# Szeregi o wyrazach nieujemnych

## Kryterium porównawcze zbieżności szeregów

**Theorem**

Jeżeli dla szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, gdzie $u_n \geq 0$, można wskazać taki szereg zbieżny $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$, że począwszy od pewnego miejsca $N$ (tzn. dla każdego $n \geq N$), zachodzi nierówność $u_{n \leq v_n}$, to szereg $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ jest również zbieżny.

## Kryterium porównawcze rozbieżności szeregów

**Theorem**

Jeżeli dla szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, można wskazać taki szereg rozbieżny $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$, gdzie $v_n \geq 0$, że począwszy od pewnego miejsca $N$ (tzn. dla każdego $n \geq N$), zachodzi nierówność $u_{n \geq v_n}$, to szereg $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ jest również rozbieżny.

## Kryteria d'Alemberta zbieżności szeregów

**Z kryteriów d'Alamberta wynikają następujące wnioski:**

1. Jeżeli $\lim_{n \to \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = r < 1$, to szereg $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ jest zbieżny.
2. Jeżeli $\lim_{n \to \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = s > 1$, to szereg $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ jest rozbieżny.
3. Jeżeli $\lim_{n \to \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 1$, to przypadek jest wątpliwy.

## Kryteria Cauchy'ego zbieżności szeregów

**Z kryteriów Cauchy'ego wynikają następujące wnioski:**

1. Jeżeli $\lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{u_n} = r < 1$, to szereg $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ jest zbieżny.
2. Jeżeli $\lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{u_n} = s > 1$, to szereg $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ jest rozbieżny.
3. Jeżeli $\lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{u_n} = 1$, to przypadek jest wątpliwy.

# Szeregi przemienne

## Kryterium Leibniza zbieżności szeregów

Theorem

Jeżeli $|u_{n+1}| <= |u_n| \ \wedge \ \lim_{n\to\infty} u_{n=0}$, to szereg $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ jest zbieżny.

## Kryterium bezwzględnej zbieżności szeregów

Theorem

Jeżeli szereg $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$, którego wyrazy są równe wartościom bezwzględnym wyrazów szeregu $\sum_{n=1}^{\infty}$, jest zbieżny, to i szereg $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ jest zbieżny.