre>
  X_testing <- X_testing[, pos_var0]</pre>
  # Model training
  model <- generalized_linear_model(</pre>
    x = X_{training}
    y = y_training,
    # Specify the hyperparameter ranges
    alpha = list(min = 0, max = 1),
    lambdas number = 100,
    tune_type = "Bayesian_optimization",
    tune_bayes_samples_number = 5,
    tune_bayes_iterations_number = 5
  )
  # Testing Predictions
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[-fold_i],
    Env = PhenoToy$Env[-fold i],
    Observed = y_testing,
    Predicted = predictions$predicted
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Hyperparams for the Fold
  HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  print(model$best_hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
```

```
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 4.3799 secs ***
#> $alpha
#> [1] 0.1276957
#>
#> $mse
#> [1] 219.0742
#>
#> $Lambda
#> [1] 5.288511
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 4.3366 secs ***
#> $alpha
#> [1] 1
#>
#> $mse
#> [1] 230.8689
#>
#> $Lambda
#> [1] 4.629971
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
```

```
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 5.2015 secs ***
#> $alpha
#> [1] 0.2633149
#>
#> $mse
#> [1] 240.4245
#>
#> $Lambda
#> [1] 11.41992
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 4.7729 secs ***
#> $alpha
#> [1] 0.4421892
#>
#> $mse
#> [1] 249.3018
#>
#> $Lambda
#> [1] 9.680093
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
```

```
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 3.5763 secs ***
#> $alpha
#> [1] 1
#>
#>
#> $mse
#> [1] 213.4351
#>
#> $lambda
#> [1] 3.970963
```

Predictions contienelas columnas Fold, Line, Env, Observed y Predicte para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, donde as predicciones se realizan eligiendo el hiperparámetro óptimo (entre los valores posibles de α) que minimiza la función de costo $mse\ con$ el tipo de tuneo "Bayesian_optimization", correspondiente al formato necesario para utilizar la función $gs_summaries$ sobre Predicción en el caso de variables de conteo.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions)
#> Fold
              Line Env Observed Predicted
#> 1 1 CKDHL0049 EBU 252 230.9864
                           208 216.4309
#> 2
       1 CKDHL0049 KAK
                          240 230.9864
#> 3 1 CKDHL0049 KTI
#> 4 1 CKDHL0108 EBU
                           237 230.9864
#> 5 1 CKDHL0108 KAK
                           219 204.4906
#> 6 1 CKDHL0108 KTI
                           237 231.2975
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
#>
         Line Observed Predicted Difference
#> 1 CKDHL0129 224.0000 223.1329
                                    0.8671
#> 2 CKDHL0032 224.3333 226.0277
                                    1.6944
#> 3 CKDHL0027 228.3333 226.0277
                                   2.3056
#> 4 CKDHL0203 210.6667 208.2901
                                   2.3765
#> 5 CKDHL0515 220.6667 223.0505
                                    2.3838
#> 6 CKDHL0474 225.0000 222.3450
                                    2.6550
# Summaries by Environment
```

```
summaries$env[, 1:8]
                MSE MSE_SE
#>
                             RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
       Enν
#> 1
       EBU 99.4471 22.8016 9.7024 1.1522 0.8885
                                                  0.0750
#> 2
       KAK 209.5109 25.1348 14.3520 0.9397 1.0443
                                                    0.0869
     KTI 293.5626 52.0005 16.7974 1.6889 1.1955 0.2495
#> 4 Global 83.4149 9.1937 9.0759 0.5107 0.9036
                                                  0.0410
#>
        MAE
#> 1 8.7156
#> 2 11.9720
#> 3 14.4823
#> 4 7.5993
summaries$env[, 9:15]
   MAE SE
             Cor Cor SE Intercept Intercept SE Slope
#> 1 1.0676 0.1332 0.3176 1253.8447 5051.8532 -4.4227
#> 2 0.8937 0.3579 0.1676
                         -19.2902
                                      104.9941 1.0466
#> 3 1.3249 0.2859 0.1008 -2949.0916 1539.6507 13.8302
#> 4 0.4587 0.4145 0.2005 -324.5755 323.2617 2.4463
#> Slope SE
#> 1 21.9613
#> 2
      0.4966
#> 3
      6.6967
#> 4
     1.4429
summaries$env[, 16:19]
        R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1 0.4212 0.1676 0.0373 0.0044
#> 2 0.2405 0.1289 0.0614
                          0.0048
#> 3 0.1224 0.0631 0.0627 0.0060
#> 4 0.3327 0.0928 0.0343 0.0022
# Summaries by Fold
summaries$fold[, 1:8]
                              RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
#>
      Fold
               MSE MSE SE
#> 1
         1 241.6156 45.8108 15.4049 1.4671 0.9562
                                                  0.0433
#> 2
         2 148.9419 24.8451 12.1230 0.9938 1.0904
                                                    0.1133
#> 3
         3 224.2385 96.4155 13.9585 3.8340 1.2711
                                                   0.4748
#> 4
         4 146.3072 51.8585 11.7273 2.0950 0.8856
                                                  0.0651
         5 243.0977 95.4675 14.8727 3.3092 1.0103
                                                   0.0498
#> 6 Global 83.4149 9.1937 9.0759 0.5107 0.9036
                                                    0.0410
#>
        MAE
#> 1 13.0155
#> 2 10.9009
#> 3 11.8226
#> 4 10.5239
#> 5 12.3535
#> 6 7.5993
summaries$fold[, 9:14]
    MAE SE
              Cor Cor SE Intercept Intercept SE
#> 1 0.9405 0.1825 0.2330 492.2746
                                        889.8283 -1.1550
#> 2 0.8886 -0.0530 0.1279 4221.4380
                                       4871.5812 -17.3777
#> 3 3.3668 0.3579 0.2426 67.5271 108.6203 0.6935
```

```
#> 4 2.0757 0.6384 0.2530 -8362.5864
                                   4689.4888 37.4006
3282.9842 -2.1378
#> 6 0.4587 0.4145 0.2005 -324.5755
                                    323.2617
                                             2.4463
summaries$fold[, 15:19]
    Slope SE R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#>
    3.8406 0.1418 0.0609 0.0613
#> 1
                                0.0065
#> 2 21.1366 0.0355 0.0083 0.0494
                                0.0071
    0.4706 0.2458 0.2261 0.0538
                                0.0150
#> 4 20.3773 0.5355 0.2647 0.0472
                                0.0080
#> 5 14.2842 0.3480 0.0314 0.0572
                                0.0123
#> 6 1.4429 0.3327 0.0928 0.0343
                                0.0022
```

Además, Hperparams contiene las columnas *alpha*, *mse* y *Fold*, donde el valor de *mse* corresponde a caa combinación de α los valores de la partición y, ordendos de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
#>
        alpha
                 mse Fold
#> 2 0.12769568 219.0742
#> 9 0.15952848 219.9465
#> 6 0.22099039 221.3266
                       1
#> 5 0.05200501 222.9618
                       1
#> 7 0.36046755 223.5197
                       1
#> 3 0.50889883 225.1531
                       1
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
#>
         alpha
                  mse Fold
#> 104 1.0000000 213.4351
5
#> 34 0.7194566 214.2109
                        5
5
                        5
5
#> 54 0.3762821 216.5210
```

3.5 Ejemplo multivariados con respuestas continuas con optimización bayesiana con validación cruzada 7-fold con Env + G el predictor

Este ejemplo evalúa un modelo lineal generalizado con validación cruzada 7-fold, para dos respuestas continuas, usando el efecto ambiente y la matriz G como predictores y usando "Bayesian_optimization" como tipo de tuneo para el hiperparámetro α cuyas opciones están entre 0 y uno.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *MaizeToy* y el objetivo es predecir las variables continuas *Yield* y *ASI* del marco de datos *PhenoToy* utilizando la matriz de diseño de la variable *PhenoToy* Env y la matriz como *G* predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y y respectivamente.

```
# Load the data
load("MaizeToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#>
    PhenoToy
#>
     GenoToy
# Data preparation of Env & G
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LineG <- Line %*% Geno
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LineG)</pre>
y <- PhenoToy[, c("Yield", "ASI")]</pre>
```

Posteriormente hacemos 7 particiones aleatrias, con la ayuda de la función *cv_kfold*. Además creamos los data frames vacíos *PredictionsASI*, *PredictionsYield* e Hyperparams que servirán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)

folds <- cv_kfold(records_number = nrow(X), k = 7)

# Data frames that will contain the variables:
PredictionsYield <- data.frame()
PredictionsASI <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiene proceso **para cada partición y para cada variable de respuesta** :

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo valores entre 0 y 1 para el hiperparámetro α y 100 como el número de lambdas generadas para ajustar los hiperparámetros (parámetro predeterminado de *lambdas_number*) con "Bayesian optimization" como tipo de tuneo;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta en el conjunto de prueba, con el fin de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:

- a. Se crean los data frames *FoldPredictionsASI* y *FoldPredictionYield* que contienen las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba y para cada variable de respuesta respectiva.
- b. Cada fila de *FoldPredictionASI* se agrega al data frame *PredictionsASI* ; y cada fila de *FoldPredictionYield* se agrega al data frame de *PredictionsYield*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. HyperparamsFold que contiene los valores alpha del modelo obtenido en (2), multivariate_loss, que es el costo del modelo para cada hiperparámetro α y el número de pliegue.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq along(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X_training <- X[fold$training, ]</pre>
  X_testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y_training <- y[fold$training, ]</pre>
  y_testing <- y[fold$testing, ]</pre>
  # Model training
  model <- generalized linear model(</pre>
    x = X_training,
    y = y_training,
    # Specify the hyperparameter ranges
    alpha = list(min = 0, max = 1),
    lambdas number = 100,
    tune_type = "Bayesian_optimization",
    tune bayes samples number = 5,
    tune bayes iterations number = 5
  )
  # Testing Predictions
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions of Yield for the Fold
  FoldPredictionsYield <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y_testing$Yield,
    Predicted = predictions$Yield$predicted
```

```
PredictionsYield <- rbind(PredictionsYield, FoldPredictionsYield)
  # Predictions of ASI for the Fold
  FoldPredictionsASI <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y_testing$ASI,
    Predicted = predictions$ASI$predicted
  PredictionsASI <- rbind(PredictionsASI, FoldPredictionsASI)</pre>
  # Hyperparams for the Fold
  HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  print(model$best hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Multivariate Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 4.9565 secs ***
#> $alpha
#> [1] 0.4892824
#>
#> $multivariate loss
#> [1] 1.428865
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.1545847
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
```

```
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Multivariate Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 4.7059 secs ***
#> $alpha
#> [1] 1
#>
#> $multivariate_loss
#> [1] 1.410177
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.1243676
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Multivariate Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 4.7388 secs ***
#> $alpha
#> [1] 0.3740331
#>
#> $multivariate loss
#> [1] 1.472595
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.1562236
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
```

```
#> Combination: 10
#> *** Fitting Multivariate Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 4.7898 secs ***
#> $alpha
#> [1] 1
#>
#> $multivariate_loss
#> [1] 1.732025
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.1329653
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Multivariate Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 5.0905 secs ***
#> $alpha
#> [1] 0.9232725
#>
#> $multivariate loss
#> [1] 1.713672
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.7181523
#>
#> *** Fold: 6 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Multivariate Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 4.2197 secs ***
#> $alpha
```

```
#> [1] 0.4392586
#>
#> $multivariate loss
#> [1] 1.599469
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.1426964
#>
#> *** Fold: 7 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1
#> Combination: 2
#> Combination: 3
#> Combination: 4
#> Combination: 5
#> Combination: 6
#> Combination: 7
#> Combination: 8
#> Combination: 9
#> Combination: 10
#> *** Fitting Multivariate Generalized Linear Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 6.0114 secs ***
#> $alpha
#> [1] 0.5477275
#>
#> $multivariate loss
#> [1] 1.490304
#>
#> $Lambda
#> [1] 0.09944179
```

Repitiendo este proces para cada partición, los *data frames PredictonsASI* y PredictionsYield contienen las columnas *Fold, Line,Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición en su respectiva variable de respuesta, donde las predicciones se realizan eligiendo el óptimo hiperparámetro (entre los posibles valores de α) que minimiza la función de costo con el tipo de tuneo "Bayesian Optimization", correspondiente al formato necesario para usar la función *gs_summaries* en estas predicciones en el caso de variables continuas.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
unique(PredictionsASI$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5 6 7
head(PredictionsYield)
   Fold
              Line Env Observed Predicted
#> 1
       1 CKDHL0032 KTI
                         6.24 6.085749
#> 2
       1 CKDHL0049 EBU
                          4.72 6.426266
#> 3 1 CKDHL0050 EBU
                          4.98 6.716740
#> 4 1 CKDHL0052 KTI
                           7.20 6.123782
#> 5 1 CKDHL0085 KTI
                          7.41 6.079875
#> 6 1 CKDHL0097 KTI
                       4.45 6.075007
unique(PredictionsYield$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5 6 7
# Summaries
summariesASI <- gs_summaries(PredictionsASI)</pre>
summariesYield <- gs_summaries(PredictionsYield)</pre>
# Elements of summaries
names(summariesASI)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summariesASI$line)
#>
         Line Observed Predicted Difference
#> 1 CKDHL0491
              1.9000
                         1.9063
                                    0.0063
#> 2 CKDHL0150
                          1.8752
                1.8667
                                    0.0086
#> 3 CKDHL0136 1.7333 1.7680
                                    0.0347
#> 4 CKDHL0052 1.8000
                         1.7374
                                   0.0626
#> 5 CKDHL0502 1.6667
                          1.7342
                                   0.0675
#> 6 CKDHL0050 1.9333
                          1.8591
                                   0.0742
head(summariesYield$line)
#>
         Line Observed Predicted Difference
#> 1 CKDHL0515
              6.0100
                          6.0038
                                    0.0062
#> 2 CKDHL0050 5.9300
                          5.9219
                                    0.0081
#> 3 CKDHL0136 5.8800
                          5.8718
                                    0.0082
#> 4 CKDHL0054 5.9233 5.9099
                                    0.0134
#> 5 CKDHL0027 5.8800
                          5.8357
                                   0.0443
#> 6 CKDHL0160
              5.7633
                          5.8561
                                   0.0927
# Summaries by Environment
summariesASI$env[, 1:9]
#>
              MSE MSE SE
                          RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
       Enν
                                                         MAE
#> 1
       EBU 0.8126 0.2640 0.8476 0.1253 1.6831
                                                0.3617 0.7414
       KAK 0.8931 0.2434 0.8853 0.1351 0.9874
                                                0.0467 0.6744
       KTI 0.7200 0.2153 0.8049 0.1097 1.5099 0.2791 0.6875
#> 4 Global 0.8141 0.1519 0.8819 0.0777 1.0535 0.0620 0.7025
    MAE SE
#> 1 0.1079
#> 2 0.0901
#> 3 0.1123
#> 4 0.0633
```

```
summariesYield$env[, 1:9]
#>
               MSE MSE SE
                            RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
        Enν
                                                            MAE
#> 1
        EBU 0.7563 0.1954 0.8264 0.1107 2.0563
                                                  0.5524 0.7191
        KAK 0.5880 0.1689 0.6966
                                  0.1308 1.1805
                                                  0.1862 0.6240
#> 2
#> 3
        KTI 1.2137 0.2697 1.0389 0.1497 1.3632
                                                  0.4462 0.9282
#> 4 Global 0.8185 0.1711 0.8675 0.1049 0.9180
                                                  0.0521 0.7301
    MAE SE
#> 1 0.1057
#> 2 0.1225
#> 3 0.1244
#> 4 0.0986
# Summaries by Fold
summariesASI$fold[, 1:8]
#>
       Fold
              MSE MSE SE
                            RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
                                                            MAE
#> 1
          1 0.3299 0.1201 0.5554
                                 0.1035 1.2763
                                                  0.2075 0.4770
#> 2
          2 2.0735 0.1161 1.4389
                                  0.0398 1.6078
                                                  0.3767 1.2155
#> 3
          3 0.4848 0.1525 0.6792
                                  0.1085 1.1952
                                                  0.2448 0.6142
#> 4
         4 0.7763 0.1785 0.8674
                                  0.1093 1.8020
                                                  0.8785 0.6988
#> 5
          5 0.6070 0.1340 0.7680
                                 0.0925 1.0093
                                                  0.0527 0.5842
#> 6
          6 0.5635 0.1315 0.7386
                                  0.0949 0.9680
                                                  0.0597 0.6222
#> 7
          7 0.8249 0.3290 0.8738 0.1753 1.8295
                                                  0.4803 0.6959
#> 8 Global 0.8141 0.1519 0.8819 0.0777 1.0535
                                                  0.0620 0.7025
summariesYield$fold[, 1:8]
#>
       Fold
              MSE MSE SE
                            RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
                                                            MAE
          1 1.3056 0.1944 1.1358
#> 1
                                 0.0884 1.0599
                                                  0.0732 1.0239
#> 2
          2 0.6054 0.3407 0.7206
                                  0.2076 1.9297
                                                  1.1350 0.6023
#> 3
          3 1.2304 0.3085 1.0925
                                  0.1358 1.9396
                                                  1.1162 0.9852
         4 0.1614 0.0976 0.3559
                                  0.1318 0.9867
#> 4
                                                  0.1366 0.3109
#> 5
          5 1.2714 0.4816 1.0805
                                  0.2279 1.2232
                                                  0.3520 0.9583
#> 6
          6 0.6237 0.3400 0.7340
                                  0.2060 1.3162
                                                  0.1371 0.6265
#> 7
          7 0.7710 0.2323 0.8585
                                  0.1305 2.2378
                                                  0.8979 0.7925
#> 8 Global 0.8185 0.1711 0.8675 0.1049 0.9180
                                                  0.0521 0.7301
```

Además, Hyperparams contiene las colmnas *alpha*, *multivariate_loss Fold*, donde el valor de *multivariate_loss* corresponde al costo del modelo para cda combinación de los valores de α y partición, ordenados de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
#>
          alpha multivariate_loss Fold
#> 10 0.4892824
                         1.428865
#> 7 0.4986157
                         1.428910
                                      1
#> 9 0.5307280
                         1.429330
                                     1
#> 2 0.6214780
                                      1
                         1.431456
#> 1
      0.3743163
                         1.433084
                                     1
#> 3 0.7495342
                         1.434167
                                     1
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
```

```
#>
           alpha multivariate loss Fold
#> 76 0.75810720
                          1.491537
                                      7
#> 96 0.87063994
                          1.492606
                                      7
                                      7
#> 106 0.98082581
                          1.493417
#> 56 0.09444095
                                      7
                          1.522727
#> 16 0.08940186
                          1.523738
                                      7
#> 46  0.04669136
                          1.541265
                                     7
```

3.6 Ejemplo con kernels con Grid search y particiones aleatorias

Este ejemplo evalúa un modelo lineal generalizado con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la función cv_random), para una respuesta continua, utilizando la matriz de diseño de PhenoToy Env variable, la matriz descrita G anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estas dos, como predictores; además de utilizar "Grid Search" como 1 tipo de tuneo del hiperparámetro α cuyas opciones son 0, 0.25, 0.50 y 0.75. Todo esto para los tipos de Kernel: "Linear", "Polinomial", "Sigmoid", "Gaussian", "Exponential", "Arc_cosine" y "Arc_cosine_L".

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *ChickpeaToy* y el objetivo es predecir la variable continua *Biomass del* data frame PhenoToy* utilizando la matriz de diseño de la variable PhenoToy Env, la matriz descrita *G* anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y y respectivamente.

```
# Load the data
load("ChickpeaToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#>
     PhenoToy
#>
     GenoToy
# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LinexGeno <- Line ** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LinexGeno:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LinexGeno, LinexGenoxEnv)</pre>
y <- PhenoToy$Biomass</pre>
dim(X)
#> [1] 180 216
print(y[1:7])
#> [1] 235.0000 392.5000 249.3333 358.6667 309.6667 198.0000
#> [7] 171.0000
```

```
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Tenga en cunta que la variable de respuesta y es una variable continua (un vector co elementos de tipo "doble"), lo cual es importante par que el modelo se entrene automáticamente para una variable continua.

A diferencia de los ejemplos anteriores, ahora buscamos evaluar el modelo para cada tipo de kernel mencionado anteriormente. Por ello, creamos un vector en el que indicamos los tipos de kernel que queremos aplicar a la matriz X. Además, creamos las listas vacías *PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAll y SummariesAll* que se utilizarán para guardar las predicciones, los tiempos de ejecución, los hiperparámetros y los resúmenes de cada modelo entrenado, es decir, para cada tipo de kernel; lo que a su vez servirá para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *qs summaries*.

```
kernels <- c(
  "linear",
  "polynomial",
  "sigmoid",
  "Gaussian",
  "exponential",
  "arc_cosine",
  "Arc cosine L"
# Example: Apply the Linear Kenel to the data
X Linear <- kernelize(X, kernel = kernels[1])</pre>
# Note that X Linear is an square matrix
dim(X_Linear)
#> [1] 180 180
# Empty lists that will contain Predictions,
# Times of execution & Summaries for each typeof kernel
PredictionsAll <- list()</pre>
TimesAll <- list()</pre>
HyperparamsAll <- list()</pre>
SummariesAll <- list()</pre>
```

Subsequently, the following process will be followed **for each type of Kernel**:

Posteriormente, se seguiá el siguiente proceso para cada tipo de Kernel:

1. identifique la *variable arc_deep* con el valor 2. Si el tipo de Kernel es "Arc_cosine_L", el valor de la variable *arc_deep* se cambia a 3 y el *kernel_type* se identifica como "Arc_cosine"; de lo contrario, *kernel_type* se identifica como el kernel predeterminado.

- 2. El tipo de kernel establecido en (1) se aplica a la matriz de datos *X*, asignando al argumento *arc_cosine_deep* el valor establecido en la variable *arc_deep*. Tenga en cuenta que el argumento *arc_cosine_deep* se ignora si el tipo de kernel no es *Arc_cosine*.
- 3. Luego realizamos cinco particiones aleatorias, con 80% los datos para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv random.
- 4. Predictions, *Times* e Hyperparams que se utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*, además de guardar los tiempos de ejecución de cada modelo entrenado para cada partición.

5. **Para cada partición**:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo los valores 0, 0.25, 0.50, 0.75 y 1 para el hiperparámetro α y 100 como el número de lambdas generadas para tunear los hiperparámetros (parámetro por defecto de *lambdas_number*) con "Grid Search" como tipo de sintonización (parámetro por defecto de *tune_type*);
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta y en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de las predicciones del conjunto de prueba: Se crea el data frame *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba. Además, cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*.
- 5. Identificación del tiempo de ejecución del entrenamiento del modelo obtenido en (4): Se crea el data frame *FoldTime* que contiene la columna que especifica el tipo de *Kernel* utilizado para entrenar el modelo, el número de *Fold* y la columna *Minutos que indica el* tiempo de ejecución, en minutos, del entrenamiento del modelo obtenido en (2). Además, cada fila de *FoldTime* se agrega al data frame *Times*.
- 6. Identificación de hiperparámetros; Se crea el data frame HyperparamsFold que contiene los valores alpha del modelo obtenido en (2), loss, que es el costo del modelo para cada hiperparámetro α y el número de Fold. Además, cada fila de HyperparamsFold se agrega al data frame de Hyperparams.

Predictions contiene las columnas *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo el hiperparámetro óptimo (entre los valores posibles de α) que minimiza la

- función de costo con el tipo de tuneo "Grid Search", correspondiente al formato necesario para utilizar la función *gs_summaries* sobre estas predicciones en el caso de variables continuas.
- 6. Predictions y con la ayuda de la función *gs_summaries*, evaluamos la capacidad predictiva del modelo entrenado para el tipo de kernel especificado. La función *gs_summaries* devuelve una lista que identificamos como *summaries* y que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.
- 7. Finalmente, se crea un elemento con el nombre de kernel especificado en cada una de las listas *PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAll* y *SummariesAll*, que corresponden a los marcos de datos de las listas *Predictions, Times, Hyperparams* y *summaries*, respectivamente.

```
for (kernel in kernels) {
  cat("*** Kernel:", kernel, "***\n")
  # Identify the arc deep and the kernel
  arc deep <- 2
  if (kernel == "Arc cosine L") {
    arc deep <- 3
    kernel <- "arc_cosine"</pre>
  } else {
    kernel <- kernel
  }
  # Compute the kernel
  X <- kernelize(X, kernel = kernel, arc_cosine_deep = arc_deep)</pre>
  # Random Partition
  set.seed(2022)
  folds <- cv_random(</pre>
    records_number = nrow(X),
    folds number = 5,
    testing proportion = 0.2
  )
  # Empty data frames that will contain Predictions, Times
  # of execution & Summaries for each partition
  Predictions <- data.frame()</pre>
  Times <- data.frame()</pre>
  Hyperparams <- data.frame()</pre>
  for (i in seq_along(folds)) {
    cat("\t*** Fold:", i, "***\n")
    fold <- folds[[i]]</pre>
    # Identify the training and testing sets
    X_training <- X[fold$training, ]</pre>
```

```
X testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y training <- y[fold$training]</pre>
  y_testing <- y[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- generalized linear model(</pre>
    x = X_training,
    y = y_training,
    # Specify the hyperparameters values
    alpha = c(0, 0.25, 0.50, 0.75, 1),
    lambdas number = 100,
    tune_folds_number = 5,
    tune_type = "grid_search",
    tune_grid_proportion = 0.8,
    # In this example the iterations won't be shown
    verbose = FALSE
  # Testing Predictions
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y testing,
    Predicted = predictions$predicted
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Execution times
  FoldTime <- data.frame(</pre>
    kernel = kernel,
    Fold = i,
    Minutes = as.numeric(model$execution time, units = "mins")
  Times <- rbind(Times, FoldTime)</pre>
  # Hyperparams for the Fold
  HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
}
# Summaries of the Folds
summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
```

```
# Predictions, Times of execution & Summaries for the
  # specified Kernel
  PredictionsAll[[kernel]] <- Predictions</pre>
  TimesAll[[kernel]] <- Times</pre>
  HyperparamsAll[[kernel]] <- Hyperparams</pre>
  SummariesAll[[kernel]] <- summaries</pre>
}
#> *** Kernel: linear ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Kernel: polynomial ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Kernel: sigmoid ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Kernel: Gaussian ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Kernel: exponential ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Kernel: arc_cosine ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Kernel: Arc_cosine_L ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
```

Recordando que este proceso se realizó paa cada tipo de kernel, cada una d las listas *PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAll* y *SummariesAll* contiene la predicciones, los tiempos de ejecución, las combinaciones de los hiperparámetros (en este caso *alpha*) y los resúmenes, respectivamente, para cada tipo de kernel aplicado a la matriz de datos *X*. A modo de ejemplo, los resultados obtenidos para el tipo de kernel "Linear" se muestran a continuación:

```
# Predictions for the Linear Kernel
head(PredictionsAll$linear)
    Fold
              Line Env Observed Predicted
#> 1
       1 ICCV97301 6 431.0000 329.4303
#> 2
       #> 3
       1 ICCV05109 4 241.3333 243.2576
#> 4
       1 ICCV00402 7 198.0000 274.4901
#> 5
       1 ICCV09114 4 271.6667 235.4623
       1 ICCV03102 2 612.5000
#> 6
                               328.8074
# Times of execution for the Linear Kernel
TimesAll$linear
    kernel Fold
                   Minutes
#> 1 Linear 1 0.011231164
#> 2 Linear
              2 0.007415930
#> 3 linear
             3 0.007502739
#> 4 Linear
             4 0.006925158
#> 5 linear 5 0.007082478
# Elements of SummariesAll
names(SummariesAll)
#> [1] "linear"
                    "polynomial"
                                 "sigmoid"
                                               "Gaussian"
#> [5] "exponential" "arc cosine"
# Elements of summaries for the Linear Kernel
names(SummariesAll$linear)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(SummariesAll$linear$line)
#>
         Line Observed Predicted Difference
#> 1 ICCV10316 247.4000 246.6886
                                    0.7114
#> 2 ICCV96331 297.8667 292.9877
                                    4.8790
#> 3 ICCV03309 251.8667 258.1340
                                    6.2673
#> 4 ICCV03407 272.9000 265.3837
                                    7.5163
#> 5 ICCV10112 293.8750 286.2745
                                    7.6005
#> 6 ICCV01301 256.4444 248.2266
                                    8.2178
# Summaries by Environment
SummariesAll$linear$env[, 1:8]
#>
       Εην
                MSE
                      MSE_SE
                                RMSE RMSE_SE NRMSE_SE
         1 6875.430 1311.8864 81.1641 8.4827 1.0508
#> 1
```

```
2 7519.932 2301.3137 83.0753 12.4342 0.8851
                                                      0.0416
#> 3
         4 1721.267 333.3951 40.5592 4.3652 1.0662
                                                      0.1278
#> 4
         5 2233.537 633.7437 45.1552 6.9740 0.9060
                                                      0.0853
#> 5
         6 3602.056 989.7324 57.3608 8.8289 1.7155
                                                      0.4246
#> 6
         7 2203.865 795.9604 44.1320 8.0036 1.6168
                                                      0.3223
#> 7 Global 3935.853 868.7861 61.0246 7.2776 0.7308
                                                      0.0419
#>
        MAE
#> 1 68.2023
#> 2 63.9285
#> 3 35.6121
#> 4 41.4906
#> 5 48.1576
#> 6 36.2816
#> 7 46.3177
SummariesAll$linear$env[, 9:15]
    MAE SE
             #> 1 7.8350 0.2389 0.0573 -160.0667
                                   190.9703 1.6771
                                                        0.8355
#> 2 5.7602 0.3525 0.2590 -228.6208
                                      1100.7638 1.6550
                                                        3.2082
#> 3 3.8357 0.4209 0.1431 102.2344
                                       48.5041 0.5991
                                                        0.1901
#> 4 7.2815 0.5780 0.0664 -196.5261
                                      216.1002 2.1673
                                                        0.7673
#> 5 8.1528 0.0205 0.2690
                                      271.6476 0.7415
                         99.2030
                                                        0.7963
#> 6 7.1674 0.5851 0.1641
                           48.5085
                                       40.1714 0.6405
                                                        0.2230
#> 7 4.9082 0.6950 0.0366 -69.8135
                                       32.4841 1.2536
                                                        0.1327
SummariesAll$linear$env[, 16:19]
        R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1 0.0702 0.0265 0.2781
                           0.0381
#> 2 0.3925 0.1115 0.1797
                           0.0135
#> 3 0.2590 0.1204 0.1443
                           0.0141
#> 4 0.3506 0.0711 0.1697
                           0.0360
#> 5 0.2900 0.1557 0.1368
                           0.0218
#> 6 0.4501 0.1708 0.2015
                           0.0402
#> 7 0.4884 0.0523 0.1733
                           0.0197
# Summaries by Fold
SummariesAll$linear$fold[, 1:8]
                       MSE SE
                                 RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
#>
      Fold
                MSE
#> 1
         1 6765.752 2319.9780 75.8536 14.2266 1.3532
                                                      0.2738
#> 2
         2 3508.521 821.8620 57.0274 7.1609 1.4840
                                                      0.3410
#> 3
         3 2173.220 766.0682 43.0508 7.9981 0.9225
                                                      0.0510
         4 4786.290 1035.8978 67.0221 7.6724 1.3370
#> 4
                                                      0.3009
        5 2896.291 1075.7867 49.9181 8.9942 1.0332
#> 5
                                                      0.1027
#> 6 Global 3935.853 868.7861 61.0246 7.2776 0.7308
                                                      0.0419
#>
        MAE
#> 1 62.1932
#> 2 46.1275
#> 3 35.5210
#> 4 58.1626
#> 5 42.7231
#> 6 46.3177
SummariesAll$linear$fold[, 9:15]
```

```
MAE SE Cor Cor SE Intercept Intercept SE
#> 1 10.2800 0.0119 0.1393 637.8885
                                         648.2703 -0.8256
#> 2 5.2806 0.1724 0.2578
                           196.9770
                                          74.6426 0.3573
#> 3 6.1457 0.4110 0.1122 -645.4735
                                         459.0311
                                                  3.2158
#> 4 5.8277 0.4546 0.1310 -152.8869
                                         246.3478 1.2742
     6.9960 0.7124 0.0804 -315.8948
                                         209.6243 1.9104
#> 5
#> 6 4.9082 0.6950 0.0366 -69.8135
                                         32.4841 1.2536
    Slope SE
#>
      1.9281
#> 1
#> 2
      0.2047
#> 3
      1.3669
      0.7664
#> 4
#> 5
      0.6210
#> 6
      0.1327
SummariesAll$linear$fold[, 16:19]
        R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1 0.0972 0.0559 0.2129
                            0.0287
#> 2 0.3488 0.1359 0.1809
                            0.0323
#> 3 0.2319 0.0860 0.1242
                            0.0147
#> 4 0.2924 0.1265 0.2395
                            0.0342
#> 5 0.5398 0.0941 0.1675
                            0.0296
#> 6 0.4884 0.0523 0.1733
                           0.0197
```

Además, los elmentos de la lista HyperparamsAll contienen las columnas alpa, loss y Fold, donde el valor de la columna de pérdida corresponde al costo del model para cada combinación de los α valores de partición y, ordenados de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(HyperparamsAll$linear)
#>
      alpha
                loss Fold
#> 2
       0.25 2965.373
                        1
#> 4
       0.75 2999.160
                        1
#> 5
       1.00 3001.254
                        1
#> 1
       0.00 3060.944
                        1
                        2
#> 21 0.25 3994.289
#> 3
       0.50 4033.894
# Last rows of Hyperparams
tail(HyperparamsAll$linear)
      alpha
#>
                loss Fold
#> 42
     0.75 4153.730
                        4
#> 53
      1.00 4154.292
                        4
#> 54
      1.00 3846.198
                        5
                        5
#> 33
      0.50 3849.834
#> 22
       0.25 3885.358
                        5
#> 14  0.00  3897.018
```

3.7 Ejemplo de con Sparse Kernels con Grid search y particiones aleatorias

Este ejemplo evalúa un modelo lineal generalizado con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la función cv_random), para una respuesta continua, utilizando la matriz de diseño de *PhenoToy* Env variable, la matriz descrita G anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estas dos, como predictores; además de utilizar "Grid Search" como 1 tipo de tuneo del hiperparámetro α cuyas opciones son 0, 0.25, 0.50 y 0.75. Todo esto con los llamados "Sparse Kernel Methods", con las posibles combinaciones entre los tipos de Kernel "Sparse_Gaussian" y "Sparse_Arc_cosine" con las proporciones 0.5,0.6,0.7,0.8,0.9 y 1.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *GroundnutToy* y el objetivo es predecir la variable continua *PYPP del marco de* datos PhenoToy* utilizando la matriz de diseño de la variable *PhenoToy* Env, la matriz descrita *G* anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y *y* respectivamente.

```
# Load the data
load("GroundnutToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
    PhenoToy
#>
#>
     GenoToy
# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LinexGeno <- Line *** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LinexGeno:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LinexGeno, LinexGenoxEnv)</pre>
y <- PhenoToy$PYPP
dim(X)
#> [1] 120 154
print(y[1:7])
#> [1] 13.45 6.04 7.18 7.60 12.29 3.71 9.24
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Tenga en cunta que la variable de respuesta y es una variable continua (un vector co elementos de tipo "doble"), lo cual es importante par que el modelo se entrene automáticamente para una variable continua.

A diferencia de los ejemplos anteriores, ahora buscamos evaluar el modelo para cada una de las posibles combinaciones entre los tipos de Kernel "Sparse_Gaussian" y

"Sparse_Arc_cosine" con las proporciones 0.5,0.6,0.7,0.8,0.9 y 1. Por eso creamos un vector llamado *kernels* en el que indicamos los tipos de kernels que queremos aplicar a los de la matriz *X* y otro vector llamado *lines_proportions*. Además, creamos las listas vacías *PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAll* y *SummariesAll* que se utilizarán para guardar las predicciones, los tiempos de ejecución, los hiperparámetros y los resúmenes de cada modelo entrenado, es decir, para cada combinación entre tipo de kernel y proporción de *líneas* utilizadas, que a su vez servirán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y para posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
kernels <- c("Sparse_Gaussian", "Sparse_Arc_cosine")</pre>
lines proportions \leftarrow c(0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1)
# Example: Apply the "Sparse Gaussian" Kenel to the data
X_Linear <- kernelize(</pre>
  Χ,
  kernel = kernels[1],
  rows proportion = lines proportions[1]
)
# Note that X Linear is an square matrix
dim(X Linear)
#> [1] 120 60
# Empty lists that will contain Predictions,
# Times of execution & Summaries for each typeof kernel
PredictionsAll <- list()</pre>
TimesAll <- list()</pre>
HyperparamsAll <- list()</pre>
SummariesAll <- list()</pre>
```

Posteriormente, se seguiá el siguiente proceso para cada tipo de Kernel y para cada proporcón de líneas:

- 1. El conjunto de tipos de kernel se aplica a la matriz de datos *X*, asignando el valor numérico a la2 El argumento *arc_cosine_deep* y la proporción de líneas establecen el valor en el argumento de proporción de *filas*.
- 2. Luego realizamos cinco particiones aleatorias, con 80% los datos para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random.
- 3. Predictions, Times e Hyperparams que se utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*, además de guardar los tiempos de ejecución de cada modelo entrenado para cada partición.
- 4. Para cada partición:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo los valores 0, 0.25, 0.50, 0.75 y 1 para el hiperparámetro α y 100 como el número de lambdas generadas para ajustar los hiperparámetros (parámetro predeterminado de *lambdas_number*) con "Optimización bayesiana" como tipo de tuneo;
- 3. Con el modelo obtenido en (3), se predice la variable respuesta *y* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de las predicciones del conjunto de prueba: Se crea el data frame *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba. Además, cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*.
- 5. Identificación del tiempo de ejecución del entrenamiento del modelo obtenido en (2): Se crea el data frame *FoldTime* que contiene la columna que especifica el tipo de *Kernel* utilizado para entrenar el modelo, el número de *Fold* y la columna *Minutos que indica el* tiempo de ejecución, en minutos, del entrenamiento del modelo obtenido en (2). Además, cada fila de *FoldTime* se agrega al data frame *Times*.
- 6. Identificación de hiperparámetros; Se crea el data frame HyperparamsFold que contiene los valores alpha del modelo obtenido en (2), loss, que es el costo del modelo para cada hiperparámetro α y el número de Fold. Además, cada fila de HyperparamsFold se agrega al data frame de Hyperparams.
- Predictions contiene las columnas *Fold*, *Line*, *Env*, *Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo el hiperparámetro óptimo (entre los valores posibles de α) que minimiza la función de costo con el Tipo de tuneo "Bayesian Optimization", correspondiente al formato necesario para utilizar la función *gs_summaries* sobre estas predicciones en el caso de variables continuas.
- 5. Predictions y con la ayuda de la función *gs_summaries*, evaluamos la capacidad predictiva del modelo entrenado para el tipo de kernel especificado. La función *gs_summaries* devuelve una lista que identificamos como *summaries* y que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.
- 6. Finalmente, se crea un elemento con el nombre de kernel especificado en cada una de las listas *PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAll y SummariesAll*, que corresponden a los marcos de datos de las listas *Predictions, Times, Hyperparams* y *summaries*, respectivamente.

```
for (kernel in kernels) {
  cat("*** Kernel:", kernel, "***\n")
```

```
for (line proportion in lines proportions) {
  cat("\t*** Line_Proportion:", line_proportion, "***\n")
  # Compute the kernel
  X <- kernelize(</pre>
    Χ,
    kernel = kernel,
    arc_cosine_deep = 2,
    rows proportion = line proportion
  # Random Partition
  set.seed(2022)
  folds <- cv_random(</pre>
    records_number = nrow(X),
    folds_number = 5,
    testing proportion = 0.2
  )
  # Empty data frames that will contain Predictions, Times
  # of execution & Summaries for each partition
  Predictions <- data.frame()</pre>
  Times <- data.frame()</pre>
  Hyperparams <- data.frame()</pre>
  for (i in seq_along(folds)) {
    cat("\t*** Fold:", i, "***\n")
    fold <- folds[[i]]</pre>
    # Identify the training and testing sets
    X_training <- X[fold$training, ]</pre>
    X_testing <- X[fold$testing, ]</pre>
    y_training <- y[fold$training]</pre>
    y_testing <- y[fold$testing]</pre>
    # Model training
    model <- generalized_linear_model(</pre>
      x = X training,
      y = y_training,
      # Specify the hyperparameters values
      alpha = list(min = 0, max = 1),
      lambdas number = 100,
      tune_folds_number = 5,
      tune_type = "bayesian_optimization",
      tune bayes samples number = 5,
      tune_bayes_iterations_number = 5,
      tune_grid_proportion = 0.8,
```

```
# In this example the iterations wont be shown
        verbose = FALSE
      )
      # Testing Predictions
      predictions <- predict(model, X testing)</pre>
      # Predictions for the Fold Fold
      Predictions <- data.frame(</pre>
        Fold = i,
        Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
        Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
        Observed = y_testing,
        Predicted = predictions$predicted
      Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
      # Execution times
      FoldTime <- data.frame(</pre>
        kernel = kernel,
        Fold = i,
        Minutes = as.numeric(model$execution time, units = "mins")
      Times <- rbind(Times, FoldTime)</pre>
      # Hyperparams for the Fold
      HyperparamsFold <- model$hyperparams grid %>%
        mutate(Fold = i)
      Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
    # Summaries of the Folds
    summaries <- gs summaries(Predictions)</pre>
    str line <- paste("Line Proprtion:", line proportion)</pre>
    # Predictions, Times of execution & Summaries for the
    # specified Kernel
    PredictionsAll[[kernel]][[str_line]] <- Predictions</pre>
    TimesAll[[kernel]][[str_line]] <- Times</pre>
    HyperparamsAll[[kernel]][[str_line]] <- Hyperparams</pre>
    SummariesAll[[kernel]][[str_line]] <- summaries</pre>
  }
}
#> *** Kernel: Sparse Gaussian ***
#> *** Line_Proportion: 0.5 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
```

```
#> *** Line Proportion: 0.6 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
   *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
    *** Fold: 5 ***
#>
   *** Line_Proportion: 0.7 ***
#>
   *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
    *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
   *** Fold: 5 ***
#>
   *** Line_Proportion: 0.8 ***
#>
#> *** Fold: 1 ***
    *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
    *** Line Proportion: 0.9 ***
#>
   *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
    *** Fold: 5 ***
#>
   *** Line_Proportion: 1 ***
#>
#> *** Fold: 1 ***
   *** Fold: 2 ***
#>
    *** Fold: 3 ***
#>
#>
   *** Fold: 4 ***
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Kernel: Sparse_Arc_cosine ***
#> *** Line Proportion: 0.5 ***
   *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
#> *** Fold: 3 ***
   *** Fold: 4 ***
#>
    *** Fold: 5 ***
#>
#>
    *** Line_Proportion: 0.6 ***
   *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
    *** Fold: 4 ***
#>
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Line_Proportion: 0.7 ***
   *** Fold: 1 ***
#>
    *** Fold: 2 ***
#>
#>
    *** Fold: 3 ***
   *** Fold: 4 ***
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Line_Proportion: 0.8 ***
```

```
#> *** Fold: 1 ***
   *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
   *** Fold: 5 ***
#>
    *** Line Proportion: 0.9 ***
#>
   *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Line Proportion: 1 ***
   *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
#>
   *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
```

Recordando que este proceso se realizó para cada combinación de tipo de kerne y relación de línea especificada, cada una de las listas *PredictionsAll, TimesAl, HyperparamsAll* y *SummariesAll* contiene las predicciones, los tiempos de ejecución, las combinaciones de hiperparámetros (en este caso *alpha*) y los resúmenes, respectivamente, para cada combinación entre el tipo de kernel y la proporción de *líneas* aplicadas a la matriz de datos *X.* A modo de ejemplo, a continuación se muestran los resultados obtenidos para el tipo de kernel "Sparse_Gaussian" y "Line_Proprtion: 0.7":

```
# Predictions for the Sparse_Gaussian Kernel
head(PredictionsAll$Sparse_Gaussian$`Line_Proprtion: 0.7`)
    Fold
             Line
                            Env Observed Predicted
                               13.06 9.236051
#> 1
    5 ICGV05057 ALIYARNAGAR R15
#> 2 5 ICG2857 ICRISAT_R15
                                  4.96 9.456688
            TG19 ICRISAT_R15 7.66 9.901224
DTG3 JALGOAN_R15 12.00 8.926199
#> 3 5
#> 4 5
#> 5 5
             TG19 ICRISAT PR15-16
                                 4.33 9.022342
#> 6 5 ICGV95377
                    JALGOAN_R15
                                  10.30 8.844390
# Times of execution for the Sparse Gaussian Kernel
TimesAll$Sparse Gaussian$`Line Proprtion: 0.7`
#>
            kernel Fold
                         Minutes
#> 4 Sparse_Gaussian 4 0.08042319
#> 5 Sparse Gaussian 5 0.09610434
# Elements of SummariesAll
names(SummariesAll)
#> [1] "Sparse Gaussian"
                       "Sparse_Arc_cosine"
```

```
# Elements of summaries for Sparse Gaussian Kernel
names(SummariesAll$Sparse Gaussian)
#> [1] "Line_Proprtion: 0.5" "Line_Proprtion: 0.6"
#> [3] "Line Proprtion: 0.7" "Line Proprtion: 0.8"
#> [5] "Line_Proprtion: 0.9" "Line_Proprtion: 1"
names(SummariesAll$Sparse_Gaussian$`Line_Proprtion: 0.7`)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(SummariesAll$Sparse Gaussian$`Line Proprtion: 0.7`$line)
          Line Observed Predicted Difference
                           9.1482
#> 1 ICGV00248
                 9.0000
                                       0.1482
#> 2 ICGV95377
                 9.2100
                           9.5088
                                       0.2988
#> 3
                 8.7000
                           9.1658
                                       0.4658
       ICG9315
#> 4 ICGV00362
                 8.3100
                           9.6635
                                       1.3535
#> 5 ICCV04107 190.6667
                        192.3172
                                       1.6505
       ICG2857
                 7.5450
                           9.2703
                                       1.7253
# Summaries by Environment
SummariesAll$Sparse Gaussian$`Line Proprtion: 0.7`$env[, 1:8]
                            MSE MSE SE
#>
                  Enν
                                           RMSE RMSE SE NRMSE
#> 1
     ALIYARNAGAR R15
                         4.2365
                                    NA
                                        2.0583
                                                     NA 1.0617
#> 2
     ICRISAT PR15-16
                        19.3393
                                     NA
                                        4.3976
                                                     NA 3.1948
#> 3
          ICRISAT_R15
                        14.5566
                                     NA
                                        3.8153
                                                     NA 0.9579
#> 4
                                                     NA 1.0946
          JALGOAN_R15
                        49.6871
                                    NA
                                         7.0489
#> 5
                    1 8663.5554
                                    NA 93.0782
                                                     NA 0.9584
#> 6
                    2 4029.6301
                                    NA 63.4794
                                                     NA 0.8882
                                    NA 36.5910
#> 7
                    4 1338.8986
                                                     NA 1.0354
#> 8
                    5
                       510.6866
                                    NA 22.5984
                                                     NA 1.1395
#> 9
                    6 3213.0426
                                    NA 56.6837
                                                     NA 1.1018
#> 10
                    7
                      979.0036
                                    NA 31.2890
                                                     NA 0.8486
               Global 1774.9271
                                    NA 42.1299
#> 11
                                                     NA 0.3176
#>
      NRMSE SE
                   MAE
#> 1
               1.5401
            NA
#> 2
               4.1352
            NA
#> 3
            NA
               3.5174
               5.4254
#> 4
            NA
#> 5
            NA 76.5885
#> 6
            NA 60.1064
#> 7
            NA 32.0289
#> 8
            NA 20.4767
#> 9
            NA 43.7637
#> 10
            NA 25.6632
#> 11
            NA 26.8566
SummariesAll$Sparse_Gaussian$`Line_Proprtion: 0.7`$env[, 9:15]
#>
      MAE SE
                 Cor Cor SE
                             Intercept Intercept SE
                                                        Slope
          NA -0.2825
                                23.4790
#> 1
                         NA
                                                  NA
                                                      -1.4375
#> 2
          NA -0.5636
                         NA
                                18.0558
                                                  NA
                                                      -1.4766
                         NA
#> 3
          NA -0.2218
                               23.5443
                                                  NA
                                                      -1.4194
#> 4
          NA 0.3115
                         NA
                               -37.5172
                                                       5.5495
                                                  NA
```

```
#> 5
         NA 0.1755
                         NA
                            -828.8236
                                                 NA
                                                    4.2187
#> 6
          NA -0.9770
                         NA
                            5318.6931
                                                 NA -14.3785
#> 7
          NA 0.6586
                         NA -1161.1830
                                                 NA
                                                      6.0003
#> 8
          NA -0.4061
                                                 NA
                         NA
                             748.5099
                                                     -1.8713
#> 9
          NA -0.1788
                         NA
                            3585.0368
                                                 NA
                                                     -9.2182
#> 10
          NA 0.9032
                         NA
                             -387.2714
                                                 NA
                                                      2.8679
#> 11
          NA 0.9488
                         NA
                                1.2152
                                                 NA
                                                      0.9565
#>
      Slope_SE
#> 1
            NA
#> 2
            NA
#> 3
            NA
#> 4
            NA
#> 5
            NA
#> 6
            NA
#> 7
            NA
#> 8
            NA
#> 9
            NA
#> 10
            NA
#> 11
            NA
SummariesAll$Sparse_Gaussian$`Line_Proprtion: 0.7`$env[, 16:19]
          R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#>
                NA 0.1381
#> 1 0.0798
                                NA
#> 2 0.3177
                NA 0.7051
                                NA
#> 3 0.0492
                NA 0.3612
                                NA
#> 4 0.0970
               NA 0.3760
                                NA
#> 5 0.0308
                NA 0.3060
                                NA
#> 6 0.9544
               NA 0.1824
                                NA
#> 7 0.4337
               NA 0.1173
                                NA
#> 8 0.1649
                                NA
                NA 0.0755
#> 9 0.0320
               NA 0.1494
                                NA
#> 10 0.8158
                                NA
                NA 0.1622
#> 11 0.9003
               NA 0.2308
                                NA
# Summaries by Fold
SummariesAll$Sparse_Gaussian$`Line_Proprtion: 0.7`$fold[, 1:8]
#>
       FoLd
                 MSE MSE SE
                              RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
          5 1882.264 876.892 32.1040 9.7274 1.2281
                                                      0.2206
#> 2 Global 1774.927
                        NA 42.1299
                                          NA 0.3176
                                                          NA
#>
        MAE
#> 1 27.3245
#> 2 26.8566
SummariesAll$Sparse_Gaussian$`Line_Proprtion: 0.7`$fold[, 9:15]
             Cor Cor_SE Intercept Intercept_SE
    MAE SE
                                                   Slope
#> 1 8.2277 -0.0581 0.1808
                           730.2524
                                         654.5285 -1.1165
#> 2
        NA 0.9488
                       NA
                              1.2152
                                               NA 0.9565
     Slope SE
#>
       2.0598
#> 1
#> 2
           NA
SummariesAll$Sparse_Gaussian$`Line_Proprtion: 0.7`$fold[, 16:19]
#> R2 R2_SE MAAPE MAAPE_SE
```

```
#> 1 0.2975 0.1069 0.2573 0.0597
#> 2 0.9003 NA 0.2308 NA
```

Además, los elementos de la lista HyperparamsAll contienen las columnas alpha, loss* y Fold, donde el valor de la columna de pérdida corresponde al costo del modelo para cada combnación de los α valores de partición y, ordenados de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(HyperparamsAll$Sparse_Gaussian$`Line Proprtion: 0.7`)
                     mse Fold
#>
           alpha
#> 5 0.07803758 18.92680
#> 10 0.11056155 18.96947
                             1
#> 4 0.16433226 19.03684
                             1
#> 2 0.42398546 19.14971
                             1
#> 8 0.52101372 19.16375
                             1
#> 9 0.54698581 19.16473
                             1
# Last rows of Hyperparams
tail(HyperparamsAll$Sparse_Gaussian$`Line_Proprtion: 0.7`)
          alpha
                     mse Fold
#> 74 0.45703866 16.78341
                             5
#> 44 0.62443722 16.79359
#> 64 0.76445986 16.80660
                             5
                             5
#> 54 0.92873054 16.82231
#> 34 0.14337780 16.88426
                             5
#> 24 0.05022715 16.96390
                             5
```

4 Métodos de regresión bayesiana

4.1 Ejemplo de resultados continuos con Bayesian Lasso con solo G en el predictor con Grid search y particiones aleatorias

Este ejemplo evalúa un modelo LASSO bayesiano con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la función cv_random), para una respuesta continua, usando solo la matriz G (Matriz de diseño de línea que contiene información genómica) como predictor.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *GroundnutToy* y el objetivo es predecir la variable continua *YPH* del data frame *PhenoToy* utilizando la matriz *G* descrita anteriormente como predictor; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y *y* respectivamente.

```
# Load the data
load("GroundnutToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
```

```
#> GenoToy
# Data preparation of G
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])
# G matrix
LineG <- Line %*% Geno

# Predictor and Response Variables
X <- LineG
y <- PhenoToy$YPH

# Note that y is a continuous numeric vector
class(y)
#> [1] "numeric"
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Posteriormente, realizamos cinco partciones aleatorias, con 80% los datos pra el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, on la ayuda de la función cv_random (con los parámetros por defecto). Además, creamos el data frame Predictions vacíoque servirá para almacenar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_random(records_number = nrow(X))

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso para cada partición:

- 1. Se identifica el conjunto de prueba de la variable de respuesta. Tenga en cuenta que, a diferencia de los modelos lineales generalizados, ahora solo es necesario identificar el conjunto de prueba, ya que la función *bayesian_model* tiene un argumento *testing_indices* que corresponde a los índices de este conjunto;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento, indicando con la función *bayesian_model* una lista que especifica la matriz de predictores y el modelo, además de la variable respuesta y los índices correspondientes al conjunto de prueba;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *YPH* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. FoldPredictions que contiene las variables: número de Fold, Line, Env, Observed y Predicted para cada elemento del conjunto de prueba.

b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq along(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the testing response set
  y_testing <- y[fold$testing]</pre>
  # Model training with Bayesian LASSO Regression
  ETA \leftarrow list(G = list(x = X, model = "Bayes Lasso"))
  model <- bayesian model(</pre>
    x = ETA
   y = y
    testing_indices = fold$testing
  # Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, fold$testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y_testing,
    Predicted = predictions$predicted
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1615 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1421 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1463 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1365 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.142 secs ***
```

Predictions data frame contiene las columnas *Fold*, *Line*, *Env Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, correspondiente al formato

necsario para usar la fución *gs_summaries* en estas predicciones en el caso de variables continuas.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions)
    Fold
#>
              Line
                               Env Observed Predicted
#> 1
                       JALGOAN R15
                                   817.85 1745.308
       1 ICGV97115
#> 2
       1
           ICG9315
                       ICRISAT R15 1324.07 1452.833
#> 3
       1 ICGV06099 ICRISAT PR15-16 2334.15 2210.811
#> 4
       1 ICGV00248
                       ICRISAT R15 1993.36 1756.494
#> 5
                       ICRISAT R15 1856.64 1754.378
       1 ICGV05057
#> 6
       1 ICGV02434
                       JALGOAN R15
                                   367.32 1648.263
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
# Summaries
summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
         Line Observed Predicted Difference
#>
#> 1 ICGV07217 1530.160 1509.888
                                    20.2720
25.6456
#> 3 Gangapuri 1232.337 1154.666
                                   77.6712
         TG19 1106.877 1197.769
                                   90.8921
#> 5 ICG15419 1307.694 1429.795
                                  122.1015
#> 6 ICGV99085 1398.842 1262.463
                                  136.3792
# Summaries by Environment
summaries$env[, 1:7]
                                                RMSE SE NRMSE
#>
                Enν
                         MSE
                                MSE SE
                                          RMSE
#> 1 ALIYARNAGAR R15 225579.7 82778.39 435.3207
                                                94.9678 1.4216
#> 2 ICRISAT PR15-16 455330.4 211762.76 620.4828 132.6004 1.1534
#> 3
        ICRISAT R15 177927.4 32573.06 411.8567 45.5560 0.7422
        JALGOAN R15 801035.1 207070.53 859.6842 124.4770 0.9782
#> 4
#> 5
             Global 416059.0 108383.49 623.9185 81.8301 0.8473
#>
   NRMSE SE
#> 1
      0.8773
#> 2
      0.1695
#> 3
      0.1006
#> 4
      0.1010
#> 5
      0.0295
summaries$env[, 8:14]
#>
         MAE
               MAE SE
                         Cor Cor_SE Intercept Intercept_SE
#> 1 367.3761 89.5063 0.8264 0.0966 -434.7518 176.0840
```

```
#> 2 482.5078 107.3539 0.2623 0.1449 735.7532
                                                  634.0835
#> 3 362.8939 41.2606 0.6939 0.0711 -278.5361
                                                   242.3355
#> 4 697.3011 96.5122 0.2369 0.3209
                                     -30.3277
                                                  1663.8286
#> 5 480.6238 49.8928 0.5795 0.0707 -392.2724
                                                  565.8855
#>
     Slope
#> 1 1.1194
#> 2 0.6344
#> 3 1.1708
#> 4 1.0550
#> 5 1.3228
summaries$env[, 15:19]
    Slope SE
               R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1
      0.1958 0.7203 0.1358 0.3338
                                    0.0960
#> 2
      0.4799 0.1527 0.0912 0.3003
                                    0.0480
      0.1943 0.5018 0.1123 0.2560
                                    0.0350
#> 4
      1.1659 0.4679 0.1078 0.3887
                                    0.0606
#> 5
      0.4161 0.3559 0.0764 0.2991
                                    0.0130
# Summaries by Fold
summaries$fold[, 1:8]
      FoLd
#>
                MSE
                       MSE_SE
                                  RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
#> 1
         1 569460.2 279247.13 670.6226 199.7712 0.8002
                                                         0.1661
#> 2
         2 427782.7 277634.38 554.1137 200.6163 0.6719
                                                         0.1487
#> 3
         3 338101.3 66028.75 573.7242 54.5950 2.0501
                                                         0.9793
#> 4
         4 196998.0 50168.44 431.8725 59.1160 0.8882
                                                         0.1828
         5 542498.4 259529.17 678.8476 164.9893 0.9588
                                                         0.1113
#> 6 Global 416059.0 108383.49 623.9185 81.8301 0.8473
                                                         0.0295
#>
#> 1 555.8062
#> 2 447.0548
#> 3 481.0394
#> 4 360.8776
#> 5 542.8207
#> 6 480.6238
```

4.2 Ejemplo de con una respuesta binaria con Bayes A Env+G en el predictor con Grid search y validación cruzada 7-fold

Este ejemplo evalúa un modelo baesiano A bayesiano con validación cruzada 7-fold, para una respuesta binaria, utilizando el efecto del ambiente y la matriz *G* como predictores.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es EYTToy y el objetivo es predecir la variable binaria y_{bin} , que es una transformación de la variable Biomasa que indica si la respuesta es mayor que la mediana de esta variable o no, utilizando la matriz de diseño de PhenoToy. Env variable y matrix G, descritos anteriormente, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como X y y_{bin} respectivamente.

```
# Load the data
load("EYTToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
```

```
#> PhenoToy
#> GenoToy
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])
# G matrix
LineG <- Line %*% Geno

X <- cbind(Env, LineG)
y_bin <- BurStMisc::ntile(PhenoToy$Height, 2, result = "factor")
#> Warning in BurStMisc::ntile(PhenoToy$Height, 2, result =
#> "factor"): common values across groups: 1, 2
```

Tenga en cuenta que la varible de respuesta y_{bin} es un factor con solo dos niveles (o categorías), lo cual es importante para que el modelo se entrene automáticmente para una variable binaria (regresión logística). Por esta razón, es importante tener en cuenta esas variables de respuesta binarias o categóricas antes de usar la función *bayesian_model*.

Posteriormente hacemos las particiones correspondientes a 7-Fold CV, con la ayuda de la función *cv_kfold*. Además, creamos el data frame vacío Predictions que se utilizará para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_kfold(records_number = nrow(X), k = 7)

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso **para cada artición**:

- 1. Se identifica el conjunto de prueba de la variabe de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento, indicando con la función *bayesian_model* una lista que especifica la matriz de predictores y el modelo, además de la variable respuesta y los índices correspondientes al conjunto de prueba;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), y_{bin} se predice la variable respuesta en el conjunto de prueba, con el fin de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. FoldPredictions que contiene las variables: Fold number, Line, Env, Observed, Predicted, 1 y 2 para cada elemento del conjunto de prueba. Tenga en cuenta que, a diferencia del ejemplo anterior, ahora tenemos dos columnas adicionales correspondientes a las probabilidades asociadas con cada elemento correspondiente a esa categoría.

b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*. Con esto, Predictions se formatea para que sea un argumento de la función *gs summaries*.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq along(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the testing response set
  y_testing <- y_bin[fold$testing]</pre>
  # Model training with Bayes A model
  ETA \leftarrow list(list(x = X, model = "Bayes A"))
  model <- bayesian_model(</pre>
    x = ETA,
    y = y bin,
    testing_indices = fold$testing
  )
  # Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, fold$testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- cbind(</pre>
    data.frame(
      Fold = i.
      Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
      Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
      Observed = y_testing,
      Predicted = predictions$predicted
    ),
    predictions$probabilities
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2304 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2292 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2058 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2197 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
```

```
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2342 secs ***
#> *** Fold: 6 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2306 secs ***
#> *** Fold: 7 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2391 secs ***
```

Preditions contiene columnas *Fold*, *Line*, *Env*, *Observed*, *Predicted*, *A* y *B* para cada lemento del conjunto de prueba de cada artición, correspondiente al formato necesario para usar la función *as_summaries en Prediction* en el caso de varibles binarias.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions)
   Fold
                Line
                           Env Observed Predicted
      1 GID7625106 Flat5IR 1
#> 1
                                          1 0.68447526
#> 2  1 GID7625276 FlatDrip
                                    1
                                               1 0.99846345
#> 2 1 GID/6252/6 FLatDrip 1
#> 3 1 GID7625985 Bed5IR 2
#> 4 1 GID7626366 EHT 1
#> 5 1 GID7626381 FlatDrip 1
#> 6 1 GID7626446 FlatDrip 1
                                                2 0.08935119
                                               2 0.40729747
                                             1 0.99382174
1 0.95210362
#>
#> 1 0.315524738
#> 2 0.001536546
#> 3 0.910648806
#> 4 0.592702529
#> 5 0.006178261
#> 6 0.047896383
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5 6 7
summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
           Line Observed Predicted
                                       X1
#> 1 GID7462121 2 2 0.3697 0.6303
                      1
                                1 0.6985 0.3015
#> 2 GID7625106
                                1 0.6786 0.3214
                      1
#> 3 GID7625276
#> 4 GID7625985
                      2
                                2 0.3488 0.6512
                                2 0.5448 0.4552
                      1
#> 5 GID7626366
                                1 0.6439 0.3561
#> 6 GID7626381
                      1
# Summaries by Environment
```

```
summaries$env
#>
                PCCC PCCC SE
          Enν
                               Kappa Kappa SE BrierScore
       Bed5IR 0.8071 0.0579 0.1250
#> 1
                                       0.1664
                                                   0.2364
#> 2
          EHT 0.7878 0.0928 0.4520
                                       0.1860
                                                   0.3877
#> 3 Flat5IR 0.5534 0.0704 -0.0197
                                       0.1416
                                                   0.5193
#> 4 FlatDrip 1.0000 0.0000
                                 NaN
                                           NA
                                                   0.0022
       Global 0.8021
                      0.0276 0.5930
                                       0.0563
                                                   0.2912
    BrierScore SE
#>
#> 1
            0.0464
#> 2
            0.0381
#> 3
            0.0724
#> 4
            0.0008
#> 5
            0.0345
# Summaries by Fold
summaries$fold
#>
      Fold
              PCCC PCCC_SE
                             Kappa Kappa_SE BrierScore
#> 1
          1 0.8250 0.1181 0.2727
                                     0.1928
                                                0.2033
#> 2
          2 0.7750
                   0.1315
                            0.1389
                                     0.3735
                                                0.3476
#> 3
          3 0.6577 0.1546 -0.2222
                                     0.1273
                                                0.3616
#> 4
          4 0.6583 0.1493
                                     0.0000
                           0.0000
                                                0.3032
#> 5
          5 0.8542 0.0859
                           0.3333
                                     0.2887
                                                0.2392
#> 6
          6 0.8167
                    0.1067
                            0.4444
                                     0.2546
                                                0.3328
#> 7
          7 0.9226
                   0.0449
                           0.3478
                                     0.2460
                                                0.2171
#> 8 Global 0.8021
                   0.0276 0.5930
                                     0.0563
                                                0.2912
#>
     BrierScore SE
#> 1
            0.1002
#> 2
            0.1487
#> 3
            0.1708
#> 4
            0.1036
#> 5
            0.0801
#> 6
            0.1527
#> 7
            0.0823
#> 8
            0.0345
```

4.3 Ejemplo con variable respuesta categóricao con Bayes C con optimización bayesiana con particiones aleatorias Env+G+GE dentro del predictor

Este ejemplo evalúa un modelo Bayesiano (Bayes C) con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la función cv_random), para una respuesta categórica, usando el efecto de Environment , la matriz G y la interacción entre estos dos como predictores.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es ChickpeaToy y buscamos predecir la variable categórica y, que es una transformación de la variable $Biomass\ del\ marco\ de\ datos\ PhenoToy\ usando\ la\ función\ ntile$, usando la matriz de diseño de la variable Env de PhenoToy, la matriz G descrito anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre

estos dos, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como X y y respectivamente.

```
# Load the data
load("ChickpeaToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
     GenoToy
#>
# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First Column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LineG <- Line ** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LineG:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LineG, LinexGenoxEnv)</pre>
y <- BurStMisc::ntile(PhenoToy$Biomass, 3, result = "factor")</pre>
print(y[1:30])
#> [1] 2 3 2 3 3 1 1 2 1 2 3 1 2 3 2 2 3 2 3 3 3 2 3 1 2 3 2 2 3
#> [30] 2
#> Levels: 1 < 2 < 3
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesta *y* es un factor con tres niveles (o categorías), lo cual es importate para que el modelo se entrene automáticamente para una variable ategórica (**modelo multinomial simétrico**). Por esta razón, es importante tener en cuenta esas variables de respusta binarias o categóricas antes de usar la función *bayesian_model*.

Posteriormente, realizamos cinco particiones aleatorias, con 80% los datos para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random (con los parámetros por defecto). Además, creamos el data frame vacío Predictions que se utilizará para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_random(records_number = nrow(X))

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seuirá el siguiente proceso **para cada partición**:

1. Se identifica el conjunto de prueba de la variable de respuesta;

- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento, indicando con la función bayesian_model una lista que especifica la matriz de predictores y el modelo, además de la variable respuesta y los índices correspondientes al conjunto de prueba;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *y* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. FoldPredictions que contiene las variables: número de Fold, Line, Env, Observed, Predicted, 1, 2 y 3 para cada elemento del conjunto de prueba. Tenga en cuenta que, a diferencia de los ejemplos anteriores, ahora tenemos tres columnas adicionales correspondientes a las probabilidades asociadas con cada elemento correspondiente a esa categoría.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*. Con esto, Predictions se formatea para que sea un argumento de la función *gs_summaries*.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq along(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the testing response set
  y testing <- y[fold$testing]</pre>
  # Model training with Bayesian C Regression
  ETA <- list(G = list(x = X, model = "Bayes C"))
  model <- bayesian model(</pre>
    x = ETA,
    y = y,
    testing_indices = fold$testing
  # Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, fold$testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- cbind(</pre>
    data.frame(
      Fold = i,
      Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
      Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
      Observed = y testing,
      Predicted = predictions$predicted
    predictions probabilities
```

```
Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.4127 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.4172 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.4188 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.4578 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.4204 secs ***
```

Predictions contiene las columnas *Fold*, Line, Env, Obsered, Predicted, 1, 2* y 3 para cada elemento del conjunto de prueba de cada particón, correspondiente al formato necesrio para usar la función *gs_summaries* en *Prediction* en el caso de variables categóricas.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions)
   Fold
             Line Env Observed Predicted
#> 1 1 ICCV97301 6 3
                               3 0.008826404 0.2037639
#> 2 1 ICCV04103 1
                           3
                                   2 0.295791234 0.5512370
#> 3 1 ICCV05109 4
                          2
                                   2 0.388952599 0.5223319
1 0.773580463 0.2133879
                                   2 0.446518625 0.4760298
                                   3 0.008588422 0.1918917
#>
#> 1 0.78740968
#> 2 0.15297175
#> 3 0.08871551
#> 4 0.01303164
#> 5 0.07745156
#> 6 0.79951992
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
summaries <- gs summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
```

```
Line Observed Predicted
                                       X1
                                               X2
#> 1 ICCV00402
                       2
                                 2 0.4020 0.3745 0.2235
                       1
#> 2 ICCV01301
                                 1 0.4167 0.3340 0.2493
#> 3 ICCV03102
                       2
                                 2 0.2727 0.3857 0.3416
                       3
#> 4 ICCV03104
                                 2 0.1900 0.3438 0.4663
#> 5 ICCV03105
                       3
                                 3 0.0771 0.2507 0.6723
                      3
#> 6 ICCV03107
                                 2 0.1229 0.3721 0.5050
# Summaries by Environment
summaries$env
#>
        Εην
              PCCC PCCC SE
                              Kappa Kappa_SE BrierScore
#> 1
          1 0.4342
                    0.0695
                             0.1047
                                       0.0814
                                                  0.6492
#> 2
          2 0.6253
                    0.0697 -0.0075
                                       0.0075
                                                  0.4341
#> 3
          4 0.6131
                    0.1093
                             0.3800
                                       0.1471
                                                  0.5560
#> 4
          5 0.4889
                    0.1616
                             0.0000
                                       0.0000
                                                  0.6040
#> 5
          6 0.8533
                    0.0904
                             0.0000
                                       0.0000
                                                  0.2823
#> 6
          7 0.9600
                    0.0400
                             0.0000
                                          NA
                                                  0.1003
#> 7 Global 0.6052
                   0.0570 0.3927
                                       0.0893
                                                  0.5042
#>
     BrierScore SE
#> 1
            0.0369
#> 2
            0.0544
#> 3
            0.0408
#> 4
            0.0974
#> 5
            0.0794
#> 6
            0.0469
#> 7
            0.0394
# Summaries by Fold
summaries$fold
       Fold
              PCCC PCCC_SE Kappa Kappa_SE BrierScore
#>
#> 1
          1 0.6283
                    0.1718 0.1668
                                     0.1453
                                                 0.4753
#> 2
          2 0.7695
                    0.1035 0.0708
                                     0.0638
                                                 0.3749
#> 3
          3 0.7421
                    0.1169 0.1875
                                     0.1531
                                                 0.3638
#> 4
          4 0.5310
                    0.1033 0.0305
                                     0.0279
                                                 0.4994
#> 5
          5 0.6415
                    0.0403 0.1006
                                                 0.4749
                                     0.0689
#> 6 Global 0.6052
                    0.0570 0.3927
                                     0.0893
                                                 0.5042
#>
     BrierScore_SE
#> 1
            0.1416
#> 2
            0.0785
#> 3
            0.1110
#> 4
            0.0965
#> 5
            0.0483
#> 6
            0.0394
```

4.4 Ejemplo de resultado continuo con GBLUP con optimización bayesiana con línea de partición aleatoria Env + G + GE dentro del predictor

Este ejemplo evalúa un mdelo bayesiano BGBLUP con cinco particiones aleatorias del conjuto de líneas, con 20% líneas para el conjunto de prueba y 80% para l conjunto de

entrenamiento dentro de cada partición, para una respuesta continua, utilizando el efecto del ambiente, la matriz G y la interacción entre estos . dos como predictores.

En este ejemplo, el dataset utilizado es *MaizeToy* y busca predecir la variable continua *Yield*, utilizando como predictores la matriz de diseño de la *variable Env* de PhenoToy, la matriz *G* descrita anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estas dos; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y *y* respectivamente.

```
# Load the data
load("MaizeToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#>
    GenoToy
# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LineG <- Line ** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LineG:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LineG, LinexGenoxEnv)</pre>
K <- X %*% t(X) # Linear Kernel
y <- PhenoToy$Yield
print(y[1:15])
#> [1] 6.11 6.21 5.32 6.62 5.60 6.24 5.24 4.93 6.70 4.72 4.46
#> [12] 6.44 4.98 5.84 6.97
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Posteriormente, realizamos cinco particions aleatorias del conjunto de líneas, con 80% este conjunto para el cnjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, cn la ayuda de la función cv_random (con los parámetrospor defecto). Además, creamos el marco de datos vacío Predictons que se utilizará para guardar los valores observados y pedichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
# Unique Lines
GIDs <- unique(PhenoToy$Line)
folds <- cv_random(length(GIDs))

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()</pre>
```

Posteiormente, se seguirá el siguiente proceso para cada partición:

- 1. Se identifica el conjunto de pueba de las variables de respuesta, identificando primero las líneas correspondientes a este conjunto;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento, indicando con la función bayesian_model una lista que especifica la matriz de predictores y el modelo, además de la variable respuesta y los índices correspondientes al conjunto de prueba;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable de respuesta *Rendimiento* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*. Con esto, Predictions se formatea para que sea un argumento de la función *gs_summaries*.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
  # Identify the training and testing Line sets
  fold <- folds[[i]]</pre>
  Lines_tst_i <- GIDs[fold$testing]</pre>
  tst i <- which(PhenoToy$Line %in% Lines tst i)</pre>
  # Identify the testing se
  y_testing <- y[tst_i]</pre>
  # Model training with BGBLUP model
  ETA <- list(list(x = K, model = "BGBLUP"))</pre>
  model <- bayesian model(</pre>
    x = ETA,
    y = y,
    testing_indices = tst_i
  # Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, tst i)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[tst i],
    Env = PhenoToy$Env[tst_i],
    Observed = y testing,
    Predicted = predictions$predicted
```

```
Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1047 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1037 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1185 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.117 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1054 secs ***
```

Predictions contiene columnas *Fold*, *Line*, *Env*, *Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, correspondiente al formato necesario para usar la función *gs_summaries* en *Prediction* en el caso de contar variabes.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiee tres marcos de daos correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions)
   Fold
             Line Env Observed Predicted
#> 1 1 CKDHL0049 EBU
                        4.72 6.371418
#> 2 1 CKDHL0049 KAK
                        4.46 5.542784
#> 3 1 CKDHL0049 KTI
                        6.44 6.174760
#> 4 1 CKDHL0108 EBU
                        7.47 6.523753
                         5.67 5.186489
#> 5 1 CKDHL0108 KAK
#> 6 1 CKDHL0108 KTI
                        5.25 5.988327
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
# Summaries
summaries <- gs summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
        Line Observed Predicted Difference
#> 1 CKDHL0515 6.0100 5.9794
                                  0.0306
#> 2 CKDHL0027 5.8800 5.7562
                                 0.1238
#> 3 CKDHL0054 5.9233 5.7864
                                 0.1369
#> 4 CKDHL0160 5.7633 5.9365
                                 0.1732
#> 5 CKDHL0150 5.7800 5.9749 0.1949
```

```
#> 6 CKDHL0529 5.8067 6.0261 0.2195
# Summaries by Environment
summaries$env[, 1:8]
             MSE MSE SE RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
#>
       Enν
       EBU 0.5385 0.1175 0.7128 0.0873 1.0584
                                               0.0787 0.5722
#> 1
#> 2
       KAK 0.7519 0.1588 0.8419 0.1038 1.1273
                                               0.1408 0.6559
       KTI 1.4316 0.3315 1.1621 0.1423 1.0214
                                               0.0767 0.9948
#> 4 Global 0.5320 0.0999 0.7158 0.0699 1.1017 0.0623 0.5428
summaries$env[, 9:15]
   MAE SE
            Cor Cor SE Intercept Intercept SE Slope
#> 1 0.0759 0.1570 0.1646 -5.0537
                                       10.8883 1.7878
#> 2 0.0823  0.1598  0.2295  -7.0512
                                       10.5689 2.3269
#> 3 0.1192 -0.0418 0.2327 -1.4818
                                       17.8774 1.2179
#> 4 0.0480 -0.1728 0.1872 10.2343
                                        9.2027 -0.7462
   Slope SE
#>
#> 1
      1.6774
#> 2
      2.0312
#> 3
     2.9025
#> 4
      1.5376
summaries$env[, 16:19]
       R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1 0.1331 0.1276 0.0911 0.0136
#> 2 0.2362 0.1341 0.1359 0.0229
#> 3 0.2183 0.1041 0.1669
                          0.0220
#> 4 0.1700 0.0983 0.0962
                          0.0128
# Summaries by Fold
summaries$fold[, 1:8]
#>
      Fold
             MSE MSE SE RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE MAE
#> 1
         1 1.0733 0.1305 1.0319 0.0652 1.0209
                                               0.1309 0.8176
#> 2
         2 0.5330 0.2601 0.6892 0.1703 0.9611
                                               0.0377 0.5714
         3 1.1398 0.6716 0.9633 0.3254 1.2105
#> 3
                                               0.1289 0.7446
#> 4
         4 0.6360 0.0457 0.7964 0.0290 1.1864
                                               0.2136 0.7099
         5 1.1546 0.3780 1.0472 0.1704 0.9661
#> 5
                                               0.0341 0.8612
                                               0.0623 0.5428
#> 6 Global 0.5320 0.0999 0.7158 0.0699 1.1017
summaries$fold[, 9:15]
            Cor Cor SE Intercept Intercept SE
    MAE SE
#> 1 0.0635 0.4732 0.3078 -29.0643
                                       18.9081 5.4771
#> 2 0.1594 0.0714 0.4183
                           5.9815
                                       20.3579 0.3570
#> 3 0.2768 -0.1601 0.0882
                                        2.5887 -0.6355
                           9.6886
#> 4 0.0235 -0.1530 0.1419 13.7142
                                        6.8266 -1.3398
#> 5 0.2024 0.2270 0.1651 -22.9645
                                       15.0740 5.0288
#> 6 0.0480 -0.1728 0.1872 10.2343
                                        9.2027 -0.7462
#> Slope SE
#> 1 3.1300
#> 2 3.6097
```

4.5 Ejemplo de multivariado con respuestas continuas con regresión Bayesian Ridge Con optimización bayesiana con validación cruzada 7-fold con Env+G el predictor

Este ejemplo evalúa un modelo bayesiano con validación cruzada de 7 veces, para dos rspuestas continuas, utilizando el efecto del ambiente y la matriz *G* como predictores.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *GroundnutToy* y el objetivo es predecir las variables continuas *PYPP* y *SYPP* del marco de datos *PhenoToy* utilizando la matriz de diseño de la variable PhenoToy Env y la matriz como *G* predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y y respectivamente.

```
# Load the data
load("GroundnutToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#> GenoToy
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])
# G matrix
LineG <- Line %*% Geno

X <- cbind(Env, LineG)
y <- cbind(PhenoToy$PYPP, PhenoToy$SYPP)</pre>
```

Posteriormente hacemos 7 particines aleatorias, con la ayuda de la función *cv_kfold*. Además, creamos os data frames vacíos *PredictionsPYP* y *PredictionsSYPP* que se utilizarán para guardar los valores observados y predicos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_kfold(records_number = nrow(X), k = 7)</pre>
```

```
# Data frames that will contain the variables:
PredictionsPYPP <- data.frame()
PredictionsSYPP <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso **paracada partición y para cada variable derespuesta**:

- 1. Se identifica el conjunto de prueba de la variable de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjnto de entrenamiento, indicando con la función *bayesian_model* una lista que especifica la matriz de predictores y el modelo, además de la variable respuesta y los índices correspondientes al conjunto de prueba;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predicen las variables de respuesta *PYPP* y *SYPP* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de estas variables en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. Se crean los data frames *FoldPredictionsPYPP* y *FoldPredictionSYPP* que contienen las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba y para cada variable de respuesta respectiva.
 - b. Cada fila de *FoldPredictionPYPP* se agrega al data frame *PredictionsPYPP*; y cada fila de *FoldPredictionSYPP* se agrega al data frame *PredictionsSYPP*.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq along(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the testing response set
  y_testing <- y[fold$testing, ]</pre>
  # Model training with Bayes Ridge Regression
  ETA <- list(G = list(x = X, model = "BRR"))
  model <- bayesian_model(</pre>
    x = ETA,
    y = y
    testing_indices = fold$testing
  # Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, fold$testing)</pre>
  # Predictions for the ith Fold & PYPP
  FoldPredictionsPYPP <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
```

```
Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y_testing[, 1],
    Predicted = predictions$V1$predicted
  )
  PredictionsPYPP <- rbind(PredictionsPYPP, FoldPredictionsPYPP)</pre>
  # Predictions for the ith Fold & SYPP
  FoldPredictionsSYPP <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y testing[, 2],
    Predicted = predictions$V2$predicted
  )
  PredictionsSYPP <- rbind(PredictionsSYPP, FoldPredictionsSYPP)</pre>
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Multivariate Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.9645 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Multivariate Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.9975 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Multivariate Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.8623 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Multivariate Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.859 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Multivariate Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.8633 secs ***
#> *** Fold: 6 ***
#> *** Fitting Multivariate Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.8739 secs ***
#> *** Fold: 7 ***
#> *** Fitting Multivariate Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.8714 secs ***
```

Repitiendo este proceso para cada partición, los *data frames PredictionsPYPP* y PredictionSYPP contienen las columnas *Fold, Line*, *Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición en su respectiva variale de respuesta, correpondiente al formato necesario para usar la función *gs_summaries* en estas predicciones en el caso de variables contiuas.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(PredictionsPYPP)
#> Fold Line Env Observed Predicted
```

```
1 49×37-99(b)tall
                           ICRISAT R15 9.24 9.320313
#> 2
             CSMG84-1
                           JALGOAN R15
       1
                                       12.95 9.088764
#> 3
      1
                  DTG15 ALIYARNAGAR_R15
                                        8.09 11.862048
#> 4
                   DTG3 ICRISAT PR15-16
       1
                                         9.48 6.117894
              Gangapuri
                           JALGOAN_R15
#> 5
       1
                                        6.10 9.279489
                           JALGOAN_R15
                                         10.30 9.343136
#> 6
       1
               ICG15419
unique(PredictionsPYPP$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5 6 7
head(PredictionsSYPP)
#>
   Fold
                   Line
                                   Env Observed Predicted
       1 49×37-99(b)tall
#> 1
                           ICRISAT R15
                                         3.97 5.325267
                           JALGOAN R15
                                          8.18 4.933219
#> 2
       1
              CSMG84-1
#> 3
       1
                  DTG15 ALIYARNAGAR R15
                                        5.03 7.380684
#> 4
      1
                   DTG3 ICRISAT_PR15-16
                                         5.63 3.905126
                           JALGOAN_R15 3.51 5.456739
#> 5
       1
              Gangapuri
       1
               ICG15419
                           JALGOAN R15
                                        4.95 5.187674
unique(PredictionsSYPP$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5 6 7
# Summaries
summariesPYPP <- gs_summaries(PredictionsPYPP)</pre>
summariesSYPP <- gs summaries(PredictionsSYPP)</pre>
# Elements of summaries
names(summariesPYPP)
#> [1] "line" "env"
                   "fold"
# Summaries by Line
head(summariesPYPP$line)
#>
         Line Observed Predicted Difference
#> 1 ICGV95377 9.4725
                        9.4803
                                 0.0078
#> 2 CSMG84-1
               8.9550
                        8.9401
                                  0.0149
#> 3
         TG19 9.0500 8.9692
                                  0.0808
#> 4
      ICG9315 8.6350 8.7362
                                 0.1012
#> 5 ICGV99085
               8.8075 8.9762
                                 0.1687
#> 6
         DTG3
             9.5325
                        9.3563
                                  0.1762
head(summariesSYPP$line)
         Line Observed Predicted Difference
#>
#> 1 ICG10036 4.5525 4.6444
                                  0.0919
                        5.2460
#> 2 ICGV99085 5.1425
                                  0.1035
#> 3 ICGV95377 5.7250 5.5596
                                  0.1654
      ICG3343 5.5150 5.3147
#> 4
                                 0.2003
#> 5 CSMG84-1
               4.8825
                      5.1152
                                 0.2327
#> 6
      ICG9315
             4.9400
                        5.1753
                                 0.2353
# Summaries by Environment
summariesPYPP$env[, 1:8]
#>
                      MSE MSE SE
                                  RMSE RMSE SE NRMSE
               Enν
#> 1 ALIYARNAGAR R15 14.8938 3.4999 3.7014 0.4460 1.1295
#> 2 ICRISAT PR15-16 8.4401 1.3024 2.8529 0.2241 1.9954
```

```
JALGOAN R15 23.8182 5.3977 4.6463
                                             0.6097 1.0197
#> 5
              Global 13.4244 1.8769 3.6044
                                             0.2685 0.9294
#>
     NRMSE SE
                 MAE
       0.1786 3.2208
#> 1
#> 2
       0.5544 2.4984
#> 3
       0.3144 2.4327
#> 4
       0.1051 3.7597
#> 5
       0.0928 2.8556
summariesSYPP$env[, 1:8]
#>
                         MSE MSE SE
                                      RMSE RMSE SE
                                                     NRMSE NRMSE SE
                 Enν
#> 1 ALIYARNAGAR R15 6.0259 1.7731 2.2897
                                             0.3613 1.2928
                                                             0.3149
#> 2 ICRISAT PR15-16 3.5385 0.6567 1.8248
                                            0.1864 1.8315
                                                             0.4978
#> 3
         ICRISAT R15 4.2019 1.4021 1.8867
                                            0.3272 0.8446
                                                             0.1121
#> 4
         JALGOAN R15 9.5201 2.2852 2.9389
                                            0.3836 1.1481
                                                             0.1789
#> 5
              Global 5.3769 0.5858 2.2972
                                            0.1290 0.9324
                                                             0.0899
#>
        MAF
#> 1 1.9142
#> 2 1.6113
#> 3 1.5278
#> 4 2.4488
#> 5 1.8132
# Summaries by Fold
summariesPYPP$fold[, 1:8]
#>
       Fold
                MSE MSE SE
                              RMSE RMSE SE
                                            NRMSE NRMSE SE
                                                               MAE
#> 1
             7.4018 3.2823 2.3941
                                    0.7462 0.8765
                                                     0.2671 2.0421
#> 2
          2 10.2763 3.6687 3.0724
                                    0.5280 0.9231
                                                     0.1216 2.4829
#> 3
          3 23.1129 4.8205 4.7072
                                    0.5644 1.3772
                                                     0.2699 3.8732
#> 4
            5.4316 1.6385 2.2241
                                    0.4021 2.3948
                                                     0.9445 1.9501
#> 5
          5 23.4695 8.0862 4.6193
                                    0.8430 1.2133
                                                     0.2837 3.7905
          6 17.5410 4.5008 4.0728
                                    0.5637 0.8547
                                                     0.0785 3.5537
#> 6
          7 15.5399 6.1230 3.7558
#> 7
                                    0.6913 1.4445
                                                     0.4821 3.1528
#> 8 Global 13.4244 1.8769 3.6044
                                    0.2685 0.9294
                                                     0.0928 2.8556
summariesSYPP$fold[, 1:8]
                             RMSE RMSE SE
                                           NRMSE NRMSE SE
#>
       Fold
               MSE MSE SE
                                                              MAE
          1 3.1893 1.4125 1.6680
                                   0.3684 0.9751
                                                    0.2487 1.3893
#> 1
#> 2
          2 4.9701 2.8800 1.9920
                                   0.5780 0.9275
                                                    0.1248 1.6186
          3 9.3970 1.4231 3.0365
                                   0.2428 1.8262
#> 3
                                                    0.5049 2.6120
#> 4
          4 2.5995 0.8096 1.5443
                                   0.2675 1.8938
                                                    0.8148 1.2499
#> 5
          5 7.9440 2.1529 2.7375
                                   0.3873 1.0598
                                                    0.1722 2.2720
          6 5.1419 1.3482 2.1924
#> 6
                                   0.3344 0.8345
                                                    0.0807 1.9621
          7 7.5095 4.2362 2.4747
                                   0.6796 1.4380
                                                    0.4980 2.0249
#> 7
#> 8 Global 5.3769 0.5858 2.2972
                                   0.1290 0.9324
                                                    0.0899 1.8132
```

4.6 Ejemplo con kernels con Grid search y particiones aleatorias.

With grid search and random partitions.

Este ejemplo evalúa un modelo byesiano con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos del conjunto d prueba y 80% del conjunto de entrenamiento dentro de cada partición

(los parámetros por defecto de la función cv_random), para una respuesta continua, utilizando la matriz de diseño de la variable *Env* de PhenoToy, la matriz *G* descrita anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos, como predictores. Todo esto para los tipos de Kernel: "Linear", "Polinomial", "Sigmoid", "Gaussian", "Exponential", "Arc_cosine" y "Arc_cosine_L".

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *GroundnutToy* y el objetivo es predecir la variable continua *SYPP* del data frame *PhenoToy* utilizando la matriz de diseño de la variable PhenoToy Env, la matriz descrita *G* anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos, como predictores; por lo que identificamos la variable de respuesta como y. Tenga en cuenta que, a diferencia de los ejemplos anteriores, la variable predictora aún no se ha identificado; porque en este ejemplo es la matriz *G* descrita anteriormente a la que se aplica cada uno de los kernels.

```
# Load the data
load("GroundnutToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#> GenoToy

# Data preparation of Line & Env
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)
y <- PhenoToy$SYPP

print(y[1:7])
#> [1] 7.23 3.97 3.74 4.03 6.70 2.07 3.97
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Tenga en cuenta que la variable de respusta y es una variable continua (un vector con elementos de tipo "doble"), lo cal es importante para que el modelo se entrene automáticament para una variable continua.

A diferencia de los ejmplos anteriores, ahora buscamos evaluar el modelo para caa tipo de kernel mencionado anteriormente. Por ello creamos un vector en el que indicamos los tipos de kernel que queremos aplicar a la matriz *G* descrita anteriormente. Además, creamos las listas vacías *PredictionsAll*, *TimesAll* y *SummariesAll* que se utilizarán para guardar las predicciones, los tiempos de ejecución y los resúmenes de cada modelo entrenado, es decir, para cada tipo de kernel; lo que a su vez servirá para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *qs_summaries*.

```
kernels <- c(
   "linear",
   "polynomial",
   "sigmoid",
   "Gaussian",
   "exponential",</pre>
```

```
"arc_cosine",
   "Arc_cosine_L"
)

# Empty lists that will contain Predictions,
# Times of execution & Summaries for each typeof kernel
PredictionsAll <- list()
TimesAll <- list()
SummariesAll <- list()</pre>
```

Posteiormente, se seguirá el siguiente proceso para cada tipo de Kernel:

- 1. identifique la *variable arc_deep* con el valor 2. Si el tpo de Kernel es "Arc_cosine_L" el valor de la variable *arc_deep* se cambia a 3 y el *kerel_type* se identifica como "Arc_cosine"; de lo contrario, *kernel_type* se identifica como el kernel predeterminado.
- 2. El tipo de kernel establecido en (1) se aplica a la matriz de información genómica GenoToy, asignando al argumento *arc_cosine_deep* el valor establecido en la variable *arc_deep*. Tenga en cuenta que el argumento *arc_cosine_deep* se ignora si el tipo de kernel no es *Arc_cosine*.
- 3. Con la matriz de información kernelizada *Geno se calcula* la matriz *G* descrita anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre ésta y la matriz de diseño del efecto del ambiente. Además, identificamos la lista *X* en la que se especifica que el efecto del ambiente se modelará como un efecto fijo, la matriz *G* con un modelo "Bayesian Ridge Regression" (BRR) y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos con un modelo. Bayes LASSO.
- 4. Luego realizamos cinco particiones aleatorias, con 80% los datos para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random.
- 5. Predictions y *Tiempos* que se utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*, además de guardar los tiempos de ejecución de cada modelo entrenado para cada partición.

6. **Para cada partición**:

- 1. El conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba se identifican a través de los índices del conjunto de prueba que sirven como argumento en el entrenamiento del modelo (en el caso de la función *bayesian_model*);
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento, indicando con la función *bayesian_model* una lista que especifica la matriz de predictores y el modelo, además de la variable respuesta y los índices correspondientes al conjunto de prueba;

- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta y en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de las predicciones del conjunto de prueba: Se crea el data frame *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba. Además, cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*.
- 5. Identificación del tiempo de ejecución del entrenamiento del modelo obtenido en (2): Se crea el data frame *FoldTime* que contiene la columna que especifica el tipo de *Kernel* utilizado para entrenar el modelo, el número de *Fold* y la columna *Minutos que indica el* tiempo de ejecución, en minutos, del entrenamiento del modelo obtenido en (2). Además, cada fila de *FoldTime* se agrega al data frame *Times*.
- data frame de predicciones contiene columnas *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, correspondiente al formato necesario para usar la función *gs_summaries* en estas predicciones en el caso de variables continuas.
- 7. Predictions y con la ayuda de la función *gs_summaries*, evaluamos la capacidad predictiva del modelo entrenado para el tipo de kernel especificado. La función *gs_summaries* devuelve una lista que identificamos como *summaries* y que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.
- 8. Finalmente, se crea un elemento con el nombre del kernel especificado en cada una de las listas *PredictionsAll, TimesAll* y *SummariesAll*, que corresponden a los data frames de las listas *Predictions*, *Times* y resúmenes, respectivamente.

```
for (kernel in kernels) {
  cat("*** Kernel:", kernel, "***\n")
  # Identify the arc deep and the kernel
  arc deep <- 2
  if (kernel == "Arc cosine L") {
    arc_deep <- 3
    kernel <- "arc_cosine"
  } else {
    kernel <- kernel
  }
  # Compute the kernel of th genomic relationship matrix
  Geno <- kernelize(</pre>
    # First column is Line
    GenoToy[, -1],
    kernel = kernel,
    arc cosine deep = arc deep
```

```
gene <- cholesky(Geno)</pre>
# G matrix
LinexGeno <- Line ** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LinexGeno:Env)</pre>
# Identify the model
X <- list(
  Send = list(x = Env, model = "FIXED"),
  LinexGeno = list(x = LinexGeno, model = "BRR"),
  LinexGenoxEnv = list(x = LinexGenoxEnv, model = "Bayes Lasso")
)
# Random Partition
set.seed(2022)
folds <- cv_random(</pre>
  records_number = length(y),
  folds_number = 5,
  testing proportion = 0.2
# Empty data frames that will contain Predictions & Times
# of execution for each partition
Predictions <- data.frame()</pre>
Times <- data.frame()</pre>
for (i in seq_along(folds)) {
  cat("\t*** Fold:", i, "***\n")
  # Identify the training and testing indices
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Model training:
  # This function receives the whole data and the
  # testing indices separately
  model <- bayesian_model(</pre>
    x = X
    y = y,
    testing_indices = fold$testing,
    iterations number = 1000,
    burn in = 500
  )
  # Extract the predicted values of testing
  predictions <- predict(model)</pre>
  FoldPredictions <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
```

```
Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
      Observed = y[fold$testing],
      Predicted = predictions$predicted
    Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
    # Execution times
    FoldTime <- data.frame(</pre>
      kernel = kernel,
      Fold = i,
      Minutes = as.numeric(model$execution_time, units = "mins")
    Times <- rbind(Times, FoldTime)</pre>
  # Summaries of the Folds
  summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
  # Predictions, Times of execution & Summaries for the
  # specified Kernel
  PredictionsAll[[kernel]] <- Predictions</pre>
  TimesAll[[kernel]] <- Times</pre>
  SummariesAll[[kernel]] <- summaries</pre>
}
#> *** Kernel: linear ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2205 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1956 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1786 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1932 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2027 secs ***
#> *** Kernel: polynomial ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2014 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.194 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1845 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
```

```
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1827 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1788 secs ***
#> *** Kernel: sigmoid ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1822 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1794 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1898 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1827 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1901 secs ***
#> *** Kernel: Gaussian ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.197 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1834 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1938 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1869 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1872 secs ***
#> *** Kernel: exponential ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1828 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1821 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1886 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1844 secs ***
```

```
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.176 secs ***
#> *** Kernel: arc cosine ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1904 secs ***
   *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1852 secs ***
   *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1915 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1862 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.3253 secs ***
#> *** Kernel: Arc cosine L ***
   *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1847 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1833 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1801 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1817 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1821 secs ***
```

Recordando que este proceso se realizó para cada tipo de kernel, cada una de las lisas *PredictionsAll, TimesAll y SummariesAll* contiene las predicciones, los tiempos de ejecución y los resúmenes, respectivamente, para cada tipode kernel aplicado a la matriz de datos *X.* A modo de ejemplo, a continuación s muestran los resultados obtendos para el tipo de kernel "Polinomial":

```
# Last predictions for the Polynomial Kernel
head(PredictionsAll$polynomial)
                             Env Observed Predicted
   Fold
             Line
#> 1
       1 ICGV97115
                      JALGOAN R15
                                   3.50 7.446200
                                    4.33 6.095577
#> 2
          ICG9315
                      ICRISAT R15
#> 3 1 ICGV06099 ICRISAT_PR15-16
                                    7.73 4.265610
#> 4
                                    6.59 6.635190
       1 ICGV00248
                      ICRISAT R15
#> 5 1 ICGV05057 ICRISAT_R15 11.66 5.394338
```

```
#> 6 1 ICGV02434 JALGOAN R15 1.60 6.065194
# Times of execution for the Polynomial Kernel
TimesAll$polynomial
        kernel Fold
#>
                        Minutes
#> 1 polynomial
                  1 0.003233536
#> 2 polynomial
                  2 0.002904693
#> 3 polynomial
                  3 0.002782027
#> 4 polynomial
                  4 0.002976485
#> 5 polynomial
                  5 0.003143617
# Elements of SummariesAll
names(SummariesAll)
                     "polynomial" "sigmoid"
#> [1] "linear"
                                               "Gaussian"
#> [5] "exponential" "arc cosine"
# Elements of summaries for the Polynomial Kernel
names(SummariesAll$polynomial)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Polynomial
head(SummariesAll$polynomial$line)
#>
               Line Observed Predicted Difference
                                5.5925
#> 1
          49×37-134
                      5.4850
                                           0.1075
#> 2
          ICGV99085
                      4.8533
                                4.9891
                                           0.1358
          Gangapuri 4.2633
#> 3
                                4.5667
                                           0.3033
#> 4
           CSMG84-1 6.6700
                                6.2500
                                           0.4200
#> 5
          ICGV07148
                      6.4500
                                6.0187
                                           0.4313
#> 6 49×37-99(b)tall
                      3.7025
                                4.2165
                                           0.5140
# Summaries by Polynomial
SummariesAll$polynomial$env[, 1:8]
#>
                Enν
                        MSE MSE SE
                                     RMSE RMSE SE NRMSE
#> 1 ALIYARNAGAR R15 4.4398 1.2288 2.0203 0.2992 1.1681
#> 2 ICRISAT PR15-16 3.5151 1.4112 1.7539 0.3313 1.5301
        ICRISAT R15 4.7101 1.4100 1.9976 0.4242 0.8921
#> 3
#> 4
         JALGOAN R15 11.1060 2.1524 3.2454 0.3785 1.0332
#> 5
             Global 5.9014 1.1297 2.3768 0.2510 1.0120
   NRMSE SE
#>
                MAE
#> 1
      0.0822 1.7087
#> 2
      0.5272 1.5605
#> 3
      0.0829 1.5534
#> 4
      0.0774 2.7899
#> 5
      0.0806 1.8714
SummariesAll$polynomial$env[, 9:15]
    MAE SE
               Cor Cor SE Intercept Intercept SE Slope Slope SE
#> 1 0.2695 -0.2072 0.2498
                            4.5842
                                          8.3646 0.1015
                                                          1.1931
#> 2 0.2916    0.1835    0.1342
                                          6.1139 2.2350
                                                          1.7821
                           -3.6244
#> 3 0.3169 0.4223 0.1201
                          -1.9087
                                          2.0194 1.2890
                                                          0.3255
#> 4 0.3133 0.1892 0.0802
                             0.4469
                                          2.9407 0.9718
                                                          0.5256
#> 5 0.2235 0.2745 0.1362
                             2.6607
                                          1.5500 0.5666
                                                          0.2741
SummariesAll$polynomial$env[, 16:19]
         R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#>
#> 1 0.2924 0.0712 0.3041 0.0635
```

```
#> 2 0.1057 0.0375 0.3949
                            0.0573
#> 3 0.2360 0.1196 0.2775
                            0.0602
#> 4 0.0615 0.0298 0.4509
                            0.0716
#> 5 0.1495 0.0619 0.3217
                            0.0348
# Summaries by Polynomial
SummariesAll$polynomial$fold[, 1:8]
#>
       Fold
              MSE MSE SE RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
                                                            MAE
#> 1
          1 8.7915 0.6321 2.9592 0.1078 1.1387
                                                  0.1083 2.5295
#> 2
          2 6.7072 2.3463 2.4298 0.5175 0.9908
                                                  0.0834 2.0909
#> 3
          3 6.2205 2.5592 2.3494
                                 0.4833 1.6830
                                                  0.6436 1.9748
#> 4
          4 2.0467 0.6668 1.3308
                                 0.3032 0.8398
                                                  0.0656 1.1232
#> 5
          5 5.9478 3.3352 2.2024
                                 0.6047 1.1272
                                                  0.1306 1.7973
#> 6 Global 5.9014 1.1297 2.3768 0.2510 1.0120
                                                  0.0806 1.8714
SummariesAll$polynomial$fold[, 9:15]
    MAE SE
               Cor Cor SE Intercept Intercept SE Slope Slope SE
#> 1 0.2090 0.0049 0.2257
                             4.6454
                                           4.3637 0.3338
                                                           0.7225
#> 2 0.4562 0.3416 0.0855
                             -6.2907
                                           6.7315 1.7446
                                                           0.9035
#> 3 0.3844 -0.0605 0.2413
                              5.7125
                                           5.4923 0.0241
                                                           0.8610
                             -6.3589
                                           7.1458 2.9622
#> 4 0.2745 0.4262 0.1425
                                                           2.0902
#> 5 0.4597 0.0226 0.2286
                              1.6642
                                           4.9703 0.6821
                                                           0.9454
#> 6 0.2235 0.2745 0.1362
                              2.6607
                                           1.5500 0.5666
                                                           0.2741
SummariesAll$polynomial$fold[, 16:19]
#>
         R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1 0.1528 0.0977 0.4656
                            0.0865
#> 2 0.1386 0.0542 0.4274
                            0.0659
#> 3 0.1784 0.1105 0.3195
                            0.0406
#> 4 0.2426 0.1506 0.2287
                            0.0801
#> 5 0.1573 0.0339 0.3431
                            0.0578
#> 6 0.1495 0.0619 0.3217
                          0.0348
```

4.7 Ejemplo de con kernels con Grid search y particiones leatorias

Este ejempo evalúa un modelo bayesiano con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos del conjunto de prueba y 80% del conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros por defecto de la función cv_random), para una respuesta continua, utilizando la matriz de diseño de la variable Env de PhenoToy, la matriz G descrita anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos, como predictores. Todo esto con los llamados "Sparse Kernel Methods", con las posibles combinaciones entre los tipos de Kernel "Sparse_Gaussian" y "Sparse_Arc_cosine" con las proporciones 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 y 1.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *MaizeToy* y el objetivo es predecir la variable continua *Yield* del data frame *PhenoToy* utilizando la matriz de diseño de la variable PhenoToy Env, la matriz descrita *G* anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos, como predictores; por lo que identificamos la variable de respuesta como y. Tenga en cuenta que, a diferencia de los ejemplos anteriores, la variable predictora aún no se ha identificado; porque en este ejemplo es la matriz *G* descrita anteriormente a la que se aplica cada uno de los kernels.

```
# Load the dataset
load("MaizeToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#> GenoToy

# Data preparation of Line & Env
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)

# Response Variable
y <- PhenoToy$Yield
print(y[1:7])
#> [1] 6.11 6.21 5.32 6.62 5.60 6.24 5.24
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesta y es una vaiable continua (un vector con elementos de tipo "doble"), o cual es importante para que el modelo se entrene automáticamente para una variable continua.

A diferencia de los ejmplos anteriores, ahora buscamos evaluar el modelo para caa una de las posibles combinaciones entre los tipos de Kernel "Sparse_Gaussian" y "Sparse_Arc_cosine" con las proporciones 0.5,0.6,0.7,0.8,0.9 y 1. Por eso creamos un vector llamado *kernels* en el que indicamos los tipos de kernels que queremos aplicar a los de la matriz *X* y otro vector llamado *lines_proportions*. Además, creamos las listas vacías *PredictionsAll, TimesAll* y *SummariesAll* que se utilizarán para guardar las predicciones, los tiempos de ejecución y los resúmenes de cada modelo entrenado, es decir, para cada combinación entre tipo de kernel y proporción de *líneas* utilizadas; lo que a su vez servirá para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
kernels <- c("Sparse_Gaussian", "Sparse_Arc_cosine")
lines_proportions <- c(0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1)

# Empty lists that will contain Predictions,
# Times of execution & Summaries for each typeof kernel
PredictionsAll <- list()
TimesAll <- list()
SummariesAll <- list()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso **para cada tipode Kernel** y **para cada proporción de líneas**:

1. El conjunto de tipos de kernel se aplica a la matriz de infrmación genómica GenoToy, asignado el valor numérico a la2 *argumento arc_cosine_deep y l* argumento rows_proportion el valor de rows_proportion establecido en *rows_proportion*. Tenga en cuenta que el argumento *arc_cosine_deep* se ignora si el tipo de kernel no es *Arc_cosine*.

- 2. Con la matriz de información kernelizada *Geno se calcula* la matriz *G* descrita anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre ésta y la matriz de diseño del efecto del ambiente. Además, identificamos la lista *X* en la que se especifica que el efecto del ambiente se modelará como un efecto fijo, la matriz *G* con un modelo "Bayesian Ridge Regression" (BRR) y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos con un modelo. Regresión de cresta bayesiana (BRR).
- 3. Luego realizamos cinco particiones aleatorias, con 80% los datos para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv random.
- 4. Predictions, *Times* e Hyperparams que se utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*, además de guardar los tiempos de ejecución de cada modelo entrenado para cada partición.

5. **Para cada partición**:

- 1. El conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba se identifican a través de los índices del conjunto de prueba que sirven como argumento en el entrenamiento del modelo (en el caso de la función *bayesian_model*);
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento, indicando con la función *bayesian_model* una lista que especifica la matriz de predictores y el modelo, además de la variable respuesta y los índices correspondientes al conjunto de prueba;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *y* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de las predicciones del conjunto de prueba: Se crea el data frame *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba. Además, cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame Predictions.
- 5. Identificación del tiempo de ejecución del entrenamiento del modelo obtenido en (2): Se crea el data frame *FoldTime* que contiene la columna que especifica el tipo de *Kernel* utilizado para entrenar el modelo, el número de *Fold* y la columna *Minutos que indica el* tiempo de ejecución, en minutos, del entrenamiento del modelo obtenido en (2). Además, cada fila de *FoldTime* se agrega al data frame *Times*.
- data frame de predicciones contiene columnas *Fold, Line, Env, Observed y Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, correspondiente al formato necesario para usar la función *gs_summaries* en estas predicciones en el caso de variables continuas.

7. Finalmente, se crea un elemento con el nombre del kernel especificado en cada una de las listas *PredictionsAll, TimesAll y SummariesAll*, que corresponden a los data frames de las listas *Predictions, Times y* resúmenes, respectivamente.

```
for (kernel in kernels) {
  cat("*** Kernel:", kernel, "***\n")
  for (line_proportion in lines_proportions) {
    cat("\t*** Line_Proportion:", line_proportion, "***\n")
    # Compute the kernel
    Geno <- kernelize(</pre>
      GenoToy[, -1],
      kernel = kernel,
      arc_cosine_deep = 2,
      rows_proportion = line_proportion
    LinexGeno <- Line ** Geno
    LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LinexGeno:Env)</pre>
    # Identify the model
    X <- list(
      Send = list(x = Env, model = "FIXED"),
      LinexGeno = list(x = LinexGeno, model = "BRR"),
      LinexGenoxEnv = list(x = LinexGenoxEnv, model = "BRR")
    )
    # Random Partition
    folds <- cv random(</pre>
      records_number = length(y),
      folds number = 5,
      testing proportion = 0.2
    )
    # Empty data frames that will contain Predictions & Times
    # of execution for each partition
    Predictions <- data.frame()</pre>
    Times <- data.frame()</pre>
    for (i in seq_along(folds)) {
      cat("\t*** Fold:", i, "***\n")
      # Identify the training and testing indices
```

```
fold <- folds[[i]]</pre>
      # Model training:
      # This function receives the whole data and the
      # testing indices separately
      model <- bayesian model(</pre>
        x = X
        y = y,
        testing indices = fold$testing,
        iterations_number = 500,
        burn in = 250
      # Testing Predictions
      predictions <- predict(model)</pre>
      FoldPredictions <- data.frame(
        Fold = i,
        Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
        Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
        Observed = y[fold$testing],
        Predicted = predictions$predicted
      Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
      # Execution times
      FoldTime <- data.frame(</pre>
        kernel = kernel,
        LinesProportion = line_proportion,
        Fold = i,
        Minutes = as.numeric(model$execution_time, units = "mins")
      Times <- rbind(Times, FoldTime)</pre>
    # Summaries of the Folds
    summaries <- gs summaries(Predictions)</pre>
    str_line <- paste("Line_Proprtion:", line_proportion)</pre>
    # Predictions, Times of execution & Summaries for the
    # specified Kernel & line_proportion
    PredictionsAll[[kernel]][[str line]] <- Predictions</pre>
    TimesAll[[kernel]][[str_line]] <- Times</pre>
    SummariesAll[[kernel]][[str_line]] <- summaries</pre>
  }
}
#> *** Kernel: Sparse_Gaussian ***
#> *** Line Proportion: 0.5 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
```

```
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0511 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0536 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0431 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0438 secs ***
#> *** Line Proportion: 0.6 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0453 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0443 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0573 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0465 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0446 secs ***
#> *** Line Proportion: 0.7 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0543 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0508 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0639 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0535 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0534 secs ***
#> *** Line Proportion: 0.8 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.052 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
```

#> *** Model evaluation completed in 0.0539 secs ***

```
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0488 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0575 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0494 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0495 secs ***
#> *** Line Proportion: 0.9 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0495 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0507 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0619 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0525 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0494 secs ***
#> *** Line Proportion: 1 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0494 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0517 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0637 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0531 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0512 secs ***
#> *** Kernel: Sparse_Arc_cosine ***
#> *** Line Proportion: 0.5 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0445 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
```

```
#> *** Model evaluation completed in 0.0429 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0704 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0462 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0456 secs ***
#> *** Line Proportion: 0.6 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0461 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0475 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0496 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0548 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0455 secs ***
#> *** Line Proportion: 0.7 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0483 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0465 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0591 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0514 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0486 secs ***
#> *** Line Proportion: 0.8 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.047 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.049 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
```

```
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0576 secs ***
   *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0532 secs ***
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0498 secs ***
#> *** Line Proportion: 0.9 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0494 secs ***
   *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0493 secs ***
   *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0582 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0497 secs ***
   *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0495 secs ***
#> *** Line Proportion: 1 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0507 secs ***
   *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0512 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0611 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0531 secs ***
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Fitting Bayesian Model model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0512 secs ***
```

Recordando que este proceso se realizó paracada combinación entre el tipo de kernel especificado y la proporción de *línas*, cada una de las lstas *PredictionsAll*, *TimesAll* y *SummariesAll* contiene las prediciones, los tiempos de ejecución y los resúmenes, respectivamente, para cada combinación entr el tipo de kernel y la proporción. de *líneas* aplicadas a la matriz de datos *X*. A modo de ejemplo, a continuación se muestran los resultados obtenidos para el tipo de krnel "Sparse_Arc_cosine" y "Line_Proprtion: 0.6":

```
# Predictions for the Sparse_Arc_cosine Kernel & Line_Proportion: 0.6
head(PredictionsAll$Sparse_Arc_cosine$`Line_Proportion: 0.6`)
```

```
#> NULL
# Times of execution for the Sparse Arc cosine Kernel &
# Line_Proportion: 0.6
TimesAll$Sparse Arc cosine$`Line Proprtion: 0.6`
               kernel LinesProportion Fold
#>
                                                Minutes
#> 1 Sparse_Arc_cosine
                                  0.6
                                         1 0.0007675012
                                  0.6
                                         2 0.0007917802
#> 2 Sparse_Arc_cosine
#> 3 Sparse_Arc_cosine
                                  0.6
                                         3 0.0008259098
#> 4 Sparse_Arc_cosine
                                  0.6
                                        4 0.0009136160
#> 5 Sparse Arc cosine
                                  0.6
                                      5 0.0007586638
# Elements of SummariesAll
names(SummariesAll)
#> [1] "Sparse Gaussian"
                          "Sparse_Arc_cosine"
# Elements of summaries for Sparse Arc cosine Kernel &
# Line Proportion: 0.6
names(SummariesAll$Sparse_Arc_cosine)
#> [1] "Line_Proprtion: 0.5" "Line_Proprtion: 0.6"
#> [3] "Line_Proprtion: 0.7" "Line_Proprtion: 0.8"
#> [5] "Line_Proprtion: 0.9" "Line_Proprtion: 1"
names(SummariesAll$Sparse Arc cosine$`Line Proprtion: 0.6`)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(SummariesAll$Sparse_Arc_cosine$`Line_Proprtion: 0.6`$line)
#>
          Line Observed Predicted Difference
#> 1 CKDHL0529
                 5.640
                          5.6198
                                     0.0202
#> 2 CKDHL0136
                 5.990
                          5.9150
                                     0.0750
#> 3 CKDHL0203
                5.535
                          5.6145
                                     0.0795
#> 4 CKDHL0027
                5.834
                          5.7525
                                     0.0815
#> 5 CKDHL0150
                 6.384 6.4673
                                    0.0833
#> 6 CKDHL0433
                 6.270
                          6.1466
                                     0.1234
# Summaries by Environment
SummariesAll$Sparse_Arc_cosine$`Line_Proprtion: 0.6`$env[, 1:8]
#>
              MSE MSE_SE RMSE_SE NRMSE_SE
        EBU 0.3797 0.1563 0.5725 0.1139 0.8679
#> 1
                                                 0.0774 0.4619
#> 2
        KAK 0.7113 0.2580 0.7919 0.1451 1.0109
                                                 0.0278 0.6414
        KTI 2.0402 0.3752 1.4027 0.1349 0.9934
                                                 0.0410 1.2670
#> 3
#> 4 Global 0.9243 0.1090 0.9545 0.0572 0.8945
                                                 0.0394 0.7052
SummariesAll$Sparse Arc cosine$`Line Proprtion: 0.6`$env[, 9:15]
#>
    MAE SE
               Cor Cor_SE Intercept Intercept_SE
                                                  Slope
#> 1 0.1062 0.5524 0.1269 -17.8226
                                         16.3218 3.7808
#> 2 0.1274 -0.3406 0.1950
                           20.0537
                                         10.6387 -2.8938
                                         26.8994 3.7579
#> 3 0.1462 0.0966 0.2417 -16.7039
#> 4 0.0517 0.4394 0.1015
                             0.1257
                                         1.4228 0.9870
    Slope SE
#>
#> 1
      2.5433
#> 2
      2.0633
#> 3 4.5069
```

```
#> 4
       0.2403
SummariesAll$Sparse Arc cosine$`Line Proprtion: 0.6`$env[, 16:19]
           R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1 0.3696 0.1312 0.0729
                            0.0171
#> 2 0.2681 0.1914 0.1343
                            0.0266
#> 3 0.2430 0.0826 0.2264
                            0.0333
#> 4 0.2343 0.0879 0.1259
                            0.0035
# Summaries by Fold
SummariesAll$Sparse Arc cosine$`Line Proprtion: 0.6`$fold[, 1:8]
#>
               MSE MSE SE
                            RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
#> 1
          1 1.0665 0.2947 1.0128
                                  0.1428 0.9962
                                                  0.0485 0.8809
#> 2
          2 0.5759 0.2200 0.7286
                                  0.1500 0.9442
                                                  0.1130 0.5661
#> 3
          3 0.9564 0.7658 0.8158
                                  0.3814 0.9541
                                                  0.0438 0.7108
#> 4
          4 0.8736 0.5516 0.8245
                                                  0.1099 0.6998
                                  0.3114 0.8727
#> 5
          5 1.7463 0.8118 1.2301
                                  0.3413 1.0199
                                                  0.0529 1.0930
#> 6 Global 0.9243 0.1090 0.9545
                                  0.0572 0.8945
                                                  0.0394 0.7052
SummariesAll$Sparse_Arc_cosine$`Line_Proprtion: 0.6`$fold[, 9:15]
    MAE SE
                Cor Cor_SE Intercept Intercept_SE
                                                    Slope
#> 1 0.1002 -0.2193 0.4809
                            -15.8178
                                          33.2719
                                                   3.1870
#> 2 0.1656
            0.4000 0.3160
                                           8.6927 1.5894
                             -4.8917
#> 3 0.3416
            0.1944 0.1221
                             -0.0602
                                           3.4086 0.9940
#> 4 0.3139 0.4687 0.2120
                           -38.7967
                                          39.1232
                                                   7.4424
#> 5 0.3545 -0.3297 0.2363
                                          16.3364 -5.4713
                             35.4452
#> 6 0.0517 0.4394 0.1015
                             0.1257
                                           1.4228 0.9870
#>
     Slope SE
#> 1
       5.3330
#> 2
       1.5027
#> 3
       0.6114
#> 4
       6.5757
#> 5
       3.2107
#> 6
       0.2403
SummariesAll$Sparse Arc cosine$`Line Proprtion: 0.6`$fold[, 16:19]
#>
         R2 R2_SE MAAPE MAAPE_SE
#> 1 0.5106 0.2629 0.1546
                            0.0104
#> 2 0.3597 0.2232 0.1111
                            0.0336
#> 3 0.0676 0.0528 0.1175
                            0.0565
#> 4 0.3096 0.1546 0.1232
                            0.0472
#> 5 0.2204 0.1006 0.2162
                            0.0809
#> 6 0.2343 0.0879 0.1259
                            0.0035
```

5 Random forest

5.1 Ejemplo con respuesta continua con Grid search y particiones aletorias solo G en el predictor

Este ejemplo evalúa un modelo Random Forest con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de

cada partición (los parámetros predeterminados de la función cv_random), para una respuesta continua, usando solo la matriz G (Matriz de diseño de línea que contiene información genómica) como predictor y usando "Grid Search" como tipo de tuneo para los hiperparámetros $tree_number$ y $node_size$.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *ChickpeaToy* y el objetivo es predecir la variable continua *AvePlantHeight* del marco de datos *PhenoToy* utilizando la matriz *G* descrita anteriormente como predictor; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y y respectivamente.

```
# Load the data
load("ChickpeaToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#>
     GenoTov
# Data preparation of G
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LineG <- Line ** Geno
# Predictor and Response Variables
X <- LineG
y <- PhenoToy$AvePlantHeight</pre>
# Note that y is a continuous numeric vector
class(y)
#> [1] "numeric"
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesa y es una variable continua (un vetor con elementos de tipo "doble"), lo cual es importante para que el modelo se etrene automáticamente para este tipo de variable.

Posteriorment, realizamos cinco particiones aleatorias, con 80% los datos para el onjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random (con los parámetros por defecto). Además, creamos los data frames vacíos Predictions e Hyperparams que se utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_random(records_number = nrow(X))

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso **paracada partición**:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el cnjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo los valores 30, 50 y 80 para el hiperparámetro *tree_number* y los valores 50, 100 y 150 para el hiperparámetro *node_size*, con "Grid Search" como tipo de tuneo (parámetro predeterminado de *tune_type*). Cabe señalar que estos no son los únicos hiperparámetros ajustables en el modelo;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *AvePlantHeight* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. *HyperparamsFold* que contiene las columnas *tree_number*, *node_size*, *mse* y *Fold*, donde *mse* corresponde al costo del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de *Fold*.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos del modelo obtenido en (2).

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
    cat("*** Fold:", i, "***\n")
    fold <- folds[[i]]

# Identify the training and testing sets
X_training <- X[fold$training, ]
X_testing <- X[fold$testing, ]
y_training <- y[fold$training]
y_testing <- y[fold$training]

# Model training
model <- random_forest(
    x = X_training,
    y = y_training,

# Specify the hyperparameters
trees_number = c(30, 50, 80),</pre>
```

```
node_size = c(50, 100, 150),
    tune_type = "grid_search"
  )
  # Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y_testing,
    Predicted = predictions$predicted
  )
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Hyperparams
  HyperparamsFold <- model$hyperparams grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best_hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 9
#> Combination: 1 / 9
#>
       KFoldCV: 1 / 5
#>
       KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 2 / 9
#>
      KFoldCV: 1 / 5
       KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
      KFoldCV: 3 / 5
       KFoldCV: 4 / 5
#>
       KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 3 / 9
      KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
       KFoldCV: 2 / 5
#>
       KFoldCV: 3 / 5
#>
       KFoldCV: 4 / 5
       KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 4 / 9
      KFoldCV: 1 / 5
#>
```

```
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 5 / 9
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 6 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 7 / 9
#>
       KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 8 / 9
#>
       KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 9 / 9
#>
       KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
       KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoLdCV: 4 / 5
       KFoldCV: 5 / 5
#>
#> *** Fitting Random Forest model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.6347 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 30
#>
#> $node_size
#> [1] 50
#>
#> $mse
#> [1] 80.99386
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 9
#> Combination: 1 / 9
```

```
age 114
```

```
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 2 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 3 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 4 / 9
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
    Combination: 5 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 6 / 9
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 7 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 8 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 9 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
```

```
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
       KFoldCV: 5 / 5
#>
#> *** Fitting Random Forest model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.6237 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 30
#>
#> $node size
#> [1] 150
#>
#> $mse
#> [1] 80.62419
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 9
#> Combination: 1 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 2 / 9
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 3 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 4 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 5 / 9
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
       KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 6 / 9
#> KFoldCV: 1 / 5
```

```
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 7 / 9
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 8 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 9 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> *** Fitting Random Forest model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.5967 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 30
#>
#> $node_size
#> [1] 150
#>
#> $mse
#> [1] 87.86922
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 9
#> Combination: 1 / 9
       KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 2 / 9
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 3 / 9
```

```
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 4 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 5 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 6 / 9
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 7 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 8 / 9
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 9 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> *** Fitting Random Forest model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.5627 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 80
#>
#> $node_size
#> [1] 150
#>
```

```
#> $mse
#> [1] 90.22789
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Grid Search Tuning ***
#> Total combinations: 9
   Combination: 1 / 9
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 2 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 3 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 4 / 9
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 5 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 6 / 9
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 7 / 9
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 8 / 9
#> KFoldCV: 1 / 5
```

```
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 9 / 9
       KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
       KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
       KFoldCV: 4 / 5
#>
       KFoldCV: 5 / 5
#>
#> *** Fitting Random Forest model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.6056 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 30
#>
#> $node_size
#> [1] 50
#>
#> $mse
#> [1] 81.70019
```

Predictions contiene las columnas *Fold, Line, Env, Obseved* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba de cada patición, donde las predicciones se realizan eligiendo los hiperparámetros óptios (entre los valores posibles de las combinaciones de *tree_numbe* y *node_size*) que minimizar la función de costo con el tipo de tuneo "Gid Search", correspondiente al formato necesario para usr la función *gs_summaries* en estas predicciones en el caso de variables continuas.

```
head(Predictions)
#>
  Fold
             Line Env Observed Predicted
#> 1
      1 ICCV97301 6 65.33333 48.5825
#> 2
      #> 3 1 ICCV05109 4 52.66667 48.5825
#> 4 1 ICCV00402 7 38.00000 48.5825
#> 5 1 ICCV09114 4 51.33333 48.5825
      1 ICCV03102 2 52.30000
#> 6
                             48.5825
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
```

```
#> Line Observed Predicted Difference
#> 1 ICCV05109
               48.6333
                         48.8707
                                     0.2373
#> 2 ICCV04312
               48.4417
                         48.7080
                                     0.2663
                         48.9504
#> 3 ICCV03309 48.6000
                                     0.3504
#> 4 ICCV01301 49.1000
                         48.7071
                                     0.3929
#> 5 ICCV05307 48.4250
                         48.8407
                                     0.4157
#> 6 ICCV09114 49.6852
                         48.8032
                                     0.8820
# Summaries by Environment
summaries$env[, 1:7]
#>
        Enν
                MSE MSE SE
                               RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
#> 1
          1 95.3828 6.5181 9.7441
                                     0.3300 1.8674
                                                     0.1728
#> 2
          2 171.3175 31.6824 12.7952
                                                     0.1812
                                    1.3783 2.1820
#> 3
         4 50.2729 18.0094 6.5996
                                    1.2960 1.8150
                                                     0.2115
#> 4
          5 57.2660 11.6336
                            7.3538
                                    0.8927 1.9813
                                                     0.2897
#> 5
          6 100.4218 18.2079 9.8627 0.8873 1.7839
                                                     0.3077
#> 6
          7 56.4522 13.8648 7.2566 0.9740 2.1277
                                                     0.1810
#> 7 Global 70.3468 5.8872 8.3586 0.3469 1.0481
                                                     0.0204
summaries$env[, 8:14]
#>
        MAE MAE_SE Cor Cor_SE Intercept Intercept_SE Slope
#> 1 8.5655 0.4614 NaN
                           NA
                               40.4405
                                              0.6148
                                                        NaN
#> 2 11.5431 1.2503 NaN
                           NA
                                 60.2615
                                              1.0989
                                                       NaN
#> 3 5.6018 1.1942 NaN
                          NA
                                54.2802
                                              1.1955
                                                       NaN
#> 4 6.6985 0.8027 NaN
                          NA 42.2785
                                              0.6624
                                                       NaN
#> 5 8.9955 0.8840 NaN
                          NA
                               56.4200
                                              1.4114
                                                       NaN
#> 6 6.6297 0.9366 NaN
                           NA
                                42.1543
                                              0.8273
                                                       NaN
#> 7 6.7332 0.4564 NaN
                           NA
                                49.0096
                                              1.2589
                                                       NaN
summaries$env[, 15:19]
#>
     Slope_SE R2 R2_SE MAAPE MAAPE_SE
#> 1
          NA NaN
                    NA 0.2214
                                0.0125
                    NA 0.1801
#> 2
          NA NaN
                                 0.0164
#> 3
                    NA 0.0970
          NA NaN
                                0.0183
#> 4
          NA NaN
                    NA 0.1636
                                0.0215
#> 5
          NA NaN
                    NA 0.1527
                               0.0109
          NA NaN
                    NA 0.1623
#> 6
                                0.0252
#> 7
          NA NaN
                    NA 0.1397
                                 0.0074
# Summaries by Fold
summaries$fold[, 1:8]
      Fold
                MSE MSE SE
                              RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
#>
          1 102.1756 33.9016 9.3590 1.7079 2.1319
#> 1
                                                    0.1791
#> 2
         2 82.2621 22.6167 8.5962 1.2936 2.1275
                                                    0.0915
          3 95.4601 30.8785 9.0873
#> 3
                                    1.6051 1.8565
                                                    0.1941
#> 4
          4 63.1671 11.4299 7.7423 0.8029 1.8662
                                                    0.2630
#> 5
         5 99.5292 12.3553 9.8919 0.5797 1.8400
                                                    0.2421
#> 6 Global
            70.3468 5.8872 8.3586 0.3469 1.0481
                                                    0.0204
#>
       MAE
#> 1 8.3975
#> 2 7.8106
#> 3 8.1572
```

```
#> 4 6.8360
#> 5 8.8271
#> 6 6.7332
```

Además, Hyperparams contiene as columnas *tree_number*, *node_size*, *mse* y *Fold*, dnde el valor de la columna *mse* corresponde al costo del model para cada combinación de hiperparámetros y partición, ordenados de menr a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
    trees number node size
                               mse Fold
#>
#> 1
              50 80.99386
#> 2
              50
                       50 81.13108
                                      1
#> 4
              30
                      100 81.17245
#> 7
              30
                      150 81.20453
                                      1
#> 9
              80
                      150 81.30129
                                      1
#> 5
              50
                      100 81.31647
                                      1
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
#>
     trees number node size
                                mse Fold
#> 44
               30
                       100 81.80703
#> 64
               80
                       100 81.81778
                                       5
#> 94
               80
                       150 81.88470
                                       5
#> 84
               50
                       150 81.92386
                                       5
#> 74
                                       5
               30
                       150 82.08621
               50
                       100 82.09748
                                       5
#> 54
```

5.2 Ejemplo con respuesta binaria con Grid search y validación cruzada 7-fold con Env+G el predictor

Este ejemplo evalúa un odelo de Random Forest con validación cruzada de 7 veces, para una respuesta binaria,utilizando el efecto Environment y la matriz *G* como predictores, así como "Grid Search" como tipo de ajuste para los hiperprámetros *tree_number* y *node_size*.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es MaizeToy y el objetivo es predecir la variable binaria y_{bin} , que es una transformación de la variable Yield* de PhenoToy, indicando si la respuesta es mayor que la mediana de esta variable o no, usando un diseño matriz de la variable PhenoToy Env y la matriz, G descrita anteriormente, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como X y y_{bin} respectivamente.

```
# Load the data
load("MaizeToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#> GenoToy
#Data preparation of Ebv &
```

```
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])
# G matrix
LineG <- Line %*% Geno
# Predictor and Response Variables
# Predictor ancholesky Response Variables
X <- cbind(Env, LineG)
y_bin <- BurStMisc::ntile(PhenoToy$Yield, 2, result = "factor")</pre>
```

Tenga en cuenta que la variable de repuesta y_{bin} es un factor con solo dos nivels (o categorías), lo cual es importante para que el modelo se entrene automáticmente para una variable binaria (regresión logística). Por esta razón, es importante tener en cuenta esas variables de respuesta binarias o categóricas antes e usar la función $random_forest$.

Posteriormente hacemos las particiones correspondientes a 7-Fold CV, con la ayuda de la función *cv_kfold*. Además, creamos los data frames vacíos Predictions e Hyperparams que se utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_kfold(records_number = nrow(X), k = 7)

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso **para cada partición**:

- 1. Se identifican elconjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamento. Esto se hace proponiendo los valores 50, 7, 100 y 150 para el hiperparámetro tree_number y los valores 5, 10, 15 y 20 para el hiperparámetro node_size, con "Grid Search" como tipo de tuneo (parámetro predeterminado de tune_type). Cabe señalar que estos no son los únicos hiperparámetros ajustables en el modelo;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), y_{bin} se predice la variable respuesta en el conjunto de prueba, con el fin de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. FoldPredictions que contiene las variables: Fold number, Line, Env, Observed, Predicted, 1 y 2 para cada elemento del conjunto de prueba. Tenga en cuenta que, a diferencia del ejemplo anterior, ahora tenemos dos columnas adicionales

- correspondientes a las probabilidades asociadas con cada elemento correspondiente a esa categoría.
- b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*. Con esto, Predictions se formatea para que sea un argumento de la función *gs_summaries*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. *HyperparamsFold* que contiene las columnas *tree_number*, *node_size*, *accuracy* y *Fold*, donde *accuracy* es la precisión del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de *Fold*.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X training <- X[fold$training, ]</pre>
  X testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y training <- y bin[fold$training]</pre>
  y_testing <- y_bin[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- random_forest(</pre>
    x = X training,
    y = y_training,
    # Specify the hyperparameters
    trees_number = c(50, 70, 100, 150),
    node_size = c(5, 10, 15, 20),
    tune_type = "grid_search",
    # In this example the iterations wont be shown
    verbose = FALSE
  )
  # Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- cbind(</pre>
    data.frame(
      Fold = i,
      Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
      Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
```

```
Observed = y_testing,
      Predicted = predictions$predicted
    ),
    predictions$probabilities
  )
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Hyperparams
  HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best_hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 50
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.7775
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 100
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.7408333
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 50
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.6908333
#>
```

```
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 100
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.7566667
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 150
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.7258333
#>
#> *** Fold: 6 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 50
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.7283333
#>
#> *** Fold: 7 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 70
#>
#> $node_size
#> [1] 5
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.7
```

Predictions contiene las olumnas *Fold, Line, Env, Observed, Predicted, 1* y 2 para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo los hiperparámetros óptimos (entre los valores posibles de las combinaciones de *tree_number* y *node_size*) que minimizan la función de costo con el tipo de tuneo Grid

Search", correspondiente al fomato necesario para usar la función *gs_summaries* en estas predicciones en elcaso de variables binarias.

```
head(Predictions)
    Fold
              Line Env Observed Predicted
                                                            2
                                                  1
#> 1
        1 CKDHL0032 KTI
                              2
                                   2 0.4421513 0.5578487
#> 2
       1 CKDHL0049 EBU
                              1
                                        2 0.2563557 0.7436443
#> 3
       1 CKDHL0050 EBU
                              1
                                        2 0.2306162 0.7693838
#> 4
       1 CKDHL0052 KTI
                              2
                                        2 0.4133860 0.5866140
#> 5
       1 CKDHL0085 KTI
                              2
                                       2 0.4762442 0.5237558
#> 6
       1 CKDHL0097 KTI
                              1
                                        1 0.5192509 0.4807491
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5 6 7
# Summaries
summaries <- gs summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env"
                     "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
#>
          Line Observed Predicted
                                     X1
                                            X2
#> 1 CKDHL0027
                   2
                              2 0.4931 0.5069
#> 2 CKDHL0032
                     2
                               2 0.4706 0.5294
#> 3 CKDHL0046
                    1
                              1 0.4855 0.5145
#> 4 CKDHL0049
                    1
                               1 0.4927 0.5073
#> 5 CKDHL0050
                     2
                               1 0.5017 0.4983
#> 6 CKDHL0052
                     2
                               2 0.4021 0.5979
# Summaries by Environment
summaries$env
#>
        Enν
            PCCC PCCC SE
                            Kappa Kappa_SE BrierScore
#> 1
       EBU 0.8782 0.0628 0.0000
                                    0.0000
                                               0.3194
#> 2
       KAK 0.8893 0.0715 -0.1000
                                               0.2951
                                    0.0535
#> 3
        KTI 0.5905 0.1183 0.3541
                                    0.1319
                                               0.4958
#> 4 Global 0.7372 0.0471 0.4571
                                    0.0961
                                               0.4309
    BrierScore SE
#> 1
           0.0565
#> 2
           0.0541
#> 3
           0.0244
#> 4
           0.0247
# Summaries by Fold
summaries$fold
#>
      FoLd
             PCCC PCCC SE
                            Kappa Kappa SE BrierScore
#> 1
          1 0.8381
                   0.0846
                           0.2727
                                    0.2227
                                               0.3596
         2 0.7000 0.1528 0.0000
                                    0.0000
                                               0.4037
```

```
#> 3
          3 0.8889
                    0.1111
                             0.4000
                                                  0.4116
                                          NA
#> 4
                                                  0.2954
          4 0.9444
                    0.0556
                             0.5000
                                      0.4082
#> 5
          5 0.7000
                    0.1528
                             0.1000
                                      0.0816
                                                  0.4123
#> 6
          6 0.8889
                             0.3333
                                                  0.2897
                    0.1111
                                          NA
#> 7
          7 0.5417
                    0.2917 -0.1000
                                      0.0816
                                                  0.4184
#> 8 Global 0.7372
                    0.0471 0.4571
                                      0.0961
                                                  0.4309
     BrierScore SE
#>
#> 1
            0.1160
#> 2
            0.0598
#> 3
            0.0403
#> 4
            0.0670
#> 5
            0.0925
#> 6
            0.1017
#> 7
            0.1529
#> 8
            0.0247
```

Además, Hyperparams contiene las columnas tree_number, node_size, accuracy y Fold, donde el valor de la columna de precisión corresponde al costo del modelo paa cada combinación de valores de partición e hiperparámetro, ordenados de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
#>
      trees_number node_size accuracy Fold
#> 9
                50
                           15 0.7775000
                                            1
#> 7
               100
                           10 0.7775000
                                            1
                           15 0.7641667
#> 12
               150
                                            1
#> 11
               100
                           15 0.7516667
                                            1
#> 5
                           10 0.7391667
                                            1
                 50
#> 6
                 70
                           10 0.7383333
                                            1
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
#>
       trees number node size accuracy Fold
#> 66
                  70
                            10 0.6091667
                                             7
                 70
#> 106
                            15 0.6091667
                                             7
#> 156
                            20 0.4516667
                                             7
                 100
                                             7
#> 136
                 50
                            20 0.4516667
                                             7
#> 166
                 150
                            20 0.4016667
#> 146
                  70
                            20 0.4016667
                                             7
```

5.3 Ejemplo con variable respuesta categórica con optimización bayesiana con particiones aleatorias Env+G+GE dentro del predictor

Este ejemplo evalúa un modelo Random Forest con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos par el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la unción cv_random), para una respuesta categórica, utilizando el Efecto dl ambiente, el matriz *G* y la interacció entre estos

dos como predictores, además de utilizar la "Optimización Bayesiana" como un tipo de tuneo para los hiperparámetros.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *EYTToy* y buscamos predecir la variable categórica y, que es una transformación de la variable *GY del marco de* datos *PhenoToy usando la función ntile*, usando la matriz de diseño de la variable PhenoToy *Env*, la matriz *G* descrita anterior y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y *y* respectivamente.

```
# Load the data
load("EYTToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
     GenoToy
#>
# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
LineG <- Line ** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LineG:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LineG, LinexGenoxEnv)</pre>
y <- BurStMisc::ntile(PhenoToy$GY, 3, result = "factor")</pre>
# First 30 responses
print(y[1:30])
#> [1] 1 2 3 1 2 2 2 1 3 2 2 1 2 2 3 1 3 3 3 1 3 3 3 1 2 3 3 1 3
#> [30] 3
#> Levels: 1 < 2 < 3
```

Tenga en cuenta que la varible de respuesta y es un factor con tres niveles (o categorías), lo cual es importante para que l modelo se entrene automáticamente para una variable categórica (**modelo multinomial simétrico**). Por esta razón, es importante tener en cuenta esas variables de respuesta binarias o catgóricas antes de usar la función *random_forest*.

Posteriormente, realizamos cnco particiones aleatorias, con 80% los datos para el conjunto e entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random (con los parámetros por defecto). Además, creamos los data frames vacíos Predictions e Hyperparams que servirán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función gs_summaries.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_random(records_number = nrow(X))</pre>
```

```
# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso para cada partición:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el cnjunto de prueba de las variables redictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo valores entre 5 y 30 para el hiperpaámetro *tree_number* y valores 5 y 5 para el hiperparámetro *node_size* , con "Optimización bayesiana" como tipo de tuneo. Cabe señalar que estos no son los únicos hiperparámetros ajustables en el modelo;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *y* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. FoldPredictions que contiene las variables: número de Fold, Line, Env, Observed, Predicted, 1, 2 y 3 para cada elemento del conjunto de prueba. Tenga en cuenta que, a diferencia de los ejemplos anteriores, ahora tenemos tres columnas adicionales correspondientes a las probabilidades asociadas con cada elemento correspondiente a esa categoría.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*. Con esto, Predictions se formatea para que sea un argumento de la función *gs_summaries*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. *HyperparamsFold* que contiene las columnas *tree_number*, *node_size*, *accuracy* y *Fold*, donde *accuracy* es la precisión del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de pliegue.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
   cat("*** Fold:", i, "***\n")
   fold <- folds[[i]]

# Identify the training and testing sets
X_training <- X[fold$training, ]
X_testing <- X[fold$testing, ]
y_training <- y[fold$training]</pre>
```

```
y testing <- y[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- random forest(</pre>
    x = X_training,
    y = y_training,
    # Specify the hyperparameter ranges
    trees_number = list(min = 5, max = 30),
    node_size = list(min = 5, max = 15),
    tune type = "Bayesian optimization",
    tune bayes samples number = 5,
    tune_bayes_iterations_number = 5,
    # In this example the iterations wont bw shown
    verbose = FALSE
  )
  # Testing Predictions
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- cbind(</pre>
    data.frame(
      Fold = i,
      Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
      Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
      Observed = y_testing,
      Predicted = predictions$predicted
    ),
    predictions probabilities
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Hyperparams
  HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best_hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 7
#>
#> $node_size
```

```
#> [1] 11
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.6563158
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 29
#>
#> $node_size
#> [1] 8
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.6978947
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 22
#>
#> $node_size
#> [1] 10
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.74
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 15
#>
#> $node_size
#> [1] 12
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.6257895
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 30
#>
#> $node_size
#> [1] 12
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.6684211
```

Predictions contiene las columnas *Fold, Line, Env, Observed, Predicted, 1, 2* y 3* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo los hiperparámetros óptimos (entre los valores posibles de las combinaciones de *trees_number y node_size*) que minimizan la función de costo (*pcic*: Proporción de Casos Incorrectamente Clasificados) con el tipo de tuneo "Opimización Bayesiana", correpondiente al formato necesario para usar la función *gs_summaries en Predicción* en l caso de variables categóricas.

```
head(Predictions)
#>
     Fold
                Line
                          Env Observed Predicted
                                                           1
#> 1
        1 GID7632666 FlatDrip
                                     1
                                               1 1.00000000
                                     2
#> 2
        1 GID7628158 Flat5IR
                                               3 0.09255281
#> 3
       1 GID7631195
                                     3
                                               2 0.09500379
                          EHT
                                     3
       1 GID7628467 FLat5IR
                                               3 0.10704282
#> 5
                                     3
        1 GID7630553 Flat5IR
                                               2 0.05102041
#> 6
       1 GID7629600 FlatDrip
                                     1
                                               1 1.00000000
#>
             2
#> 1 0.0000000 0.0000000
#> 2 0.4425280 0.4649192
#> 3 0.5533608 0.3516354
#> 4 0.2676137 0.6253435
#> 5 0.5416667 0.4073129
#> 6 0.0000000 0.0000000
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
summaries <- gs summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env"
                     "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
           Line Observed Predicted
                                              X2
#>
                                       X1
                                                      X3
                       1
                                 2 0.1043 0.5686 0.3271
#> 1 GID7462121
#> 2 GID7625106
                       2
                                 2 0.1018 0.5438 0.3544
#> 3 GID7625276
                       1
                                 1 0.4113 0.3738 0.2149
#> 4 GID7625985
                       1
                                 1 0.4059 0.3595 0.2346
                       1
#> 5 GID7626366
                                 1 0.4988 0.1548 0.3464
                       3
                                 3 0.3174 0.1599 0.5227
#> 6 GID7626381
# Summaries by Environment
summaries$env
#>
          Enν
                PCCC PCCC SE Kappa Kappa SE BrierScore
#> 1
       Bed5IR 0.5000 0.0573 0.1656
                                      0.0603
                                                  0.6307
          EHT 0.5733 0.0323 0.1824
                                      0.0854
                                                 0.5924
```

```
#> 3 Flat5IR 0.5324 0.0799 0.0460
                                       0.1298
                                                  0.5431
#> 4 FlatDrip 1.0000
                      0.0000
                                 NaN
                                           NA
                                                  0.0615
#> 5
       Global 0.6469
                      0.0312 0.4543
                                       0.0361
                                                  0.4919
#>
     BrierScore SE
            0.0811
#> 1
#> 2
            0.0183
#> 3
            0.0408
#> 4
            0.0060
#> 5
            0.0252
# Summaries by Fold
summaries$fold
       Fold
#>
              PCCC PCCC_SE Kappa Kappa_SE BrierScore
#> 1
          1 0.6488
                    0.1272 0.0222
                                     0.0192
                                                0.4407
#> 2
          2 0.6250
                   0.1423 0.0110
                                     0.0828
                                                0.4267
#> 3
          3 0.5905
                    0.1472 0.1063
                                     0.1201
                                                0.5479
#> 4
          4 0.7250
                    0.1109 0.4024
                                     0.0840
                                                0.4068
#> 5
          5 0.6679
                    0.1127 0.1146
                                     0.0992
                                                0.4627
                    0.0312 0.4543
#> 6 Global 0.6469
                                     0.0361
                                                0.4919
     BrierScore SE
#> 1
            0.1375
#> 2
            0.1352
#> 3
            0.1699
#> 4
            0.1223
#> 5
            0.1334
#> 6
            0.0252
```

Además, Hyperparams contiene columnas *tree_number*, *node_size*, *accuracy* y *Fold*, dode el valor de la columna de *precisión* corresponde a la preisión del modelo para cada combinación de valores de partición e hiperparámetro, ordenads de menor a mayor dentro de cada partiión.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
#>
     trees_number node_size accuracy Fold
#> 5
                7
                          11 0.6563158
                                           1
#> 6
               13
                          11 0.6257895
                                           1
#> 9
                7
                          12 0.6252632
                                           1
#> 1
               22
                           7 0.6152632
                                           1
#> 2
               16
                          10 0.6042105
                                           1
                           7 0.5957895
                                           1
#> 3
               26
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
#>
       trees_number node_size accuracy Fold
#> 34
                 17
                            12 0.6263158
#> 44
                  24
                             7 0.6252632
                                             5
                 30
                                             5
#> 94
                            11 0.6052632
#> 24
                  19
                             6 0.5942105
                                             5
```

5.4 Ejemplo multivariado con respuestas continuas con optimización bayesiana con línea de partición aleatoria Env + G + GE dentro del predictor

Este ejemplo evalúa un modelo Random Forest con cinco particiones aleatorias del conjunto de líneas, con 20% las líneas para el conjunto de prueba y 80% para elconjunto de entrenamiento dentro de cada partición, para dos respuestas contiuas, utilizando el efecto ambiente, la matriz G y la interacción entre estos dos como predictores, además de utilizar la "Optimzación Bayesiana" como un tipo de tuneo de hiperparámetros.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es GroundnutToy y el objetivo es predecir las variables continuas PYPP e YPH del marco de datos PhenoToy utilizando la matriz de diseño de la variable PhenoToy Env, la matriz y G la matriz de diseño de las interacciones entre estos dos como predictores. ; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como X y Y respectivamente.

```
# Load the data
load("GroundnutToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
     PhenoToy
#>
#>
     GenoToy
# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
LineG <- Line *** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LineG:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LineG, LinexGenoxEnv)</pre>
y <- cbind(PhenoToy$PYPP, PhenoToy$YPH)</pre>
```

Posteriormente, realizamos cinco particiones aleatorias de conjunto de líneas, con 80% este conjunto para el conjunto de etrenamiento y 20% para el conjunto de prueb, con la ayuda de la función cv_random (con los parámetros por dfecto). Además, creamos los data frames vacíos *PredictionsPPP*, *PredictionsYPH* e Hyperparams que servirán para guardar los valores observados y predicho en cada ambiente y posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Random Partition Line
set.seed(2022)
# Unique Lines
GIDs <- unique(PhenoToy$Line)
folds <- cv_random(length(GIDs))</pre>
```

```
# Data frames that will contain the variables:
PredictionsPYPP <- data.frame()
PredictionsYPH <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguente proceso **para cada partición y para cada variable derespuesta**:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamieto y el conjunto de prueba de las variables predictoras yde respuesta, identificando primero las líneas correspondientes a este conjunto;
- 2. El modelo se entrena con el conjnto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo valores entre 5 y 30para el hiperparámetro *tree_number* y valores entre 5 y 15 para el hiperparámetro *node_size*, con "Optimización bayesiana" como tipo de tuneo. Cabe señalar que estos no son los únicos hiperparámetros ajustables en el modelo;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predicen las variables de respuesta en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. Se crean los data frames *FoldPredictionsPYPP* y *FoldPredictionsYPH* que contienen las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba y para cada variable de respuesta respectiva.
 - b. Cada fila de *FoldPredictionPYPP* se agrega al data frame *PredictionsPYPP*; y cada fila de *FoldPredictionYPH* se agrega al data frame *PredictionsYPH*
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. HyperparamsFold que contiene las columnas tree_number, node_size, multivariate_loss y Fold, donde multivariate_loss es el costo del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de pliegues.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
   cat("*** Fold:", i, "***\n")

# Identify the training and testing Line sets
   fold <- folds[[i]]
   Lines_sam_i <- GIDs[fold$training]
   fold_i <- which(PhenoToy$Line %in% Lines_sam_i)</pre>
```

```
# Identify the training and testing sets
X_training <- X[fold_i, ]</pre>
X_testing <- X[-fold_i, ]</pre>
y_training <- y[fold_i, ]</pre>
y_testing <- y[-fold_i, ]</pre>
# Model training
model <- random forest(</pre>
  x = X_training,
  y = y training,
  # Specify the hyperparameter ranges
  trees number = list(min = 5, max = 30),
  node_size = list(min = 5, max = 15),
  tune_type = "Bayesian_optimization",
  tune_bayes_samples_number = 5,
  tune_bayes_iterations_number = 5,
  # In this example the iterations wont be shown
  verbose = FALSE
# Testing Predictions
predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
# Predictions of PYPP for the Fold
PredictionsPYPP <- data.frame(</pre>
  Fold = i,
  Line = PhenoToy$Line[-fold_i],
  Env = PhenoToy$Env[-fold_i],
  Observed = y testing[, 1],
  Predicted = predictions$V1$predicted
)
PredictionsPYPP <- rbind(PredictionsPYPP, FoldPredictionsPYPP)</pre>
# Predictions of YPH for the Fold
FoldPredictionsYPH <- data.frame(</pre>
  Fold = i,
  Line = PhenoToy$Line[-fold i],
  Env = PhenoToy$Env[-fold_i],
  Observed = y_testing[, 2],
  Predicted = predictions$V2$predicted
PredictionsYPH <- rbind(PredictionsYPH, FoldPredictionsYPH)</pre>
# Hyperparams
HyperparamsFold <- model$hyperparams grid %>%
 mutate(Fold = i)
```

```
Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best_hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 18
#>
#> $node_size
#> [1] 8
#>
#> $multivariate loss
#> [1] 0.3597012
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 24
#>
#> $node_size
#> [1] 6
#>
#> $multivariate loss
#> [1] 0.3398092
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 17
#>
#> $node_size
#> [1] 7
#>
#> $multivariate_loss
#> [1] 0.3422837
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 30
#>
#> $node_size
#> [1] 8
#>
#> $multivariate loss
#> [1] 0.3508043
#>
```

```
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 15
#>
#> *node_size
#> [1] 9
#>
#> $multivariate_loss
#> [1] 0.3243171
```

Repitiendo este proceso para cada partición, los *data frames PredictionsPYPP* y PredictinsYPH contienen las columnas *Fold*, *Line*, *Env*, *Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición en su respectiva variable de respuesta, donde las predicciones se realizan eligiendo el óptimo. hiperparámetros (entre los posibles valores de estos) que minimizan la función de coste con el tipo de tuneo "Bayesian Optimization" correspondiente al formato necesrio para utilizar la función *gs_summaries* sobre estas predicciones en elcaso de variables continuas.

```
head(PredictionsPYPP)
#>
   Fold
                                Env Observed Predicted
              Line
#> 1
       5 Gangapuri ALIYARNAGAR R15 6.75 9.073130
                                       7.20 6.432896
#> 2 5 Gangapuri ICRISAT_PR15-16
#> 3 5 Gangapuri ICRISAT R15
                                      8.26 8.297326
#> 4 5 Gangapuri JALGOAN_R15 6.10 10.175690
#> 5 1CG10036 ALIYARNAGAR_R15 13.20 9.258973
#> 6 5 ICG10036 ICRISAT PR15-16
                                      3.16 5.734787
unique(PredictionsPYPP$Fold)
#> [1] 5 7
head(PredictionsYPH)
   Fold
                             Env Observed Predicted
           DTG15 ALIYARNAGAR R15 1081.23 1098.2221
#> 1
        1
#> 2 1 DTG15 ICRISAT_PR15-16 2980.46 1416.4958
#> 3 1 DTG15
                     ICRISAT R15 1282.71 1147.1809
#> 4 1 DTG15
                      JALGOAN_R15 1262.27 1305.8512
#> 5
       1 ICG3746 ALIYARNAGAR R15 559.92 971.6415
       1 ICG3746 ICRISAT_PR15-16 1672.00 1132.3552
unique(PredictionsYPH$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
# Summaries
summariesPYPP <- gs summaries(PredictionsPYPP)</pre>
summariesYPH <- gs_summaries(PredictionsYPH)</pre>
# Elements of summaries
names(summariesPYPP)
#> [1] "line" "env" "fold"
```

```
# Summaries by Line
head(summariesPYPP$line)
#>
         Line Observed Predicted Difference
#> 1 CSMG84-1
                9.9500 9.8150
                                    0.1350
#> 2 ICG10036
              8.6850 8.1453
                                     0.5397
                         11.0549
#> 3
        DTG15 10.4400
                                    0.6149
#> 4
         TG19 8.0317
                         8.9928
                                    0.9612
#> 5 ICGV99085
                8.9900
                         10.0123
                                     1.0223
#> 6 ICGV00248 12.3800
                         11.1787
                                     1.2013
head(summariesYPH$line)
         Line Observed Predicted Difference
#> 1 ICGV00248 1822.082 1784.794
                                   37.2886
#> 2 ICGV07217 1446.125 1401.187
                                    44.9377
         TG19 1217.993 1283.159
                                    65.1661
#> 4 ICG10036 1050.182 1129.657
                                   79.4740
#> 5 ICGV91114 1535.213 1421.521
                                   113.6914
#> 6 Gangapuri 1140.013 1263.926
                                   123.9135
# Summaries by Environment
summariesPYPP$env[, 1:8]
                Enν
                        MSE MSE SE
                                    RMSE RMSE SE NRMSE
#> 1 ALIYARNAGAR R15 10.1600 1.7707 3.1753 0.2788 1.1140
#> 2 ICRISAT_PR15-16 12.2790 1.7972 3.4947 0.2571 2.5687
        ICRISAT R15 8.9848 0.4396 2.9966 0.0733 0.9544
#> 3
#> 4
        JALGOAN R15 28.8130 5.0512 5.3469 0.4723 0.9941
             Global 9.2080 3.5897 2.9738 0.6036 1.0187
#> 5
#> NRMSE SE
               MAE
#> 1
      0.1568 2.8602
#> 2
      0.2752 3.2141
#> 3
      0.0345 2.1569
#> 4
      0.3195 4.4795
      0.1517 2.3379
#> 5
summariesYPH$env[, 1:8]
                         MSE
                                MSE_SE
                                          RMSE RMSE SE NRMSE
#>
                Enν
#> 1 ALIYARNAGAR R15 347220.3 71393.06 577.7885 57.8377 0.8146
#> 2 ICRISAT PR15-16 471056.2 120472.32 661.5526 91.3844 1.1639
#> 3
        ICRISAT_R15 295625.9 117648.96 498.6586 108.3576 0.7345
#> 4
        JALGOAN R15 577924.9 301603.56 682.3551 167.5683 1.0197
#> 5
             Global 180671.5 69393.14 398.4810 73.9670 0.8885
#> NRMSE SE
#> 1
      0.0710 489.7737
#> 2
      0.1791 568.3065
#> 3
      0.0672 388.0073
#> 4
      0.0785 548.1157
#> 5
      0.1006 297.5453
# Summaries by Fold
summariesPYPP$fold[, 1:8]
              MSE MSE_SE RMSE_RMSE_SE NRMSE NRMSE SE
    5 14.5785 3.2659 3.7509 0.4119 1.3711 0.3200 3.2026
```

```
7 15.5399 6.1230 3.7558 0.6913 1.4445
                                                   0.4821 3.1528
#> 3 Global 9.2080 3.5897 2.9738 0.6036 1.0187
                                                   0.1517 2.3379
summariesYPH$fold[, 1:8]
      Fold
                MSE
                       MSE SE
                                   RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
#>
#> 1
         1 342153.9 135612.27 538.6147 131.7170 0.8589
                                                          0.1230
          2 264723.1 43956.03 509.4492 41.5717 0.9090
                                                          0.0495
#> 2
         3 892208.5 317800.28 897.7897 169.4916 0.9023
                                                          0.1246
#> 4
         4 252965.1 65033.21 489.9950 65.4980 0.7894
                                                          0.0613
#> 5
         5 362733.6 84644.91 589.5948 70.9732 1.2062
                                                          0.2372
#> 6 Global 180671.5 69393.14 398.4810 73.9670 0.8885
                                                          0.1006
#>
         MAE
#> 1 423.5188
#> 2 452.2880
#> 3 708.3477
#> 4 410.1784
#> 5 498.4210
#> 6 297.5453
```

Además, Hyperparams cntiene las columnas *tree_number*, *node_size*, *multivariae_loss* y *Fold*, donde el valor de *multvariate_loss* corresponde al costo del modelo para cada combinaión de partición y valores de hiperparámetro especificados, ordenados de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
      trees number node size multivariate loss Fold
#>
#> 4
                 18
                             8
                                       0.3597012
                 19
                             7
#> 7
                                       0.3613473
                                                      1
                             7
#> 8
                 16
                                       0.3614817
                                                      1
#> 3
                 22
                            11
                                       0.3632946
                                                      1
#> 10
                 23
                            14
                                       0.3678480
                                                      1
#> 1
                 20
                            11
                                       0.3682799
                                                      1
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
      trees_number node_size multivariate loss Fold
#> 24
                            12
                                       0.3309550
                                                      5
                 26
#> 44
                 15
                            10
                                       0.3317055
                                                      5
                                                      5
#> 64
                 28
                                       0.3338139
                             6
                                       0.3402441
#> 14
                 16
                            12
                                                      5
                 13
                                                      5
#> 94
                             9
                                        0.3423154
                                                      5
#> 34
                 22
                            12
                                        0.3432523
```

5.5 Ejemplo multivariado mixto (con respuestas binaria, categórica y continua) Con optimización bayesiana con validación cruzada 7-fold con *Env+G\$ en el predictor

Este ejemplo evalúa un modelo Random Forest con validación cruzada de 7 veces, para una respuesta continua, una respuesta binaria y una respuesta categórica, usando el efecto

Environment y la matriz G como predictores, además de usa la "Optimización Bayesiana" como tipo de ajuste para hiperparámetros.

En este ejemplo, el conjunto de datos utlizado es MaizeToy y buscamos predecir las variables continuas Yield del data frame y_{bin} PhenoToy, y y_{cat} (que son transformaciones de las variables ASI y PH de PhenoToy respectivamente, con la ayuda de la función ntile) usando la matriz diseño de la variable PhenoToy Phen

```
# Load the dataset
load("MaizeToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#>
     GenoToy
# Data preparation of Env & G
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LineG <- Line ** Geno
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LineG)</pre>
y bin <- BurStMisc::ntile(PhenoToy$PH, 2, result = "factor")</pre>
#> Warning in BurStMisc::ntile(PhenoToy$PH, 2, result = "factor"):
#> common values across groups: 1, 2
y cat <- BurStMisc::ntile(PhenoToy$ASI, 4, result = "factor")</pre>
#> Warning in BurStMisc::ntile(PhenoToy$ASI, 4, result =
#> "factor"): common values across groups: 1, 2, 3, 4
y <- data.frame(PhenoToy$Yield, y bin, y cat)</pre>
```

Posteriormente realizamos las paticiones correspondientes a CV de 7 veces, con la ayuda de la función cv_kfold . Además, creamos los data frames vacíos PredictionsYield, PredictionsY_bin, PredictionsY_cat* e Hypeparams que servirán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la unción $gs_summaries$.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_kfold(records_number = nrow(X), k = 7)

# Data frames that will contain the variables:
PredictionsYield <- data.frame()
PredictionsY_bin <- data.frame()
PredictionsY_cat <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso **para cada partición y para cada variable de respuesta**:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunt de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjuto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo valores entre 5 y 30 pra el hiperparámetro *tree_number* y valores entre 5 y 25 para el hiperparámetro *node_size*, con "Optimización bayesiana" como tipo de tuneo. Cabe señalar que estos no son los únicos hiperparámetros ajustables en el modelo;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predicen las variables de respuesta en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. Se crean los data frames FoldPredictionsYield, FoldPredictionsY_bin y FoldPredictionsY_cat que contienen las variables: número de Fold, Line, Env, Observed y Predicted para cada elemento del conjunto de prueba y para cada variable de respuesta respectiva. Además, para el caso de FoldPredictionsY_bin y FoldPredictionsY_cat, también tienen columnas extra correspondientes a las probabilidades de que cada elemento pertenezca a cada categoría.
 - b. Cada fila de *FoldPredictionYield* se agrega al data frame de *PredictionsYield*; cada fila de *FoldPredictionY_bin* se agrega al data frame *PredictionsY_bin*; y cada fila de *FoldPredictionY_bin* se agrega al data frame *PredictionsY_bin*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. HyperparamsFold que contiene las columnas tree_number, node_size, multivariate_loss y Fold, donde multivariate_loss es el costo del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de pliegues.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
   cat("*** Fold:", i, "***\n")
   fold <- folds[[i]]

# Identify the training and testing sets
X_training <- X[fold$training, ]
X_testing <- X[fold$testing, ]
y_training <- y[fold$training, ]
y_testing <- y[fold$testing, ]</pre>
```

```
# Model training
model <- random forest(</pre>
  x = X_training,
  y = y_training,
  # Specify the hyperparameter ranges
  trees_number = list(min = 5, max = 30),
  node_size = list(min = 5, max = 25),
  tune type = "Bayesian optimization",
  tune bayes samples number = 5,
  tune bayes iterations number = 5
# Testing Predictions
predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
# Predictions of Yield for the Fold
FoldPredictionsYield <- data.frame(</pre>
  Fold = i,
  Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
  Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
  Observed = y testing[, 1],
  Predicted = predictions$PhenoToy.Yield$predicted
)
PredictionsYield <- rbind(PredictionsYield, FoldPredictionsYield)</pre>
# Predictions of Y bin for the Fold
FoldPredictionsY bin <- cbind(</pre>
  data.frame(
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y testing[, 2],
    Predicted = predictions$y bin$predicted
  predictions$y_bin$probabilities
PredictionsY_bin <- rbind(PredictionsY_bin, FoldPredictionsY_bin)</pre>
# Predictions of Y_cat for the Fold
FoldPredictionsY cat <- cbind(</pre>
  data.frame(
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y_testing[, 3],
    Predicted = predictions$y cat$predicted
  predictions$y_cat$probabilities
```

```
PredictionsY_cat <- rbind(PredictionsY_cat, FoldPredictionsY_cat)</pre>
  # Hyperparams
  HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1 / 10
       KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
       KFoldCV: 2 / 5
#>
       KFoldCV: 3 / 5
       KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
       KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 2 / 10
      KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
       KFoldCV: 2 / 5
#>
       KFoldCV: 3 / 5
#>
       KFoldCV: 4 / 5
       KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 3 / 10
       KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
       KFoldCV: 2 / 5
       KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
       KFoldCV: 4 / 5
       KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 4 / 10
#>
       KFoldCV: 1 / 5
       KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
       KFoldCV: 3 / 5
#>
       KFoldCV: 4 / 5
#>
       KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 5 / 10
#>
       KFoldCV: 1 / 5
#>
       KFoldCV: 2 / 5
#>
       KFoldCV: 3 / 5
       KFoldCV: 4 / 5
#>
       KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 6 / 10
#>
       KFoldCV: 1 / 5
#>
       KFoldCV: 2 / 5
#>
       KFoldCV: 3 / 5
#>
       KFoldCV: 4 / 5
#>
      KFoldCV: 5 / 5
```

```
#> Combination: 7 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 8 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 9 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 10 / 10
       KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> *** Fitting Multivariate Random Forest model ***
#> *** Model evaluation completed in 14.4296 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 21
#>
#> $node_size
#> [1] 11
#>
#> $multivariate loss
#> [1] 0.3086651
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 2 / 10
#>
       KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
      KFoldCV: 5 / 5
#>
```

```
Combination: 3 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 4 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 5 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
    Combination: 6 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 7 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 8 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 9 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 10 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> *** Fitting Multivariate Random Forest model ***
#> *** Model evaluation completed in 13.8351 secs ***
```

```
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 30
#>
#> $node_size
#> [1] 5
#>
#> $multivariate loss
#> [1] 0.3254175
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 2 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 3 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 4 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 5 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 6 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 7 / 10
#> KFoldCV: 1 / 5
```

```
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 8 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 9 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 10 / 10
       KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> *** Fitting Multivariate Random Forest model ***
#> *** Model evaluation completed in 13.1847 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 30
#>
#> $node_size
#> [1] 5
#>
#> $multivariate_loss
#> [1] 0.3283907
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 2 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
       KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 3 / 10
#> KFoldCV: 1 / 5
```

```
age 149
```

```
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 4 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 5 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 6 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 7 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 8 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 9 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 10 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> *** Fitting Multivariate Random Forest model ***
#> *** Model evaluation completed in 13.6239 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
```

```
#> [1] 22
#>
#> $node_size
#> [1] 5
#>
#> $multivariate_loss
#> [1] 0.360276
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 2 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 3 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 4 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 5 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 6 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 7 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
```

```
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 8 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
   Combination: 9 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
   Combination: 10 / 10
#>
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> *** Fitting Multivariate Random Forest model ***
#> *** Model evaluation completed in 12.6999 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 16
#>
#> $node size
#> [1] 16
#>
#> $multivariate loss
#> [1] 0.3113797
#>
#> *** Fold: 6 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 2 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 3 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
```

```
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 4 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 5 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 6 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 7 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 8 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 9 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 10 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> *** Fitting Multivariate Random Forest model ***
#> *** Model evaluation completed in 14.9861 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 30
#>
```

```
#> $node size
#> [1] 8
#>
#> $multivariate_loss
#> [1] 0.303435
#>
#> *** Fold: 7 ***
#> *** Bayesian Optimization Tuning ***
#> Combination: 1 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 2 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 3 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 4 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
   Combination: 5 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#> Combination: 6 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 2 / 5
        KFoldCV: 3 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> Combination: 7 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
```

```
#>
   Combination: 8 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoLdCV: 4 / 5
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#>
   Combination: 9 / 10
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoLdCV: 4 / 5
#>
#>
        KFoldCV: 5 / 5
#>
   Combination: 10 / 10
#>
        KFoldCV: 1 / 5
#>
        KFoldCV: 2 / 5
#>
        KFoldCV: 3 / 5
#>
        KFoldCV: 4 / 5
        KFoldCV: 5 / 5
#>
#> *** Fitting Multivariate Random Forest model ***
#> *** Model evaluation completed in 14.1194 secs ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 20
#>
#> $node size
#> [1] 9
#>
#> $multivariate loss
#> [1] 0.3638747
```

PredictionsYield contiene las columnas Fold, Line, Env, Obseved y Predicted; el data frame PredictionsY_bin contienelas columnas Fold, Line, Env, Observed, Predicted, 1 y 2; y el dta frame PredictionsY_cat contiene las columna Fold, Line, Env, Observed, Predicted, 1, 2, 3 y 4, todo eso para cada elemento del conjunto de prueba de cada parición, donde las predicciones se realizan eligiendo los hiperpaámetros óptimos (entre sus posibles valores) que minimizan la función de coste con el tipo de tuneo "Bayesian Optimization", correspondiente al frmato necesario para utilizar la función gs_summaries sobre estas predicciones en el caso de variables continuas, binarias y categóricas, respectivamente.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(PredictionsYield)
    Fold
              Line Env Observed Predicted
#> 1
       1 CKDHL0032 KTI
                         6.24 5.922975
#> 2
       1 CKDHL0049 EBU
                          4.72 6.252130
#> 3
       1 CKDHL0050 EBU
                          4.98 6.288283
#> 4
       1 CKDHL0052 KTI
                          7.20 6.002546
#> 5
                          7.41 6.143315
       1 CKDHL0085 KTI
#> 6 1 CKDHL0097 KTI 4.45 5.893860
```

```
#> 1
       1 CKDHL0032 KTI
                          1
                                     2 0.3818485 0.6181515
#> 2
       1 CKDHL0049 EBU
                             2
                                     2 0.3401469 0.6598531
                            2
#> 3
     1 CKDHL0050 EBU
                                     2 0.3615337 0.6384663
#> 4
     1 CKDHL0052 KTI
                             2
                                     2 0.3557111 0.6442889
                            2
#> 5 1 CKDHL0085 KTI
                                     2 0.3096140 0.6903860
                                     2 0.3860942 0.6139058
#> 6 1 CKDHL0097 KTI
                             1
unique(PredictionsY bin$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5 6 7
# Summaries
summariesYield <- gs summaries(PredictionsYield)</pre>
summariesY_bin <- gs_summaries(PredictionsY_bin)</pre>
summariesY_cat <- gs_summaries(PredictionsY cat)</pre>
# Elements of summaries
names(summariesYield)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summariesYield$line)
         Line Observed Predicted Difference
#> 1 CKDHL0054
              5.9233 5.9612
                                  0.0378
#> 2 CKDHL0136 5.8800 5.9227
                                    0.0427
#> 3 CKDHL0027 5.8800 5.8289
                                  0.0511
#> 4 CKDHL0515 6.0100 5.9523
                                  0.0577
#> 5 CKDHL0203 5.8267
                         5.7633
                                   0.0633
#> 6 CKDHL0474
              6.1933
                         6.2762
                                   0.0828
head(summariesY_bin$line)
         Line Observed Predicted X1
#> 1 CKDHL0027
                    1
                        2 0.5520 0.4480
#> 2 CKDHL0032
                    1
                             2 0.5450 0.4550
#> 3 CKDHL0046
                    1
                             2 0.5442 0.4558
#> 4 CKDHL0049
                   2
                             2 0.5206 0.4794
#> 5 CKDHL0050
                    2
                             2 0.4977 0.5023
#> 6 CKDHL0052
                             2 0.4540 0.5460
                    1
head(summariesY_cat$line)
         Line Observed Predicted
                                   X1
                                          X2
                                                 X3
#> 1 CKDHL0027
                   1
                         2 0.2173 0.2275 0.3235 0.2316
#> 2 CKDHL0032
                   1
                             4 0.2328 0.2513 0.2697 0.2462
#> 3 CKDHL0046
                   4
                             2 0.2195 0.2680 0.2811 0.2314
                   3
                             2 0.2295 0.2454 0.2921 0.2330
#> 4 CKDHL0049
#> 5 CKDHL0050
                   1
                             1 0.2358 0.2241 0.2587 0.2814
                              4 0.2372 0.2396 0.2597 0.2635
#> 6 CKDHL0052
# Summaries by Environment
summariesYield$env[, 1:9]
#> Env MSE MSE SE RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE MAE
```

unique(PredictionsYield\$Fold)

Line Env Observed Predicted

1

#> [1] 1 2 3 4 5 6 7
head(PredictionsY_bin)

Fold

```
EBU 0.6075 0.1535 0.7417 0.0978 1.8133
                                                  0.4550 0.6453
#> 2
        KAK 0.5715 0.1960 0.6405
                                  0.1639 1.1792
                                                   0.1526 0.5187
        KTI 1.2564 0.2967 1.0417
                                  0.1689 1.3283
                                                   0.4404 0.9225
#> 4 Global 0.8215 0.1553 0.8767 0.0938 0.9368
                                                   0.0469 0.7138
    MAE SE
#>
#> 1 0.0944
#> 2 0.1318
#> 3 0.1475
#> 4 0.0891
# Summaries by Fold
summariesYield$fold[, 1:8]
       Fold
#>
               MSE MSE SE
                            RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
                                                             MAE
#> 1
          1 0.8559 0.4181 0.8007
                                  0.3277 0.9758
                                                   0.0342 0.7330
#> 2
          2 0.7603 0.3396 0.8220
                                  0.2057 1.8774
                                                   0.8356 0.6894
#> 3
          3 1.3995 0.4063 1.1579
                                  0.1714 1.8279
                                                  0.8626 0.9913
#> 4
          4 0.1647 0.1331 0.3276
                                  0.1694 0.8518
                                                  0.2732 0.2640
#> 5
          5 1.1402 0.5154 1.0052
                                  0.2548 1.1110
                                                   0.3129 0.8219
#> 6
          6 0.5848 0.3978 0.6760
                                  0.2528 1.1295
                                                   0.0331 0.5763
#> 7
          7 0.7771 0.1874 0.8665
                                  0.1144 2.2407
                                                   0.8563 0.7927
#> 8 Global 0.8215 0.1553 0.8767 0.0938 0.9368
                                                  0.0469 0.7138
```

Además, Hyperparams contiene lascolumnas *tree_number*, *node_size*, *multiariate_loss* y *Fold*, donde el valor de *multivariate_loss* corresponde al costo del modelo para cada combinación de partición y valores de hiperparámetro especficados, ordenados de menr a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
#>
      trees number node size multivariate loss Fold
#> 2
                 21
                            11
                                        0.3086651
                                                      1
#> 6
                 28
                             9
                                        0.3158732
                                                      1
                             5
#> 8
                 30
                                                      1
                                        0.3230845
                 24
                            12
                                                      1
#> 3
                                        0.3298924
#> 10
                 22
                             9
                                        0.3349999
                                                      1
#> 5
                  8
                            13
                                        0.3515807
                                                      1
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
#>
      trees_number node_size multivariate_loss Fold
#> 86
                 30
                             5
                                        0.3991094
                                                      7
#> 96
                 30
                            12
                                        0.4025800
                                                      7
                                                      7
#> 26
                 13
                            16
                                        0.4067875
                                                      7
                 17
                            25
#> 16
                                        0.5216477
                                                      7
#> 56
                 24
                            20
                                        0.5217156
                                                      7
#> 46
                 12
                            23
                                        0.5218220
```

5.6 Ejemplo con kernels con Grid search y particiones aleatorias

Este ejemplo evalúa un modelo Random Forest con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos par el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la unción cv_random), para una respuesta continua, utilizando la matriz de diseñode PhenoToy Env variable, la matriz descrita *G* anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estas dos, como predictores; así como el uso de "Grid Search" como un tipo de tuneo para los hiperparámetros tree_number, sampled_x_vars_number y node_size. Todo esto para los tipos de Kernel: "Linear", "Polinomial", "Sigmoid", "Gaussian", "Exponential", "Arc_cosine" y "Arc cosine L".

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *EYTToy* y el objetivo es predecir la variable continua *GY* del data frame *PhenoToy* utilizando la matriz de diseño de la variable PhenoToy Env, la matriz descrita *G* anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y *y* respectivamente.

```
# Load the data
load("EYTToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#>
     PhenoToy
     GenoToy
#>
# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LinexGeno <- Line ** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LinexGeno:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LinexGeno, LinexGenoxEnv)</pre>
y <- PhenoToy$GY
dim(X)
#> [1] 120 154
print(y[1:7])
#> [1] 5.510785 6.087132 6.754944 2.752278 6.399115 5.951386
#> [7] 6.109080
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Tenga en cuenta que la variablede respuesta y es una variable continua (un vector con elementos de tipo "doble"), lo cul es importante para que el modelo se entrene automáticamente para una variable continua.

A diferencia de los ejmplos anteriores, ahora buscamos evaluar el modelo para cada tipo de kernel mencionado anteriormente. Por ello, creamos un ector en el que indicamos los tipos de kernel que queremos aplicar a la matriz *X* Además, creamos las listas vacías *PredictionsAl, TimesAll, HyperparamsAll y SummariesAll* que se utilizarán para guardar las predicciones, los tiempos de ejecución, los hiperparámetros y los resúmenes de cada modelo entrenado, es decir, para cada tipo de kernel; lo que a su vez servirá para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
kernels <- c(
   "linear",
   "polynomial",
   "sigmoid",
   "Gaussian",
   "exponential",
   "arc_cosine",
   "Arc_cosine_L"
)

# Empty Lists that will contain Predictions,
# Times of execution & Summaries for each typeof kernel
PredictionsAll <- list()
TimesAll <- list()
HyperparamsAll <- list()
SummariesAll <- list()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso para cada tipo de Kernel:

- identifique la variable arc_deep con el valor 2. Si el tipo de Kernel es "Arc_cosine_L", el valor de la vriable arc_deep se cambia a 3 y el kernel_type se identifica como "Arc_cosne"; de lo contrario, kernel_typ se identifica como el kernel predeterminado.
- 2. El tipo de kernel establecido en (1) se aplica a la matriz de datos *X*, asignando al argumento *arc_cosine_deep* el valor establecido en la variable *arc_deep*. Tenga en cuenta que el argumento *arc_cosine_deep* se ignora si el tipo de kernel no es *Arc_cosine*.
- 3. Luego realizamos cinco particiones aleatorias, con 80% los datos para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random.
- 4. Predictions, *Times* e Hyperparams que se utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*, además de guardar los tiempos de ejecución de cada modelo entrenado para cada partición.

5. **Para cada partición**:

1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;

- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo los valores 100, 300 y 500 para el hiperparámetro *tree_number*, los valores 0.3, 0.5 y 0.8 para el hiperparámetro *sampled_x_vars_number* y los valores 5 y 10 para el hiperparámetro *node_size*, con "Grid Search" como tipo de tuneo (parámetro por defecto de *tune_type*);
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *y* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de las predicciones del conjunto de prueba: Se crea el data frame *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba. Además, cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*.
- 5. Identificación del tiempo de ejecución del entrenamiento del modelo obtenido en (2): Se crea el data frame *FoldTime* que contiene la columna que especifica el tipo de *Kernel* utilizado para entrenar el modelo, el número de *Fold* y la columna *Minutos que indica el* tiempo de ejecución, en minutos, del entrenamiento del modelo obtenido en (2). Además, cada fila de *FoldTime* se agrega al data frame *Times*.
- 6. Identificación de hiperparámetros; Se crea el data frame *HyperparamsFold* que contiene las columnas *tree_number*, *node_size*, *sampled_x_vars_number*, *mse* y *Fold*, donde *m* es el costo del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de *Fold*. Además, cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- data frame de predicciones contiene columnas Fold, Line, Env, Observed y Predicted para cada elemento del conjunto de prueba para cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo los hiperparámetros óptimos (entre los posibles valores especificados) que minimizan la función de costo con el " Grid Search", correspondiente al formato necesario para utilizar la función gs_summaries sobre estas predicciones en el caso de variables continuas.
- 6. Predictions y con la ayuda de la función *gs_summaries*, evaluamos la capacidad predictiva del modelo entrenado para el tipo de kernel especificado. La función *gs_summaries* devuelve una lista que identificamos como *summaries* y que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.
- 7. Finalmente, se crea un elemento con el nombre de kernel especificado en cada una de las listas *PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAll* y *SummariesAll*, que corresponden a los marcos de datos de las listas *Predictions, Times, Hyperparams* y *summaries*, respectivamente.

```
for (kernel in kernels) {
  cat("*** Kernel:", kernel, "***\n")

# Identify the arc_deep and the kernel
```

```
arc deep <- 2
if (kernel == "Arc cosine L") {
  arc_deep <- 3
  kernel <- "arc_cosine"</pre>
} else {
  kernel <- kernel
# Compute the kernel
X <- kernelize(X, kernel = kernel, arc_cosine_deep = arc_deep)</pre>
# Random Partition
set.seed(2022)
folds <- cv_random(</pre>
  records_number = nrow(X),
  folds_number = 5,
  testing proportion = 0.2
)
# Empty data frames that will contain Predictions, Times
# of execution & Summaries for each partition
Predictions <- data.frame()</pre>
Times <- data.frame()</pre>
Hyperparams <- data.frame()</pre>
for (i in seq_along(folds)) {
  cat("\t*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X_training <- X[fold$training, ]</pre>
  X_testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y_training <- y[fold$training]</pre>
  y_testing <- y[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- random_forest(</pre>
    x = X_training,
    y = y_training,
    # Specify the hyperparameters values
    trees_number = c(100, 300, 500),
    sampled_x_vars_number = c(0.3, 0.5, 0.8),
    node_size = c(5, 10),
    tune_type = "grid_search",
    tune grid proportion = 0.8,
    # In this example the iterations wont be shown
    verbose = FALSE
```

```
# Testing Predictions
    predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
    # Predictions for the Fold Fold
    FoldPredictions <- data.frame(</pre>
      Fold = i,
      Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
      Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
      Observed = y_testing,
      Predicted = predictions$predicted
    Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
    # Execution times
    FoldTime <- data.frame(</pre>
      kernel = kernel,
      Fold = i,
      Minutes = as.numeric(model$execution time, units = "mins")
    Times <- rbind(Times, FoldTime)</pre>
    # Hyperparams for the Fold
    HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
      mutate(Fold = i)
    Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  }
  # Summaries of the Folds
  summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
  # Predictions, Times of execution & Summaries for the
  # specified Kernel
  PredictionsAll[[kernel]] <- Predictions</pre>
  TimesAll[[kernel]] <- Times</pre>
  HyperparamsAll[[kernel]] <- Hyperparams</pre>
  SummariesAll[[kernel]] <- summaries</pre>
}
#> *** Kernel: linear ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Kernel: polynomial ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
```

```
#> *** Kernel: sigmoid ***
   *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Kernel: Gaussian ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
   *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Kernel: exponential ***
#> *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Kernel: arc_cosine ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
   *** Fold: 3 ***
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Kernel: Arc cosine L ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
```

Recordando que este proceso se realizó para cada tipo de kernel, cada una de las listas *PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAll y SummariesAll* contiene las predicciones, los tiempos de ejecución, las combinaciones e los hiperparámetros con su correspondiente costo y los resúmenes, respectivamente, para cada tipo de kernel apliado a la matriz de datos *X*. A modo de ejemplo, a continuación se muestran los resultados obtenidos para el tipo de kernel "Sigmoid":

```
# Predictions for the Sigmoid Kernel
tail(PredictionsAll$sigmoid)
     Fold
                       Env Observed Predicted
#>
               Line
#> 115
      5 GID7631195 FlatDrip 3.101994 2.912365
#> 116  5 GID7625985 FLat5IR 6.955977 6.255739
#> 117 5 GID7626584
                   Bed5IR 5.440434 5.983940
#> 119 5 GID7729805
                   Bed5IR 6.629760 6.304862
#> 120
      5 GID7632527 Bed5IR 6.457017 6.019779
# Times of execution for the Sigmoid Kernel
TimesAll$sigmoid
  kernel Fold Minutes
```

```
#> 1 sigmoid 1 0.1147623
#> 2 sigmoid 2 0.1138184
#> 3 sigmoid
               3 0.1185036
#> 4 sigmoid
               4 0.1232462
#> 5 sigmoid
             5 0.1099385
# Elements of SummariesAll
names(SummariesAll)
                                               "Gaussian"
#> [1] "linear"
                    "polynomial"
                                  "sigmoid"
#> [5] "exponential" "arc_cosine"
# Elements of summaries for the Sigmoid Kernel
names(SummariesAll$sigmoid)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(SummariesAll$sigmoid$line)
#>
          Line Observed Predicted Difference
#> 1 GID7630553
                 5.9344
                           5.9566
                                      0.0221
#> 2 GID7462121
                 6.1329
                           6.1581
                                      0.0253
#> 3 GID7629600
                 5.1390
                           5.1132
                                      0.0258
#> 4 GID7634730
               5.5399
                           5.5017
                                      0.0382
#> 5 GID7626446
                 5.0824
                           5.1397
                                      0.0574
                                      0.0981
#> 6 GID7632666
                           5.5464
                 5.6445
# Summaries by Environment
SummariesAll$sigmoid$env[, 1:8]
#>
         Enν
              MSE MSE SE RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
                                                            MAE
#> 1
      Bed5IR 0.4417 0.0738 0.6536 0.0603 1.2337 0.0568 0.5775
         EHT 0.6872 0.1825 0.8027 0.1036 0.9434
                                                   0.2034 0.7166
#> 3 FLat5IR 0.6264 0.0807 0.7846 0.0520 1.3007
                                                   0.0841 0.6745
#> 4 FlatDrip 2.3350 0.2525 1.5197 0.0799 5.1196
                                                   0.6441 1.1923
      Global 0.9241 0.1544 0.9457 0.0862 0.5929 0.0497 0.7239
SummariesAll$sigmoid$env[, 9:15]
    MAE SE
               Cor Cor SE Intercept Intercept SE Slope
#>
#> 1 0.0503 0.3622 0.1704
                            2.6465
                                          2.1586 0.5866
#> 2 0.0787 0.4215 0.2556
                             1.3709
                                          2.3220 0.8174
#> 3 0.0596 0.6568 0.1150
                            2.7460
                                          0.6378 0.6391
#> 4 0.0844 -0.2729 0.1876 3.0654
                                         0.2373 -0.0975
#> 5 0.0495 0.8131 0.0325
                            -1.4640
                                         0.6094 1.2578
    Slope SE
#>
#> 1
      0.3587
#> 2
      0.3925
#> 3
      0.1178
#> 4
      0.0631
#> 5
      0.1029
SummariesAll$sigmoid$env[, 16:19]
        R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1 0.2473 0.1670 0.0913
                           0.0088
#> 2 0.4391 0.0631 0.1184
                           0.0128
#> 3 0.4842 0.1332 0.1033
                           0.0098
#> 4 0.2153 0.0694 0.3938
                           0.0305
#> 5 0.6653 0.0536 0.1620 0.0173
```

```
# Summaries by Fold
SummariesAll$sigmoid$fold[, 1:8]
                            RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
               MSE MSE SE
                                                             MAE
#> 1
          1 0.9154 0.3039 0.9227 0.1461 1.9485
                                                   0.9545 0.8330
#> 2
          2 1.1098 0.3972 0.9875
                                  0.2119 2.2914
                                                   0.8663 0.8100
#> 3
          3 0.9408 0.5290 0.8767
                                  0.2396 2.2253
                                                   1.0164 0.6995
#> 4
          4 1.1961 0.6802 0.9868
                                  0.2722 1.6311
                                                   0.5886 0.8380
          5 0.9509 0.3732 0.9270
#> 5
                                  0.1747 2.6504
                                                   1.5725 0.7705
#> 6 Global 0.9241 0.1544 0.9457 0.0862 0.5929
                                                   0.0497 0.7239
SummariesAll$sigmoid$fold[, 9:15]
               Cor Cor_SE Intercept Intercept_SE Slope Slope_SE
     MAE SE
#> 1 0.1105 0.6577 0.1186
                             0.8515
                                           1.1981 0.8045
                                                           0.2857
#> 2 0.1568 0.0927 0.3307
                             2.9301
                                           3.1740 0.3909
                                                           0.5413
#> 3 0.1476 0.1535 0.2812
                             4.0266
                                           0.6925 0.1935
                                                           0.1727
                                                           0.2858
#> 4 0.2285 0.3281 0.2463
                             2.5914
                                           1.1250 0.4461
#> 5 0.1058 0.2275 0.3260
                             1.8864
                                           1.7593 0.5969
                                                           0.3827
#> 6 0.0495 0.8131 0.0325
                                           0.6094 1.2578
                            -1.4640
                                                           0.1029
SummariesAll$sigmoid$fold[, 16:19]
         R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1 0.4747 0.1592 0.1808
                            0.0662
#> 2 0.3366 0.1960 0.1785
                            0.0724
#> 3 0.2607 0.0891 0.1595
                            0.0702
#> 4 0.2897 0.1328 0.1992
                            0.1029
#> 5 0.3706 0.1220 0.1655
                            0.0546
#> 6 0.6653 0.0536 0.1620
                            0.0173
```

Además, los elementos d la lista *HyperparamsAll* contienen las columnas *tree_number*, *node_size*, *sampled_x_number*, *mse* y *Fold*, dnde el valor de la columna *mse* corresponde al costo del modelo para cada combinación de los valors de partición e hiperparámetro, ordenados de menor a ayor . mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(HyperparamsAll$sigmoid)
      trees_number node_size sampled_x_vars_number
#>
                                                            mse Fold
#> 8
                300
                             5
                                                   60 1.486428
                                                                    1
                             5
#> 9
                500
                                                   60 1.488343
                                                                    1
                             5
#> 1
                100
                                                    36 1.510207
                                                                    1
                             5
#> 7
                                                                    1
                100
                                                    60 1.514091
                             5
#> 3
                500
                                                    36 1.526728
                                                                    1
                             5
                                                    96 1.545332
                                                                    1
#> 15
                500
# Last rows of Hyperparams
tail(HyperparamsAll$sigmoid)
       trees number node size sampled x vars number
                                                             mse Fold
#> 174
                 300
                             10
                                                     96 1.631972
                                                                     5
#> 44
                 100
                             10
                                                     36 1.634050
                                                                     5
                                                                     5
#> 123
                 500
                             10
                                                     60 1.665363
#> 183
                 500
                             10
                                                     96 1.673345
                                                                     5
```

5.7 Ejemplo con sparse Kernels con Grid search y particiones aleatorias

Este ejemplo evalúa un modelo Random Forest con cinco particiones aleatorias, con 20% losdatos para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la función cv_random), para una respuesta continua, utilizando la matriz de iseño de PhenoToy Env variable, la matriz descrita G anteriormente y a matriz de diseño de la interacción entre estas dos,como predictores; así como el uso de "Grid Search" como un tipo de tuneo para los hiperparámetros tree_number, sampled_x_vars_number y node_size. Todo esto para los llamados "Sparse Kernel Methods", con las posibles combinaciones entre los tipos de Kernel "Sparse_Gaussian" y "Sparse_Arc_cosine" con las proporciones 0.5,0.6,0.7,0.8,0.9 y 1.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *MaizeToy* y el objetivo es predecir la variable continua *Yield* del data frame *PhenoToy* utilizando la matriz de diseño de la variable PhenoToy Env, la matriz descrita *G* anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y *y* respectivamente.

```
# Load the dataset
load("MaizeToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#>
     PhenoToy
     GenoToy
#>
# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LinexGeno <- Line *** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LinexGeno:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LinexGeno, LinexGenoxEnv)</pre>
y <- PhenoToy$Yield
dim(X)
#> [1] 90 123
print(y[1:7])
#> [1] 6.11 6.21 5.32 6.62 5.60 6.24 5.24
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Tenga en cuenta que la variablede respuesta y es una variable continua (un vector con elementos de tipo "doble"), lo cul es importante para que el modelo se entrene automáticamente para una variable continua.

A diferencia de los ejemplos aneriores, ahora buscamos evaluar el modelo para cada una de las posibles combinaciones entre los tipos de Kernel "Spase_Gaussian" y "Sparse_Arc_cosine" con las proporciones 0.5,0.6,0.7,0.8,0.9 1. Por eso creamos un vector llamado *kernels* en el que indiamos los tipos de kernels que queremos aplicar a los de la matriz *X* y otro vector llamado *lines_proportions*. Además, creamos las listas vacías *PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAll* y *SummariesAll* que se utilizarán para guardar las predicciones, los tiempos de ejecución, los hiperparámetros y los resúmenes de cada modelo entrenado, es decir, para cada combinación entre tipo de kernel y proporción de *líneas* utilizadas, que a su vez servirán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y para posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
kernels <- c("Sparse_Gaussian", "Sparse_Arc_cosine")
lines_proportions <- c(0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1)

# Empty lists that will contain Predictions,
# Times of execution & Summaries for each typeof kernel
PredictionsAll <- list()
TimesAll <- list()
HyperparamsAll <- list()
SummariesAll <- list()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso **para cada tipo de Kernel** y **para cada proporción de líneas**:

- 1. El conjunto de tipos de kernel se aplica a la matriz de datos *X*, asignando el valor numérico a la2 El argumnto *arc_cosine_deep* y la proporción de líneas establecen el valor en el argumeno de proporción de *filas*.
- Luego realizamos cinco pariciones aleatorias, con 80% los datos para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random.
- 3. Predictions, *Times* e Hyperparams que se utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*, además de guardar los tiempos de ejecución de cada modelo entrenado para cada partición.

4. Para cada partición:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo valores entre 100 y 500 para el hiperparámetro *tree_number*,

- valores entre 0,3 y 0,8 para el hiperparámetro sampled_x_vars_number y valores entre 5 y 10 para el hiperparámetro node_size, con "Optimización bayesiana" como tipo de tuneo (parámetro predeterminado de tune_type).;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta y en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de las predicciones del conjunto de prueba: Se crea el data frame *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba. Además, cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame Predictions*.
- 5. Identificación del tiempo de ejecución del entrenamiento del modelo obtenido en (2): Se crea el data frame *FoldTime* que contiene la columna que especifica el tipo de *Kernel* utilizado para entrenar el modelo, el número de *Fold* y la columna *Minutos que indica el* tiempo de ejecución, en minutos, del entrenamiento del modelo obtenido en (2). Además, cada fila de *FoldTime* se agrega al data frame *Times*.
- 6. Identificación de hiperparámetros; Se crea el data frame *HyperparamsFold* que contiene las columnas *tree_number*, *node_size*, *sampled_x_vars_number*, *mse* y *Fold*, donde *m* es el costo del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de *Fold*. Además, cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- Predictions contiene las columnas Fold, Line, Env, Observed y Predicted para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo los hiperparámetros óptimos (entre las posibles combinaciones de estos) que minimizan la función de costo con el tipo de tuneo "Optimización bayesiana", correspondiente al formato necesario para utilizar la función gs_summaries en estas predicciones en el caso de variables continuas.
- 5. Predictions y con la ayuda de la función *gs_summaries*, evaluamos la capacidad predictiva del modelo entrenado para el tipo de kernel especificado. La función *gs_summaries* devuelve una lista que identificamos como *summaries* y que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.
- 6. Finalmente, se crea un elemento con el nombre de kernel especificado en cada una de las listas *PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAll y SummariesAll*, que corresponden a los marcos de datos de las listas *Predictions, Times, Hyperparams* y *summaries*, respectivamente.

```
for (kernel in kernels) {
  cat("*** Kernel:", kernel, "***\n")
  for (line_proportion in lines_proportions) {
    cat("\t*** Line_Proportion:", line_proportion, "***\n")

# Compute the kernel
```

```
X <- kernelize(</pre>
  Χ,
  kernel = kernel,
  arc cosine deep = 2,
  rows_proportion = line_proportion
# Random Partition
set.seed(2022)
folds <- cv_random(</pre>
  records_number = nrow(X),
  folds_number = 5,
  testing proportion = 0.2
# Empty data frames that will contain Predictions, Times
# of execution & Summaries for each partition
Predictions <- data.frame()</pre>
Times <- data.frame()</pre>
Hyperparams <- data.frame()</pre>
for (i in seq along(folds)) {
  cat("\t*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X training <- X[fold$training, ]</pre>
  X_testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y_training <- y[fold$training]</pre>
  y_testing <- y[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- random_forest(</pre>
    x = X_{training}
    y = y_training,
    # Specify the hyperparameters values
    trees number = list(min = 100, max = 500),
    sampled_x_vars_number = list(min = 0.3, max = 0.8),
    node_size = list(min = 5, max = 10),
    tune_cv_type = "random",
    tune_folds_number = 5,
    tune_bayes_samples_number = 5,
    tune bayes iterations number = 5,
    tune_testing_proportion = 0.2,
    tune_type = "bayesian_optimization",
    tune grid proportion = 0.8,
    # In this example the iteration wont be shown
    verbose = FALSE
```

```
# Testing Predictions
      predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
      # Predictions for the Fold Fold
      Predictions <- data.frame(</pre>
        Fold = i,
        Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
        Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
        Observed = y testing,
        Predicted = predictions$predicted
      Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
      # Execution times
      FoldTime <- data.frame(</pre>
        kernel = kernel,
        Fold = i,
        Minutes = as.numeric(model$execution time, units = "mins")
      Times <- rbind(Times, FoldTime)</pre>
      # Hyperparams for the Fold
      HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
        mutate(Fold = i)
      Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
    }
    # Summaries of the Folds
    summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
    str_line <- paste("Line_Proprtion:", line_proportion)</pre>
    # Predictions, Times of execution & Summaries for the
    # specified Kernel
    PredictionsAll[[kernel]][[str_line]] <- Predictions</pre>
    TimesAll[[kernel]][[str line]] <- Times</pre>
    HyperparamsAll[[kernel]][[str_line]] <- Hyperparams</pre>
    SummariesAll[[kernel]][[str_line]] <- summaries</pre>
  }
}
#> *** Kernel: Sparse Gaussian ***
#> *** Line Proportion: 0.5 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Line_Proportion: 0.6 ***
#> *** Fold: 1 ***
```

```
#> *** Fold: 2 ***
   *** Fold: 3 ***
#>
#> *** Fold: 4 ***
   *** Fold: 5 ***
#>
    *** Line Proportion: 0.7 ***
#>
    *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
    *** Fold: 5 ***
#>
   *** Line_Proportion: 0.8 ***
#>
#> *** Fold: 1 ***
   *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
#>
    *** Fold: 4 ***
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Line Proportion: 0.9 ***
#> *** Fold: 1 ***
    *** Fold: 2 ***
#>
    *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
   *** Fold: 5 ***
#>
    *** Line Proportion: 1 ***
#>
    *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Kernel: Sparse_Arc_cosine ***
   *** Line_Proportion: 0.5 ***
#>
   *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
    *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Line Proportion: 0.6 ***
    *** Fold: 1 ***
#>
#>
    *** Fold: 2 ***
   *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
   *** Fold: 5 ***
#>
    *** Line Proportion: 0.7 ***
#>
   *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
    *** Fold: 4 ***
#>
#>
    *** Fold: 5 ***
#> *** Line_Proportion: 0.8 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
```

```
#> *** Fold: 3 ***
   *** Fold: 4 ***
#>
#> *** Fold: 5 ***
   *** Line_Proportion: 0.9 ***
#>
   *** Fold: 1 ***
#>
    *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
#>
   *** Line Proportion: 1 ***
   *** Fold: 1 ***
#>
#> *** Fold: 2 ***
   *** Fold: 3 ***
#>
#> *** Fold: 4 ***
   *** Fold: 5 ***
```

Recordando que este proceso se realizó para cada combinación de tipo de kernel y relación de línea especificada, cada una de las listas *PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAl* y *SummariesAll* contiene las predicciones, los tiempos de jecución, las combinaciones de hiperparámetros (en este caso *alpha*) los resúmenes, respectivamente, para cada combinación entre el tipo dekernel y la proporción de *líneas* aplicadas a la matriz de dats *X*. A modo de ejempo, a continuación se muestran los resultados obtenidos para el tipo e kernel "Sparse_Gaussian" y "Line_Proprtion: 0.9":

```
# Predictions for the Sparse_Gaussian Kernel
head(PredictionsAll$Sparse_Gaussian$`Line_Proprtion: 0.9`)
    Fold
             Line Env Observed Predicted
#> 1
      5 CKDHL0129 KAK
                        5.18 5.641925
#> 2
       5 CKDHL0647 KTI
                        3.85 5.820910
#> 3 5 CKDHL0054 KAK
                       5.37 6.234541
#> 4 5 CKDHL0647 KAK
                       3.08 5.804912
5.88 5.837369
#> 6 5 CKDHL0437 KTI
                        7.17 6.224897
# Times of execution for the Sparse_Gaussian Kernel
TimesAll$Sparse Gaussian$`Line Proprtion: 0.9`
            kernel Fold
#>
                       Minutes
#> 2 Sparse_Gaussian
                    2 0.1370334
#> 4 Sparse Gaussian
                  4 0.3002371
                   5 0.2762989
#> 5 Sparse Gaussian
# Elements of SummariesAll
names(SummariesAll)
#> [1] "Sparse_Gaussian"
                        "Sparse_Arc_cosine"
# Elements of summaries for Sparse Gaussian Kernel
names(SummariesAll$Sparse_Gaussian)
#> [1] "Line Proprtion: 0.5" "Line Proprtion: 0.6"
#> [3] "Line_Proprtion: 0.7" "Line_Proprtion: 0.8"
#> [5] "Line_Proprtion: 0.9" "Line_Proprtion: 1"
names(SummariesAll$Sparse_Gaussian$`Line_Proprtion: 0.9`)
```

```
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(SummariesAll$Sparse_Gaussian$`Line_Proprtion: 0.9`$line)
           Line Observed Predicted Difference
#>
#> 1 GID7628467
                   5.8605
                             5.8622
                                         0.0017
#> 2 CKDHL0052
                  5.8800
                             5.8374
                                         0.0426
#> 3 CKDHL0136
                  5.6600
                             5.7951
                                         0.1351
#> 4 CKDHL0258
                  5.6150
                             5.7919
                                         0.1769
#> 5 CKDHL0529
                   5.8100
                             6.1153
                                         0.3053
#> 6 GID7730251
                  5.1354
                             4.8067
                                         0.3287
# Summaries by Environment
SummariesAll $Sparse Gaussian $`Line Proprtion: 0.9`$env[, 1:8]
#>
          Enν
                  MSE MSE_SE
                                RMSE RMSE_SE
                                                NRMSE NRMSE SE
#> 1
          EBU
               0.1048
                           NA 0.3238
                                           NA
                                               1.4277
                                                             NA
#> 2
          KAK
               1.8583
                           NA 1.3632
                                           NA
                                               1.0558
                                                             NA
#> 3
          KTI
               0.7995
                           NA 0.8941
                                           NA
                                               0.8967
                                                             NA
               0.9756
#> 4
       Bed5IR
                           NA 0.9877
                                           NA
                                               1.9766
                                                             NA
#> 5
          EHT
               1.3857
                           NA 1.1772
                                           NA
                                               0.9181
                                                             NA
#> 6 FLat5IR
               1.8476
                           NA 1.3593
                                           NA
                                               2.2849
                                                             NA
#> 7 FlatDrip 11.8721
                           NA 3.4456
                                           NA 17.6764
                                                             NA
#> 8
       Global 2.9702
                           NA 1.7234
                                           NA
                                              1.2148
                                                             NA
        MAE
#>
#> 1 0.2806
#> 2 1.0770
#> 3 0.7152
#> 4 0.8665
#> 5 1.1129
#> 6 1.2841
#> 7 3.4264
#> 8 1.2763
SummariesAll$Sparse Gaussian$`Line Proprtion: 0.9`$env[, 9:15]
#>
     MAE SE
                Cor Cor SE Intercept Intercept SE
                                                     Slope
#> 1
         NA
            0.7146
                         NA
                              -8.6748
                                                 NA 2.5303
#> 2
             0.2483
                         NA
                              -3.3553
                                                 NA
                                                     1.4391
         NA
                                                     2.1096
#> 3
         NA
            0.3801
                         NA
                              -6.7557
                                                 NA
#> 4
         NA
             0.4442
                         NA
                               3.6920
                                                 NA
                                                     0.4696
#> 5
             0.8393
                         NA
         NA
                              -6.6095
                                                 NA
                                                     2.4550
#> 6
             0.5716
                         NA
                               2.4570
                                                 NA
                                                     0.7733
         NA
#> 7
         NA
             0.4165
                         NA
                                                 NA
                                                     0.1906
                               1.5913
#> 8
         NA -0.4149
                                                 NA -1.1483
                         NA
                              12.0339
#>
     Slope SE
#> 1
           NA
#> 2
           NA
#> 3
           NA
#> 4
           NA
#> 5
           NA
#> 6
           NA
           NA
#> 7
#> 8
           NA
```

```
SummariesAll$Sparse Gaussian$`Line_Proprtion: 0.9`$env[, 16:19]
         R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#>
               NA 0.0449
#> 1 0.5106
                               NA
#> 2 0.0617
               NA 0.2392
                               NA
#> 3 0.1445
               NA 0.1313
                               NA
#> 4 0.1974
               NA 0.1359
                               NA
#> 5 0.7044
               NA 0.1780
                               NA
#> 6 0.3267
               NA 0.1933
                               NA
#> 7 0.1735
               NA 0.8881
                               NA
#> 8 0.1722
               NA 0.2709
                               NA
# Summaries by Fold
SummariesAll$Sparse Gaussian$`Line Proprtion: 0.9`$fold[, 1:8]
                            RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
#>
       Fold
               MSE MSE SE
#> 1
          5 2.6919 1.5477 1.3644
                                   0.372 3.7480
                                                   2.3302 1.2518
#> 2 Global 2.9702
                       NA 1.7234
                                      NA 1.2148
                                                       NA 1.2763
SummariesAll$Sparse_Gaussian$`Line_Proprtion: 0.9`$fold[, 9:15]
                Cor Cor SE Intercept Intercept SE
#>
    MAE SE
#> 1
      0.383 0.5164 0.0775
                             -2.5221
                                           1.9118
                                                   1.4239
#> 2
         NA -0.4149
                        NA
                             12.0339
                                               NA -1.1483
    Slope SE
#>
       0.3656
#> 1
#> 2
           NA
SummariesAll$Sparse Gaussian$`Line Proprtion: 0.9`$fold[, 16:19]
         R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1 0.3027 0.0867 0.2587
                            0.1074
#> 2 0.1722 NA 0.2709
                                NA
```

Además, los elementos e la lista *HyperparamsAll* contienen las columnas *tree_number node_size*, *sampled_x_vars_number*, *mse* y *Fold*, donde el valor de la columna *mse* corresponde al costo del modelo para cada cobinación de los valores de partición e hiperparámetro, ordenados de menor a mayor . mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(HyperparamsAll$Sparse Gaussian$`Line Proprtion: 0.9`)
#>
      trees number node size sampled x vars number
                                                            mse Fold
#> 5
               352
                            5
                                                  42 0.9510615
                                                                   1
#> 7
                            8
               326
                                                  25 0.9550356
                                                                   1
                            7
#> 10
               325
                                                  42 0.9572363
                                                                   1
                            5
#> 3
               367
                                                  61 0.9572677
                                                                   1
                            6
#> 4
               306
                                                  52 0.9573770
                                                                   1
               442
#> 2
                                                  41 0.9631317
                                                                   1
# Last rows of Hyperparams
tail(HyperparamsAll$Sparse Gaussian$`Line Proprtion: 0.9`)
#>
      trees_number node_size sampled_x vars_number
                                                           mse Fold
#> 74
               157
                           10
                                                  37 1.287963
                                                                  5
                            9
#> 34
               175
                                                  57 1.298549
                                                                  5
                            7
#> 14
                273
                                                  51 1.299458
                                                                  5
                                                                  5
#> 44
                283
                                                  60 1.321589
```

```
#> 54 277 6 62 1.325300 5
#> 24 168 6 27 1.326718 5
```

6 Generalized boosted machines methods

6.1 Ejemplo con respuesta continua con Grid search y partciones aleatorias con solo G en el

predictor

Este ejemplo evalúa n modelo de máquina potenciada generalizada con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la función cv_random), para una respuesta continua, usando solo la matriz G (diseño de línea matriz que contiene la información genómica) como predictor y utilizando "Grid Search" como tipo de tuneo para los hiperparámetros tree_number, node_size y encogimiento (cabe mencionar que estos no son los únicos hiperparámetros ajustables del modelo).

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *EYTToy* y busca predecir la variable continua *GY* del data frame *PhenoToy* utilizando la matriz *G* descrita anteriormente como predictor; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y *y* respectivamente.

```
# Load the data
load("EYTToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
    PhenoTov
#>
     GenoToy
#>
# Data preparation of G
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LineG <- Line %*% Geno
# Predictor and Response Variables
X <- LineG
y <- PhenoToy$GY
# Note that y is a continuous numeric vector
class(y)
#> [1] "numeric"
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesta y es una variable continua (un vector con eleentos de tipo "doble"), lo cual es importante para que el modelo se entrene automáticamente para este tipo de variable.

Posteriormente, realizmos cinco particiones aleatorias, con 80% los datos para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random (cn los parámetros por defecto). Adeás, creamos los data frames vacíos Predictions e Hyperpaams que se utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_random(records_number = nrow(X))

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso para cada partición:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamient. Esto se hace proponiendo los valores 30, 50 y 80 para el hiperparámetro tree_number, los valores 5, 15 y 20 para el hiperparámetro node_size y los valores 0.01, 0.01 y 0.1 para el hiperparámetro de contracción con "Grid Search" como tipo de tuneo (parámetro predeterminado de tune_type). Cabe señalar que estos no son los únicos hiperparámetros ajustables en el modelo;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *GY en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. *HyperparamsFold* que contiene las columnas *tree_number*, *node_size*, *shrinkage*, *mse* y *Fold*, donde *mse* corresponde al costo del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de *Fold*.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos del modelo obtenido en (2).

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
```

```
fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X training <- X[fold$training, ]</pre>
  X_testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  v training <- v[fold$training]</pre>
  y_testing <- y[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- generalized_boosted_machine(</pre>
    x = X training,
    y = y_training,
    # Specify the hyperparameters
    trees_number = c(30, 50, 80),
    node_size = c(5, 10, 15),
    max_depth = 5,
    shrinkage = c(0.001, 0.01, 0.1),
    tune_type = "grid_search",
    # In this example the iterations wont be shown
    verbose = FALSE
  )
  # Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y_testing,
    Predicted = predictions$predicted
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Hyperparams for the Fold
  HyperparamsFold <- model$hyperparams grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best_hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 30
```

```
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.001
#>
#> $mse
#> [1] 3.174917
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 30
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.001
#>
#> $mse
#> [1] 3.097005
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 80
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.001
#>
#> $mse
#> [1] 3.161476
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 30
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.001
#>
#> $mse
```

Predictions contiene las columnas *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* paa cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo los hiperparámetros óptimos (entre los valores posibles de las combinaciones de *tree_number, node_size* y *encogimiento*) que minimizan la función de coste con el tipo de tuneo "Grid Search", correspondiente al formato necesario para utilizar la fnción *gs_summaries* sobre estaspredicciones en el caso de variables continuas.

La funcón *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions)
                         Env Observed Predicted
#>
    Fold
               Line
#> 1
       1 GID7632666 FlatDrip 2.707868 5.462589
       1 GID7628158 Flat5IR 6.390845 5.448288
#> 3 1 GID7631195
                         EHT 7.424293 5.463721
#> 4 1 GID7628467 Flat5IR 7.193116 5.457200
#> 5
       1 GID7630553 FLat5IR 7.794541 5.461766
       1 GID7629600 FlatDrip 2.379049 5.463735
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
#>
          Line Observed Predicted Difference
                           5.5908
#> 1 GID7729805
                 5.5752
                                      0.0156
#> 2 GID7634730
                 5.5399
                           5.5661
                                      0.0262
#> 3 GID7630551 5.5774
                           5.5392
                                      0.0382
#> 4 GID7631604 5.4882
                           5.5525
                                      0.0644
#> 5 GID7632527
                 5.6159
                           5.5482
                                      0.0677
#> 6 GID7626381 5.7021
                        5.5641
                                     0.1379
```

```
# Summaries by Environment
summaries$env[, 1:7]
                MSE MSE SE
                             RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
#>
          Enν
#> 1
      Bed5IR 1.0079 0.2837 0.9614 0.1446 1.9338
                                                   0.4703
#> 2
          EHT 1.0744 0.1351 1.0270 0.0703 1.1619
                                                   0.0986
#> 3 Flat5IR 1.2916 0.1467 1.1295 0.0630 1.8911
                                                   0.1699
#> 4 FlatDrip 8.3208 0.2536 2.8832 0.0439 9.8867
                                                   1.4242
      Global 2.6310 0.2260 1.6157 0.0715 1.0107
                                                   0.0135
summaries$env[, 8:14]
       MAE MAE SE
                      Cor Cor_SE Intercept Intercept_SE
                                                           Slope
#> 1 0.8366 0.1603 0.2216 0.1605
                                                66.7068
                                  -89.2596
                                                         17.4003
#> 2 0.8883 0.0576 0.4188 0.1573 -313.8345
                                               150.0782
                                                         57.9766
#> 3 1.0233 0.0512 0.4473 0.1359 -133.5907
                                                67.8363
                                                         25.3387
#> 4 2.8667 0.0393 0.3333 0.2286
                                  -58.8295
                                                71.5674 10.9089
#> 5 1.2990 0.0461 -0.3380 0.0884
                                 260.4652
                                                59.2131 -45.9873
summaries$env[, 15:19]
                 R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#>
     Slope SE
#> 1
    12.2361 0.1521 0.1010 0.1235
                                     0.0217
#> 2 27.1801 0.2743 0.1554 0.1410
                                     0.0124
#> 3 12.3423 0.2739 0.0811 0.1512
                                    0.0068
#> 4 12.8867 0.3201 0.0729 0.8176
                                    0.0107
#> 5 10.6829 0.1455 0.0659 0.2881
                                    0.0215
# Summaries by Fold
summaries$fold[, 1:8]
#>
      Fold
              MSE MSE SE
                           RMSE RMSE_SE NRMSE_SE
#> 1
         1 3.0225 1.5199 1.6057 0.3848 3.6245
                                                 2.0668 1.4857
#> 2
         2 3.0275 1.7659 1.5566 0.4489 4.1182
                                                 1.9569 1.4951
#> 3
         3 2.6841 1.9562 1.3503
                                 0.5357 3.6093
                                                 2.0363 1.2717
#> 4
         4 3.1170 2.0032 1.5431
                                 0.4953 2.5591
                                                 1.0348 1.4174
          5 2.7672 1.7872 1.4456
                                 0.4752 4.6808
#> 5
                                                 3.3125 1.3489
#> 6 Global 2.6310 0.2260 1.6157 0.0715 1.0107
                                                 0.0135 1.2990
```

Además, Hyperparams contiene las columns *tree_number*, *node_size*, *shrinake*, *mse* y *Fold*, donde el valor de la columna *mse* corresponde al csto del modelo para cada combinación de hiperparámetros y partición, rdenados de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
    trees number node size shrinkage
                                      mse Fold
#>
#> 7
                      15
                            0.001 3.174917
             30
                                            1
#> 4
             30
                      10
                                            1
                            0.001 3.178474
#> 8
             50
                      15
                            0.001 3.180376
                                            1
#> 5
             50
                      10
                            0.001 3.185529
                                            1
#> 9
             80
                      15
                                            1
                            0.001 3.186439
             30
                       5
                            0.001 3.187583
                                            1
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
```

```
#> 224
                  30
                             10
                                       0.1 3.880113
                                                        5
#> 234
                  50
                             10
                                       0.1 4.175070
#> 194
                  30
                              5
                                       0.1 4.394469
                                                        5
                                                        5
#> 244
                  80
                             10
                                       0.1 4.523936
#> 204
                  50
                              5
                                                        5
                                       0.1 5.189609
#> 215
                  80
                                       0.1 5.195949
```

6.2 Ejemplo con respuesta binaria con Grid search y validación cruzada 7-fold con Env+G en el predictor

Este ejemplo evalúa un modelo de máquina potenciada generalizada con validación cruzada 7-fold, para una respuesta binaria, utilizando el efecto de ambiente y lamatriz *G* como predictores, además de "búsqueda de cuadrícula" como tipode tuneo para los hiperparámetros *tree_number*, *node_size* yencogimiento.

En este ejemplo, el cojunto de datos utilizado es *GroundnutToy* y el objetivo es predecir l variable binaria y_{bin} , que es una transformación de la variable YPH de PhenoToy utilizando la función ntile, indicando si la respuesta es mayor que la mediana de esta variable o no. es, utilizando la matriz de diseño de la variable PhenoToy Env y la matriz, G descrita anteriormente, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como X y y_{bin} respectivamente.

```
# Load the data
load("GroundnutToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
     PhenoToy
#>
#>
     GenoToy
# Data preparation of G
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LineG <- Line ** Geno
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LineG)</pre>
y_bin <- BurStMisc::ntile(PhenoToy$YPH, 2, result = "factor")</pre>
y bin <- factor(y bin, ordered = FALSE)</pre>
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesta y_{bin} es n factor con solo dos niveles (o categorías), lo cual es importantepara que el modelo se entrene automáticament para una variable binaria (regresión logística). Por esta razón, es importnte tener en cuenta esas variables de respuesta bnarias o categóricas antes de usar la función $generalized_boosted_machne$.

Posteriormente hacemos las particiones corespondientes a 7-Fold CV, con la ayuda de la función cv. Además, creamos los data frames vacíos Predictions e Hyperparams que se

utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_kfold(records_number = nrow(X), k = 7)

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso para cada partición:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrna con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo los valores 30, 50 y 80 para el hiperparámeto *tree_number*, los valores 5, 10 y 15 para el hiperparámetro *node_size* y los valores 0.001, 0.01 y 0.1 par el hiperparámetro de contracción, con "Grid Serch" como tipo de tuneo . (parámetro predeterminado de *tune_type*). Cabe señalar que estos no son los únicos hiperparámetros ajustables en el modelo;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), y_{bin} se predice la variable respuesta en el conjunto de prueba, con el fin de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. FoldPredictions que contiene las variables: Fold number, Line, Env, Observed, Predicted, 1 y 2 para cada elemento del conjunto de prueba. Tenga en cuenta que, a diferencia del ejemplo anterior, ahora tenemos dos columnas adicionales correspondientes a las probabilidades asociadas con cada elemento correspondiente a esa categoría.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*. Con esto, Predictions se formatea para que sea un argumento de la función *gs_summaries*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. *HyperparamsFold* que contiene las columnas *tree_number*, *node_size*, *accuracy* y *Fold*, donde *accuracy* es la precisión del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de *Fold*.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq along(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X_training <- X[fold$training, ]</pre>
  X_testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y_training <- y_bin[fold$training]</pre>
  y_testing <- y_bin[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- generalized_boosted_machine(</pre>
    x = X_training,
    y = y_training,
    # Specify the hyperparameters
    trees_number = c(30, 50, 80),
    node_size = c(5, 10, 15),
    max_depth = 5,
    shrinkage = c(0.001, 0.01, 0.1),
    sampled records proportion = 0.6,
    tune_type = "grid_search",
    # In this example the iterations wont be shown
    verbose = FALSE
  )
  # Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- cbind(</pre>
    data.frame(
      Fold = i,
      Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
      Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
      Observed = y_testing,
      Predicted = predictions$predicted
    ),
    predictions$probabilities
  )
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Hyperparams
  HyperparamsFold <- model$hyperparams grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
```

```
# Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best_hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 80
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.01
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.6380952
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 50
#>
#> $node size
#> [1] 15
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.01
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.58
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 30
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.1
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.5947619
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 80
```

```
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.01
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.5833333
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 30
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.1
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.6033333
#>
#> *** Fold: 6 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees number
#> [1] 30
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.1
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.6314286
#>
#> *** Fold: 7 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $trees_number
#> [1] 30
#>
#> $node_size
#> [1] 15
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.01
#>
```

```
#> $accuracy
#> [1] 0.5609524
```

Predictions contiene as columnas Fold, Line, Env, Observed, Predicted, 1 y 2 para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, dnde las predicciones se realizan eligiendo los hiperparámetros óptimos (entre los valores posibles de las combinaciones de tree_number, node_size y shrinkage) que minimizan la función de costo con el tipo de tuneo "Grid Search", correspondiente al formato necesario para usar la función gs_summaries en estas predicciones e el caso de variables binarias.

La función *gs_summaies* devuelve una lista que contiene tres marcos de dato correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions[, 2:7])
                                 Env Observed Predicted
#>
                Line
                                                                1
#> 1 49×37-99(b)tall
                        ICRISAT R15
                                           1
                                                     1 0.5960387
          CSMG84-1
                                           2
                        JALGOAN R15
                                                     1 0.6114181
#> 3
              DTG15 ALIYARNAGAR_R15
                                           1
                                                     1 0.5753067
               DTG3 ICRISAT PR15-16
                                           2
#> 4
                                                     1 0.5045079
#> 5
                        JALGOAN R15
                                           1
                                                     1 0.6002104
         Gangapuri
                                           2
#> 6
           ICG15419
                        JALGOAN_R15
                                                     1 0.6683217
#>
#> 1 0.4039613
#> 2 0.3885819
#> 3 0.4246933
#> 4 0.4954921
#> 5 0.3997896
#> 6 0.3316783
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5 6 7
# Summaries
summaries <- gs summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
               Line Observed Predicted
                                           X1
                                                  X2
#>
          49×37-134
                           1
#> 1
                                     1 0.5889 0.4111
#> 2 49×37-99(b)tall
                           1
                                     1 0.5935 0.4065
                           1
#> 3
          CSMG84-1
                                     1 0.5367 0.4633
              DTG15
                           1
                                     1 0.5490 0.4510
#> 4
                           2
#> 5
               DTG3
                                     1 0.5118 0.4882
#> 6
          Gangapuri
                           1
                                     1 0.6243 0.3757
# Summaries by Environment
summaries$env[, 1:5]
                Env PCCC PCCC SE Kappa Kappa SE
```

```
#> 1 ALIYARNAGAR R15 0.7071
                              0.0638
                                     0.4177
                                               0.1220
#> 2 ICRISAT_PR15-16 0.6184
                              0.1061 -0.0505
                                                0.2010
#> 3
         ICRISAT_R15 0.8031
                              0.0794
                                      0.6108
                                               0.1576
#> 4
         JALGOAN R15 0.5000
                              0.1161
                                      0.0419
                                               0.2077
#> 5
              Global 0.6275 0.0411
                                      0.2395
                                               0.0799
summaries$env[, 6:7]
     BrierScore BrierScore SE
#> 1
         0.4593
                       0.0538
#> 2
         0.4975
                       0.0559
#> 3
         0.4018
                       0.0388
#> 4
         0.5249
                       0.0707
#> 5
         0.4845
                       0.0184
# Summaries by Fold
summaries$fold
#>
       Fold
              PCCC PCCC_SE Kappa Kappa_SE BrierScore
#> 1
          1 0.6804
                    0.1283 0.3241
                                     0.2869
                                                 0.4750
                                                 0.4647
#> 2
          2 0.5250
                    0.2056 0.0881
                                     0.3561
#> 3
          3 0.6280
                    0.0693 0.2568
                                     0.1781
                                                 0.4693
#> 4
          4 0.7571
                    0.1445 0.3333
                                     0.3005
                                                 0.4180
#> 5
          5 0.6667
                    0.1179 0.2500
                                     0.2500
                                                 0.4724
                                                 0.5347
#> 6
          6 0.6167
                    0.1686 0.1955
                                     0.3637
#> 7
          7 0.7262
                    0.1160 0.4329
                                     0.2241
                                                 0.4621
#> 8 Global 0.6275
                    0.0411 0.2395
                                     0.0799
                                                 0.4845
#>
     BrierScore SE
#> 1
            0.0721
#> 2
            0.0673
#> 3
            0.0636
#> 4
            0.0559
#> 5
            0.1065
#> 6
            0.1332
            0.0212
#> 7
#> 8
            0.0184
```

Además, Hyperparams contene las columnas *tree_number*, *node_size*, *shrinkage*, *preision* y *Fold*, donde el valor de la columna de precisión corresponde a la precisión del modelo para cada combinación de hiperparámero y valores de partición, ordenados de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
      trees number node size shrinkage accuracy Fold
#>
#> 18
                           15
                                                       1
                 80
                                    0.01 0.6380952
#> 25
                 30
                           15
                                    0.10 0.6280952
                                                       1
#> 17
                 50
                           15
                                    0.01 0.6276190
                                                       1
#> 16
                 30
                           15
                                    0.01 0.6076190
                                                       1
#> 15
                                                       1
                 80
                           10
                                    0.01 0.6076190
#> 26
                                    0.10 0.5980952
                 50
                           15
                                                       1
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
```

```
trees number node size shrinkage accuracy Fold
#> 226
                 30
                           10
                                  0.100 0.4738095
                                                     7
#> 56
                 50
                           10
                                                     7
                                  0.001 0.4657143
#> 120
                 30
                           5
                                  0.001 0.4561905
                                                     7
#> 86
                 50
                           15
                                                     7
                                  0.001 0.4466667
#> 76
                 30
                           15
                                                     7
                                  0.001 0.4466667
#> 46
                 30
                           10
                                  0.001 0.4466667
```

6.3 Ejemplo con variable respuesta categórica con optimización bayesiana con línea de partición aleatoria Env + G + GE dentro del predictor

Este ejemplo evalúa un modelo de generalized boosted machine con cinco particiones aleatorias del conjunto de líneas, con 20% las líneas para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de caa partición (los parámetros predeterminados de la función cv_random), para unarespuesta categórica, utilizando el efecto del Medio Ambente, la matriz G y la interacción entre estos dos como predictores, además e utilizar la "Optimización Baysiana" como un tipo de tuneo de hiperparámetros.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *ChickpeaToy* y buscamos predecir la variable categórica y, que es una transformación de la variable *Biomass del marco de* datos *PhenoToy usando la función ntile*, usando la matriz de diseño de la variable *Env* de PhenoToy, la matriz G descrito anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como X y y respectivamente.

```
# Load the dataset
load("ChickpeaToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
     PhenoToy
#>
#>
     GenoToy
# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LineG <- Line **% Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LineG:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LineG, LinexGenoxEnv)</pre>
y <- BurStMisc::ntile(PhenoToy$Biomass, 3, result = "factor")</pre>
y <- factor(y, ordered = FALSE)</pre>
# First 30 responses
print(y[1:30])
#> [1] 2 3 2 3 3 1 1 2 1 2 3 1 2 3 2 2 3 2 3 3 3 2 3 1 2 3 2 2 3
```

```
#> [30] 2
#> Levels: 1 2 3
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesta y es un factor con tres niveles (o categorías), lo ual es importante para que el modelo se entrene automáticamente para una variable categórica (*modelo multinomial simétrico**). Por esta razón, es importante tener en cuenta esas variables de respuesta binarias o catgóricas antes de usar la función generalized boosted machine.

Posteriormente, realizamos cinco partiiones aleatorias del conjunto de líneas, con 80% este conjunto para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de pueba, con la ayuda de la función cv_random (con los parámtros por defecto). Además, creamos los data frames vacíos PredictionseHyperparams` que servirán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
# Unique Lines
GIDs <- unique(PhenoToy$Line)
folds <- cv_random(length(GIDs))

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso para cada partición:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta, identificandoprimero las líneas corresondientes a este conjunto;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Eso se hace proponiendo valores entre 10 y100 para el hiperparámetro *tree_number*, valores entre 5 y 15 para el hiperparámetro *node_size* y valores entre 0.001 y 0.1 para elhiperparámetro de contracción, con "Optimizacin bayesiana" como tipo de tuneo. Cabe señalar que estos no son los únicos hiperparámetros ajustables en el modelo;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *y* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. FoldPredictions que contiene las variables: número de Fold, Line, Env, Observed, Predicted, 1, 2 y 3 para cada elemento del conjunto de prueba. Tenga en cuenta que, a diferencia de los ejemplos anteriores, ahora tenemos tres columnas adicionales correspondientes a las probabilidades asociadas con cada elemento correspondiente a esa categoría.

- b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*. Con esto, Predictions se formatea para que sea un argumento de la función *gs_summaries*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. *HyperparamsFold* que contiene las columnas *número_árboles*, *tamaño_nodo*, *contracción*, *precisión* y *Plegado*, donde *precisión* es la precisión del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de pliegue.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq along(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
  # Identify the training and testing Line sets
  fold <- folds[[i]]</pre>
  Lines_sam_i <- GIDs[fold$training]</pre>
  fold i <- which(PhenoToy$Line %in% Lines sam i)</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X_training <- X[fold_i, ]</pre>
  X testing <- X[-fold i, ]</pre>
  y_training <- y[fold_i]</pre>
  y_testing <- y[-fold_i]</pre>
  # Model training
  model <- generalized boosted machine(</pre>
    x = X training,
    y = y_training,
    # Specify the hyperparameters
    trees_number = list(min = 10, max = 100),
    node_size = list(min = 5, max = 15),
    max_depth = 5,
    shrinkage = list(min = 0.001, max = 0.1),
    tune_type = "Bayesian_optimization",
    tune_bayes_samples_number = 5,
    tune_bayes_iterations_number = 5,
    # In this example the iterations wont bw shown
    verbose = FALSE
  )
  # Prediction of the test set
```

```
predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- cbind(</pre>
    data.frame(
      Fold = i,
      Line = PhenoToy$Line[-fold_i],
      Env = PhenoToy$Env[-fold_i],
      Observed = y_testing,
      Predicted = predictions$predicted
    ),
    predictions$probabilities
  )
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Hyperparams
  HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best_hyperparams)
#> *** Fold: 1 ***
#> $trees_number
#> [1] 98
#>
#> $node_size
#> [1] 5
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.001
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.7014778
#> *** Fold: 2 ***
#> $trees_number
#> [1] 100
#>
#> $node size
#> [1] 5
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.1
#>
#> $accuracy
```

```
#> [1] 0.6534483
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> $trees number
#> [1] 94
#>
#> $node_size
#> [1] 9
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.005103461
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.63867
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> $trees number
#> [1] 100
#>
#> $node_size
#> [1] 8
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.002423798
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.6665025
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> $trees number
#> [1] 58
#>
#> $node_size
#> [1] 5
#>
#> $shrinkage
#> [1] 0.001
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.6807882
```

Predictions contiene las columnas *Fold, Line, Env, Observed, Predicted, 1, 2 y 3* para cada elemento del conjunto de prueba de cda partición, donde las predicciones se realizan eligiendo los hiperparámetros óptimos (entre los valores posibles de las combinaciones de *trees_nuber y node_size*) que minimizan la función de costo (*pcic*: Proporción de Casos Incorrectamente Clasificados) con el tipo de tuneo "Optimización Bayesiana", correspondiente al formato necesario para usar la función *gs_summaries en Predicción* en el caso de variables categóricas.

La fución *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres marcos de dato correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions)
               Line Env Observed Predicted
#>
     Fold
                                                    1
                                                               2
#> 1
        1 ICCV03104
                      1
                                3
                                          2 0.3130980 0.3664061
#> 2
        1 ICCV03104
                                3
                                          3 0.2846053 0.3260582
                      2
                                3
#> 3
        1 ICCV03104
                      4
                                          2 0.3057480 0.3807822
#> 4
        1 ICCV03104
                      5
                                2
                                          2 0.3070712 0.3810587
                               3
#> 5
        1 ICCV03104
                                          3 0.2805461 0.3186691
                      6
                                1
#> 6
        1 ICCV03104
                      7
                                          2 0.3398150 0.3482495
#>
             3
#> 1 0.3204959
#> 2 0.3893365
#> 3 0.3134697
#> 4 0.3118701
#> 5 0.4007849
#> 6 0.3119354
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
                      "fold"
#> [1] "line" "env"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
#>
          Line Observed Predicted
                                       X1
                                              X2
                                                     X3
#> 1 ICCV00402
                      3
                                 3 0.2845 0.3371 0.3784
#> 2 ICCV01301
                      1
                                3 0.2927 0.3359 0.3714
#> 3 ICCV03104
                      3
                                 2 0.3051 0.3535 0.3413
                      2
                                3 0.2925 0.3301 0.3774
#> 4 ICCV03105
#> 5 ICCV03107
                      3
                                 2 0.2474 0.4046 0.3479
                      2
#> 6 ICCV03109
                                 2 0.3013 0.3339 0.3649
# Summaries by Environment
summaries$env
#>
        Enν
              PCCC PCCC_SE
                              Kappa Kappa_SE BrierScore
#> 1
          1 0.3333 0.0745
                            0.0935
                                      0.0575
                                                 0.7731
#> 2
          2 0.7000 0.0624 -0.0400
                                      0.0400
                                                 0.6014
#> 3
          4 0.5333 0.0624 0.2604
                                      0.0642
                                                 0.6546
#> 4
          5 0.5000
                    0.0913 -0.0400
                                      0.0400
                                                 0.7792
#> 5
          6 0.8333
                    0.0527
                            0.0000
                                      0.0000
                                                 0.4504
          7 0.8667
                    0.0624 -0.0667
                                      0.0516
                                                 0.4119
#> 7 Global 0.3667
                    0.0624 0.0943
                                      0.0422
                                                 0.6963
     BrierScore SE
#>
            0.1193
#> 1
#> 2
            0.0133
#> 3
            0.0457
#> 4
            0.1602
```

```
#> 5
            0.0980
#> 6
            0.1043
#> 7
            0.0329
# Summaries by Fold
summaries$fold
#>
      Fold
              PCCC PCCC SE
                             Kappa Kappa SE BrierScore
#> 1
          1 0.6389 0.0512
                            0.0500
                                     0.0707
                                                 0.6135
#> 2
          2 0.5833 0.1537 -0.0375
                                      0.0872
                                                 0.6988
#> 3
          3 0.6389 0.0512 0.0918
                                     0.0600
                                                 0.5344
#> 4
          4 0.5833 0.1198 0.0067
                                     0.0067
                                                 0.5852
          5 0.6944
#> 5
                   0.1002 0.0857
                                     0.0782
                                                 0.6269
#> 6 Global 0.3667 0.0624 0.0943
                                     0.0422
                                                 0.6963
#>
     BrierScore SE
#> 1
            0.0132
#> 2
            0.2370
#> 3
            0.0441
#> 4
            0.0279
#> 5
            0.0118
#> 6
            0.0329
```

Además, Hyperparas contiene las columnas *tree_number*, *node_size*, *shrinkage*, *precisio* y *Fold*, donde el valor de la columna de precisión coresponde a la precisión del modelo para cada combinación de hiperparámeto y valores de partición, ordenados de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
#>
     trees number node size
                              shrinkage accuracy Fold
#> 6
              98
                    5 0.001000000 0.7014778
                                                      1
#> 9
              100
                          6 0.001000000 0.6945813
                                                      1
#> 7
              100
                          5 0.100000000 0.6736453
                                                      1
               77
#> 3
                          8 0.004895483 0.6669951
                                                      1
                                                      1
#> 1
               44
                          6 0.038224968 0.6665025
#> 2
               66
                          8 0.033703027 0.6598522
                                                      1
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
#>
      trees_number node_size shrinkage accuracy Fold
                           6 0.09848852 0.6320197
#> 84
                49
                                                      5
                77
#> 14
                           9 0.08937011 0.6187192
                                                      5
                                                      5
#> 44
                40
                          10 0.09376227 0.6184729
#> 34
                23
                                                      5
                          12 0.09494527 0.5842365
#> 24
                29
                          13 0.07735142 0.4453202
                                                      5
#> 54
                66
                          14 0.09203007 0.4381773
                                                      5
```

6.4 Ejemplo con kernels con Grid search y particiones aleatorias

Este ejemplo evalúa un modelo de Máquina Impulsada Generalizada con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la función

cv_random), para una respuesta continua, usndo la matriz de diseño del la variable PhenoToy Env, la matri descrita G anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estas dos, coo predictores; así como el uso de "Grid Search" como u tipo de tuneo para los hiperparámetros trees_number, ode_size y encogimiento. Todo esto para los tipos de Kernel: "Linear", "Polnomio", "Sigmoid", "Gaussian", "Exponential", "Arc_cosine" y "Arc cosine L".

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *GroudnutToy* y el objetivo es predecir la variable continua *YPH* del data frame *PhenoToy* utilizando la matriz de diseño de la variable PhenoToy Env, la matriz descrita *G* anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y *y* respectivamente.

```
# Load the data
load("GroundnutToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#>
     GenoToy
# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoTov)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LinexGeno <- Line ** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LinexGeno:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LinexGeno, LinexGenoxEnv)</pre>
y <- PhenoToy$YPH
dim(X)
#> [1] 120 154
print(y[1:7])
#> [1] 746.90 1614.19 1454.29 998.40 754.60 735.82 1034.72
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Tenga en cuenta que la variable e respuesta y es una variable continua (un vector con elementos de ipo "doble"), lo cual es importante par que el modelo se entrene automáticamente para una variable continua.

A diferencia de los ejemplos anteriores, ahora buscamos evaluar el modelo para cada tipo de kernel mencionadoanteriormente. Por ello, creamos un vector en el que indicamos los tipo de kernel que queremos aplicar a la matriz *X. Además, creamos las listas vacías* PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAll* y *SummariesAll* que se utilizarán ara guardar las predicciones, los tiempos de ejecución, los hiperparámetros y los esúmenes de cada modelo entrenado, es decir, para cada tipo de krnel; lo que a su vez servirá para guardar los valores

observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
kernels <- c(
    "linear",
    "polynomial",
    "sigmoid",
    "Gaussian",
    "exponential",
    "arc_cosine",
    "Arc_cosine_L"
)

# Empty lists that will contain Predictions,
# Times of execution & Summaries for each typeof kernel
PredictionsAll <- list()
TimesAll <- list()
HyperparamsAll <- list()
SummariesAll <- list()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso **para cada tipo de Kernel**:

- 1. identifique la *variable arc_deep* con el valor 2. Si el tipo de Kernel es "Arc_osine_L", el valor de la variable *arc_deep* se cmbia a 3 y el *kernel_type* se identifica como "Arc_cosine"; de lo contrario, *kernel_type* se identifica como el kernel predeterminado.
- 2. El tipo de kernel establecdo en (1) se aplica a la matriz de datos *X*, asignando al arumento *arc_cosine_deep* el valor establecido en la variable*arc_deep*. Tenga en cuenta que el argumento *arc_cosine_deep* se ignora si el tipo de kernel no es *Arc_cosine*.
- 3. Luego realizamos cinco particiones aleatorias, con 80% los datos para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random.
- 4. Predictions, *Times* e Hyperparams que se utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*, además de guardar los tiempos de ejecución de cada modelo entrenado para cada partición.

5. **Para cada partición**:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo los valores 100, 300 y 500 para el hiperparámetro *tree_number*, los valores 5, 10 y 15 para el hiperparámetro *node_size* y los valores 0.001, 0.01 y 0.1 para el hiperparámetro de contracción, con "Grid Search" como tipo de ajuste . (parámetro predeterminado de *tune_type*);

- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta y en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de las predicciones del conjunto de prueba: Se crea el data frame *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba. Además, cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame Predictions*.
- 5. Identificación del tiempo de ejecución del entrenamiento del modelo obtenido en (2): Se crea el data frame *FoldTime* que contiene la columna que especifica el tipo de *Kernel* utilizado para entrenar el modelo, el número de *Fold* y la columna *Minutos que indica el* tiempo de ejecución, en minutos, del entrenamiento del modelo obtenido en (2). Además, cada fila de *FoldTime* se agrega al data frame *Times*.
- 6. Identificación de hiperparámetros; Se crea el data frame *HyperparamsFold* que contiene las columnas *tree_number*, *node_size*, *shrinkage*, *mse* y *Fold*, donde *mse* corresponde al costo del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de *Fold*. Además, cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- data frame de predicciones contiene columnas Fold, Line, Env, Observed y Predicted para cada elemento del conjunto de prueba para cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo los hiperparámetros óptimos (entre los posibles valores especificados) que minimizan la función de costo con el " Grid Search", correspondiente al formato necesario para utilizar la función gs_summaries sobre estas predicciones en el caso de variables continuas.
- 6. Predictions y con la ayuda de la función *gs_summaries*, evaluamos la capacidad predictiva del modelo entrenado para el tipo de kernel especificado. La función *gs_summaries* devuelve una lista que identificamos como *summaries* y que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.
- 7. Finalmente, se crea un elemento con el nombre de kernel especificado en cada una de las listas *PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAll* y *SummariesAll*, que corresponden a los marcos de datos de las listas *Predictions, Times, Hyperparams* y *summaries*, respectivamente.

```
for (kernel in kernels) {
   cat("*** Kernel:", kernel, "***\n")

# Identify the arc_deep and the kernel
arc_deep <- 2
if (kernel == "Arc_cosine_L") {
   arc_deep <- 3
   kernel <- "arc_cosine"
} else {
   kernel <- kernel</pre>
```

```
# Compute the kernel
X <- kernelize(X, kernel = kernel, arc cosine deep = arc deep)
# Random Partition
set.seed(2022)
folds <- cv random(</pre>
  records_number = nrow(X),
  folds_number = 5,
  testing proportion = 0.2
)
# Empty data frames that will contain Predictions, Times
# of execution & Summaries for each partition
Predictions <- data.frame()</pre>
Times <- data.frame()</pre>
Hyperparams <- data.frame()</pre>
for (i in seq_along(folds)) {
  cat("\t*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X_training <- X[fold$training, ]</pre>
  X_testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y_training <- y[fold$training]</pre>
  y_testing <- y[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- generalized_boosted_machine(</pre>
    x = X_training,
    y = y_training,
    # Specify the hyperparameters values
    trees_number = c(100, 300, 500),
    node_size = c(5, 10, 15),
    max_depth = 5,
    shrinkage = c(0.001, 0.01, 0.1),
    sampled records proportion = 0.6,
    tune_type = "grid_search",
    tune_grid_proportion = 0.8,
    # In this example the iterations wont be shown
    verbose = FALSE
  )
  # Testing Predictions
  predictions <- predict(model, X testing)</pre>
```

```
# Predictions for the Fold Fold
    FoldPredictions <- data.frame(</pre>
      Fold = i,
      Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
      Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
      Observed = y_testing,
      Predicted = predictions$predicted
    Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
    # Execution times
    FoldTime <- data.frame(</pre>
      kernel = kernel,
      Fold = i,
      Minutes = as.numeric(model$execution time, units = "mins")
    Times <- rbind(Times, FoldTime)</pre>
    # Hyperparams for the Fold
    HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
      mutate(Fold = i)
    Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  }
  # Summaries of the Folds
  summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
  # Predictions, Times of execution & Summaries for the
  # specified Kernel
  PredictionsAll[[kernel]] <- Predictions</pre>
  TimesAll[[kernel]] <- Times</pre>
  HyperparamsAll[[kernel]] <- Hyperparams</pre>
  SummariesAll[[kernel]] <- summaries</pre>
}
#> *** Kernel: linear ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Kernel: polynomial ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Kernel: sigmoid ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
```

```
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Kernel: Gaussian ***
   *** Fold: 1 ***
#>
    *** Fold: 2 ***
#>
    *** Fold: 3 ***
#>
    *** Fold: 4 ***
#>
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Kernel: exponential ***
#> *** Fold: 1 ***
   *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
#> *** Fold: 4 ***
    *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Kernel: arc cosine ***
   *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Kernel: Arc cosine L ***
#> *** Fold: 1 ***
   *** Fold: 2 ***
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
```

Recordando que este proceso se realizó para cada tipo de kernel, cada una de las listas *PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAll* y *SummariesAll* contiene las predicciones, los tiemos de ejecución, las combinaciones de los hiperparámetros con su correspondiente costo y los resúmenes, respectivamente, para cada tipo de kernel aplicado a la matriz de datos *X*. A modo de ejemplo, a continuación se muestran los resultados obtnidos para el tipo de kernel "Gaussian":

```
# Predictions for the Gaussian Kernel
head(PredictionsAll$Gaussian)
#>
    Fold
              Line
                              Env Observed Predicted
#> 1
       1 ICGV97115
                       JALGOAN R15
                                   817.85 1959.942
#> 2
           ICG9315
                      ICRISAT R15 1324.07 1194.479
       1
#> 3  1 ICGV06099 ICRISAT_PR15-16 2334.15 2349.431
#> 4
       1 ICGV00248
                     ICRISAT R15 1993.36 1915.336
#> 5
     1 ICGV05057
                       ICRISAT_R15 1856.64 2015.022
       1 ICGV02434
                       JALGOAN R15
                                    367.32 2019.677
# Times of execution for the Gaussian Kernel
TimesAll$Gaussian
      kernel Fold
                    Minutes
#> 1 Gaussian 1 0.2146087
#> 2 Gaussian
                2 0.2216479
#> 3 Gaussian 3 0.2198558
#> 4 Gaussian 4 0.2566729
#> 5 Gaussian 5 0.2285512
```

```
# Elements of SummariesAll
names(SummariesAll)
#> [1] "linear"
                     "polynomial" "sigmoid"
                                                 "Gaussian"
#> [5] "exponential" "arc cosine"
# Elements of summaries for the Gaussian Kernel
names(SummariesAll$Gaussian)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(SummariesAll$Gaussian$line)
#>
         Line Observed Predicted Difference
#> 1 ICGV00248 2029.993 2053.720
                                     23.7263
#> 2
        DTG15 1696.928 1666.396
                                     30.5320
#> 3 Gangapuri 1232.337 1185.876
                                    46.4610
      ICG9315 1453.340 1514.130
                                    60.7905
#> 5 49×37-134 1100.595 1166.437
                                     65.8419
#> 6 ICGV05057 1962.590 1883.851
                                    78.7394
# Summaries by Environment
SummariesAll$Gaussian$env[, 1:7]
#>
                 Εην
                          MSE
                                 MSE SE
                                             RMSE RMSE SE
#> 1 ALIYARNAGAR R15
                     232929.4 67895.79 462.1452 69.5543
#> 2 ICRISAT PR15-16 443810.1 157905.43
                                         632.3545 104.8068
#> 3
        ICRISAT_R15 222589.8
                              70941.53 450.9312 69.3738
#> 4
         JALGOAN R15 1074754.0 116052.88 1030.9011 54.7651
#> 5
             Global 516453.5 83832.73 710.1459 55.1052
#>
     NRMSE NRMSE SE
#> 1 1.3906
             0.7790
#> 2 1.2114
             0.1785
#> 3 0.8074
             0.1299
#> 4 1.3184
             0.3125
#> 5 0.9899
              0.0573
SummariesAll$Gaussian$env[, 8:14]
#>
         MAE MAE SE
                      Cor Cor SE Intercept Intercept SE
#> 1 401.9890 64.9822 0.8531 0.0851 -196.7199
                                                  322.2706
#> 2 561.5175 83.1826 0.4102 0.1064 865.4911
                                                  184.9300
#> 3 396.3470 59.0103 0.6941 0.0872 -28.2293
                                                  426.7363
#> 4 874.9023 40.0374 -0.0145 0.3099 1388.0837
                                                  976.7171
#> 5 564.8448 35.9622 0.4743 0.0442 320.9136
                                                 370.9323
     Slope
#>
#> 1 1.0014
#> 2 0.4451
#> 3 1.0163
#> 4 0.2495
#> 5 0.8234
SummariesAll$Gaussian$env[, 15:19]
                 R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
    Slope SE
#> 1
      0.2688 0.7568 0.1266 0.3345
                                     0.0704
#> 2
      0.0821 0.2135 0.0928 0.3825
                                     0.0416
#> 3
      0.3329 0.5122 0.1240 0.2780
                                     0.0428
#> 4  0.6952  0.3843  0.1211  0.4882
                                     0.0531
```

```
0.3074 0.2327 0.0428 0.3498
                                     0.0208
# Summaries by Fold
SummariesAll$Gaussian$fold[, 1:8]
#>
       Fold
                 MSE
                        MSE SE
                                   RMSE RMSE SE
                                                  NRMSE NRMSE SE
          1 612080.5 260226.78 712.2547 186.8812 0.8713
                                                           0.1819
#> 1
#> 2
          2 535976.9 219912.95 681.7817 154.0028 0.9003
                                                           0.1917
#> 3
          3 421532.5 150177.05 623.9024 103.7278 2.0261
                                                           0.8493
#> 4
          4 336513.6 165735.68 533.4182 131.6290 1.1772
                                                           0.4547
                                                           0.1596
#> 5
          5 561500.5 312850.22 669.0580 194.8178 0.9349
#> 6 Global 516453.5 83832.73 710.1459 55.1052 0.9899
                                                           0.0573
          MAE
#> 1 636.8384
#> 2 584.9749
#> 3 535.4100
#> 4 476.1404
#> 5 560.0810
#> 6 564.8448
SummariesAll$Gaussian$fold[, 9:14]
       MAE SE
                 Cor Cor SE Intercept Intercept SE Slope
#> 1 164.4052 0.2783 0.4234 1315.2848
                                         1133.2039 0.1350
                            406.4774
#> 2 139.5142 0.6156 0.1438
                                          284.2862 0.7273
#> 3 76.2590 0.5432 0.1862
                             946.2454
                                          354.7883 0.3715
#> 4 120.2463 0.3608 0.3202
                                          422.6240 0.4514
                             716.1013
#> 5 135.7841 0.6308 0.1192 -848.3269
                                          494.4580 1.7052
#> 6  35.9622  0.4743  0.0442
                             320.9136
                                          370.9323 0.8234
SummariesAll$Gaussian$fold[, 15:19]
#>
     Slope SE
                  R2 R2_SE MAAPE MAAPE_SE
       0.6951 0.6151 0.2048 0.4402
#> 1
                                      0.1070
#> 2
       0.2153 0.4410 0.1792 0.3706
                                      0.0769
#> 3
       0.1605 0.3991 0.1551 0.3734
                                      0.0566
#> 4
       0.2631 0.4378 0.1570 0.3358
                                      0.0679
#> 5
       0.4340 0.4405 0.1560 0.3340
                                     0.0346
#> 6
       0.3074 0.2327 0.0428 0.3498
                                     0.0208
```

Además, los elementos de la lista *HyperparamsAll* contienen las columnas *tree_number*, *node_size*, *shrinkage*, *mse* y*Fold*, donde el valor de la columna *ms* corresponde al costo del modelo para cada combinación de los valores de partición e hiperparámeto, ordenados de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(HyperparamsAll$Gaussian)
#>
      trees number node size shrinkage
                                               mse Fold
#> 26
                300
                           15
                                    0.10 372385.3
                                                      1
#> 19
                100
                            5
                                    0.10 384601.8
                                                      1
#> 15
                500
                           10
                                    0.01 387769.0
                                                      1
#> 20
                300
                            5
                                    0.10 389870.6
                                                      1
#> 23
                           10
                                                      1
                300
                                    0.10 392475.9
                            5
#> 21
                500
                                    0.10 395593.9
                                                      1
# Last rows of Hyperparams
```

```
tail(HyperparamsAll$Gaussian)
       trees number node size shrinkage
                                               mse Fold
#>
#> 224
                100
                            10
                                    0.10 452863.8
                                                      5
                                                      5
#> 264
                300
                            15
                                    0.10 454758.4
#> 242
                500
                            10
                                    0.10 456085.5
                                                      5
#> 122
                500
                             5
                                    0.01 460857.3
                                                      5
                             5
                                                      5
#> 204
                300
                                    0.10 475979.2
                             5
#> 194
                100
                                    0.10 511498.7
```

6.5 Ejemplo de con Sparse Kernels con Grid earch y particiones aleatorias

Este ejemplo evalúa un modelo de Máquina Impulsada Generalizada con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la función cv_random), para una respuesta continua, usando la matriz de diseño del la variable PhenoToy Env, la matriz descrita G anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entreestas dos, como predictores; así como el uso de "Grid Search" como un tipo de tuneo para los hierparámetros trees_number, node_size y encogimiento. Todo esto para los llamados "Sparse Kernel Methods", con las posibles cominaciones entre los tipos de Kernel "Sparse_Gaussian" y "Sparse_Arc_cosine" con las proporciones 0.5,0.6,0.7,0.8,0.9 y 1.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *MaizeToy* y el objetivo es predecir la variable continua *ASI del data frame* PhenoToy utilizando la matriz de diseño de la variable PhenoToy Env, la matriz descrita *G* anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y *y* respectivamente.

```
# Load the dataset
load("MaizeToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#>
     PhenoToy
     GenoToy
#>
# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LinexGeno <- Line ** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LinexGeno:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LinexGeno, LinexGenoxEnv)</pre>
y <- PhenoToy$ASI
dim(X)
#> [1] 90 123
print(y[1:7])
```

```
#> [1] 1.4 1.0 2.0 2.0 1.4 1.3 3.0
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Tenga en cuenta que la variable e respuesta y es una variable continua (un vector con elementos de ipo "doble"), lo cual es importante par que el modelo se entrene automáticamente para una variable continua.

A diferencia de los ejemplos anteriores, ahora buscamos evaluar el modelo para cada una de las posibles combiaciones entre los tipos de Kernel "Sparse_Gaussian" y "Sparse_Arc_cosie" con las proporciones 0.5,0.6,0.7,0.8,0.9 y1. Por eso creamos un vector llamado *kernels* en el que indicamos los tipos de kernels que queremos aplicar a los de la matriz ** y otro vector llamado *lines_proportions*. Además, creamos las listas vacas *PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAl* y *SummariesAll* que se utilizarán para guardar las predicciones, los tiempos de ejecución, los hiperparámetros y los resúmenes de cada modelo entrenado, es decir, para cada combinación entre tipo de kernel y proporción de *líneas* utilizadas, que a su vez servirán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y para posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
kernels <- c("Sparse_Gaussian", "Sparse_Arc_cosine")
lines_proportions <- c(0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1)

# Empty lists that will contain Predictions,
# Times of execution & Summaries for each typeof kernel
PredictionsAll <- list()
TimesAll <- list()
HyperparamsAll <- list()
SummariesAll <- list()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso **para cada tipo de Kernel** y **para cada proporción de líneas**:

- 1. El conjunto de tipos de kernel se aplica a la matriz de datos *X*, asignando el valor numérico a la2 El argumento *arc_csine_deep* y la proporción de líneas establecen el valor en el argument de proporción de *filas*.
- 2. Luego realizamos cinco particiones aleatorias, con 80% ls datos para el conjunto de entrenmiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayudade la función cv_random.
- 3. Predictions, *Times* e Hyperparams que se utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*, además de guardar los tiempos de ejecución de cada modelo entrenado para cada partición.

4. Para cada partición:

1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;

- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo los valores 100, 300 y 500 para el hiperparámetro *tree_number*, los valores 5, 10 y 15 para el hiperparámetro *node_size* y los valores 0.001, 0.01 y 0.1 para el hiperparámetro de contracción, con "Grid Search" como tipo de ajuste. (parámetro predeterminado de *tune_type*);
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *y* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de las predicciones del conjunto de prueba: Se crea el data frame *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba. Además, cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame Predictions*.
- 5. Identificación del tiempo de ejecución del entrenamiento del modelo obtenido en (2): Se crea el data frame *FoldTime* que contiene la columna que especifica el tipo de *Kernel* utilizado para entrenar el modelo, el número de *Fold* y la columna *Minutos que indica el* tiempo de ejecución, en minutos, del entrenamiento del modelo obtenido en (2). Además, cada fila de *FoldTime* se agrega al data frame *Times*.
- 6. Identificación de hiperparámetros; Se crea el data frame *HyperparamsFold* que contiene las columnas *tree_number*, *node_size*, *shrinkage*, *mse* y *Fold*, donde *mse* corresponde al costo del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de *Fold*. Además, cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- Predictions contiene las columnas Fold, Line, Env, Observed y Predicted para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo los hiperparámetros óptimos (entre las posibles combinaciones de estos) que minimizan la función de costo con el tipo de tuneo "Optimización bayesiana", correspondiente al formato necesario para utilizar la función gs_summaries en estas predicciones en el caso de variables continuas.
- 5. Predictions y con la ayuda de la función *gs_summaries*, evaluamos la capacidad predictiva del modelo entrenado para el tipo de kernel especificado. La función *gs_summaries* devuelve una lista que identificamos como *summaries* y que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.
- 6. Finalmente, se crea un elemento con el nombre de kernel especificado en cada una de las listas *PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAll* y *SummariesAll*, que corresponden a los marcos de datos de las listas *Predictions, Times, Hyperparams* y *summaries*, respectivamente.

```
for (kernel in kernels) {
  cat("*** Kernel:", kernel, "***\n")
  for (line_proportion in lines_proportions) {
    cat("\t*** Line_Proportion:", line_proportion, "***\n")
```

```
# Compute the kernel
X <- kernelize(</pre>
  Χ,
  kernel = kernel,
  arc cosine deep = 2,
  rows_proportion = line_proportion
# Random Partition
set.seed(2022)
folds <- cv_random(</pre>
  records_number = nrow(X),
  folds number = 5,
  testing_proportion = 0.2
# Empty data frames that will contain Predictions, Times
# of execution & Summaries for each partition
Predictions <- data.frame()</pre>
Times <- data.frame()</pre>
Hyperparams <- data.frame()</pre>
for (i in seq_along(folds)) {
  cat("\t*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X_training <- X[fold$training, ]</pre>
  X_testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y_training <- y[fold$training]</pre>
  y_testing <- y[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- generalized_boosted_machine(</pre>
    x = X_{training}
    y = y_training,
    # Specify the hyperparameters values
    trees_number = c(100, 300, 500),
    node_size = c(5, 10, 15),
    max_depth = 5,
    shrinkage = c(0.001, 0.01, 0.1),
    sampled_records_proportion = 0.6,
    tune_type = "grid_search",
    tune grid proportion = 0.8,
    # In this example the iterations wont be shown
    verbose = FALSE
```

```
# Testing Predictions
      predictions <- predict(model, X testing)</pre>
      # Predictions for the Fold Fold
      Predictions <- data.frame(</pre>
        Fold = i,
        Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
        Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
        Observed = y_testing,
        Predicted = predictions$predicted
      Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
      # Execution times
      FoldTime <- data.frame(</pre>
        kernel = kernel,
        Fold = i,
        Minutes = as.numeric(model$execution time, units = "mins")
      Times <- rbind(Times, FoldTime)</pre>
      # Hyperparams for the Fold
      HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
        mutate(Fold = i)
      Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
    # Summaries of the Folds
    summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
    str_line <- paste("Line_Proprtion:", line_proportion)</pre>
    # Predictions, Times of execution & Summaries for the
    # specified Kernel
    PredictionsAll[[kernel]][[str_line]] <- Predictions</pre>
    TimesAll[[kernel]][[str_line]] <- Times</pre>
    HyperparamsAll[[kernel]][[str_line]] <- Hyperparams</pre>
    SummariesAll[[kernel]][[str_line]] <- summaries</pre>
  }
}
#> *** Kernel: Sparse_Gaussian ***
#> *** Line Proportion: 0.5 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Line Proportion: 0.6 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
```

```
#> *** Fold: 3 ***
   *** Fold: 4 ***
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Line_Proportion: 0.7 ***
   *** Fold: 1 ***
#>
    *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
#> *** Fold: 5 ***
#>
    *** Line Proportion: 0.8 ***
   *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
    *** Fold: 5 ***
#>
   *** Line Proportion: 0.9 ***
#>
#> *** Fold: 1 ***
   *** Fold: 2 ***
#>
    *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
   *** Fold: 5 ***
#>
   *** Line_Proportion: 1 ***
#>
   *** Fold: 1 ***
#>
    *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
#> *** Fold: 4 ***
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Kernel: Sparse_Arc_cosine ***
   *** Line Proportion: 0.5 ***
#>
   *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
    *** Fold: 4 ***
#>
   *** Fold: 5 ***
#>
#> *** Line Proportion: 0.6 ***
#> *** Fold: 1 ***
    *** Fold: 2 ***
#>
#>
    *** Fold: 3 ***
   *** Fold: 4 ***
#>
   *** Fold: 5 ***
#>
   *** Line Proportion: 0.7 ***
#>
    *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
    *** Fold: 5 ***
#>
#>
    *** Line_Proportion: 0.8 ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fold: 3 ***
```

```
#> *** Fold: 4 ***
   *** Fold: 5 ***
#>
   *** Line Proportion: 0.9 ***
#>
   *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
   *** Fold: 3 ***
#>
   *** Fold: 4 ***
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Line Proportion: 1 ***
   *** Fold: 1 ***
#>
   *** Fold: 2 ***
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fold: 5 ***
```

Recordando que este proceso se realizó para cada cominación de tipo de kernel y relación de línea especifcada, cada una de las listas *PredictionsAll*, *TimesAll*, *HyperparamsAll* y *SummariesAll* contiene las predicciones, los tiempos de ejecución, las combinaciones de hiperparámetros (en este caso *alpha*) y los resúmenes, respectivamente, para cada combinación entreel tipo de kernel y la proporción de *líneas* aplicadas a la matrz de datos *X*. A modo de ejemplo, a continuación se muestran los resltados obtenidos para el tipo de kernel "Sparse_Arc_cosine" y "Line_Proprtion 1":

```
# Predictions for the Sparse Arc cosine Kernel
head(PredictionsAll$Sparse_Arc_cosine$`Line_Proprtion: 1`)
#>
    Fold
            Line Env Observed Predicted
                      -0.3 1.558582
#> 1
     5 CKDHL0129 KAK
#> 2
      5 CKDHL0647 KTI
                       2.3 1.985260
#> 3 5 CKDHL0054 KAK
                       1.8 1.533947
#> 4 5 CKDHL0647 KAK
                        0.2 1.589915
#> 5 5 CKDHL0052 EBU
                        1.7 2.011850
#> 6 5 CKDHL0437 KTI
                        1.7 1.457221
# Times of execution for the Sparse_Arc_cosine Kernel
TimesAll$Sparse_Arc_cosine$`Line_Proprtion: 1`
             kernel Fold Minutes
#> 2 Sparse_Arc_cosine 2 0.1199914
# Elements of SummariesAll
names(SummariesAll)
#> [1] "Sparse_Gaussian" "Sparse_Arc_cosine"
# Elements of summaries for Sparse_Arc_cosine Kernel
names(SummariesAll$Sparse_Arc_cosine)
#> [1] "Line_Proprtion: 0.5" "Line_Proprtion: 0.6"
#> [3] "Line Proprtion: 0.7" "Line Proprtion: 0.8"
#> [5] "Line_Proprtion: 0.9" "Line_Proprtion: 1"
names(SummariesAll$Sparse_Arc_cosine$`Line_Proprtion: 1`)
#> [1] "line" "env" "fold"
```

```
# Summaries by Line
head(SummariesAll$Sparse Arc cosine$`Line Proprtion: 1`$line)
#>
          Line Observed Predicted Difference
#> 1 CKDHL0206
                    2.1
                            2.0938
                                       0.0062
#> 2 CKDHL0491
                    2.0
                            2.0677
                                       0.0677
#> 3 CKDHL0529
                    1.3
                            1.4462
                                       0.1462
#> 4 CKDHL0437
                    1.7
                            1.4572
                                       0.2428
#> 5 CKDHL0050
                    1.3
                            1.5543
                                       0.2543
#> 6 CKDHL0054
                            1.5339
                    1.8
                                       0.2661
# Summaries by Environment
SummariesAll$Sparse_Arc_cosine$`Line_Proprtion: 1`$env[, 1:7]
#>
                               MSE MSE SE
                                                RMSE RMSE SE NRMSE
                 Enν
#> 1
                 EBU
                            0.7607
                                       NA
                                              0.8722
                                                          NA 0.9945
#> 2
                 KAK
                            2.2736
                                       NA
                                              1.5078
                                                          NA 0.8990
#> 3
                 KTI
                            0.9267
                                       NA
                                              0.9627
                                                          NA 1.2977
#> 4 ALIYARNAGAR_R15
                                       NA
                                           792.1955
                                                          NA 0.9591
                      627573.7512
#> 5 ICRISAT PR15-16
                      188102.4708
                                       NA
                                           433.7078
                                                          NA 1.3867
#> 6
         ICRISAT_R15
                      328532.7892
                                       NA
                                           573.1778
                                                          NA 0.9737
#> 7
         JALGOAN R15 1507005.8300
                                       NA 1227.6017
                                                          NA 0.9614
#> 8
              Global 479921.7249
                                       NA
                                          692.7638
                                                          NA 0.5883
     NRMSE SE
#>
#> 1
           NA
#> 2
           NA
#> 3
           NA
#> 4
           NA
#> 5
           NA
#> 6
           NA
#> 7
           NA
#> 8
           NA
SummariesAll$Sparse Arc cosine$`Line Proprtion: 1`$env[, 8:14]
                          Cor Cor SE
                                      Intercept Intercept SE
#>
          MAE MAE SE
#> 1
       0.6189
                  NA -0.1495
                                  NA
                                          2.6899
                                                           NA
#> 2
       1.2071
                  NA -0.0960
                                  NA
                                        12.0438
                                                           NA
#> 3
       0.7213
                  NA -0.0288
                                                           NA
                                  NA
                                         2.3943
#> 4 652.0991
                  NA -0.5960
                                  NA 20374.9784
                                                           NA
#> 5 396.2854
                  NA 0.3702
                                  NA
                                       761.4247
                                                           NA
#> 6 495.9420
                  NA -0.2435
                                  NA
                                      3355.9905
                                                           NA
#> 7 973.4627
                  NA 0.5616
                                  NA
                                       448.9254
                                                           NA
#> 8 377.2817
                  NA 0.8411
                                  NA
                                         3.5397
                                                           NA
#>
        Slope
#> 1
      -0.4031
#> 2
     -6.7591
#> 3
     -0.0921
#> 4 -13.2924
#> 5
       0.3051
#> 6
     -1.3830
#> 7
       1.1837
#> 8
       1.2689
SummariesAll$Sparse Arc cosine$`Line Proprtion: 1`$env[, 15:19]
```

```
SLope SE R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1
                        NA 0.2879
           NA 0.0223
                                         NA
#> 2
                        NA 0.7184
           NA 0.0092
                                        NA
#> 3
           NA 0.0008
                        NA 0.2592
                                        NA
#> 4
          NA 0.3552
                        NA 0.4269
                                        NA
#> 5
           NA 0.1370
                        NA 0.3271
                                        NA
#> 6
           NA 0.0593
                        NA 0.3454
                                        NA
#> 7
           NA 0.3154
                        NA 0.3966
                                        NA
#> 8
           NA 0.7075
                        NA 0.3553
                                        NA
# Summaries by Fold
SummariesAll$Sparse Arc cosine$`Line Proprtion: 1`$fold[, 1:7]
#>
       Fold
                 MSE MSE SE
                                RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
#> 1
          5 378745.5 207255 432.8608 178.595 1.0674
                                                       0.0724
#> 2 Global 479921.7
                         NA 692.7638
                                          NA 0.5883
                                                           NA
SummariesAll$Sparse Arc cosine$`Line Proprtion: 1`$fold[, 8:14]
          MAE
                MAE SE
                           Cor Cor_SE Intercept Intercept_SE
#> 1 360.0481 143.7941 -0.0260 0.1459 3565.4924
                                                      2837.65
#> 2 377.2817
                    NA 0.8411
                                   NA
                                         3.5397
                                                           NA
#>
       Slope
#> 1 -2.9201
#> 2 1.2689
SummariesAll$Sparse_Arc_cosine$`Line_Proprtion: 1`$fold[, 15:19]
                  R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
     Slope SE
#> 1
       1.9896 0.1285 0.0563 0.3945
                                     0.0583
           NA 0.7075 NA 0.3553
                                         NA
```

Además, los elementos de la lista *HyperparamsAll* contienen las columas *tree_number*, *node_size*, *shrinkage*, *mse* y *Fold*, donde el valorde la columna *mse* corresponde al costo del modelo para cada combinación de los valores de partición e hiperparámetro, ordenados de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(HyperparamsAll$Sparse Arc cosine$`Line Proprtion: 1`)
#>
      trees number node size shrinkage
#> 7
               100
                           15
                                   0.001 1.104567
                                                      1
                                   0.001 1.106264
#> 4
               100
                           10
                                                      1
#> 1
                100
                            5
                                   0.001 1.107948
                                                      1
#> 5
                                                      1
                300
                           10
                                   0.001 1.111888
                                                      1
#> 6
                500
                           10
                                   0.001 1.112149
                                   0.010 1.123677
                                                      1
#> 16
                100
                           15
# Last rows of Hyperparams
tail(HyperparamsAll$Sparse Arc cosine$`Line Proprtion: 1`)
#>
       trees_number node_size shrinkage
                                               mse Fold
#> 264
                 300
                            15
                                      0.1 1.161714
                                                       5
                                                       5
#> 193
                 100
                             5
                                      0.1 1.286859
#> 233
                                                       5
                 300
                            10
                                      0.1 1.326050
                                                       5
#> 273
                            15
                 500
                                      0.1 1.364316
                                                       5
#> 243
                 500
                            10
                                      0.1 1.543954
#> 215
                 500
                             5
                                      0.1 1.632892
                                                       5
```

In addition, the *HyperparamsAll* list items contain the columns *trees_number*, *node_size*, *shrinkage*, *mse* and *Fold*, where the value of the *mse* column corresponds to the cost of the model for each combination of the partition and hyperparameter values, ordered from smallest to largest. largest within each partition.

```
# First rows of Hyperparams
head(HyperparamsAll$Sparse Arc cosine$`Line Proprtion: 1`)
#>
      trees_number node_size shrinkage
                                             mse Fold
#> 7
               100
                           15
                                  0.001 1.104567
#> 4
                                  0.001 1.106264
               100
                           10
                           5
                                  0.001 1.107948
#> 1
               100
                                                     1
#> 5
               300
                           10
                                  0.001 1.111888
                                                     1
#> 6
               500
                           10
                                  0.001 1.112149
                                                     1
#> 16
                           15
                                  0.010 1.123677
               100
# Last rows of Hyperparams
tail(HyperparamsAll$Sparse_Arc_cosine$`Line_Proprtion: 1`)
       trees_number node_size shrinkage
#> 264
                300
                            15
                                     0.1 1.161714
#> 193
                100
                            5
                                     0.1 1.286859
                                                      5
#> 233
                                     0.1 1.326050
                                                      5
                300
                            10
                                                      5
#> 273
                500
                            15
                                     0.1 1.364316
                                                      5
#> 243
                500
                            10
                                     0.1 1.543954
#> 215
                500
                             5
                                     0.1 1.632892
                                                      5
```

7 Support vector machine methods

7.1 Ejemplo con respuesta continua con Grid search y particiones aleatorias solo G en el predictor

Este ejemplo evalúa un modelo de máquina de vectores de soporte con cinco particiones aleatorias, cn 20% los datos para el conjunto de prueb y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeerminados de la función cv_random), para una respuesta continua, usand solo la matriz G (Line Design Matriz que contiene información genómica) como predictor y utiliza "Grid Search" como ipo de tuneo para los hiperparámetros grado, gamma y coef0.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *ChickpeaToy* y el objetivo es predecir la variable continua *AvePlantHeight* del marco de datos *PhenoToy* utilizando la matriz *G* descrita anteriormente como predictor; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y *y* respectivamente.

```
# Load the data
load("ChickpeaToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#> GenoToy
#Data preparation of G
```

```
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])
# G matrix
LineG <- Line %*% Geno

# Predictor and Response Variables
X <- LineG
y <- PhenoToy$AvePlantHeight

# Note that y is a continuous numeric vector
class(y)
#> [1] "numeric"
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesta y es una variable continua (un vector con elemento de tipo "doble"), lo cual es importante para que el modelo se entrne automáticamente para este tipo de variable.

Posteriormente, realizamos cinco particiones aleatorias, con 80% los datos para el conjunto de entrenamiento y 20%\$ para el conjunto de prueba, con la yuda de la función cv_random (con los parámetros por defecto). Además, creamos los dataframes vacíos Predictions e Hyperparams que se utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capcidad predictiva del modelo con lafunción *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_random(records_number = nrow(X))

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso **para cada partición**:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo "polinomial" como *tipo de núcleo*, losvalores 1, 5 y 10 para el hiperprámetro *gamma*, los valores 1, 2 y 3 para el *hiperparámetro grado*, y los valores 0 y 5 para el hiperparámetro coef0, con " *Grid Search*" como tipo de tuneo (parámetro predeterminado de tune_type). Tenga en cuenta que, con la combinación de hiperparámetro gamma = 1, degre = 1* y coef0 = 0, el núcleo lineal se considera como un posible núcleo de transformación. Cabe señalar que estos no son los únicos hiperparámetros ajustables en el modelo;

- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *AvePlantHeight* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. *HyperparamsFold* que contiene las columnas *grado*, *gamma*, *coef0*, *mse* y *Fold*, donde *mse* es la precisión del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de *Fold*.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos del modelo obtenido en (2).

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X training <- X[fold$training, ]</pre>
  X_testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y_training <- y[fold$training]</pre>
  y_testing <- y[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- support vector machine(</pre>
    x = X_training,
    y = y training,
    kernel = "polynomial",
    # Specify the hyperparameters
    gamma = c(1, 5, 10),
    degree = c(1, 2, 3),
    coef0 = c(0, 5),
    tune_type = "grid_search",
    # In this example the iterations wont be shown
    verbose = FALSE
  )
  # Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
```

```
# Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y_testing,
    Predicted = predictions$predicted
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Hyperparams
  HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best_hyperparams)
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $degree
#> [1] 2
#>
#> $qamma
#> [1] 1
#>
#> $coef0
#> [1] 5
#>
#> $mse
#> [1] 123.1633
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $degree
#> [1] 3
#>
#> $gamma
#> [1] 10
#>
#> $coef0
#> [1] 5
#>
#> $mse
#> [1] 109.5256
#>
```

```
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $degree
#> [1] 1
#>
#> $gamma
#> [1] 1
#>
#> $coef0
#> [1] 5
#>
#> $mse
#> [1] 116.5544
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $degree
#> [1] 1
#>
#> $gamma
#> [1] 1
#>
#> $coef0
#> [1] 5
#>
#> $mse
#> [1] 144.7736
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $degree
#> [1] 2
#>
#> $gamma
#> [1] 5
#>
#> $coef0
#> [1] 0
#>
#> $mse
#> [1] 135.5366
```

El data frame Predictions contiene las columnas *Fold, Line, Env, Observed y Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba para cada particón, donde las predicciones se realizan eligiendo los hiperparámetros óptimos (entre los posibles valores especificados de estos) que minimizan la funión de costo con el tipo de tuneo "Grid Search", correspondiente al formato necesario para utilizar la función *gs_summaries* sobre estas predicciones en el caso de variables continuas.

La función *gs_summaries* devuelve unalista que contiene tres marcos de daos correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions)
    Fold
               Line Env Observed Predicted
#>
#> 1
        1 ICCV97301
                     6 65.33333
                                 46.22952
#> 2
        1 ICCV04103
                     1 47.56667
                                  50.44068
#> 3
        1 ICCV05109
                     4 52.66667
                                 44.56186
#> 4
       1 ICCV00402
                     7 38.00000
                                  53.60103
#> 5
       1 ICCV09114
                     4 51.33333
                                 40.56444
                     2 52.30000
#> 6
       1 ICCV03102
                                 43.90145
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
# Summaries
summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env"
                     "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
          Line Observed Predicted Difference
#> 1 ICCV04312
               48.4417
                         48.8928
                                     0.4511
#> 2 ICCV09118
               43.3083
                         43.8347
                                     0.5264
#> 3 ICCV03109 44.3250
                         43.6299
                                     0.6951
#> 4 ICCV03309 48.6000
                         49.3179
                                      0.7179
#> 5 ICCV10316
               47.4800
                         48.3318
                                     0.8518
                                     1.0024
#> 6 ICCV05307 48.4250
                         47.4226
# Summaries by Environment
summaries$env[, 1:7]
#>
                MSE MSE_SE
                                RMSE RMSE_SE NRMSE_SE
        Enν
#> 1
         1 133.9711 12.1319 11.5315 0.4990 2.2142
                                                     0.2286
#> 2
         2 228.8790 24.0220 15.0423 0.8073 2.7426
                                                     0.4820
#> 3
         4 99.0279 11.3722
                            9.8850 0.5732 3.1468
                                                     0.7677
         5 75.7551 18.3454 8.2487 1.3887 2.3232
#> 4
                                                     0.3340
#> 5
          6 179.1657 20.8968 13.2788 0.8423 2.3767
                                                     0.3472
#> 6
          7 57.8016 11.8498 7.4578 0.7387 2.2184
                                                     0.1309
#> 7 Global 117.4334 8.1866 10.8100 0.3796 1.3595
                                                     0.0516
summaries$env[, 8:14]
                        Cor Cor SE Intercept Intercept SE
#>
        MAE MAE SE
                                                           Slope
#> 1 10.2879 0.6260 0.1049 0.2253
                                     26.8901
                                                  23.1197
                                                          0.2571
#> 2 14.2996 0.9364 0.5774 0.2038
                                     -4.9334
                                                  38.3653 1.3734
#> 3 9.0451 0.5137
                    0.3784 0.1460
                                    34.9485
                                                   8.0318
                                                          0.4289
#> 4 7.4727 1.3193
                    0.5173 0.1511
                                     9.5222
                                                  19.0309
                                                          0.8063
#> 5 11.4175 0.9137 -0.4103 0.1338
                                     80.9165
                                                  12.8941 -0.5150
#> 6 6.8727 0.7932 0.7160 0.0918
                                     -2.7647
                                                  19.0949
                                                          0.9011
#> 7 9.3561 0.3857 -0.3282 0.0373
                                     78.0954
                                                  3.0798 -0.6107
summaries$env[, 15:19]
#> Slope_SE R2 R2_SE MAAPE MAAPE_SE
```

```
#> 1
       0.4661 0.2140 0.0502 0.2607
                                      0.0167
#> 2
       0.7953 0.4994 0.1360 0.2288
                                      0.0137
#> 3
       0.1785 0.2285 0.0928 0.1627
                                      0.0090
#> 4
       0.3746 0.3532 0.1815 0.1802
                                      0.0326
#> 5
       0.2371 0.2400 0.1017 0.1902
                                      0.0159
#> 6
       0.3700 0.5463 0.1263 0.1629
                                      0.0203
#> 7
       0.0547 0.1133 0.0250 0.1901
                                      0.0071
# Summaries by Fold
summaries$fold[, 1:8]
#>
       Fold
                 MSE
                     MSE_SE
                                RMSE RMSE SE
                                              NRMSE NRMSE SE
#> 1
                                                       0.6392
          1 131.0179 29.2932 11.1210
                                      1.2117 2.9079
#> 2
          2 122.5273 36.8365 10.1713
                                      1.9530 2.5791
                                                       0.1935
#> 3
          3 143.4187 40.4167 11.3362
                                      1.7268 2.3692
                                                       0.2271
#> 4
          4 130.0817 26.7126 11.0675
                                      1.2322 2.6761
                                                       0.4294
#> 5
          5 118.4546
                     9.8020 10.8408 0.4319 2.0287
                                                       0.2837
#> 6 Global 117.4334 8.1866 10.8100 0.3796 1.3595
                                                       0.0516
         MAE
#>
      9.9987
#> 1
#> 2 9.3767
#> 3 10.4072
#> 4 9.9723
#> 5 9.7413
#> 6 9.3561
```

Además, Hyperparams contiene olumnas de *grado*, *gamma*, *coef0*, *msey Fold*, donde el valor en la columna *mse* corresponde al costo del modelo par cada combinación de hiperparámetros y partición, ordenado de menor a mayor dentro e cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
      degree gamma coef0
                                mse Fold
#>
            2
#> 11
                  1
                         5 123.1633
                                        1
#> 14
            2
                  5
                                        1
                         5 123.1732
            2
#> 17
                 10
                         5 123.1865
                                        1
#> 2
            2
                  1
                         0 123.2125
                                        1
#> 8
            2
                 10
                                        1
                         0 123.2125
            2
                  5
#> 5
                         0 123.2125
                                        1
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
#>
       degree gamma coef0
                                  mse Fold
#> 74
                  10
                          0 136.0731
                                          5
             1
#> 44
             1
                                          5
                   5
                          0 136.0731
                                          5
#> 134
             1
                   5
                          5 136.0731
                                          5
             1
#> 164
                  10
                          5 136.0731
#> 116
             1
                   1
                                          5
                          0 136.0731
#> 104
             1
                   1
                                          5
                          5 136.0731
```

7.2 Ejemplo con respuesta binaria con Grid search y validación cruzada 7-fold con Env+G el predictor

Este ejemplo evalúa un modelo de máquina de vectores de soporte con validación cruzada 7-fold, para una respuesta binaria, utilizando el efecto de ambiente y la matriz *G* como predictores, además de "búsqueda de cuadrícula" como tipo de tuneo para los hiperparámetros *grado*, *gamma* y *coef0*.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es EYTToy y el objetivo es predecir la vaiable binaria y_{bin} , que es una transformación de la variable PhenoTy STMT, indicando con la función ntile si la respuesta es mayor qe la mediana de esta variable o no, utilizando el matriz d diseño de la variable PhenoToy Env y la matriz, G descrita anteriormente, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como X y y_{bin} respectivamente.

```
# Load the data
load("EYTToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
     PhenoToy
#>
     GenoToy
#>
# Data preparation of Ebv &
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LineG <- Line ** Geno
# Predictor and Response Variables
# Predictor ancholesky Response Variables
X <- cbind(Env, LineG)</pre>
y bin <- BurStMisc::ntile(PhenoToy$DTMT, 2, result = "factor")</pre>
#> Warning in BurStMisc::ntile(PhenoToy$DTMT, 2, result =
#> "factor"): common values across groups: 1, 2
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesta y_{bin} es un factor con solo dos niveles (o categorías), lo cual es importante para que el modelo se entrene automáticamente pra una variable binaria. Por esta razón, es importante factorizar esas variables de respuest binarias o categóricas antes de usar la función *support_vector.

Posteriormente hacemos las particione correspondientes a 7-Fold CV, con la ayuda de lafunción *cv_kfold*. Además, creamos los data frames vacíos Predictions e Hyprparams que se utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la funión *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_kfold(records_number = nrow(X), k = 7)</pre>
```

```
# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace proponiendo "polinomial" como *tipo de kernel*, los valores 1, 5 y 10 para el hiperparámetro *gamma* y los valores 50 100, 150 y 200 para el hiperparáetro *coef0*, con "Grid Search" como tipo de ajuste (parámetro por *tune_type por* defecto). Cabe sealar que estos no son los únicos hiperparámetros ajustables en el modelo;
- 3. Con el modelo obtenido en (2) y_{bin} se predice la variable respuesta en el conjunto de prueba, con el fin de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. FoldPredictions que contiene las variables: Fold number, Line, Env, Observed, Predicted, 1 y 2 para cada elemento del conjunto de prueba. Tenga en cuenta que, a diferencia del ejemplo anterior, ahora tenemos dos columnas adicionales correspondientes a las probabilidades asociadas con cada elemento correspondiente a esa categoría.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*. Con esto, Predictions se formatea para que sea un argumento de la función *gs_summaries*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. HyperparamsFold que contiene las columnas tree_number, node_size, accuracy y Fold, donde accuracy es la precisión del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de Fold.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
   cat("*** Fold:", i, "***\n")
   fold <- folds[[i]]

# Identify the training and testing sets
   X_training <- X[fold$training,]
   X_testing <- X[fold$testing,]</pre>
```

```
y training <- y bin[fold$training]</pre>
  y_testing <- y_bin[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- support_vector_machine(</pre>
    x = X training,
    y = y_training,
    kernel = "polynomial",
    # Specify the hyperparameters
    gamma = c(1, 5, 10),
    coef0 = c(50, 100, 150, 200),
    tune_type = "grid_search",
    # In this example the iterations wont be shown
    verbose = FALSE
  )
  # Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, X testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- cbind(</pre>
    data.frame(
      Fold = i,
      Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
      Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
      Observed = y testing,
      Predicted = predictions$predicted
    ),
    predictions$probabilities
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Hyperparams
  HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best_hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $qamma
#> [1] 1
#>
#> $coef0
```

```
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.8728571
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $gamma
#> [1] 1
#>
#> $coef0
#> [1] 150
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.912381
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $qamma
#> [1] 5
#>
#> $coef0
#> [1] 150
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.9114286
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $gamma
#> [1] 1
#>
#> $coef0
#> [1] 150
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.9033333
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $gamma
#> [1] 1
#>
#> $coef0
#> [1] 50
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.8947619
#>
#> *** Fold: 6 ***
```

#> [1] 150

```
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $qamma
#> [1] 1
#>
#> $coef0
#> [1] 100
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.8742857
#>
#> *** Fold: 7 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $qamma
#> [1] 1
#>
#> $coef0
#> [1] 100
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.8914286
```

Predictions contiene las columnas *Fold, Line, Env, Observed, Predicted, 1* y 2 para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo los hiperparámetros óptmos (entre las posibles combinaciones de sus valores propuestos) que minimizan la función de coste con el tipo de sintonía "Grid Search", crrespondiente al formato necesario para utilizar la función *gs_summaries* sobre estas predicciones en el caso de variables binarias.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmens por *línea*, *env* (ambiente) y *fod*.

```
head(Predictions)
                      Env Observed Predicted
#>
     Fold
             Line
                                                   1
#> 7
      1 GID7625106 Flat5IR 1 1 0.839567580
                           1 2 1
                               1
#> 12
       1 GID7625276 FlatDrip
                                       1 0.992210659
Bed5IR
                                        2 0.206579259
2 0.005132066
                                        1 0.874248611
                               1
#> 32 1 GID7626446 FlatDrip
                                        1 0.845232922
#>
#> 7 0.160432420
#> 12 0.007789341
#> 13 0.793420741
#> 18 0.994867934
#> 24 0.125751389
#> 32 0.154767078
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5 6 7
# Summaries
summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
```

```
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
#>
          Line Observed Predicted
                                     X1
                                              X2
#> 1 GID7462121
                       1
                                 1 0.7594 0.2406
#> 2 GID7625106
                       1
                                 1 0.7385 0.2615
#> 3 GID7625276
                       1
                                 1 0.5862 0.4138
#> 4 GID7625985
                       1
                                2 0.3243 0.6757
#> 5 GID7626366
                       2
                                 2 0.2576 0.7424
                       2
                                 2 0.3022 0.6978
#> 6 GID7626381
# Summaries by Environment
summaries$env
#>
                PCCC PCCC SE Kappa Kappa SE BrierScore
#> 1
       Bed5IR 0.9643 0.0357 0.9286
                                      0.0714
                                                 0.1457
          EHT 1.0000 0.0000
#> 2
                                NaN
                                          NA
                                                 0.0335
#> 3 Flat5IR 0.9439 0.0381 0.8391
                                      0.0873
                                                 0.1394
#> 4 FlatDrip 0.9167 0.0546 0.0000
                                     0.0000
                                                 0.1927
      Global 0.9591 0.0145 0.9134
#> 5
                                     0.0307
                                                 0.1494
#>
     BrierScore SE
#> 1
            0.0426
#> 2
            0.0177
#> 3
            0.0432
#> 4
            0.0767
#> 5
            0.0293
# Summaries by Fold
summaries$fold
#>
       Fold
              PCCC PCCC SE Kappa Kappa SE BrierScore
#> 1
          1 0.9375 0.0625 0.5000
                                       NA
                                               0.1036
                                    0.0000
#> 2
          2 1.0000 0.0000 1.0000
                                               0.0667
#> 3
          3 0.8542 0.0859 0.5000
                                    0.2500
                                               0.2612
#> 4
          4 1.0000 0.0000 1.0000
                                        NA
                                               0.0860
#> 5
          5 0.9375 0.0625 0.6667
                                    0.2887
                                               0.1400
#> 6
          6 1.0000 0.0000 1.0000
                                   0.0000
                                               0.0910
#> 7
          7 0.9643 0.0357 0.8478
                                    0.1076
                                               0.1461
#> 8 Global 0.9591 0.0145 0.9134 0.0307
                                               0.1494
#>
     BrierScore SE
            0.0800
#> 1
#> 2
            0.0326
#> 3
            0.0681
#> 4
            0.0260
#> 5
            0.1210
#> 6
            0.0384
#> 7
            0.0710
#> 8
            0.0293
```

Además, Hyperparams contiene columas *gamma*, *coef0*, *accuracy* y *Fold*, donde el valorde la columna de *precisión* corresponde al costo del modelo para cada ombinación de valores de partición e hiperparámtro, ordenados de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
     gamma coef0 accuracy Fold
#> 7
        1 150 0.8728571
#> 8
        5 150 0.8728571
                            1
#> 1
                            1
        1
            50 0.8533333
#> 11
       5
            200 0.8533333
                            1
#> 10
        1 200 0.8528571
                            1
#> 4
            100 0.8528571
                            1
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
      gamma coef0 accuracy Fold
#> 126
        10
             200 0.8038095
#> 56
                             7
         5 100 0.7938095
#> 96
         10 150 0.7757143
                             7
        5
#> 26
             50 0.7561905
#> 66
         10
             100 0.7466667
                             7
#> 36
         10 50 0.6890476
```

7.3 Ejemplo de con respuesta categórica con optimización bayesiana con línea de partición aleatoria Env+G+GE dentro del predictor

Este ejemplo evalúa un modelo de máquina de vectores de soporte con cinco particiones aleatorias del conjunto de líneas, con 80% las líneas para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la función cv_random), para una respuesta categórica, usando el efecto de el ambiente, la matriz G y la interacción entre estos dos como predictores, además de utilizar la "Optimización Bayesiana" como un tipo de tuneo de hiperparámetros.

En este ejemplo, el conjunto de dato utilizado es *GroundnutToy* y busca predecir la varible categórica y, que es una transformación de la variable YPH deldata frame PhenToy utilizando la función *ntile*, utilizando la matriz de diseño de la variable PhenoToy *Env*, la matriz G descrito anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como X y y respectivamente.

```
# Load the dataset
load("GroundnutToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#> GenoToy

# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
```

Tenga en cuenta que la variable de respueta y es un factor con tres niveles (o categorías), lo cual es importante para que el odelo se entrene automáticamente para una variable categórica. or esta razón, es importante factorizar esas variales de respuesta binarias o categóricas antes de usar la función *support_vetor_machine*.

Posteriormente, realizamos inco particiones aleatorias del conjunto de líneas, con 80% este conjunto para el conjunto de enrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random (con los parámetros por defect). Además, creamos los data frames vacíos Predictions e `Hyperparams que servirán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
# Unique Lines
GIDs <- unique(PhenoToy$Line)
folds <- cv_random(length(GIDs))

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

- Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta, identificando primero las líneas correspondientes a este conjunto;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Est se hace proponiendo "sigoide" como tipo de núcleo, valores entre 0 y 10 pra el hiperparámetro *gamma* y valores entre 5 y 500 para el hiperparámetro de contracción, con "Optimización bayesiaa" como tipo de tuneo. Cabe señalar qu estos no son los únicos hiperparámetros ajustables en el modelo;

- 3. Con el modelo obtenido en (2) se predice la variable respuesta *y* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. FoldPredictions que contiene las variables: número de Fold, Line, Env, Observed, Predicted, 1, 2 y 3 para cada elemento del conjunto de prueba. Tenga en cuenta que, a diferencia de los ejemplos anteriores, ahora tenemos tres columnas adicionales correspondientes a las probabilidades asociadas con cada elemento correspondiente a esa categoría.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*. Con esto, Predictions se formatea para que sea un argumento de la función *gs_summaries*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. *HyperparamsFold* que contiene las columnas *gamma*, *coef0*, *accuracy* y *Fold*, donde *accuracy* es la precisión del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de pliegue.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq along(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
  # Identify the training and testing Line sets
  fold <- folds[[i]]</pre>
  Lines_sam_i <- GIDs[fold$training]</pre>
  fold i <- which(PhenoToy$Line %in% Lines sam i)</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X_training <- X[fold_i, ]</pre>
  X_testing <- X[-fold_i, ]</pre>
  y_training <- y[fold_i]</pre>
  y_testing <- y[-fold_i]</pre>
  # Model training
  model <- support_vector_machine(</pre>
    x = X_training,
    y = y_training,
    kernel = "sigmoid",
    # Specify the hyperparameters
    gamma = list(min = 0, max = 10),
    coef0 = list(min = 5, max = 500),
```

```
tune_type = "Bayesian_optimization",
    tune_bayes_samples_number = 5,
    tune_bayes_iterations_number = 5,
    # In this example the iterations wont bw shown
    verbose = FALSE
  )
  # Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- cbind(</pre>
    data.frame(
      Fold = i,
      Line = PhenoToy$Line[-fold_i],
      Env = PhenoToy$Env[-fold_i],
      Observed = y_testing,
      Predicted = predictions$predicted
    ),
    predictions$probabilities
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Hyperparams
  HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $gamma
#> [1] 3.563402
#>
#> $coef0
#> [1] 350.3854
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.3447368
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> $qamma
#> [1] 4.056876
```

```
#> $coef0
#> [1] 500
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.3552632
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $qamma
#> [1] 9.084241
#>
#> $coef0
#> [1] 24.92167
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.3547368
#> *** Fold: 4 ***
#> $coef0
#> [1] 264.1667
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.3647368
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> $qamma
#> [1] 8.518631
#>
#> $coef0
#> [1] 39.7706
#>
#> $accuracy
#> [1] 0.3857895
```

Predictions contiene las columnas *Fold*, Line, Env, Obsered, Predicted, 1, 2* y 3 para cada elemento del conjunto de prueba de cada particón, donde las predicciones se realizan eligindo los hiperparámetros óptimos (entre los posibles valores de las combinaciones de estos) que minimizan la función de coste (*pcic*: Proporción de Casos Incorrectamente Clasificados) con el tipo de sintonía "Optimización Bayesiana", correspondiente al formato necesario para utilizar la funció *gs_summaries en Predicción* en el caso de variables categóricas.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions)
#>
    Fold
         Line
                        Env Observed Predicted
#> 13
          DTG15 ALIYARNAGAR R15
                                    3 0.3317536
      1
                                1
#> 14
      1
          DTG15 ICRISAT_PR15-16
                                3
                                        3 0.3317536
                                2
3 0.3317536
```

```
3 0.3317536
#> 41
                                         1
        1 ICG3746 ALIYARNAGAR R15
                                                   3 0.3317536
                                         3
#> 42
         1 ICG3746 ICRISAT_PR15-16
                                                   3 0.3317536
#>
             2
                      3
#> 13 0.2990924 0.369154
#> 14 0.2990924 0.369154
#> 15 0.2990924 0.369154
#> 16 0.2990924 0.369154
#> 41 0.2990924 0.369154
#> 42 0.2990924 0.369154
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
summaries <- gs summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
#>
               Line Observed Predicted
                                           X1
                                                  X2
                                                         X3
                                     1 0.3962 0.2979 0.3059
#> 1
          49×37-134
                           1
                           1
#> 2 49×37-99(b)tall
                                     1 0.3962 0.2979 0.3059
#> 3
                           2
              DTG15
                                     3 0.3318 0.2991 0.3692
#> 4
                           2
                                     1 0.3962 0.2979 0.3059
               DTG3
#> 5
          Gangapuri
                           1
                                    1 0.3530 0.3241 0.3229
                           1
                                     1 0.3571 0.3302 0.3127
#> 6
           ICG10036
# Summaries by Environment
summaries$env[, 1:5]
                      PCCC PCCC_SE
                                    Карра Карра SE
#>
                Enν
#> 1 ALIYARNAGAR R15 0.2667 0.0850 -0.1077
                                             0.0754
#> 2 ICRISAT PR15-16 0.3667 0.1106 -0.0267
                                             0.0859
#> 3
        ICRISAT R15 0.4333 0.0408 0.1282
                                             0.0786
#> 4
         JALGOAN R15 0.3000 0.0333 -0.0573
                                             0.0780
#> 5
             Global 0.5000 0.0527 0.1440
                                             0.1017
summaries$env[, 6:7]
#>
     BrierScore BrierScore_SE
#> 1
        0.6863
                      0.0172
#> 2
        0.7025
                      0.0354
#> 3
        0.6702
                      0.0115
#> 4
        0.6715
                      0.0068
#> 5
        0.6607
                      0.0125
# Summaries by Fold
summaries$fold
             PCCC PCCC SE Kappa Kappa SE BrierScore
#>
      Fold
#> 1
          1 0.4167 0.0833 0.0000
                                    0.0000
                                               0.6656
#> 2
          2 0.4167 0.0481 0.0000
                                    0.0000
                                               0.6565
#> 3
         3 0.2917 0.0798 0.0040
                                    0.1599
                                               0.7000
         4 0.3750 0.0417 0.0000
                                    0.0000
                                               0.6644
```

```
5 0.2083 0.1250 -0.0833
                                   0.1663
                                              0.7268
#> 6 Global 0.5000 0.0527 0.1440
                                   0.1017
                                              0.6607
#> BrierScore SE
#> 1
           0.0117
#> 2
           0.0106
#> 3
           0.0156
#> 4
           0.0083
#> 5
           0.0376
#> 6
           0.0125
```

Además, Hyperparas contiene columnas *gamma*, *coef0*, *accuracy* y *Fold*, donde el valor de la columa de *precisión* corresponde a la precisión del modelo paracada combinación de hiperparámetro y valores de partición, ordenados de menr a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
```

8 Deep learning

8.1 Ejemplo con respuesta continua con Grid search y particiones aleatorias solo G en el predictor

Este ejemplo evalúa un modelo de Red Neuronal Artificial (<code>Deep_learning</code>) con solo una capa oculta y con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la función <code>cv_random</code>), para un continuo respuesta, usando solo la matriz <code>G</code> (matriz de diseño de línea que contiene la información geómica) como predictor y usando "Búsqueda de cuadrícula" como tipo detuneo para los hiperparámetros <code>learning_rate</code> y <code>nerons_number_1</code> para una sola capa oculta.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es *GroundnutToy* y el objetivo es predecir la variable continua *SYPP* del data frame *PhenoToy* utilizando la matriz *G* descrita anteriormente como predictor; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y y respectivamente.

```
# Load the data
load("GroundnutToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#> GenoToy

# Data preparation of G
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
```

```
# G matrix
LineG <- Line %*% Geno

# Predictor and Response Variables
X <- LineG
y <- PhenoToy$SYPP

# Note that y is a continuous numeric vector
class(y)
#> [1] "numeric"
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesta y es una variabe continua (un vector con elementos de tipo "doble"), lo cual es importante para que el modelo s entrene automáticamente para este tipo de variable.

Posteriormente, realizamos cinco partciones aleatorias, con 80% los datos para el onjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la unción cv_random (con los parámetros por defecto). Además, creamos los data frames vacíos Predictions e Hyperparams que se utilizarán para guardr los valores observados y predichos en caa ambiente y luego evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *g_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_random(records_number = nrow(X))

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace, en este ejemplo, proponiendo el valor 30 para el hiperparámetro *epochs_number*, los valores 0.01, 0.05 y 0.1 para el hiperparámetro *learning_rate*, los valores 2 y 5 para el hiperparámetro *neurons_number_1 y* la función d activación softmax de la únia capa oculta, con "Grid Search" como tipo de sintonía (parámetro predeterminado de *tune_type*) Cabe señalar que estos no son los únicos hiperparámetros ajustables en el modelo;
- 3. Con el modelo obtenido en (2) se predice la variable respuesta *SYPP* en el conjunto de prueba, con el fin de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:

- a. *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba.
- b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. HyperparamsFold que contiene las columnas learning_rate, neurons_number_1, mean_squared_error y Fold, donde mean_squared_error es el costo del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de Fold.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos del modelo obtenido en (2).

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq along(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X_training <- X[fold$training, ]</pre>
  X_testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y_training <- y[fold$training]</pre>
  y_testing <- y[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- deep learning(</pre>
    X_training,
    y_training,
    epochs_number = 30,
    learning_rate = c(0.01, 0.05, 0.1),
    layers = list(
      list(neurons number = c(2, 5), activation = c("softmax"))
    ),
    tune_type = "grid_search",
    # In this example the iterations wont be shown
    verbose = FALSE
  )
  # Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, X testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- data.frame(</pre>
    Fold = i.
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y_testing,
```

```
Predicted = predictions$predicted
  )
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Hyperparams
  HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best_hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $learning_rate
#> [1] 0.1
#>
#> $neurons_number_1
#> [1] 5
#>
#> $mean_squared_error
#> [1] 7.098522
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $learning_rate
#> [1] 0.1
#>
#> $neurons_number_1
#> [1] 5
#>
#> $mean_squared_error
#> [1] 7.252397
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $learning_rate
#> [1] 0.05
#>
#> $neurons_number_1
#> [1] 2
#>
#> $mean_squared_error
#> [1] 7.285643
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $learning rate
#> [1] 0.1
```

```
#>
#> $neurons number 1
#> [1] 5
#>
#> $mean_squared_error
#> [1] 8.111487
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $learning rate
#> [1] 0.05
#>
#> $neurons number 1
#> [1] 2
#>
#> $mean squared error
#> [1] 6.779659
```

Predictions data frame contiene las columnas *Fold, Line, Env Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba para cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo los hiperparámetros óptimos (entre los posibles valores especificados de estos) que minimizan lafunción de costo con el tipo de tuneo "Grid Search", correspondiente al formato necesario para utilizar la función *gs_summaries* sobe estas predicciones en el caso de variables continuas.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions)
#> Fold
            Line
                           Env Observed Predicted
                    JALGOAN R15 3.50 5.565202
#> 1 1 ICGV97115
#> 2 1 ICG9315
                    ICRISAT R15
                                 4.33 5.565187
ICRISAT_R15 11.66 5.565206
#> 5 1 ICGV05057
                    JALGOAN_R15 1.60 5.565157
#> 6 1 ICGV02434
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
# Summaries
summaries <- gs summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
#>
        Line Observed Predicted Difference
#> 1 49×37-134 5.4850
                      5.5095
                                0.0245
#> 2 TG19 5.4400
                      5.5059
                                0.0659
#> 3 ICG3746 5.6400 5.5239
                                0.1161
```

```
#> 4 ICGV95377 5.7617
                          5.4997
                                    0.2620
#> 5 ICGV97115
                5.2250
                          5.5603
                                    0.3353
#> 6
      ICG3343
                6.0300
                          5.6063
                                    0.4237
# Summaries by Environment
summaries$env[, 1:7]
#>
                Enν
                        MSE MSE SE RMSE RMSE SE NRMSE
#> 1 ALIYARNAGAR_R15 3.0459 0.5347 1.7093 0.1762 1.0031
#> 2 ICRISAT PR15-16 5.6149 1.4357 2.2290 0.4021 1.6168
#> 3
        ICRISAT R15 4.8718 1.5063 2.0601 0.3962 0.9596
        JALGOAN R15 11.1386 2.8113 3.2089 0.4587 1.0009
#> 5
             Global 5.8299 0.9512 2.3830 0.1945 1.0142
#> NRMSE SE
#> 1
      0.0573
#> 2
      0.2167
#> 3
      0.0194
#> 4
      0.0268
      0.0166
#> 5
summaries$env[, 8:14]
       MAE MAE SE
                      Cor Cor SE Intercept Intercept SE
#> 1 1.2899 0.1682 -0.0119 0.3368 -27297.6226
                                               40927.802
#> 2 1.9743 0.3807 0.3112 0.1657 -375.4978
                                                6879.882
#> 3 1.7241 0.3104 0.3239 0.1577 -6590.2609
                                                5537.950
#> 4 2.5264 0.2983 -0.2333 0.1908 20075.9040
                                               11846.181
#> 5 1.7893 0.1108 0.0742 0.0634 -1237.2170
                                                1400.020
#>
         Slope
#> 1 4778.3831
#> 2
       92.2187
#> 3 1183.1402
#> 4 -3589.7562
#> 5 223.2730
summaries$env[, 15:19]
#>
     Slope SE
                 R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1 7237.7188 0.4538 0.1822 0.2201
                                   0.0479
#> 2 1222.6051 0.2067 0.1396 0.5174
                                    0.1033
#> 3 996.1641 0.2044 0.0730 0.2975
                                   0.0519
#> 4 2125.9219 0.2000 0.1301 0.3893
                                   0.0442
#> 5 252.6062 0.0216 0.0158 0.3070
                                   0.0289
# Summaries by Fold
summaries$fold[, 1:8]
#>
             MSE MSE SE RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
      Fold
#> 1
         1 6.9256 1.4291 2.5850 0.2848 0.9645
                                                0.0168 2.1746
         2 6.6264 2.2634 2.4817 0.3948 1.1056
#> 2
                                                0.2010 2.0461
#> 3
         3 6.1713 3.0834 2.2091 0.6560 1.2272
                                                0.1852 1.7855
#> 4
         4 3.4548 1.2827 1.7309 0.3911 1.1170
                                                0.0993 1.3273
         5 7.6608 3.7780 2.5023 0.6829 1.3111
                                                0.3189 2.0598
#> 6 Global 5.8299 0.9512 2.3830 0.1945 1.0142 0.0166 1.7893
```

Además, Hyperparams contiene las columnas *learning_rate*, *neurons_number_*, *mean_squared_error* y *Fold*, donde el valor de la *columna mean_squared_error* correspnde al costo del modelo para cada combinacin de hiperparámetros y partición, ordenado de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
#>
   learning_rate neurons_number_1 mean_squared_error Fold
#> 6
             0.10
                                5
                                            7.098522
                                2
                                            7.199071
#> 2
             0.05
                                                        1
            0.05
                                5
#> 5
                                           7.218712
                                                        1
                                2
#> 3
            0.10
                                            7.226735
                                                        1
                                2
             0.01
                                                        1
#> 1
                                           16.003148
#> 4
             0.01
                                5
                                                        1
                                           17.515628
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
     learning_rate neurons_number_1 mean_squared_error Fold
#>
#> 24
              0.05
                                 2
                                             6.779659
                                 2
              0.10
                                                         5
#> 34
                                            6.808354
              0.10
                                 5
#> 64
                                                         5
                                            6.835389
                                 5
#> 54
              0.05
                                            6.837938
                                                         5
                                 5
#> 44
                                                         5
              0.01
                                            16.351594
#> 14
              0.01
                                            17.395893
```

8.2 Ejemplo con respuesta binaria con Grid search y validación cruzada 7-fold con Env+G el predictor

Este ejemplo evalúa un modelo de RedesNeuronales Artificiales (<code>Deep_learning</code>) con unasola capa oculta y con validación cruzada de 7 veces, para una respuesta binaria, utilizando el efecto ambiente y la matriz <code>G</code> como predictores y utilizando "Grid Search" como tipo de ajuste para los hiperparámetros <code>learning_rate</code>, <code>neurons_number_1</code> para una sola capa oculta.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado es EYTToy y el objetivo es predecir la variable binaria y_bin que es una transformación de la variale Altura de PhenoToy, indicando con la función ntile si la respuesta es myor que la mediana de esta variable o no, utilizando el matriz de diseño de la variable PhenoToy Env y la matriz, G descrita aneriormente, como predictores; por lo que identificamos las variables predictoras de respuesta como X y Y respectivamente.

```
# Load the data
load("EYTToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#> GenoToy

# Data preparation of G
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
```

```
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])
# G matrix
LineG <- Line %*% Geno

# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LineG)
y_bin <- BurStMisc::ntile(PhenoToy$Height, 2, result = "factor")
#> Warning in BurStMisc::ntile(PhenoToy$Height, 2, result = "factor")
#> "factor"): common values across groups: 1, 2
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesta *y* es una variable continua (un vector con elementos de tipo "doble"), lo cual es importante para que el modelo se entrene automáticamente para este tipo de variable.

Tenga en cuenta que la variable de respuesta y_{bin} es un factor con solo dos niveles (o categorías) lo cual es importante para que el modelo se entrene automáticamente para una variable binari. Por esta razón, es importante factorizar esas variables de respesta binarias o categóricas antes de usar la funión de *aprendizaje profundo*.

Posteriormentehacemos las particiones correspondientes a 7-Fold CV, con la ayuda de la función cv. Además, creamos los data frames vacíos Predictions e Hyperparams que se utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambente y luego evaluar la capacidad predictiva del moelo con la función gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_random(records_number = nrow(X))

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace, en este ejemplo, proponiendo los valores 0.001, 0.01 y 0.1 para el hiperparámetro *learning_rate*, el valor 50 para el hiperparámetro *epochs_number* y los valores 2 y 5 para el hiperparámetro *neurons_number_1* de la única capa oculta, además de *relu* como una función de activación y con "Grid Search" coo tipo de sintonía (parámeto predeterminado de *tune_type*). Cabe señalar que estos no son los únicos hiperparámetros ajustabls en el modelo;

- 3. Con el modelo obtenido en (2), y_{bin} se predce la variable respuesta en el conjunto de pueba, con el fin de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. FoldPredictions que contiene las variables: Fold number, Line, Env, Observed, Predicted, 1 y 2 para cada elemento del conjunto de prueba. Tenga en cuenta que, a diferencia del ejemplo anterior, ahora tenemos dos columnas adicionales correspondientes a las probabilidades asociadas con cada elemento correspondiente a esa categoría.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. *HyperparamsFold* que contiene las columnas *learning_rate*, *neurons_number_1*, *binary_crossentropy* y *Fold*, donde *binary_crossentropy* es el costo del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de *Fold*.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos del modelo obtenido en (2).

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X_training <- X[fold$training, ]</pre>
  X_testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y_training <- y_bin[fold$training]</pre>
  y_testing <- y_bin[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- deep_learning(</pre>
    X training,
    y training,
    epochs number = 50,
    learning rate = c(0.001, 0.01, 0.1),
    layers = list(
      list(neurons_number = c(2, 5), activation = c("relu"))
    tune_type = "grid_search",
    # In this example the iterations wont be shown
    verbose = FALSE
  )
```

```
# Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # categorical_summary(observed = y_testing, predictions$predicted)
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- cbind(</pre>
    data.frame(
      Fold = i,
      Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
      Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
      Observed = y_testing,
      Predicted = predictions$predicted
    ),
    predictions$probabilities
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Hyperparams
  HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
    mutate(Fold = i)
  Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
  # Best hyperparams of the model
  cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
  print(model$best hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $learning rate
#> [1] 0.01
#>
#> $neurons number 1
#> [1] 2
#>
#> $binary_crossentropy
#> [1] -0.482315
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $learning rate
#> [1] 0.01
#>
#> $neurons number 1
#> [1] 5
#>
#> $binary_crossentropy
#> [1] -0.4674027
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
```

```
#> $learning rate
#> [1] 0.01
#>
#> $neurons number 1
#> [1] 2
#>
#> $binary crossentropy
#> [1] -0.4997773
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $learning rate
#> [1] 0.01
#>
#> $neurons_number_1
#> [1] 2
#>
#> $binary crossentropy
#> [1] -0.476533
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $learning rate
#> [1] 0.01
#>
#> $neurons_number 1
#> [1] 2
#>
#> $binary crossentropy
#> [1] -0.593723
```

Predictions contiene las columnas *Fold*, *Line*, *Env*, *Observed*, *Predicted*, 1 y 2 para cadaelemento del conjunto de pruebade cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo los hiperparámetros óptimos (entr los posibles valores especificados de estos que minimizar la función de costo con el tipo de tuneo "Grid Search", correspondiente al formato necesario para usar la función *gs_summaries* en estas predicciones en el caso de variables continuas.

La función *gs_summaries* evuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
      head(Predictions)

      #> Fold
      Line
      Env Observed Predicted
      1

      #> 1
      1 GID7632666 FlatDrip
      1
      1 0.67989001

      #> 2
      1 GID7628158 Flat5IR
      1
      2 0.04963881

      #> 3
      1 GID7631195 EHT
      2
      2 0.04056382

      #> 4
      1 GID7628467 Flat5IR
      1
      1 0.71969324

      #> 5
      1 GID7630553 Flat5IR
      2
      2 0.08742714

      #> 6
      1 GID7629600 FlatDrip
      1
      1 0.66124040

      #>
      2
```

```
#> 1 0.3201100
#> 2 0.9503612
#> 3 0.9594362
#> 4 0.2803068
#> 5 0.9125729
#> 6 0.3387596
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
#>
           Line Observed Predicted
                                       X1
                                              X2
#> 1 GID7462121
                       2
                                 2 0.1409 0.8591
                                 1 0.7154 0.2846
#> 2 GID7625106
                       1
#> 3 GID7625276
                       1
                                 1 0.8970 0.1030
                       1
#> 4 GID7625985
                                 1 0.4594 0.5406
#> 5 GID7626366
                       1
                                 1 0.7160 0.2840
#> 6 GID7626381
                       1
                                 1 0.9048 0.0952
# Summaries by Environment
summaries$env
#>
          Enν
                PCCC PCCC SE Kappa Kappa SE BrierScore
#> 1
       Bed5IR 0.8143 0.0585 0.1679
                                      0.1514
                                                 0.2767
          EHT 0.7000 0.1358 0.4038
                                      0.1371
                                                 0.4561
#> 3 FLat5IR 0.5876 0.0269 0.0799
                                      0.0944
                                                 0.4921
#> 4 FlatDrip 1.0000 0.0000
                                NaN
                                          NA
                                                 0.0447
#> 5
      Global 0.8106 0.0594 0.6136
                                      0.1237
                                                 0.3092
#>
     BrierScore SE
#> 1
            0.0827
#> 2
            0.1146
#> 3
            0.0344
#> 4
            0.0311
#> 5
            0.0619
# Summaries by Fold
summaries$fold
#>
      Fold
             PCCC PCCC SE Kappa Kappa SE BrierScore
#> 1
          1 0.7560 0.1093 0.1717
                                    0.0834
                                               0.4113
#> 2
          2 0.8750 0.0798 0.4242
                                    0.1714
                                               0.1681
#> 3
          3 0.6512 0.1744 0.1905
                                    0.1650
                                               0.3930
          4 0.7667 0.0882 0.2337 0.2051
#> 4
                                               0.3176
#> 5
          5 0.8286 0.1017 0.0250
                                    0.1945
                                               0.2971
#> 6 Global 0.8106 0.0594 0.6136
                                    0.1237
                                               0.3092
     BrierScore_SE
#>
#> 1
            0.1396
#> 2
            0.1065
#> 3
            0.1567
```

Además,Hyperparams contiene las columnas *learning_rate*, *neurons_number_1*, *binary_crossentropy* y *Fold*, dode el valor de la *columna binary_crossentropy* correspnde al costo del modelo para cada combinación de hiperparámetros y partición, ordenados de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
     learning_rate neurons_number_1 binary_crossentropy Fold
                                 2
#> 2
           0.010
                                            -0.4823150
#> 5
            0.010
                                 5
                                            -0.5182668
                                                          1
                                 5
#> 4
            0.001
                                            -0.6342605
                                                          1
#> 1
            0.001
                                 2
                                            -0.6730702
                                                          1
                                 2
#> 3
            0.100
                                            -1.3157409
                                                          1
                                 5
            0.100
                                            -1.5096076
                                                          1
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
#>
     learning_rate neurons_number_1 binary_crossentropy Fold
#> 24
                                  2
             0.010
                                             -0.5937230
#> 54
             0.010
                                  5
                                             -0.5960173
                                                           5
                                  5
#> 44
             0.001
                                             -0.6759355
                                                           5
                                  2
                                                           5
#> 14
             0.001
                                             -0.6962166
                                  2
                                                           5
#> 34
             0.100
                                             -1.3796079
             0.100
                                  5
                                             -1.5830518
                                                           5
#> 64
```

8.3 Ejemplo con variable respuesta categórica con optimización bayesiana con línea de partición aleatoria Env+G+GE dentro del predictor

Este ejemplo evalúa un modelo de Red Neuronal rtificial ($Deep_learning$) con dos capas ocultas y con cinco particiones aleatorias del conjunto de líneas, con 80% las líneas para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la función cv_random), para una respuesta categórica, usando el efecto Environment, la matriz G y la interacción entre estos dos como predictores, además de usar "Optimización Bayesiana" como tipo de ajuste para los hiperparámetros.

En este ejemplo, el dataset utilizad es *ChickpeaToy* y buscamos predecir la variable categória, que es una transformación de la variable *DaystoMaturity* de Phenooy, utilizando como predictores la matriz de diseño de lavariable *Env* de PhenoToy y la matriz G, descrita anteriormente; por lo que identficamos las variables predictoras y de respuesta como X y Y respectivamente.

```
# Load the data
load("ChickpeaToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
```

```
#> GenoToy
# Data preparation of G
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LineG <- Line ** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LineG:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LineG, LinexGenoxEnv)</pre>
v <- BurStMisc::ntile(PhenoToy$DaystoMaturity, 3, result = "factor")</pre>
#> Warning in BurStMisc::ntile(PhenoToy$DaystoMaturity, 3, result
#> = "factor"): common values across groups: 1, 2
# First 30 responses
print(y[1:30])
#> [30] 2
#> Levels: 1 < 2 < 3
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesta y es un factorcon tres niveles (o categorías), lo cual es importante para que el modelo se entrene automáticamente para un variable categórica. Por esta razón, es importante factorizar esas variables de respuesta binariaso categóricas antes de usar la función de *aprendizaje profundo*.

Posteriormente, realizamos cinco partciones aleatorias del conjunto de líneas, con 8% este conjunto para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de rueba, con la ayuda de la función cv_random (con los parámetros por defecto). Además, ceamos los data frames vacíos Predictions e Hyperparams que servirán para guardar los valores observados y predichos en cadaambiente y posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelocon la función *gs summaries*.

```
# Random Partition Line
set.seed(2022)
# Unique Lines
GIDs <- unique(PhenoToy$Line)
folds <- cv_random(length(GIDs))

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso **para cada partición**:

1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;

- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace, en este ejemplo, proponiendo dos capas ocultas, el valor 50 para el hiperparámetro epochs_number, el valor 0.01 para el hiperparámetro learning_rate, valores entre 2 y 5 para el hiperparámetro neurons_numbe_1 de la primera capa oculta y valores entre 2 y10 para el hiperparámetro neurons_number_2, además de linel como función de activación y con "Optimización bayesiana" como tipo de uneo. Cabe señalar que estos no son los únicos hiperprámetros ajustables en el modelo;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la varable respuesta *y* en el conjunto de prueba, conel objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. FoldPredictions que contiene las variables: número de Fold, Line, Env, Observed, Predicted, 1, 2 y 3 para cada elemento del conjunto de prueba. Tenga en cuenta que, a diferencia del ejemplo anterior, ahora tenemos tres columnas adicionales correspondientes a las probabilidades asociadas con cada elemento que cae en esa categoría.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*.
- 5. Identificación de hiperparámetros:
 - a. HyperparamsFold que contiene las columnas neurons_number_1, neurons_number_2, binary_crossentropy y Fold, donde binary_crossentropy es el costo del modelo para cada combinación de los hiperparámetros especificados y el número de Fold.
 - b. Cada fila de *HyperparamsFold* se agrega al data frame de *Hyperparams*.
- 6. Se muestran los hiperparámetros óptimos del modelo obtenido en (2).

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
   cat("*** Fold:", i, "***\n")

# Identify the training and testing Line sets
fold <- folds[[i]]
   Lines_sam_i <- GIDs[fold$training]
   fold_i <- which(PhenoToy$Line %in% Lines_sam_i)

# Identify the training and testing sets
X_training <- X[fold_i, ]
X_testing <- X[-fold_i, ]
y_training <- y[-fold_i]
y_testing <- y[-fold_i]

# Model training</pre>
```

```
model <- deep learning(</pre>
  X training,
  y_training,
  epochs_number = 50,
  learning_rate = 0.01,
  layers = list(
    list(
      neurons_number = list(min = 2, max = 5),
      activation = c("linear")
    ),
    list(
      neurons number = list(min = 2, max = 10),
      activation = c("linear")
    )
  ),
  tune_type = "Bayesian_Optimization",
  tune_bayes_iterations_number = 5,
  tune bayes samples number = 5,
  # In this example the iterations wont be shown
  verbose = FALSE
)
# Prediction of the test set
predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
categorical_summary(
  observed = y testing,
  predicted = predictions$predicted
)
# Predictions for the Fold Fold
FoldPredictions <- cbind(</pre>
  data.frame(
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[-fold_i],
    Env = PhenoToy$Env[-fold i],
    Observed = y_testing,
    Predicted = predictions$predicted
  ),
  predictions$probabilities
Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
# Hyperparams
HyperparamsFold <- model$hyperparams_grid %>%
  mutate(Fold = i)
Hyperparams <- rbind(Hyperparams, HyperparamsFold)</pre>
# Best hyperparams of the model
cat("*** Optimal hyperparameters: ***\n")
```

```
print(model$best_hyperparams)
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $neurons_number_1
#> [1] 3
#>
#> $neurons_number_2
#> [1] 9
#>
#> $categorical_crossentropy
#> [1] -0.6319248
#>
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $neurons_number_1
#> [1] 4
#>
#> $neurons number 2
#> [1] 9
#>
#> $categorical_crossentropy
#> [1] -0.5986446
#>
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $neurons_number_1
#> [1] 3
#>
#> $neurons_number_2
#> [1] 4
#>
#> $categorical_crossentropy
#> [1] -0.5448596
#>
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $neurons_number_1
#> [1] 2
#>
#> $neurons_number_2
#> [1] 7
#>
#> $categorical_crossentropy
#> [1] -0.4800281
#>
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Optimal hyperparameters: ***
#> $neurons_number_1
#> [1] 2
```

```
#>
#> $neurons_number_2
#> [1] 2
#>
#> $categorical_crossentropy
#> [1] -0.6996199
```

Predictions contiene las columnas *Fold, Line, Env, Observed, Predicted, 1 y 2* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, donde las predicciones se realizan eligiendo los hiperparámetros óptimos (entre los posibles valores especificados de estos) que minimizar la función de costo conel tipo de tuneo "Bayeian_Optimization", correspondiente al formato necesario para usar la función *gs_summaries* e estas predicciones en el caso de variales continuas.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondients a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions[, 1:5])
              Line Env Observed Predicted
    Fold
#> 1
        1 ICCV03104
                    1
                               3
                                         3
#> 2
       1 ICCV03104
                               2
                                         2
#> 3
       1 ICCV03104
                              2
                                         2
                    5
#> 4 1 ICCV03104
#> 5
       1 ICCV03104
                               2
                                         3
                     6
#> 6
       1 ICCV03104
                    7
                               2
                                         2
head(Predictions[, 6:8])
                             2
#> 1 6.774122e-06 5.502464e-01 4.497468e-01
#> 2 2.029068e-07 6.309589e-09 9.999998e-01
#> 3 1.959284e-02 9.804025e-01 4.650263e-06
#> 4 1.075169e-01 8.924811e-01 1.955627e-06
#> 5 2.406484e-05 1.196870e-01 8.802890e-01
#> 6 5.515504e-02 9.448404e-01 4.470051e-06
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
# Summaries
summaries <- gs summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
         Line Observed Predicted
#>
                                      X1
                                             X2
                                                    X3
#> 1 ICCV00402
                     1
                               1 0.3003 0.3738 0.3260
#> 2 ICCV01301
                     1
                               1 0.2741 0.4656 0.2603
#> 3 ICCV03104
                     2
                               2 0.0304 0.5813 0.3883
#> 4 ICCV03105
                     2
                                2 0.1490 0.5280 0.3229
#> 5 ICCV03107
                      1
                                1 0.2859 0.3856 0.3285
#> 6 ICCV03109
                               2 0.1919 0.5655 0.2426
```

```
# Summaries by Environment
summaries$env
              PCCC PCCC SE
                             Kappa Kappa SE BrierScore
#>
        Enν
#> 1
          1 0.6333 0.0624 -0.0571
                                      0.0571
                                                 0.6714
#> 2
          2 1.0000 0.0000
                               NaN
                                          NA
                                                 0.0000
#> 3
          4 0.6333 0.0972
                            0.2167
                                      0.2198
                                                 0.5309
#> 4
          5 0.6667 0.0745
                            0.0864
                                     0.0540
                                                 0.5849
#> 5
          6 0.6667 0.0913 -0.1214
                                      0.0646
                                                 0.5210
#> 6
          7 0.6667
                    0.0000
                            0.1267
                                      0.0990
                                                 0.6293
#> 7 Global 0.5667
                    0.0408 0.0362
                                      0.1299
                                                 0.6923
     BrierScore SE
#> 1
            0.0780
#> 2
            0.0000
#> 3
            0.1811
#> 4
            0.1007
#> 5
            0.1671
            0.0331
#> 6
#> 7
            0.0408
# Summaries by Fold
summaries$fold
#>
       Fold
              PCCC PCCC SE
                             Kappa Kappa SE BrierScore
#> 1
          1 0.7500 0.0714 0.2500
                                      0.1128
                                                 0.4640
#> 2
          2 0.7500 0.0938 -0.0714
                                      0.0583
                                                 0.4317
#> 3
          3 0.6667 0.0745 0.0792
                                      0.0932
                                                 0.5540
#> 4
          4 0.6111 0.0930 -0.0900
                                      0.1140
                                                 0.6679
#> 5
          5 0.7778
                   0.0556 0.0933
                                      0.1355
                                                 0.3304
#> 6 Global 0.5667
                   0.0408 0.0362
                                      0.1299
                                                 0.6923
     BrierScore SE
#>
#> 1
            0.1254
#> 2
            0.1460
#> 3
            0.1322
#> 4
            0.1582
#> 5
            0.1006
#> 6
            0.0408
```

Además, Hyperparams contiene las columnas neurons_number_1, neurons_number_3, binary_crossentropy y Fold, donde el valor de la columna binary_crossentrpy corresponde al costo del modelo para cada combinación de hierparámetros y partición, ordenados de menor a mayor dentro de cada partición.

```
# First rows of Hyperparams
head(Hyperparams)
      neurons number 1 neurons number 2 categorical crossentropy
#>
#> 4
                      3
                                         9
                                                          -0.6319248
                                         5
#> 3
                      4
                                                          -0.6442768
                                         3
                      4
#> 7
                                                          -0.6451322
#> 1
                      3
                                         3
                                                          -0.6565138
                      3
                                        10
#> 8
                                                          -0.6714917
```

```
#> 10
                                                        -0.6775789
     Fold
#>
#> 4
         1
#> 3
         1
#> 7
         1
#> 1
         1
#> 8
         1
         1
#> 10
# Last rows of Hyperparams
tail(Hyperparams)
      neurons_number_1 neurons_number_2 categorical_crossentropy
#> 14
                     4
                                       6
                                                        -0.7696693
                     2
                                       7
#> 84
                                                        -0.7749689
#> 24
                     4
                                       3
                                                        -0.8060311
                     2
                                      10
#> 64
                                                        -0.8149446
#> 74
                     3
                                       9
                                                        -0.8444456
#> 44
                                       6
                                                        -0.9248140
#> Fold
#> 14
#> 84
         5
#> 24
         5
#> 64
         5
         5
#> 74
#> 44
```

9 Partial Least Squares Regression

9.1 Ejemplo con respuesta continua solo G en el predictor con Grid search y particiones aleatorias

Este ejemplo evalúa un modelo de regresión de mínimos cuadrados parciales (PLS) con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminados de la función cv_random), para una respuesta continua, usando solo el matrix G (matriz de diseño de línea que contiene información genómica) como predictor.

En este ejemplo, el conjunto de dato utilizado es *EYTToy* y el objetivo es predecir la varable continua *DTHD* del data frame *PhenoToy* utilizando la matriz *G* descrita anteriormente como predictor; por lo que dentificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y y respectivamente.

```
# Load the data
load("EYTToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#> GenoToy
```

```
# Data preparation of G
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])
# G matrix
LineG <- Line %*% Geno

# Predictor and Response Variables
X <- LineG
y <- PhenoToy$DTHD

# Note that y is a continuous numeric vector
class(y)
#> [1] "numeric"
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesta *y* es una variable continua (un vector con elementos de tipo "doble"), lo cual es importante paraque el modelo se entrene automáticamente para una variable continua.

Posteriormente, realizamos cinc particiones aleatorias, con 80% los datos para el conjunto de entrenamiento y 20% para elconjunto de prueba, con la ayuda de la funcin cv_random (con los parámetros por defecto). Además, creamos los data frmes vacíos Predictions e Hyperparams ue servirán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_random(records_number = nrow(X))

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace con la *función parcial_mínimos_cuadrados* ;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *DTHD* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación depredicciones del conjunto de pruebas:

- a. *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* paracada elemento del conjunto de prueba.
- b. Cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame *Predictions*.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
  cat("\t*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]
  # Identify the training and testing sets
  X_training <- X[fold$training, ]</pre>
  X testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y training <- y[fold$training]</pre>
  y_testing <- y[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- partial least squares(</pre>
    x = X training,
    y = y_training,
    method = "kernel"
  )
  # Prediction of the test set
  predictions <- predict(model, X testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y_testing,
    Predicted = predictions$predicted
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0414 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0289 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0283 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0273 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
```

```
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0397 secs ***
```

Predictions data frame contiene las columnas *`Fold, Line, Env, Observed y Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, correspondiente al formato necesario para usar la función *gs_summaries* en estas predicciones en el caso de variables continuas.

La función *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondientesa los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions)
    Fold
                Line
                         Env Observed Predicted
#> 1
                                    73 75.31904
       1 GID7632666 FlatDrip
#> 2
       1 GID7628158 FLat5IR
                                   80 81.59250
#> 3
       1 GID7631195
                          EHT
                                   73 76.21725
#> 4 1 GID7628467 Flat5IR
                                   74 68.88331
#> 5
       1 GID7630553 Flat5IR
                                   74 70.01089
#> 6
       1 GID7629600 FlatDrip
                                   82 81.60776
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
# Summaries
summaries <- gs summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
                     "fold"
#> [1] "line" "env"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
#>
           Line Observed Predicted Difference
#> 1 GID7631195 75.0000
                          75.0375
                                      0.0375
#> 2 GID7626446 74.6000
                          74.7329
                                       0.1329
#> 3 GID7629552 71.0000
                         70.7531
                                      0.2469
#> 4 GID7628158 81.3333
                          80.9967
                                      0.3366
#> 5 GID7625985 75.0000
                          74.6089
                                      0.3911
#> 6 GID7730251 74.3333
                          73.9141
                                      0.4193
# Summaries by Environment
summaries$env[, 1:9]
                 MSE MSE SE
                               RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
#>
          Enν
#> 1
      Bed5IR 14.3736 2.5695 3.7358 0.3230 0.8324
                                                    0.1780
          EHT 25.3654 3.3653 4.9958 0.3193 1.0298
#> 2
                                                     0.2750
#> 3 Flat5IR 14.3807 2.8729 3.7283 0.3465 1.7541
                                                    0.2579
#> 4 FlatDrip 10.8040 2.9134 3.1528 0.4648 1.1055
                                                     0.2487
      Global 13.7911 1.6105 3.6901 0.2086 0.7811
                                                     0.0432
#>
       MAE MAE SE
#> 1 3.0321 0.1827
#> 2 3.8953 0.3293
#> 3 3.2366 0.3273
#> 4 2.7587 0.4862
```

```
#> 5 3.0087 0.1915
summaries$env[, 10:17]
       Cor Cor_SE Intercept Intercept_SE Slope Slope_SE
#> 1 0.4185 0.3542
                    23.9180
                                45.1432 0.6761
                                                 0.6145 0.6769
                                 44.2738 1.2733
#> 2 0.5437 0.2381 -22.3696
                                                 0.6036 0.5223
#> 3 0.6141 0.1264
                    30.4407
                                 12.8880 0.6321
                                                 0.1758 0.4410
#> 4 0.4033 0.2567
                  35.9892
                                 20.1051 0.5109
                                                 0.2682 0.4262
                                 11.6124 1.0057
#> 5 0.6314 0.0451
                    -0.0998
                                                 0.1610 0.4069
     R2 SE
#> 1 0.1009
#> 2 0.1711
#> 3 0.1498
#> 4 0.1200
#> 5 0.0575
summaries$env[, 18:19]
     MAAPE MAAPE SE
#> 1 0.0407
            0.0021
#> 2 0.0560
             0.0050
#> 3 0.0418
             0.0040
#> 4 0.0376
             0.0066
#> 5 0.0411
             0.0029
# Summaries by Fold
summaries$fold[, 1:8]
#>
      Fold
              MSE MSE SE
                            RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
                                                           MAE
         1 12.3975 4.1486 3.3420 0.6399 1.0754 0.3288 2.7727
#> 1
#> 2
         2 23.2356 5.5527 4.7137 0.5822 1.4584 0.4432 3.9356
#> 3
         3 13.8472 4.2969 3.6004 0.5429 1.0547
                                                 0.2432 2.7702
#> 4
         4 18.3978 3.2640 4.2373 0.3845 1.2358
                                                 0.2596 3.4580
#> 5
         5 13.2764 1.7029 3.6225 0.2266 1.0778
                                                 0.3491 3.2169
#> 6 Global 13.7911 1.6105 3.6901 0.2086 0.7811
                                                 0.0432 3.0087
```

9.2 Ejemplo de datos de recueno con optimización bayesiana con línea de partición aleatoria Env + G + GE en el predictor.

Este ejemplo evalúa un modelo de Regresión de Mínimos Cuadrados Parciales on cinco particiones aleatorias del conjunto de líneas, con 20% laslíneas para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entreamiento dentro de cada partición, para una respuesta de conteo, usand el efecto ambiente, la matriz G y la interacción entre estos dos como predictores.

En este ejemplo, el dataset utiizado es MaizeToy y busca predecir la variable de coneo numérico PH, utilizando como predictores la matriz de diseo de la variable Env de PhenoToy, la matriz G descrita anteriormente y la atriz de diseño de la interacción entre estas dos; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como X y \$ y\$respctivamente.

```
# Load the dataset
load("MaizeToy.RData", verbose = TRUE)
```

```
#> Loading objects:
#> PhenoToy
     GenoToy
#>
# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
LineG <- Line ** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LineG:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LineG, LinexGenoxEnv)</pre>
y <- PhenoToy$PH
print(y[1:15])
#> [1] 239 223 223 239 213 221 237 152 195 252 208 240 239 215
#> [15] 252
typeof(y)
#> [1] "integer"
```

Posteriormente, realizamos cinco particiones aleatorias del conjunto de líneas, con 80% este conjunto para el conjunto de entrenamiento y 20% para el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random (con los parámetros por defecto). Además, creamos los data frames vacíos Predictions e Hyperparamsque servirán para guardar los valores observados y predichos en cada abiente y posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Random Partition
set.seed(2022)
# Unique Lines
GIDs <- unique(PhenoToy$Line)
folds <- cv_random(length(GIDs))

# A data frame that will contain the variables:
Predictions <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente se seguirá el siguiente proceso para cada partición:

- Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta, identificando primero las líneas correspondientes a cada conjunto;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace con la función *parcial_mínimos_cuadrados* ;
- 3. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:

- a. FoldPredictionsque contiene las variables: número de Fold, Line, Env Observed y Predicted para cada elemento del conjunto deprueba.
- b. Cada fila de *FoldPredictin* se agrega al data frame *Predictions*. Con esto, Predictions se formatea para que sea un argumento de la función *gs_summaries*.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
  # Identify the training and testing Line sets
  fold <- folds[[i]]</pre>
  Lines sam i <- GIDs[fold$training]</pre>
  fold_i <- which(PhenoToy$Line %in% Lines_sam_i)</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X training <- X[fold i, ]</pre>
  X testing <- X[-fold i, ]</pre>
  y_training <- y[fold_i]</pre>
  y_testing <- y[-fold_i]</pre>
  # Model training
  model <- partial least squares(</pre>
    x = X_{training}
    y = y_training
  )
  # Testing Predictions
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[-fold i],
    Env = PhenoToy$Env[-fold_i],
    Observed = y testing,
    Predicted = predictions$predicted
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2988 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1563 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1344 secs ***
```

```
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1323 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1538 secs ***
```

Predictions contiene columnas *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, correspondient al formato necesario para usar la función *gs_summaries en Prediction* en el caso de contar variables.

La función *gs_summaries* evuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
head(Predictions)
#>
   Fold
              Line Env Observed Predicted
#> 1
       1 CKDHL0049 EBU 252 233.4426
      1 CKDHL0049 KAK
                           208 202.7797
#> 3 1 CKDHL0049 KTI
                            240 234.5414
                      233.8535
219 201.8579
237 235
                          237 233.8535
#> 4 1 CKDHL0108 EBU
#> 5 1 CKDHL0108 KAK
#> 6 1 CKDHL0108 KTI
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
# Summaries
summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
         Line Observed Predicted Difference
#>
#> 1 CKDHL0129 224.0000 222.9664 1.0336
#> 2 CKDHL0052 220.6667 222.9475
                                    2.2808
#> 3 CKDHL0032 224.3333 222.0165
                                   2.3169
#> 4 CKDHL0515 220.6667 223.1351
                                   2.4685
#> 5 CKDHL0530 220.0000 222.5652
                                   2.5652
                                 3.1154
#> 6 CKDHL0150 220.3333 223.4488
# Summaries by Environment
summaries$env[, 1:8]
                MSE MSE SE RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
#>
       Enν
#> 1
       EBU 99.7003 22.6809 9.7330 1.1145 0.8853 0.0490
#> 2
       KAK 197.4719 33.9231 13.8323 1.2388 0.9880
                                                    0.0422
       KTI 316.2919 67.2268 17.2618 2.1402 1.2422
                                                    0.3107
#> 4 Global 106.5268 19.6411 10.1300 0.9886 1.0033
                                                  0.0860
#>
        MAE
#> 1 8.8154
#> 2 11.6273
```

```
#> 3 14.3905
#> 4 8.1770
summaries$env[, 9:16]
    MAE SE Cor Cor SE Intercept Intercept SE Slope
#> 1 1.1000 0.1816 0.2292 -5718.386
                                      5640.774 25.5061
#> 2 1.2231 0.2507 0.1974 -4495.943
                                      4317.875 23.4379
#> 3 1.5920 0.4059 0.1984 -13066.277 10355.917 57.1038
#> 4 0.8667 0.6301 0.1559 -10563.040 6895.127 48.5133
    Slope SE
                 R2
#> 1 24.2028 0.2431
#> 2 21.5624 0.2187
#> 3 44.5019 0.3222
#> 4 31.0693 0.4942
summaries$env[, 17:19]
     R2_SE MAAPE MAAPE_SE
#>
#> 1 0.0686 0.0382
                    0.0048
#> 2 0.1551 0.0578
                    0.0058
#> 3 0.1392 0.0628
                    0.0068
#> 4 0.1802 0.0368
                    0.0040
# Summaries by Fold
summaries$fold[, 1:8]
                              RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
#>
      Fold
                MSE
                    MSE_SE
#> 1
         1 241.8583 67.7607 15.2683 2.0902 0.9377
                                                     0.0081
#> 2
         2 114.8901 17.6555 10.6590 0.7988 0.9499
                                                     0.0145
         3 279.2435 122.0329 15.6084 4.2204 1.4298
#> 3
                                                     0.5409
#> 4
         4 178.7284 56.8237 12.9212 2.4259 0.9622
                                                     0.0516
         5 207.7198 96.7269 13.5884 3.3966 0.9130
                                                     0.0098
#> 6 Global 106.5268 19.6411 10.1300 0.9886 1.0033
                                                     0.0860
        MAE
#>
#> 1 12.1483
#> 2 9.6012
#> 3 13.0718
#> 4 12.1904
#> 5 11.0437
#> 6 8.1770
summaries$fold[, 9:15]
    MAE SE
             Cor Cor SE Intercept Intercept SE
                                                   SLope
#> 1 1.0403 0.1636 0.3344 -1273.7458
                                        2649.7007
                                                   6.2433
#> 2 1.2158 0.0253 0.1814 -1142.3374
                                        2311.8597
                                                   5.5627
                           155.1282
                                         54.9884
#> 3 3.4838 0.2623 0.2116
                                                  0.3024
#> 4 2.3603 0.7433 0.0982 -34334.5355
                                        9988.6695 153.4747
#> 5 2.5674 0.2025 0.3306 -2205.5197
                                      2564.8888 11.1634
#> 6 0.8667 0.6301 0.1559 -10563.0398
                                     6895.1265 48.5133
#>
    Slope SE
#> 1 11.3576
#> 2
     9.9979
#> 3
      0.2417
#> 4 39.9157
#> 5 11.1460
```

```
#> 6 31.0693
summaries$fold[, 16:19]

#> R2 R2_SE MAAPE MAAPE_SE

#> 1 0.2504 0.2131 0.0574 0.0059

#> 2 0.0665 0.0420 0.0430 0.0047

#> 3 0.1583 0.1537 0.0587 0.0151

#> 4 0.5718 0.1434 0.0547 0.0112

#> 5 0.2596 0.0376 0.0508 0.0114

#> 6 0.4942 0.1802 0.0368 0.0040
```

9.3 Ejemplo de multivariado con respuestas continuas con optimización bayesiana con validación cruzada 7-fold con Env+G el predictor

Este ejemplo evalúan modelo de regresión de mínimos cuadrados parciales con validación cuzada 7-fold, para dos respuestas continuas, utilizando l efecto del ambiente y la matriz G como predictres.

En este ejemplo, el conjunto de atos utilizado es *GroundnutToy* y el objetivo es predecir las variables continuas *PYPP* y *SYPP* del marco de datos *PhenoToy* utilizando la matriz de diseño de la variable PhenoToy Env y la matriz omo *G* predictores; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y y respetivamente.

```
# Load the data
load("GroundnutToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#>
     PhenoToy
#>
     GenoToy
# Data preparation of Env & G
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LineG <- Line ** Geno
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LineG)</pre>
y <- PhenoToy[, c("PYPP", "SYPP")]
```

Posteriormente hacemos 7 particiones aleatorias, con la ayuda de la función *cv_kfold*. Además, creamos los data frames vacíos *PredictionsPYPP*, *PredictionsSYPP* e Hyperparams que servirán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_kfold(records_number = nrow(X), k = 7)
# Data frames that will contain the variables:</pre>
```

```
PredictionsPYPP <- data.frame()
PredictionsSYPP <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá l siguiente proceso para cada partición y para cada variable de respuesta:

- 1. Se identifican el conjuto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace con la función *parcial_mínimos_cuadrados* ;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta en el conjunto de prueba, con el fin de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de prubas:
 - a. Se crean los data frames *FoldPredictionsPYPP* y *FoldPredictionSYPP* que contienen las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Prediced* para cada elemento del conjunto de pruba y para cada variable de respuesta respectiva.
 - b. Cada fila de *FoldPredictionPYPP* se agrega al data frame *PredictionsPYPP*; y cada fila de *FoldPredictionSYPP* se agrega al data frame *PredictionsSYPP*.

```
# Model training and predictions of the ith partition
for (i in seq_along(folds)) {
  cat("*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X_training <- X[fold$training, ]</pre>
  X testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y training <- y[fold$training, ]</pre>
  y_testing <- y[fold$testing, ]</pre>
  # Model training
  model <- partial least squares(</pre>
    x = X_training,
    y = y_training
  # Testing Predictions
  predictions <- predict(model, X testing)</pre>
  # Predictions of PYPP for the Fold
  PredictionsPYPP <- data.frame(</pre>
  Fold = i,
```

```
Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y_testing$PYPP,
    Predicted = predictions$PYPP$predicted
  )
  PredictionsPYPP <- rbind(PredictionsPYPP, FoldPredictionsPYPP)</pre>
  # Predictions of ASI for the Fold
  PredictionsSYPP <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y testing$SYPP,
    Predicted = predictions$SYPP$predicted
  )
  PredictionsSYPP <- rbind(PredictionsSYPP, FoldPredictionsSYPP)</pre>
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Multivariate Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0488 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Multivariate Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0584 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Multivariate Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0466 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Multivariate Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0604 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Multivariate Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.053 secs ***
#> *** Fold: 6 ***
#> *** Fitting Multivariate Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0708 secs ***
#> *** Fold: 7 ***
#> *** Fitting Multivariate Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.0479 secs ***
```

Repitiendo este proceso para cada partición, los *data frames PredictionsPYPP* y PredictionsSYPP contienen las columnas *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición en su respectiva variable de respuesta, correspondiente al formato necesario para usar la función *gs_summaries* en estas predicciones en el caso de variables continuas.

La fución *gs_summaries* devuelve una lista que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.

```
7 CSMG84-1 ALIYARNAGAR R15 9.63 10.049876
#> 2
       7 CSMG84-1
                     ICRISAT R15
                                 10.27 9.598937
                     ICRISAT_R15 10.44 9.906264
#> 3
      7
           DTG15
#> 4
      7
            DTG3
                     ICRISAT R15
                                  6.05 10.394036
#> 5
       7 ICG15419 ALIYARNAGAR_R15
                                  4.82 10.398460
                                   8.50 9.947522
#> 6
       7 ICG15419
                     ICRISAT_R15
unique(PredictionsPYPP$Fold)
#> [1] 7
head(PredictionsSYPP)
#>
   Fold
            Line
                            Env Observed Predicted
       7 CSMG84-1 ALIYARNAGAR R15
#> 1
                                   4.69 5.854455
       7 CSMG84-1
                     ICRISAT R15
#> 2
                                    5.16 5.589682
#> 3 7
           DTG15
                     ICRISAT R15
                                    6.54 5.758318
#> 4
      7
            DTG3
                     ICRISAT R15
                                   3.65 6.069388
#> 5
       7 ICG15419 ALIYARNAGAR_R15
                                   2.64 6.079172
      7 ICG15419
                     ICRISAT R15
                                   4.68 5.814400
unique(PredictionsSYPP$Fold)
#> [1] 7
# Summaries
summariesPYPP <- gs_summaries(PredictionsPYPP)</pre>
summariesSYPP <- gs summaries(PredictionsSYPP)</pre>
# Elements of summaries
names(summariesPYPP)
#> [1] "line" "env"
                   "fold"
# Summaries by Line
head(summariesPYPP$line)
#>
         Line Observed Predicted Difference
#> 1
        DTG15
              10.440 10.4806 0.0406
#> 2 CSMG84-1
               9.950
                        9.8197
                                   0.1303
#> 3 ICGV99085
               8.990 9.4941
                                  0.5041
#> 4 ICGV00248 12.380 11.7165
                                 0.6635
#> 5
      ICG3746
              8.300 9.0531
                                 0.7531
#> 6
         TG19
              5.995
                       7.5890
                                  1.5940
head(summariesSYPP$line)
#>
         Line Observed Predicted Difference
#> 1 ICGV00248
              6.590 6.8210
                                 0.2310
#> 2 ICGV99085
                5.280 5.5392
                                   0.2592
#> 3
       DTG15
              6.540 6.1192
                                  0.4208
              5.900 5.3567
#> 4
      ICG3746
                                 0.5433
#> 5 CSMG84-1
               4.925
                      5.6990
                                  0.7740
#> 6
         TG19
                3.665
                        4.4791
                                  0.8141
# Summaries by Environment
summariesPYPP$env[, 1:8]
#>
                      MSE MSE_SE RMSE_SE NRMSE
               Enν
                                            NA 1.3441
#> 1 ALIYARNAGAR R15 9.3859
                              NA 3.0636
#> 2 ICRISAT PR15-16 12.4721
                              NA 3.5316
                                            NA 3.1021
NA 0.9548
```

```
#> 5 Global 12.7716 NA 3.5737
                                        NA 0.8661
#> NRMSE_SE MAE
#> 1
        NA 2.3298
#> 2
        NA 3.1080
#> 3
        NA 2.1393
#> 4
        NA 4.6935
         NA 2.7530
#> 5
summariesPYPP$env[, 9:16]
#> MAE_SE Cor Cor_SE Intercept Intercept_SE Slope
                                        NA -1.0596
#> 1
      NA -0.4778 NA 19.0721
#> 2
      NA 1.0000
                   NA 2.4616
                                       NA 0.3243
      NA 1.002
NA 0.0176 NA 9.722
NA 1.0000 NA -36.2374
NA 0.4693 NA -4.6508
#> 3
                                      NA 0.0654
#> 4
                                      NA 4.3369
#> 5 NA 0.4693
                                      NA 1.4172
#> Slope_SE R2
#> 1
        NA 0.2283
#> 2
        NA 1.0000
#> 3
        NA 0.0003
#> 4
        NA 1.0000
#> 5
        NA 0.2202
summariesPYPP$env[, 17:19]
#> R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1 NA 0.2959
#> 2 NA 0.4986
                    NA
#> 3 NA 0.2173
                    NA
#> 4 NA 0.2853
                    NA
#> 5 NA 0.2819
                   NA
# Summaries by Fold
summariesPYPP$fold[, 1:9]
     Fold MSE MSE SE RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE MAE
        7 15.1291 4.9807 3.7562 0.5831 1.5086 0.5507 3.0676
#> 1
#> 2 Global 12.7716 NA 3.5737 NA 0.8661
                                             NA 2.7530
#> MAE SE
#> 1 0.581
#> 2 NA
summariesPYPP$fold[, 10:17]
#> Cor Cor_SE Intercept Intercept_SE Slope Slope_SE R2
#> 1 0.3849 0.3692 -1.3186 12.1275 0.9167 1.1789 0.5572
#> 2 0.4693 NA -4.6508
                           NA 1.4172 NA 0.2202
#>
    R2 SE
#> 1 0.2599
      NA
summariesPYPP$fold[, 18:19]
#> MAAPE MAAPE SE
#> 1 0.3243 0.0607
#> 2 0.2819 NA
```

9.4 Ejemplo con kernels con Grid search y particiones aleatorias

Este ejemplo evalúa un modelo de regresión de mínimos cuadrados parciles con cinco particiones aleatorias, con 20% los datos para el conjunto de prueba y 0% para el conjunto de entrenamiento dentro de cada partición (los parámetos predeterminados de la función cv_random), par una respuesta continua, utilizando la matriz de diseño del PhenoToy Env variable, a matriz descrita *G* anteriormente y la matriz de diseño de la interacción etre estos dos, como predictores. Todo esto par los tipos de Kernel: "Linear", "Polinomial", "Sigmoid", "Gaussian", "Exponential", "Arc_csine" y "Arc_cosine_L".

En este ejemplo, el conjnto de datos utilizado es MaizeToy y busca predecir la variable continua Bioass del data frame PhenoToy utilizando la matriz de diseño de l variable PhenoToy Env, la matriz descrita G anteriorment y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos, como redictores. ; por lo que identificamos las variables predictoras y de respuesta ComoX y Como Tomographico Y respectivamente.

```
# Load the dataset
load("MaizeToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#>
     GenoToy
# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)</pre>
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)</pre>
# First column is Line
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])</pre>
# G matrix
LinexGeno <- Line ** Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LinexGeno:Env)</pre>
# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LinexGeno, LinexGenoxEnv)</pre>
y <- PhenoToy$Yield
dim(X)
#> [1] 90 123
print(y[1:7])
#> [1] 6.11 6.21 5.32 6.62 5.60 6.24 5.24
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Tenga en cuenta que la variable de respuesta *y* es una variable continua (un vector con elementos de tipo "doble").

A diferencia de los ejemplos anteriores, ahoa buscamos evaluar el modelo para cada tipo de kernel mencionado anteriormente. Por ello, creamos un vector en el que indicamos lostipos de kernel que queremos aplicar a la matriz X. Además, creamos las listas vacías *PredictionsAll, TimesAll y SummariesAll* que se uilizarán para guardar las predicciones, los

timpos de ejecución y los resúmenes de cada modelo entrenado, es decir, paracada tipo de kernel; lo que a su vez servirá paa guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y así evaluar la capacdad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*.

```
kernels <- c(
  "linear",
  "polynomial",
  "sigmoid",
  "Gaussian",
  "exponential",
  "arc_cosine",
  "Arc cosine L"
# Example: Apply the Linear Kenel to the data
X_Linear <- kernelize(X, kernel = kernels[1])</pre>
# Note that X Linear is an square matrix
dim(X Linear)
#> [1] 90 90
# Empty lists that will contain Predictions,
# Times of execution & Summaries for each typeof kernel
PredictionsAll <- list()</pre>
TimesAll <- list()</pre>
SummariesAll <- list()</pre>
```

Posteriormente, se seguirá el siguiente proceso para cada tipo de Kernel:

- 1. identifique la *variable arc_deep* con el valor 2. Si el tipo de Kernel es "Arc_cosine_L", el valor de la variable *arc_deep* se cambia a 3 y el *kernel_type* se identifica como "Arc_cosine"; de lo contrario, *kernel_type* se identifica como el kernel predeterminado.
- 2. El tipo de kernel establecido en (1) se aplica a la matriz de datos *X*, asignando al argumento *arc_cosine_dep* el valor establecido en la variable *arc_deep*. Tenga encuenta que el argumento *arc_cosine_deep* se ignora si el tipo de kernel no es *Arc_cosine*.
- 3. Luego realizamos cinco particiones aleatorias, con 80% los datos para el conjunto de entrenamiento y 20% pra el conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random.
- 4. Predictions y *Tiepos* que se utilizarán para guardar los valores observados y predichos en cada ambiente y posteriormente evaluar la capacidad predictiva del modelo con la función *gs_summaries*, además de guardar los tiempos de ejecución de cada modelo entrenado para cada partición.

5. **Para cada partición**:

1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;

- 2. El modelo se entrena con el conjunto de entrenamiento. Esto se hace con la ayuda de la función *parcial_mínimos_cuadrados* ;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *y* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de las predicciones del conjunto de prueba: Se crea el data frame *FoldPredictions* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba. Además, cada fila de *FoldPrediction* se agrega al data frame Predictions*.
- 5. Identificación del tiempo de ejecución del entrenamiento del modelo obtenido en (2): Se crea el data frame *FoldTime* que contiene la columna que especifica el tipo de *Kernel* utilizado para entrenar el modelo, el número de *Fold* y la columna *Minutos que indica el* tiempo de ejecución, en minutos, del entrenamiento del modelo obtenido en (2). Además, cada fila de *FoldTime* se agrega al data frame *Times*.
- data frame de predicciones contiene columnas *Fold, Line, Env, Observed y Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba de cada partición, correspondiente al formato necesario para usar la función *gs_summaries* en estas predicciones en el caso de variables continuas.
- 6. Predictions y con la ayuda de la función *gs_summaries*, evaluamos la capacidad predictiva del modelo entrenado para el tipo de kernel especificado. La función *gs_summaries* devuelve una lista que identificamos como *summaries* y que contiene tres data frames correspondientes a los resúmenes por *línea*, *env* (ambiente) y *fold*.
- 7. Finalmente, se crea un elemento con el nombre de kernel especificado en cada una de las listas *PredictionsAll, TimesAll, HyperparamsAll y SummariesAll*, que corresponden a los marcos de datos de las listas *Predictions, Times, Hyperparams* y *summaries*, respectivamente.

```
for (kernel in kernels) {
    cat("*** Kernel:", kernel, "***\n")

# Identify the arc_deep and the kernel
arc_deep <- 2
if (kernel == "Arc_cosine_L") {
    arc_deep <- 3
    kernel <- "arc_cosine"
} else {
    kernel <- kernel
}

# Compute the kernel
X <- kernelize(X, kernel = kernel, arc_cosine_deep = arc_deep)</pre>
```

```
# Random Partition
set.seed(2022)
folds <- cv_random(</pre>
  records_number = nrow(X),
  folds_number = 5,
  testing_proportion = 0.2
)
# Empty data frames that will contain Predictions, Times
# of execution & Summaries for each partition
Predictions <- data.frame()</pre>
Times <- data.frame()</pre>
Hyperparams <- data.frame()</pre>
for (i in seq_along(folds)) {
  cat("\t*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X_training <- X[fold$training, ]</pre>
  X_testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y_training <- y[fold$training]</pre>
  y_testing <- y[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- partial_least_squares(</pre>
    x = X training,
    y = y_training
  # Testing Predictions
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y_testing,
    Predicted = predictions$predicted
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
  # Execution times
  FoldTime <- data.frame(</pre>
    kernel = kernel,
    Fold = i,
    Minutes = as.numeric(model$execution_time, units = "mins")
```

```
Times <- rbind(Times, FoldTime)</pre>
  }
  # Summaries of the Folds
  summaries <- gs_summaries(Predictions)</pre>
  # Predictions, Times of execution & Summaries for the
  # specified Kernel
  PredictionsAll[[kernel]] <- Predictions</pre>
  TimesAll[[kernel]] <- Times</pre>
  SummariesAll[[kernel]] <- summaries</pre>
}
#> *** Kernel: Linear ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1154 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1325 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1489 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1055 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1085 secs ***
#> *** Kernel: polynomial ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1248 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1257 secs ***
   *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1253 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2203 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1783 secs ***
#> *** Kernel: sigmoid ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1062 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1018 secs ***
```

```
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1127 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1013 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1195 secs ***
#> *** Kernel: Gaussian ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1014 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1119 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1077 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.117 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1023 secs ***
#> *** Kernel: exponential ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1026 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1109 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1123 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.2494 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1015 secs ***
#> *** Kernel: arc cosine ***
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1064 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1012 secs ***
#> *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
```

```
#> *** Model evaluation completed in 0.1005 secs ***
   *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1008 secs ***
   *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.103 secs ***
#> *** Kernel: Arc cosine L ***
  *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.102 secs ***
   *** Fold: 2 ***
#>
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1072 secs ***
   *** Fold: 3 ***
#>
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1017 secs ***
#> *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1108 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.1134 secs ***
```

Recordando que este proceso se realizó para ada tipo de kernel, cada una d las listas *PredictionsAll, TimesAll y SummariesAll* contiene las predicciones, los tiempos de ejecución y los resúmenes, respectivamente, para cada tipo de kernel aplicado a la matriz de datos *X.* A modo de ejemplo, a contnuación se muestran los resultados obtenidos para el tipo de kernel "Arc_cosine":

```
# Predictions for the Linear Kernel
head(PredictionsAll$arc cosine)
#>
   Fold
             Line Env Observed Predicted
#> 1 1 CKDHL0206 KTI
                      5.01 5.919401
#> 2
      1 CKDHL0512 KTI
                       5.58 5.928278
#> 3 1 CKDHL0236 EBU
                       6.46 6.489596
#> 4 1 CKDHL0502 KTI
                       8.09 5.927514
#> 5 1 CKDHL0474 KAK 4.72 5.040961
#> 6 1 CKDHL0032 KTI
                       6.24 5.911333
# Times of execution for the Linear Kernel
TimesAll$arc cosine
#>
       kernel Fold
                     Minutes
#> 2 arc_cosine 2 0.001780144
#> 3 arc_cosine 3 0.001602209
#> 4 arc_cosine 4 0.001638361
#> 5 arc cosine
               5 0.001691206
# Elements of SummariesAll
names(SummariesAll)
```

```
#> [1] "linear" "polynomial" "sigmoid" "Gaussian"
#> [5] "exponential" "arc cosine"
# Elements of summaries for the Linear Kernel
names(SummariesAll$arc cosine)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(SummariesAll$arc cosine$line)
         Line Observed Predicted Difference
#> 1 CKDHL0108
                          5.7969
               5.7600
                                    0.0369
#> 2 CKDHL0097 5.2800
                          5.2285
                                    0.0515
#> 3 CKDHL0529 5.8067
                          5.8820
                                   0.0754
#> 4 CKDHL0129 5.8800
                          5.7978
                                   0.0822
#> 5 CKDHL0150 5.7825
                       5.8976
                                   0.1151
#> 6 CKDHL0052
              6.3200
                       6.2032
                                 0.1168
# Summaries by Environment
SummariesAll$arc_cosine$env[, 1:8]
             MSE MSE SE RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
#>
#> 1
       EBU 0.4523 0.1060 0.6523 0.0818 1.2030
                                                0.1876 0.4964
#> 2
       KAK 0.5727 0.2370 0.6864 0.1594 1.0522
                                                0.1016 0.5035
       KTI 1.1226 0.1635 1.0496 0.0721 0.9834
                                                0.0452 0.8821
#> 4 Global 0.6182 0.0709 0.7812 0.0446 0.8885
                                                0.0330 0.5908
SummariesAll$arc_cosine$env[, 9:15]
    MAE SE
            Cor Cor SE Intercept Intercept SE Slope
#> 1 0.0399 0.2914 0.3716
                          -2.7967
                                        11.1752 1.4087
#> 2 0.0969 -0.0419 0.1749
                            6.1610
                                         5.0719 -0.2075
#> 3 0.0688 0.2921 0.1414 -133.2660
                                        89.1909 23.4135
#> 4 0.0351 0.4125 0.0580
                          1.2558
                                         0.6843 0.7944
    Slope SE
#> 1
      1.7154
#> 2
      0.9777
#> 3 15.0820
#> 4
     0.1151
SummariesAll$arc_cosine$env[, 16:19]
        R2 R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1 0.6372 0.1531 0.0790
                          0.0101
#> 2 0.1241 0.0666 0.1111
                           0.0245
#> 3 0.1653 0.0540 0.1484
                          0.0126
#> 4 0.1836 0.0474 0.1021
                          0.0069
# Summaries by Fold
SummariesAll$arc_cosine$fold[, 1:8]
#>
      Fold MSE MSE_SE RMSE_RMSE_SE NRMSE_NRMSE_SE
#> 1
         1 1.1397 0.3108 1.0488 0.1409 1.0990
                                                0.1429 0.8164
#> 2
         2 0.6533 0.2806 0.7607 0.1933 1.0822
                                                0.0815 0.5684
         3 0.4767 0.2547 0.6368 0.1887 0.8643
#> 3
                                                0.0362 0.5599
#> 4
         4 0.5147 0.1737 0.6988 0.1149 1.1355
                                                0.1687 0.5583
#> 5
         5 0.7949 0.3353 0.8355 0.2200 1.2167
                                                0.2973 0.6336
#> 6 Global 0.6182 0.0709 0.7812 0.0446 0.8885
                                                0.0330 0.5908
SummariesAll$arc_cosine$fold[, 9:15]
```

```
MAE SE Cor Cor SE Intercept Intercept SE Slope
#> 1 0.1527 0.0049 0.1918 -148.7755
                                       161.2367 26.0377
#> 2 0.1825 -0.1607 0.4285 -32.2639
                                        50.7331 6.5063
#> 3 0.1714 0.6114 0.1216 -28.7752
                                        19.9741 5.7148
#> 4 0.0972 0.0052 0.4260 10.8779
                                       23.2138 -1.1536
#> 5 0.1174 0.4419 0.2409
                          -17.5661
                                        11.5221 3.9194
#> 6 0.0351 0.4125 0.0580
                           1.2558
                                        0.6843 0.7944
    Slope SE
#> 1 27.3006
#> 2
     8.4389
#> 3
      3.2952
#> 4 3.7397
#> 5
      1.8792
#> 6 0.1151
SummariesAll$arc_cosine$fold[, 17:19]
     R2 SE MAAPE MAAPE SE
#> 1 0.0386 0.1557
                   0.0196
#> 2 0.2573 0.0926
                    0.0293
#> 3 0.1609 0.0962
                   0.0319
#> 4 0.1847 0.0946
                   0.0109
#> 5 0.2706 0.1250
                   0.0315
#> 6 0.0474 0.1021 0.0069
```

9.5 Eemplo con Sparse Kernels con Grid search y particiones aleatorias

Este ejemplo evalúa un modelo de regresión de mínimos cuadrados parciales con cinco particione aleatorias, con 20% los datos para el conjunto de prueba y 80% para el conjunto de entrnamiento dentro de cada partición (los parámetros predeterminadosde la función cv_random), paa una respuesta continua, utilizando la matriz de diseño del PhenoToy Env variable, la matriz descria G anteriormente y la matriz de diseño de la interacción entre estos dos como predictores. Todo esto para el kernel tipo "Sparse_Arc_cosine" con las proporciones de líneas 0.8, aplicadas a as variables predictoras.

En este ejemplo, el conjunto de datos utilizado s *ChickpeaToy* y buscaos predecir la variable continua *DaystoMaturity* del marco de datos *PhenoTy* utilizando la matriz de diseño de la variable PhenoToy Env, a matriz descrita *G* anteriormente y la matriz de diseño de la intercción entre estos dos, como predictores. ; por lo que identficamos las variables predictoras y de respuesta como *X* y y respecivamente.

```
# Load the data
load("ChickpeaToy.RData", verbose = TRUE)
#> Loading objects:
#> PhenoToy
#> GenoToy

# Data preparation of Env, G & GE
Line <- model.matrix(~ 0 + Line, data = PhenoToy)
Env <- model.matrix(~ 0 + Env, data = PhenoToy)
# First column is Line</pre>
```

```
Geno <- cholesky(GenoToy[, -1])
# G matrix
LinexGeno <- Line %*% Geno
LinexGenoxEnv <- model.matrix(~ 0 + LinexGeno:Env)

# Predictor and Response Variables
X <- cbind(Env, LinexGeno, LinexGenoxEnv)
y <- PhenoToy$DaystoMaturity

dim(X)
#> [1] 180 216
print(y[1:7])
#> [1] 107.00000 154.00000 91.66667 90.33333 107.33333 93.33333
#> [7] 103.66667
typeof(y)
#> [1] "double"
```

Posteriormente dentificamos el tipo de *kernel* con "Sparse_arc_cosine" y *line_proportion* con el valor 0.8y realizamos cinco particiones aleatorias, con 80% los datos para el conjunto de entrenamiento y 20% para e conjunto de prueba, con la ayuda de la función cv_random (con parámetros por defect). Además, creamos los data frames vacíos Predictions e Hyperprams que servirán para guardar los valore observados y predichos en cada ambiente y posteriormente evaluar la capacidadpredictiva del modelo con la función *gs_smmaries*.

```
kernels <- "Sparse_Arc_cosine"
Line_proportion <- 0.8

# Set seed for reproducible results
set.seed(2022)
folds <- cv_random(
    records_number = nrow(X),
    folds_number = 5,
    testing_proportion = 0.2
)

# Empty data frames that will contain Predictions, Times
# of execution & Summaries for each partition
Predictions <- data.frame()
Times <- data.frame()
Hyperparams <- data.frame()</pre>
```

El conjunto de tipos de kernel se aplica luego a la matriz de datos X, asignando el valor numérico 2 al argumento arc_cosine_deep y el valor establecido en la variable $line_proportion$ al argumento $rows_proportion$.

```
# Compute the kernel
X <- kernelize(
   X,
   kernel = kernel,
   arc_cosine_deep = 2,</pre>
```

```
rows_proportion = line_proportion
)
```

Posteriormente, se seguirá elsiguiente proceso para cada partición:

- 1. Se identifican el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba de las variables predictoras y de respuesta;
- 2. El modelo se entrena con el cnjunto de entrenamiento. Esto se hace con la función *parcia_mínimos_cuadrados* ;
- 3. Con el modelo obtenido en (2), se predice la variable respuesta *DaystoMaturity* en el conjunto de prueba, con el objetivo de comparar estas predicciones con los valores observados de esta variable en el conjunto de prueba;
- 4. Identificación de predicciones del conjunto de pruebas:
 - a. *FoldPredictins* que contiene las variables: número de *Fold, Line, Env, Observed* y *Predicted* para cada elemento del conjunto de prueba.
 - b. Cada fila de *FoldPrediction* se grega al data frame *Predictions*.

```
for (i in seq along(folds)) {
  cat("\t*** Fold:", i, "***\n")
  fold <- folds[[i]]</pre>
  # Identify the training and testing sets
  X_training <- X[fold$training, ]</pre>
  X_testing <- X[fold$testing, ]</pre>
  y_training <- y[fold$training]</pre>
  y_testing <- y[fold$testing]</pre>
  # Model training
  model <- partial least squares(</pre>
    x = X_training,
    y = y_training
  )
  # Testing Predictions
  predictions <- predict(model, X_testing)</pre>
  # Predictions for the Fold Fold
  FoldPredictions <- data.frame(</pre>
    Fold = i,
    Line = PhenoToy$Line[fold$testing],
    Env = PhenoToy$Env[fold$testing],
    Observed = y_testing,
    Predicted = predictions$predicted
  Predictions <- rbind(Predictions, FoldPredictions)</pre>
```

```
# Execution times
  FoldTime <- data.frame(</pre>
    kernel = kernel,
    Fold = i,
    Minutes = as.numeric(model$execution time, units = "mins")
  Times <- rbind(Times, FoldTime)</pre>
}
#> *** Fold: 1 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.7359 secs ***
#> *** Fold: 2 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.5589 secs ***
   *** Fold: 3 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.5334 secs ***
  *** Fold: 4 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.5152 secs ***
#> *** Fold: 5 ***
#> *** Fitting Partial Least Squares model ***
#> *** Model evaluation completed in 0.6778 secs ***
```

Recordando que este proceso se realizó para cada combinación de tipo de kernel y relación de línea specificada, cada una de las listas *PredictionsAll*, *TimesAll* y *SummariesAll* contiene las predicciones, los tiempos de ejecución y los resúmenes, respectivamente, para *kernel_type* "Sparse_arc_cosie" y la relación de *líneas* aplicadas a la matriz de datos *X*.

```
head(Predictions)
#> Fold
          Line Env Observed Predicted
     1 ICCV97301 6 109.66667 108.82027
#> 1
     #> 2
#> 5 1 ICCV09114 4 96.00000 93.09728
     1 ICCV03102 2 152.50000 135.67279
unique(Predictions$Fold)
#> [1] 1 2 3 4 5
# Execution times
Times
      kernel Fold
                Minutes
#> 3 arc_cosine 3 0.008889588
#> 4 arc_cosine 4 0.008586792
#> 5 arc_cosine 5 0.011297433
# Summaries
```

```
summaries <- gs summaries(Predictions)</pre>
# Elements of summaries
names(summaries)
#> [1] "line" "env" "fold"
# Summaries by Line
head(summaries$line)
#>
         Line Observed Predicted Difference
#> 1 ICCV08302 103.3889 103.4398
                                     0.0510
#> 2 ICCV07310 107.3889 107.2986
                                     0.0903
#> 3 ICCV03109 111.1250 111.2698
                                     0.1448
#> 4 ICCV10112 113.0833 113.2894
                                     0.2061
#> 5 ICCV07305 109.7000 109.2347
                                    0.4653
#> 6 ICCV97301 122.7333 123.2577
                                  0.5244
# Summaries by Environment
summaries$env[, 1:9]
#>
               MSE MSE SE
                             RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
       Enν
                                                             MAE
#> 1
         1 2.3781 0.6565 1.4667 0.2381 0.8475
                                                   0.0517 1.1369
#> 2
         2 28.0994 12.9687 4.5891 1.3266 2.1055
                                                   0.7556 3.4706
         4 27.7770 4.9394 5.1607 0.5349 1.9039
#> 3
                                                   0.2641 4.0770
         5 22.0669 7.6682 4.1129 1.1347 1.9947
#> 4
                                                   0.5884 3.5034
#> 5
          6 24.6203 7.1163 4.7076 0.7840 1.1324
                                                   0.1475 4.0640
         7 17.3899 5.2171 3.8414 0.8114 2.2305
#> 6
                                                   0.4400 2.7593
#> 7 Global 14.7980 3.0684 3.7569 0.4135 0.2009
                                                   0.0287 2.7441
#>
   MAE SE
#> 1 0.1899
#> 2 0.9939
#> 3 0.3820
#> 4 0.9240
#> 5 0.6905
#> 6 0.5081
#> 7 0.2851
summaries$env[, 10:17]
         Cor Cor SE Intercept Intercept SE Slope Slope SE
#> 1  0.6410 0.0947 -301.0291
                                 284.5196 3.9480
                                                    2.7935
#> 2 0.5908 0.1263
                     54.9163
                                  61.2350 0.6439
                                                    0.3927
#> 3 -0.0840 0.3112
                                  26.0151 0.0748
                     87.6664
                                                    0.2788
#> 4 -0.3720 0.0815 143.3415
                                  24.5397 -0.7051
                                                    0.2626
#> 5 -0.0499 0.2030 -724.3812
                                946.3272 7.7310
                                                    8.7799
                                28.8307 0.3502
#> 6 0.2317 0.1481
                    60.2321
                                                    0.3112
#> 7 0.9794 0.0049
                    -4.9145
                                  2.1590 1.0449
                                                    0.0221
#>
        R2 R2 SE
#> 1 0.4468 0.1403
#> 2 0.4128 0.1611
#> 3 0.3943 0.1757
#> 4 0.1633 0.0717
#> 5 0.1674 0.1013
#> 6 0.1415 0.0786
#> 7 0.9594 0.0096
```

```
summaries$env[, 18:19]
     MAAPE MAAPE SE
#>
#> 1 0.0110
             0.0019
#> 2 0.0225
             0.0064
#> 3 0.0435
             0.0045
#> 4 0.0381
             0.0102
#> 5 0.0369
             0.0063
#> 6 0.0296
             0.0054
#> 7 0.0263
             0.0030
# Summaries by Fold
summaries$fold[, 1:9]
       Fold
               MSE MSE SE
                            RMSE RMSE SE NRMSE NRMSE SE
                                                             MAE
#>
#> 1
          1 25.6326 10.4167 4.5062 1.0322 2.2430
                                                   0.5937 3.4801
#> 2
          2 15.5967 5.2968 3.3264 0.9520 1.4066
                                                   0.2416 2.6256
#> 3
         3 23.3940 7.8274 4.2212 1.0560 1.4994
                                                   0.2994 3.4327
#> 4
         4 20.3442 6.6982 4.1100 0.8309 1.6025
                                                   0.4519 3.2363
         5 16.9756 6.3938 3.7349 0.7779 1.6626 0.4865 3.0679
#> 5
#> 6 Global 14.7980 3.0684 3.7569 0.4135 0.2009
                                                   0.0287 2.7441
    MAE SE
#>
#> 1 0.7672
#> 2 0.7572
#> 3 0.8503
#> 4 0.7105
#> 5 0.6123
#> 6 0.2851
summaries$fold[, 10:17]
#>
         Cor Cor_SE Intercept Intercept_SE Slope Slope_SE
#> 1 -0.1006 0.2322 150.8418
                                  49.9086 -0.4403
                                                    0.4800
#> 2 0.1938 0.1698
                    86.7755
                                  28.1197 0.2287
                                                    0.2904
#> 3 0.3221 0.1998
                   -86.2070
                                 288.8574 1.9516
                                                    2.7986
#> 4 0.0798 0.2318
                   -15.9287
                                  82.4040 0.9541
                                                    0.7690
#> 5 0.3972 0.2230 -701.5265
                                 750.8235 7.4970
                                                    6.9720
#> 6 0.9794 0.0049
                    -4.9145
                                   2.1590 1.0449
                                                    0.0221
        R2 R2 SE
#>
#> 1 0.2798 0.0800
#> 2 0.1760 0.0699
#> 3 0.3034 0.1479
#> 4 0.2751 0.1268
#> 5 0.4063 0.1676
#> 6 0.9594 0.0096
summaries$fold[, 18:19]
#>
     MAAPE MAAPE SE
#> 1 0.0320
             0.0060
#> 2 0.0243
             0.0074
#> 3 0.0326
             0.0089
#> 4 0.0319
            0.0072
#> 5 0.0305
             0.0069
#> 6 0.0263 0.0030
```