# 대경 HuStar아카데미 알고리즘 실습

그래프

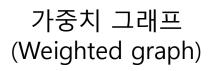


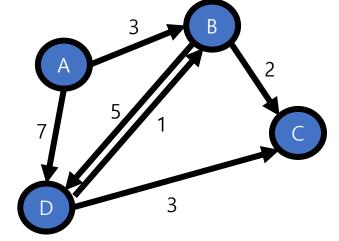


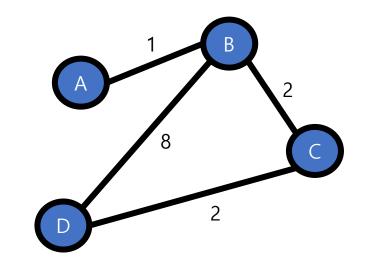
#### 그래프

방향성 그래프 (Directed graph)

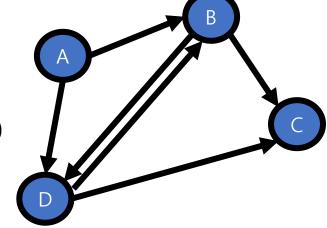
무방향성 그래프 (Undirected graph)

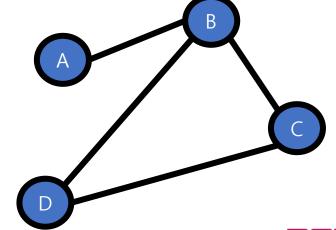






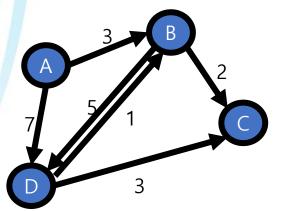
비가중치 그래프 (Unweighted graph)



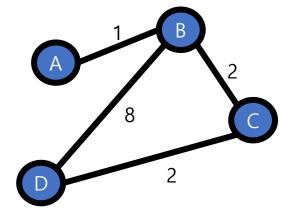




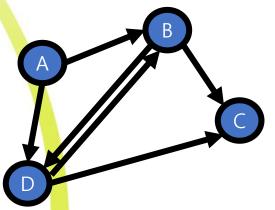
## 그래프 – 인접 행렬



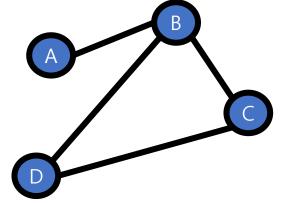
	A	В	С	D
A	0	3	0	7
В	0	0	2	5
С	0	0	0	0
D	0	1	3	0



	A	В	C	D
A	0	1	0	0
В	1	0	2	8
С	0	2	0	2
D	0	8	2	0



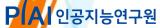
	Α	В	С	D
A	0	1	0	1
В	0	0	1	1
C	0	0	0	0
D	0	1	1	0



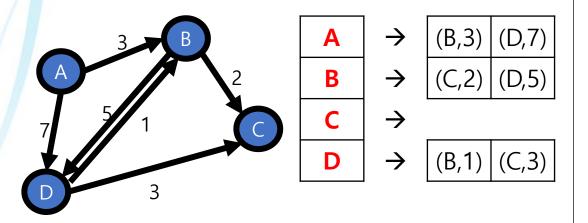
	A	В	С	D
A	0	1	0	0
В	1	0	1	1
С	0	1	0	1
D	0	1	1	0

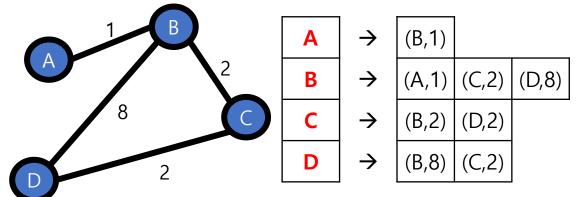
3

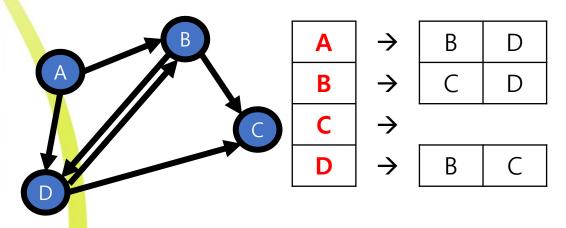


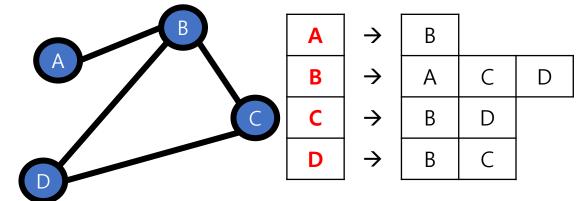


#### 그래프 – 인접 리스트









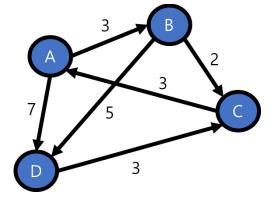
4





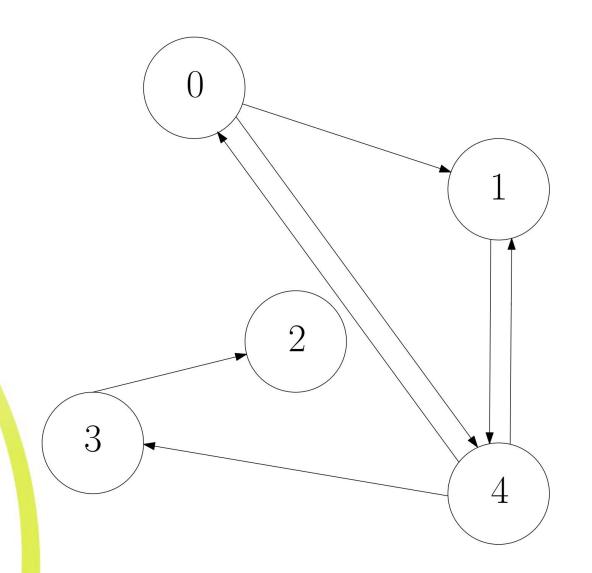
#### 인접 행렬 vs 인접 리스트

	A	В	С	D
A	0	3	0	7
В	0	0	2	5
С	3	0	0	0
D	0	0	3	0



Α	В,3	D,7
В	C,2	D,5
С	A,3	
D	C,3	

인접 행렬	목록	인접 리스트
$O( V ^2)$	공간 복잡도	O( V  +  E )
0(1)	두 노드 사이의 간선 확인 시간	$O(\operatorname{outdeg}(v))$
O( V )	한 노드의 모든 간선 확인 시간	O(outdeg(v))

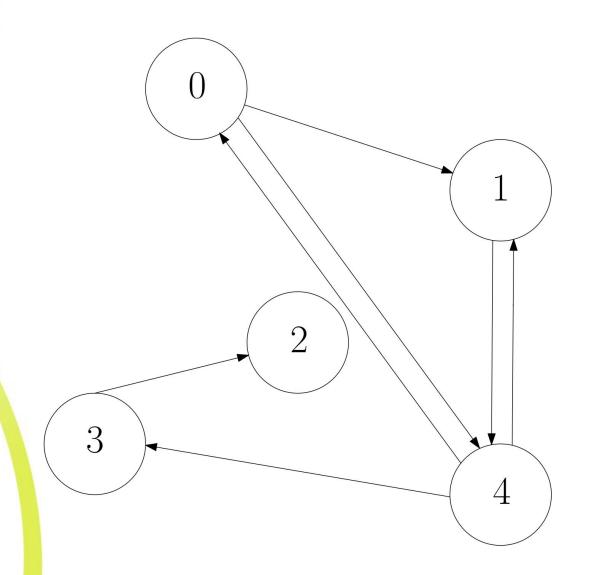


$$N = 5, M = 7$$

$$E = (0,1), (1,4), (4,1), (0,4),$$

$$(4,0), (4,3), (3,2)$$

	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0



$$N = 5, M = 7$$

$$E = (0,1), (1,4), (4,1), (0,4),$$

$$(4,0), (4,3), (3,2)$$

	0	1	2	3	4
0	0	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0
4	1	1	0	1	0

#### 인접 행렬 구현하기

#### 문제 정의

강의 때 배운 내용을 이용하여, <mark>가중치가 있는 방향성 그래프</mark>가 주어졌을 때 이를 인접 행렬로 표현하는 프로그램을 작성하세요 방향성 그래프에서 어떤 간선 (u,v,c)의 의미는 u에서 v로 가는 비용이 c인 간선이 있다는 것을 의미합니다

#### 입력 형식

• 입력의 첫 줄에 테스트 케이스의 숫자 t가 주어진다

N = 4, M = 6

- - ullet 첫 줄에 정점의 개수 N과 간선의 개수 M이 주어진다.  $(N \leq 1,000, M \leq 20,000)$
  - 그 다음 M개의 줄에 걸쳐서 방향성 그래프의 간선 (u,v,c)가 공백을 사이에 두고 입력된다.

#### 출력 형식

- 각 테스트 케이스에 대해 입력받은 그래프를 인접 행렬로 표시<u>한 결과를</u> 출력한다. 각 테스트 케이스에서 출력하는 i번째 줄의 j번째 숫자는 간선  $\overline{(i,j,c)}$ 가 존재하면 c를 출력하고, 그렇지 않다면 0을 출력한다.

#### 입력 예시

i,j,c ->Matrix[i][j]=c

(방향성 그래프이니 Matrix[j][i]는 업데이트 하지 않음!!)|

출력 예시



411 422

PAI인공지능연구원

총	M=6개의	edge	input을	받음
---	-------	------	--------	----

0	3	0	7	
0	0	2	5	
3	0	0	0	
0	0	3	0	
0	1	1	0	1
1	0	0	2	1
0	0	0	0	1

00001 01200

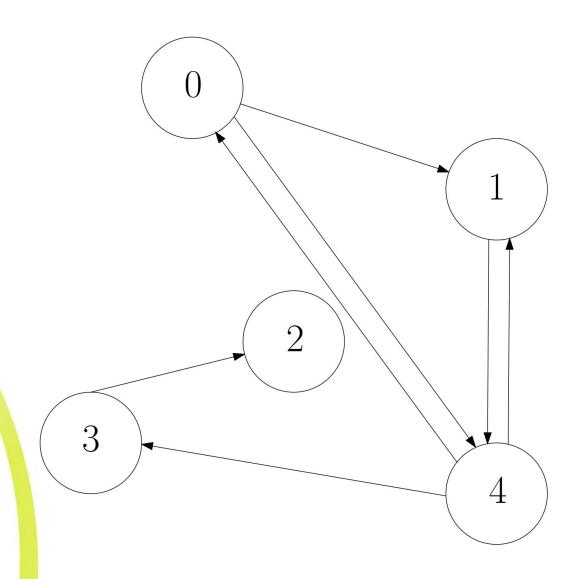
	0	1	2	3
0	0	3	0	7
1	0	0	2	5
2	3	0	0	0
2	0	Λ	2	Λ

for	i	in	range(N):	
000000000000000000000000000000000000000	pr	rint	t(*Matrix[i]	)



```
t = int(input())
for _ in range(t):
    N,M = map(int,input().split())
    Matrix = [[0]*N for _ in range(N)]
    for i in range(M):
        u,v,c = map(int,input().split())
        Matrix[u][v] = c
    for i in range(N):
        print(*Matrix[i])
```

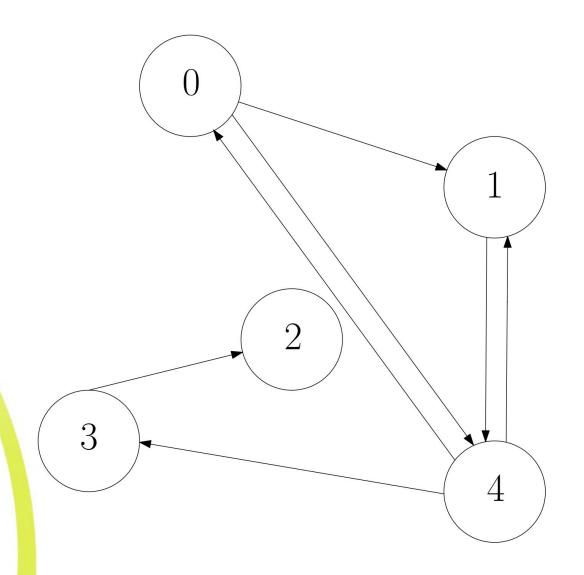
PAI인공지능연구원



$$N = 5, M = 7$$

$$E = (0,1), (1,4), (4,1), (0,4), (4,0), (4,3), (3,2)$$

0	
1	
2	
3	
4	



PAI인공지능연구원

$$N = 5, M = 7$$

$$E = (0,1), (1,4), (4,1), (0,4), (4,0), (4,3), (3,2)$$

0	1,4
1	4
2	
3	2
4	0,1,3

#### 인접 리스트 구현하기

#### 문제 정의

강의 때 배운 내용을 이용하여<mark>,</mark> 가중치가 없는 무방향성 그래프<mark>가</mark> 주어졌을 때 이를 인접 리스트로 표현하는 프로그램을 작성하세요.

무방향성 그래프에서 어떤 간선 (u,v)의 의미는 u에서 v로 가는 간선이 있다는 것을 의미하며, v에서 u로 가는 간선 또한 존재함을 의미합니다.

#### 입력 형식

u,v-> List[u].append(v), List[v].append(u)

- 입력의 첫 줄에 테스트 케이스의 숫자 t가 주어진다.
- 각 테스트 케이스마다 입력은 아래와 같다.
  - 첫 줄에 정점의 개수 N과 간선의 개수 M이 주어진다.  $(N \le 1,000, M \le 20,000)$
  - ullet 그 다음 M개의 줄에 걸쳐서 무방향성 그래프의 간선 (u,v)가 공백을 사이에 두고 입력된다.
  - u와 v는 항상 0부터 N-1 사이의 정수이고, 두 정점 간 간선은 유일하다.

#### 출력 형식

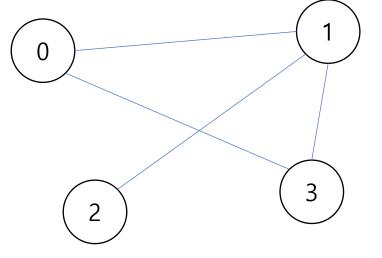
- 각 테스트 케이스에 대해 입력받은 그래프를 인접 리스트로 표시한 결과를 출력한다.
- 각 테스트 케이스에서 출력하는 i번째 줄은 정점 i에 연결된 정점들의 번호를  $\mathbf 2$ 름차순으로 하나씩 공백을 사이에 두고 출력한다.
- 정점 i에 연결된 어떠한 정점도 없다면 해당 줄은 빈 줄로 출력한다

#### 입력 예시

13

PAI인공지능연구원

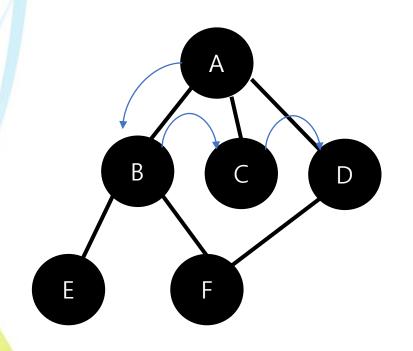
2		출력 예기
44 01 03 12 13 56 01	총 M=4개의 edge input을 받음	13 023 1 01 134 034
0 3 0 4 3 4 1 4		0 1 4 0 1 3



```
t = int(input())
for _ in range(t):
    N,M = map(int,input().split())
    List = [[] for \_ in range(N)
    for i in range(M):
        u, v = map(int,input().split())
        List[u].append(v)
        List[v].append(u)
    for i in range(N):
        List[i].sort()
        print(*List[i])
```

PAI인공지능연구원

13



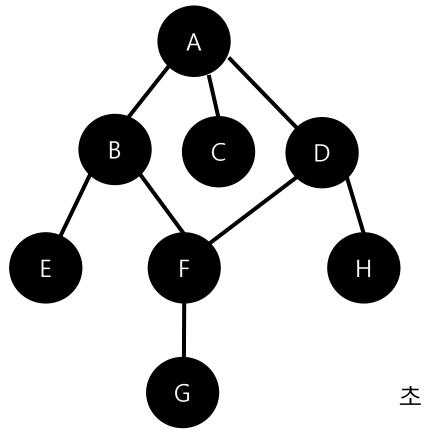
Breadth-first search (BFS) 는 시작 노드에서 인접한 노 드들을 먼저 탐색하는 방법

하나의 경로 (u, v)에 대해서:

- 1. u 노드를 방문
- 2. u 노드와 이웃한 v 방문
- 3. u 노드와 이웃한 v', v"... 차례대로 방문
- 4. u 노드와 이웃한 노드들을 모두 방문했다면 v, v', v"... 노드와 인접한 노드 중 방문하지 않은 이웃 노드들 방문

- 큐를 사용하는 방법



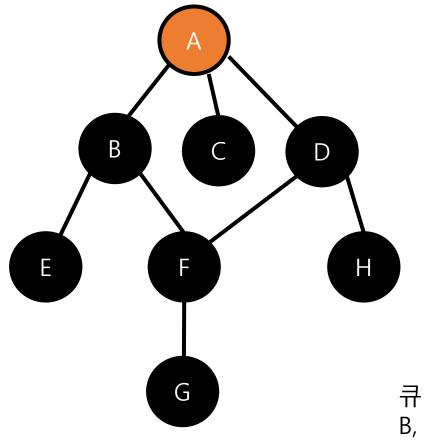


PAV인공지능연구원

거리	
0	A
1	
2	
3	
결과	

초기 큐에 시작 노드인 A push

큐에서 pop된 A노드를 방문으로 저장



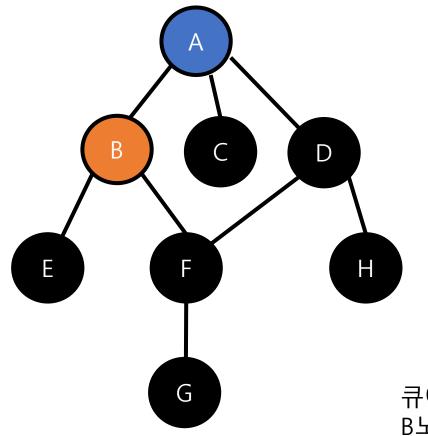
거리	
0	
1	BCD
2	
3	
결과	Α

큐에 A 노드와 인접한 방문하지 않은 노드인 B, C, D push



PAV인공지능연구원



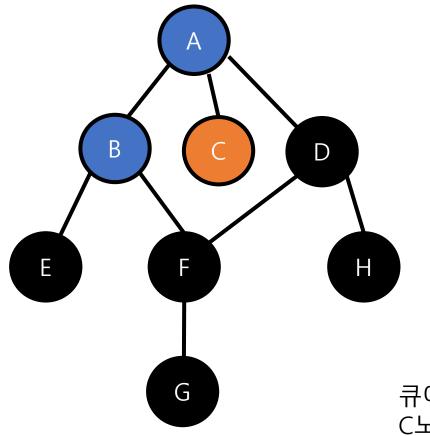


거리	
0	
1	CD
2	E F
3	
결과	A B

큐에서 pop된 B노드 방문 B노드와 이웃한 방문하지 않은 노드인 E, F push







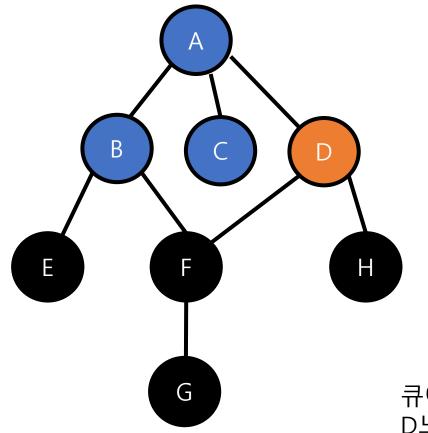
거리	
0	
1	D
2	E F
3	
결과	АВС

큐에서 pop된 C노드 방문 C노드와 이웃한 방문하지 않은 노드 없음



PAV인공지능연구원



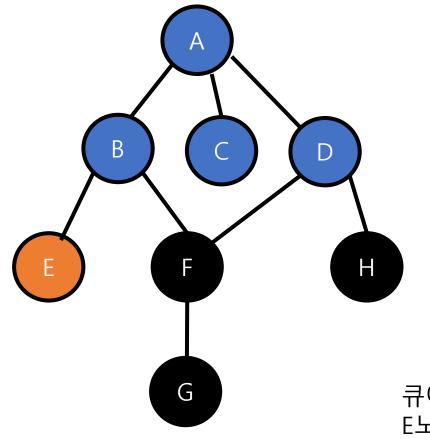


거리	
0	
1	
2	EFFH
3	
결과	ABCD

큐에서 pop된 D노드 방문 D노드와 이웃한 방문하지 않은 노드 F, H push







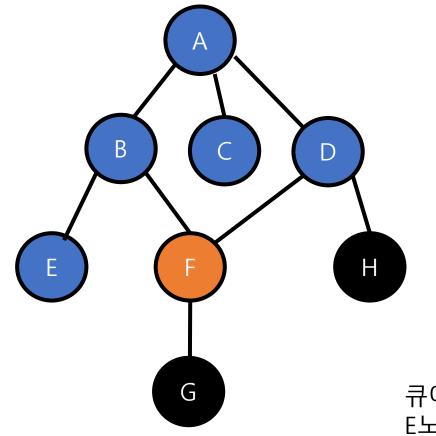
거리	
0	
1	
2	FFH
3	
결과	ABCDE

큐에서 pop된 E 노드 방문 E노드와 이웃한 방문하지 않은 노드 없음



PAV인공지능연구원





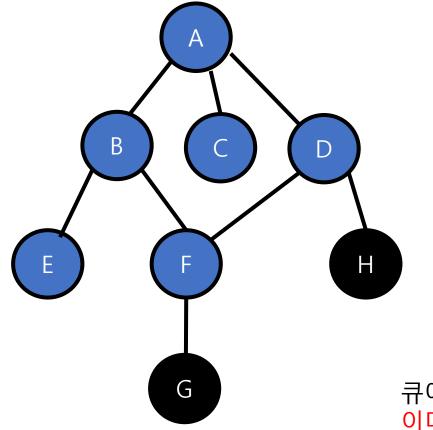
거리	
0	
1	
2	FH
3	G
결과	ABCDEF

큐에서 pop된 F 노드 방문 E노드와 이웃한 방문하지 않은 노드 G push





21



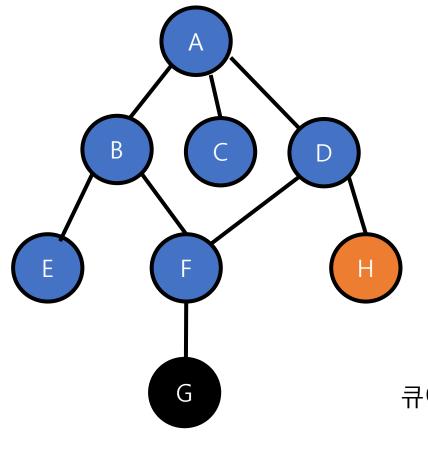
거리	
0	
1	
2	Н
3	G
결과	ABCDEF

큐에서 pop된 F 노드 방문 X! 이미 F노드를 방문하였기 때문



PAV인공지능연구원



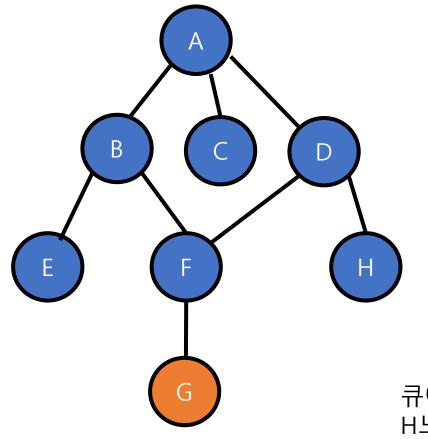


거리	
0	
1	
2	
3	G
결과	ABCDEFH

큐에서 pop된 H 노드 방문



PAI인공지능연구원



PAI인공지능연구원

거리	
0	
1	
2	
3	
결과	ABCDEFHG

큐에서 pop된 H 노드 방문 H노드와 이웃한 방문하지 않은 노드 없음 큐에서 pop된 G 노드 방문 G노드와 이웃한 방문하지 않은 노드 없음

큐에 노드가 없으므로 탐색 종료

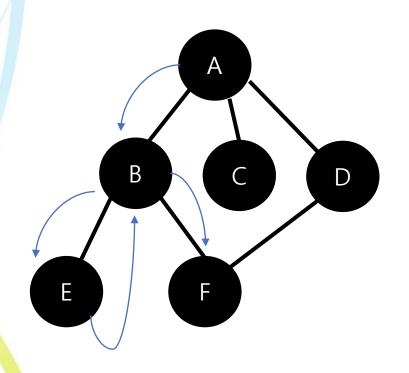


#### 03. BFS

```
from collections import deque
T = int(input())
for in range(T):
   N,M = map(int,input().split())
   List = [[] for _ in range(N)]
   for i in range(M):
       u,v = map(int,input().split())
       List[u].append(v)
   for i in range(N):
       List[i].sort()
   Check = [False]*N # 방문했는지 안 했는지 확인
   Queue = deque([0]) # 큐
   while Queue:
       v = Queue.popleft() # 큐에서 나오는 v
       if Check[v] == True: # v가 이 시점에서 방문했다면
           continue
       Check[v] = True
       print(v,end=" ")
       for i in List[v]: # v와 연결된 모든 정점 중
           if Check[i] == False: # 아직 가지 않은 i가 있다면
              Queue.append(i) # 큐에 push
   print("")
```

PAI인공지능연구원

#### 04. DFS (깊이 우선 탐색)



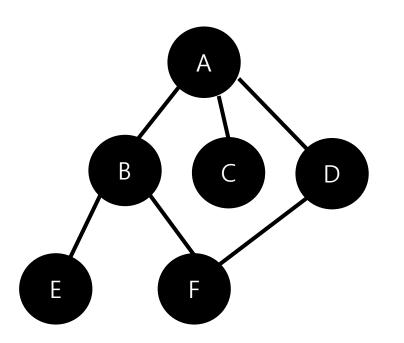
PIAI인공지능연구원

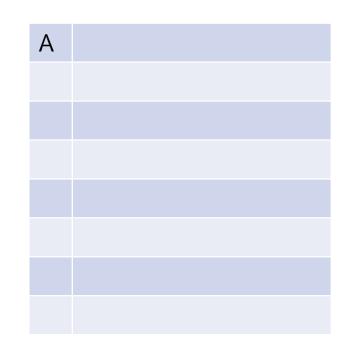
Depth-first search (DFS) 는 시작 노드에서 하나의 분기를 완벽하게 탐색한 후 다음 분기로 넘어가는 방법

하나의 경로 (u, v)에 대해서:

- 1. u 노드를 방문
- 2. u 노드와 연결된 노드 중 v 방문
- 3. v 노드를 시작으로 하는 다른 경로의 노드 방문
- 4. v 노드의 분기를 전부 탐색했다면, 다시 u에 인접 한 노드 중 방문하지 않은 이웃 노드들 방문
- 재귀 함수를 사용하는 방법
- 명시적인 stack을 사용하는 방법







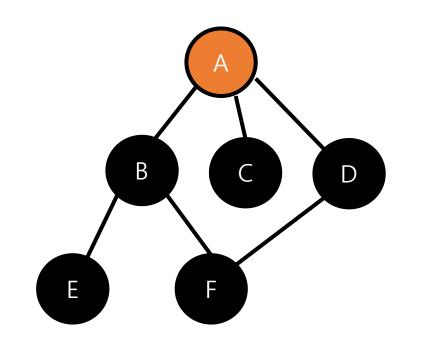
DFS(A)

재귀 함수를 이용한 구현

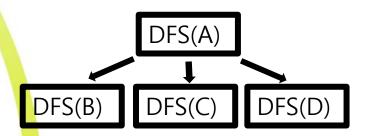
각각의 함수에서 시작 노드를 매개변수로 재귀적인 탐색을 진행한다. 초기엔 시작 노드인 A





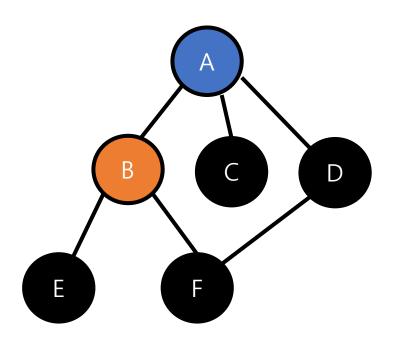


Α	BCD

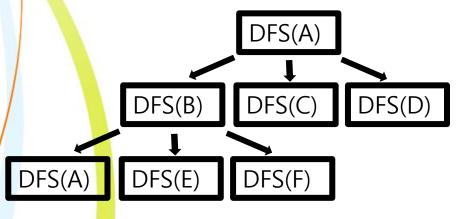


재귀 함수를 이용한 구현

A노드에 인접한 노드들에 대해 재귀호출 A노드는 방문했음을 저장

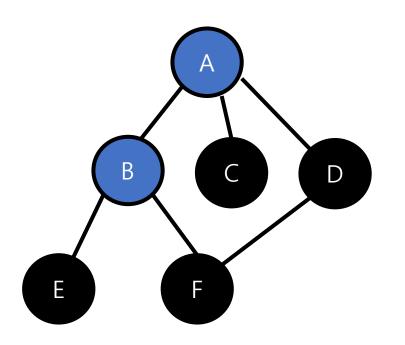


Α	BCD
В	AEF

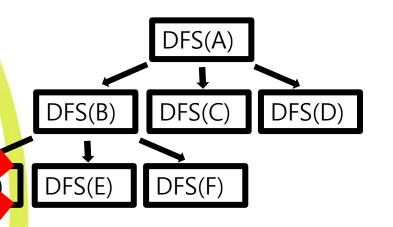


재귀 함수를 이용한 구현

현재 호출된 DFS(B)의 시작 노드는 B B노드에 인접한 노드들에 대해 재귀호출 B노드는 방문했음을 저장



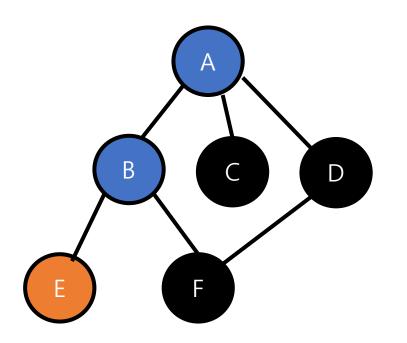
BCD
E F



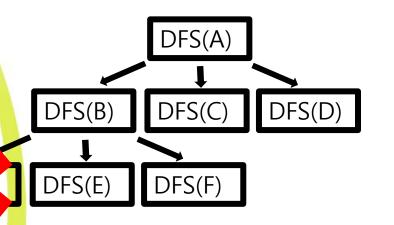
PAI인공지능연구원

재귀 함수를 이용한 구현

현재 호출된 DFS(B)의 시작 노드는 B 여기서 방문한 것으로 표시된 A노드에 대 해선 재귀호출을 안함



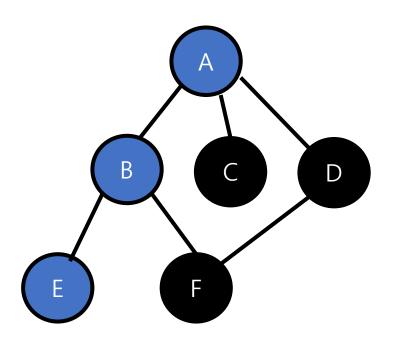
Α	BCD
В	E F
Ε	В



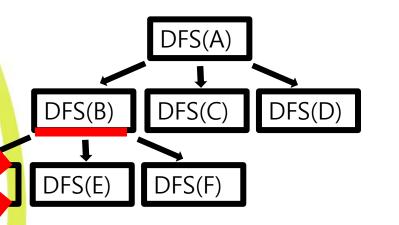
PAV인공지능연구원

재귀 함수를 이용한 구현

현재 호출된 DFS(E)의 시작 노드는 E E노드에 인접한 노드들에 대해 재귀호출 E노드는 방문했음을 저장



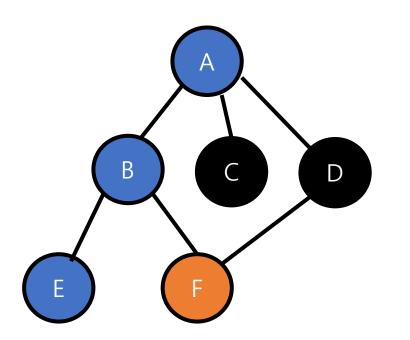
Α	BCD
В	F
Ε	



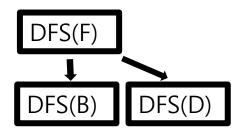
PAV인공지능연구원

재귀 함수를 이용한 구현

현재 호출된 DFS(E)의 시작 노드는 E E노드에 인접한 방문되지 않은 노드는 없 기 때문에 B노드로 돌아감

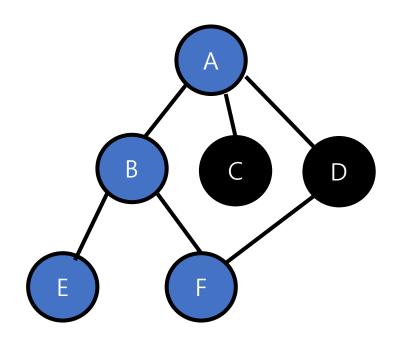


Α	BCD
В	F
Ε	
F	B D

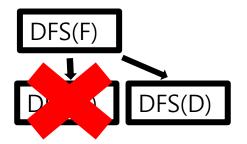


재귀 함수를 이용한 구현
B와 이웃한 다른 노드인 F를 시작점으로 하는 DFS(F)



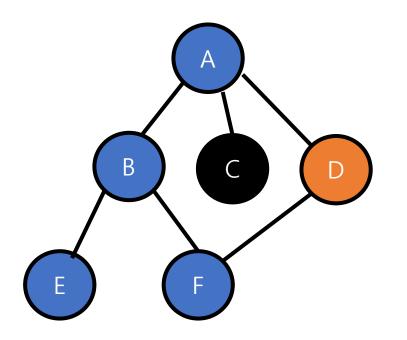


Α	BCD
В	F
Ε	
F	D

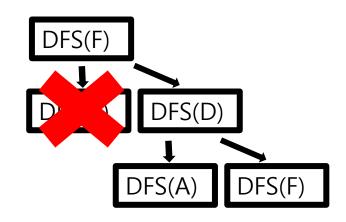


재귀 함수를 이용한 구현

B와 이웃한 다른 노드인 F를 시작점으로 하는 DFS(F) 이미 방문한 B노드는 호출하지 않음



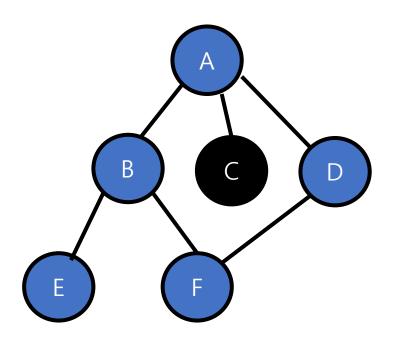
Α	BCD
В	F
Ε	
F	D
D	AF



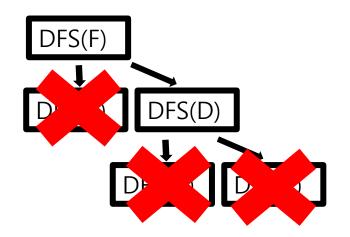
재귀 함수를 이용한 구현

현재 호출된 DFS(D)의 시작 노드는 D D노드에 인접한 노드들에 대해 재귀호출 D노드는 방문했음을 저장

35



Α	CD
В	
Ε	
F	
D	

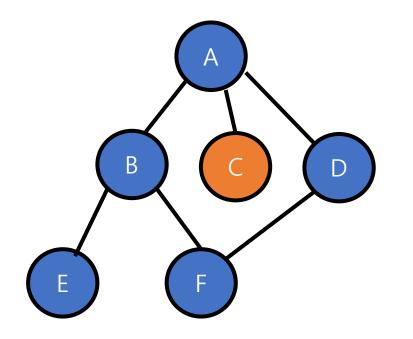


PAI인공지능연구원

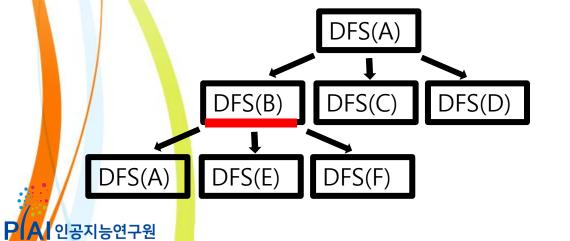
재귀 함수를 이용한 구현

D와 이웃한 다른 노드는 전부 방문하였음 B → F 인 경로가 완전히 탐색되어 A노드 에서 호출하였던 C와 D노드 탐색

#### 04. DFS (재귀)



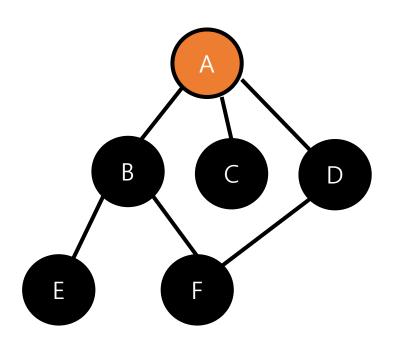
Α	CD
В	
Ε	
F	
D	
C	Α

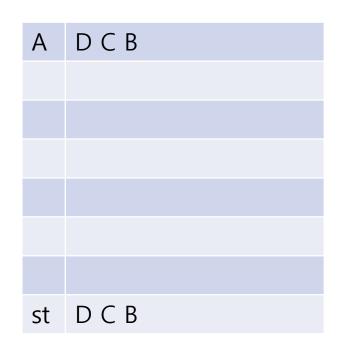


재귀 함수를 이용한 구현

D노드는 이미 방문되었음 현재 호출된 DFS(C)의 시작 노드는 C C노드에 인접한 노드들에 대해 재귀호출 C노드는 방문했음을 저장 모든 노드를 방문하였기 때문에 종료





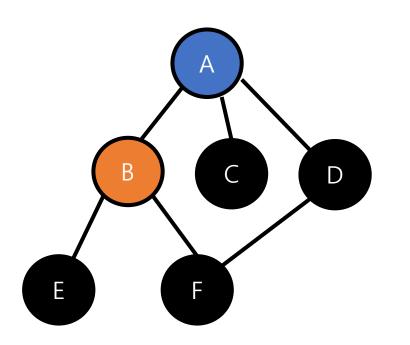


스택을 이용한 구현 묵시적으로 스택을 통해 구현되는 재귀의 방식 을, 직접 스택을 만들어 명시적으로 탐색을 진행

초기 스택에 A노드의 이웃 (D, C, B) 넣음 A노드를 방문으로 저장







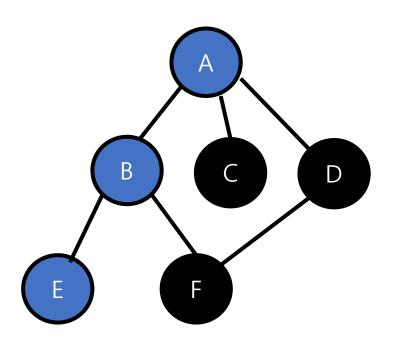
Α	
В	FE
st	DCFE

스택을 이용한 구현 스택에서 pop된 B노드 방문 B노드를 방문으로 저장 B노드와 이웃한 F, E노드 스택에 push

(값이 작은 노드를 먼저 탐색하기 위해 push순서를 변경할 수 있음)

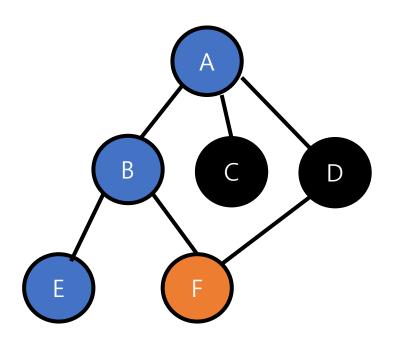


39



Α	
В	
Ε	
st	DCF

스택을 이용한 구현 스택에서 pop된 E노드 방문 E노드를 방문으로 저장 E노드와 이웃한 방문되지 않은 노드 없음



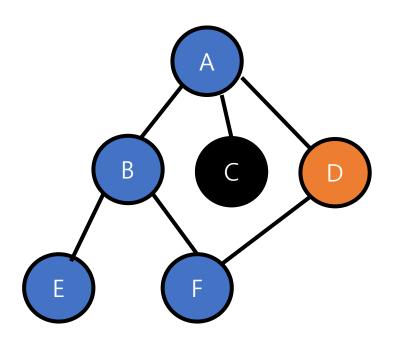
Α	
В	
Ε	
F	D
st	DCD

스택을 이용한 구현 스택에서 pop된 F노드 방문 F노드를 방문으로 저장 F노드와 이웃한 방문되지 않은 노드 D push



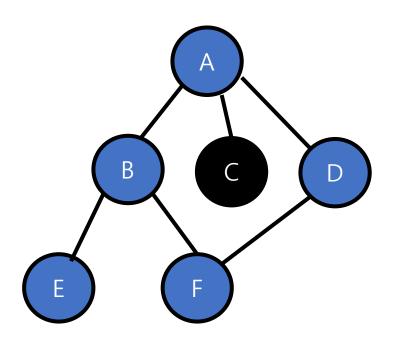


41



Α	
В	
Ε	
F	
D	
st	DC

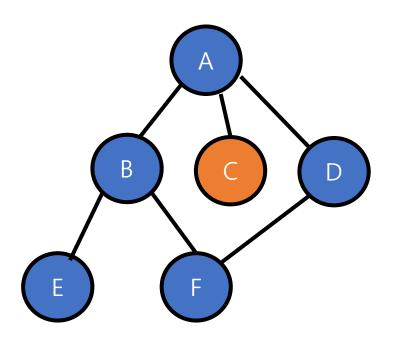
스택을 이용한 구현 스택에서 pop된 D노드 방문 D노드를 방문으로 저장 D노드와 이웃한 방문되지 않은 node없음



Α	
В	
Ε	
F	
D C	
C	
st	D

스택을 이용한 구현 스택에서 pop된 C노드 방문 C노드를 방문으로 저장 C노드와 이웃한 방문되지 않은 node없음





Α	
В	
Ε	
F	
D C	
C	
st	

그 다음 스택에서 pop된 D노드는 방문하였기 때문에, 탐색 종료





```
t = int(input())
for _ in range(t):
   N,M = map(int,input().split())
   List = [[] for \_ in range(N)
   for i in range(M):
       u,v = map(int,input().split())
       List[u].append(v)
       List[v].append(u)
   for i in range(N):
       List[i].sort(reverse=Ture)
   Check = [False]*N # 방문여부 확인을 위한 리스트
   Stack = [0] # 스택 사용
   while Stack:
       v = Stack.pop()
       if Check[v] == True: # v가 이미 방문되었다면
           continue
       Check[v] = True
       print(v,end="")
       for i in List[v]: # v와 연결된 모든 정점 중에
           if Check[i] == False: # 아직 가지 않은 i가 있다면
              Stack.append(i) # 스택에 i push
```

print("")

PAI인공지능연구원

#### 04. DFS (재귀)

```
import sys
sys.setrecursionlimit(1000000)
def DFS(v,List,Check): #v에서 DFS 시작
   print(v,end="")

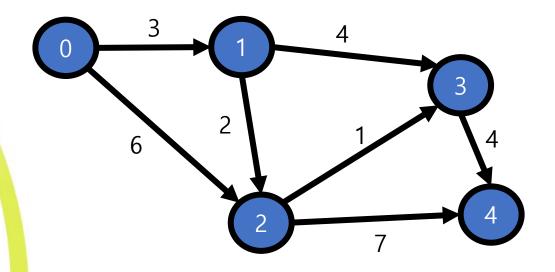
        Check[v] = True # v는 방문했으므로 표시

   for i in List[v]: # v와 연결된 모든 정점 중에
       if Check[i] == False: # 아직 가지 않은 i가 있다면
           DFS(i,List,Check) # 바로 i에서 DFS를 다시 시작
t = int(input())
for in range(t):
   N,M = map(int,input().split())
   List = [[] for _ in range(N)]
   for i in range(M):
       u,v = map(int,input().split())
       List[u].append(v)
       List[v].append(u)
   for i in range(N):
       List[i].sort()
   Check = [False]*N # 방문여부 확인을 위한 리스트
   DFS(0,List,Check) # 0부터 DFS 시작
   print("")
```

PAI인공지능연구원

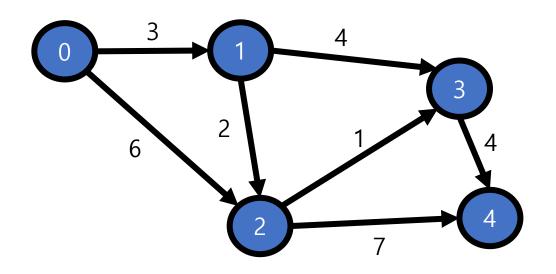


모든 간선의 가중치가 양수일 때, 최단 경로의 거리 값 찾기 ※ 인접 행렬과 인접 리스트 두 형태로 모두 구현이 가능합니다.



0	1	2	3	4
0	3	5	6	10





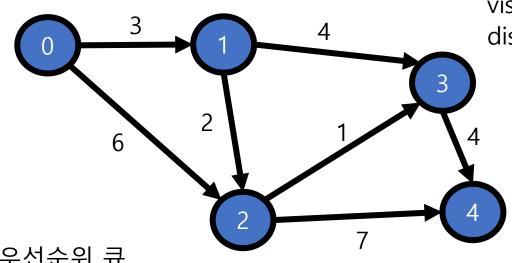
Priority Queue(heapq)를 이용한 구현 vs 배열만 써서 구현  $O(|E|\log|V|)$   $O(|V|^2)$ 

※주의! heapq에는 decreasekey operation이 없습니다.

⇒ 각 정점의 거리가 확정되었는지 체크하고, 이미 확정된 정점이라면 무시!







visited=[False, False, False, False, False] dist=[-1, -1, -1, -1, -1]

우선순위 큐

(0, 0)

hq: 우선순위 큐

hq에 들어가는 원소: 숫자 튜플 (d, u)

- 0에서 u까지 d인 경로가 존재합니다.
- 우선순위: d 값이 가장 작은 튜플

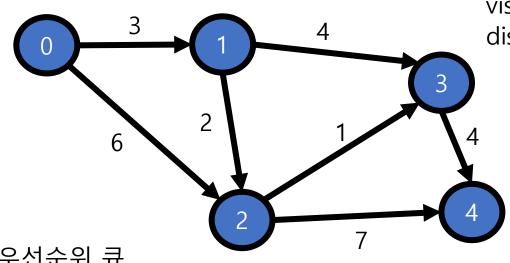
최초의 hq: (0, 0)

- 0번 정점은 거리 0으로 0번에 도착할 수 있습니다.
- 그리고 이보다 더 좋은 경로는 없습니다. (곧 확정)





49



visited=[True, False, False, False, False] dist=[0, -1, -1, -1, -1]

우선순위 큐

(3, 1)

(6, 2)

(0, 0)이 pop: 0에서 0으로 가는 최단 경로는 확정

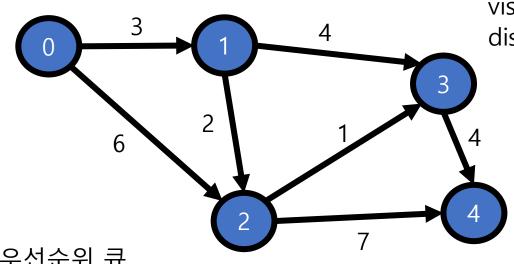
visited[0]을 True로 바꿉니다. (확정 체크)

dist[0]을 0으로 저장: 확정된 최단 경로 길이 저장

0에서 방문할 수 있는 정점들의 정보를 hq에 push합 니다. (0까지 온 경로 + 0과 정점 사이의 간선)







visited=[True, **True**, False, False, False] dist=[0, **3**, -1, -1, -1]

우선순위 큐

(5, 2)

(7, 3)

(6, 2)

(3, 1)이 pop: 0에서 1으로 가는 최단 경로는 확정

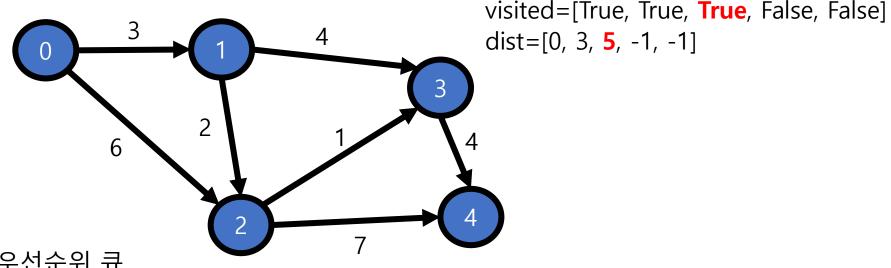
visited[1] = True

dist[1] = 3: 확정된 최단 경로 길이

1에서 방문할 수 있는 정점들의 정보를 hq에 push합 니다. (1까지 온 경로 + 1과 정점 사이의 간선)







우선순위 큐

(6, 3)(7, 3)

PIAI인공지능연구원

(6, 2)

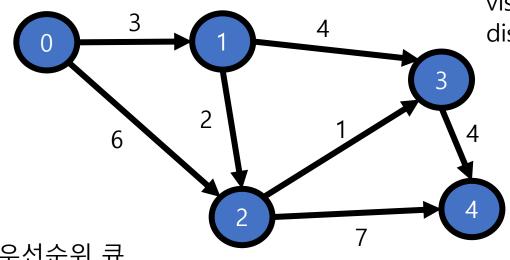
(12, 4)

(5, 2)가 pop: 0에서 2으로 가는 최단 경로는 확정

visited[2] = True

dist[2] = 5: 확정된 최단 경로 길이

2에서 방문할 수 있는 정점들의 정보를 hq에 push합 니다. (2까지 온 경로 + 2와 정점 사이의 간선)



visited=[True, True, True, False, False] dist=[0, 3, 5, -1, -1]

우선순위 큐

(6, 3)

(12, 4)

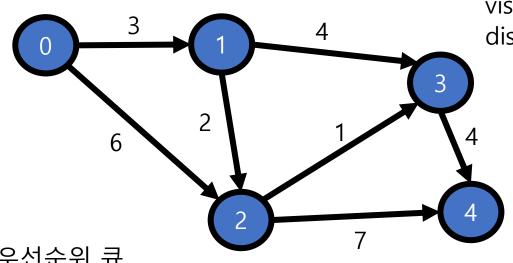
(6, 2)가 pop

visited[2]는 이미 True

- 0에서 2로 가는 최단 경로는 이미 확정되었습니다.
- 이후에 나오는 경로가 5보다 작을 리 없음
- 그러므로 무시합니다.







visited=[True, True, True, True, False] dist=[0, 3, 5, 6, -1]

우선순위 큐

(6, 3)이 pop: 0에서 3으로 가는 최단 경로는 확정

(10, 4)

visited[3] = True

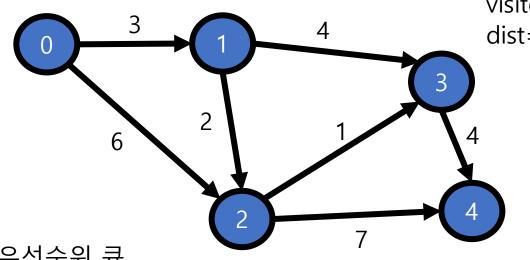
(12, 4)

dist[3] = 6: 확정된 최단 경로 길이

3에서 방문할 수 있는 정점들의 정보를 hq에 push합 니다. (3까지 온 경로 + 3과 정점 사이의 간선)







visited=[True, True, True, True, True] dist=[0, 3, 5, 6, **10**]

우선순위 큐

(10, 4)이 pop: 0에서 4으로 가는 최단 경로는 확정

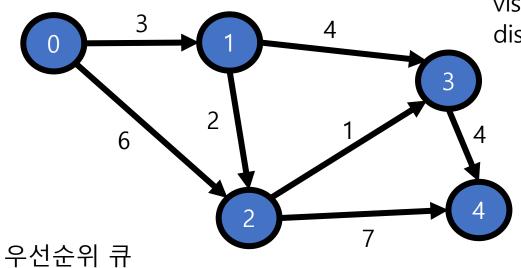
visited[4] = True

dist[4] = 10: 확정된 최단 경로 길이

(12, 4)

PAV인공지능연구원





visited=[True, True, True, True, True] dist=[0, 3, 5, 6, 10]

(12, 4)가 pop

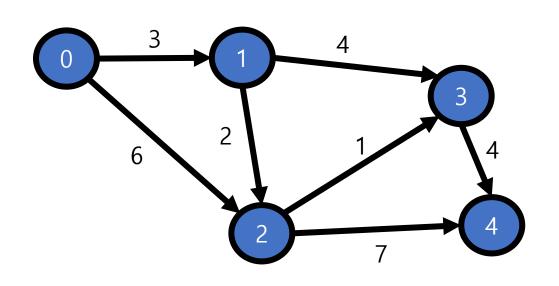
visited[4]는 이미 True

- 0에서 4로 가는 최단 경로는 이미 확정되었습니다.
- 이후에 나오는 경로가 10보다 작을 리 없음
- 그러므로 무시합니다.

hq가 비었으므로 더 이상의 경우는 없습니다.







visited=[False, False, False, False, False, False]  $dist=[0, \infty, \infty, \infty, \infty]$ 

visited, dist 배열을 이용, visited가 False인 dist값 중 최소값을 지닌 정점을 확정 이후 업데이트는 dist 배열에 바로 해줍니다.

0	1	2	3	4
0	?	?	?	?
0	1	2	3	4
0	3	6	?	?
0	1	2	3	4
0	3	5	7	?
0	1	2	3	4
0	3	5	6	12
0	1	2	3	4
0	3	5	6	10
0	1	2	3	4
0	3	5	6	10