least_squares

December 8, 2025

1 Przedstawianie pomiarow

1.1 Init

[23]:
```
import pandas as pd
import numpy as np
import seaborn as sns
import matplotlib.pyplot as plt
```

1.2 Metody przedstawiania

1.2.1 Tabela

Tabela powinna:

- zawierac surowe wyniki pomiarow
- miec wiersze i kolumny oznaczone z podaniej nazwy wielkosci i ich jedostek
- posiadac numer i tytul nad tabela

1.2.2 Wykres

Wykres powinien:

- posiadac numer i tytul pod wykresem
- osie podpisane nazwa zmiennej i jej jednostka w nawiasie lub po przecinku
- miec dopasowany zakres osi glownych tak aby, prostokat utworzony przez osie i zawierajacy w swoim wierzcholku najbardziej skrajny punkt danych, powinien zajmowac co najmniej 3/4 obszaru wykresu
- osie ktore przecinaja sie w punkcie (0, 0)
- w wiekszosci przypadkow nie zawierac lini siatki
- byc pokolrowowany tak zeby kolory wyroznialy informacje a nie dekorowaly wykres
- nie zawierac legendy, chyba ze jest ona przydatna

1.2.3 Przyklad

[ ]:
```
example_data = {
  'Lp.': [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10],
  'Natężenie prądu I, mA': [5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50],
  'Napięcie U, V': [1.2, 2.3, 4.6, 7.0, 9.1, 11.4, 13.7, 16.0, 18.2, 20.1]
}
```

```
df = pd.DataFrame(example_data)
```

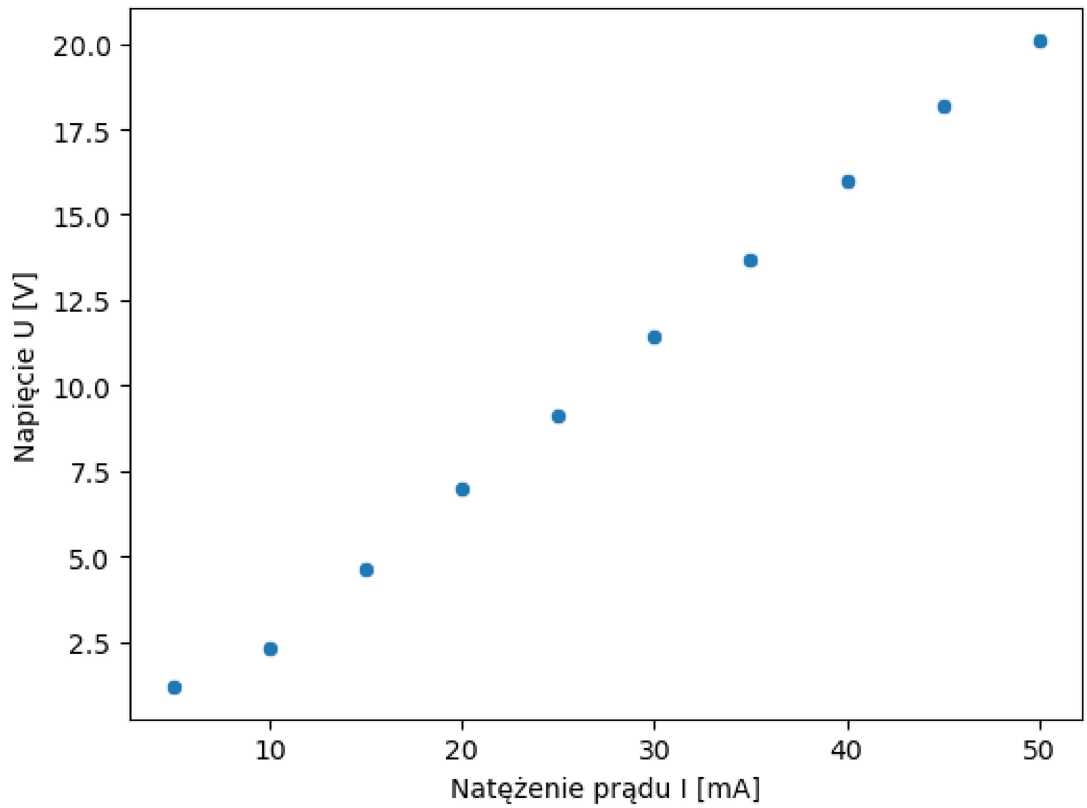
Tabela 1. Wyniki pomiaru napięcia i natężenia

[27]:
```
df
```

[27]:

	Lp.	Natężenie prądu I, mA	Napięcie U, V
0	1	5	1.2
1	2	10	2.3
2	3	15	4.6
3	4	20	7.0
4	5	25	9.1
5	6	30	11.4
6	7	35	13.7
7	8	40	16.0
8	9	45	18.2
9	10	50	20.1

[26]:
```
sns.scatterplot(x=df['Natężenie prądu I, mA'], y=df['Napięcie U, V'])
plt.xlabel('Natężenie prądu I [mA]')
plt.ylabel('Napięcie U [V]')
plt.title('Rys 1. Zależność napięcia od natężenia prądu', y=-0.24)
plt.show()
plt.show()
```



Rys 1. Zależność napięcia od natężenia prądu

1.3 Aproksymacja

1.3.1 Metoda najmniejszych kwadratow

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}$$

- sila liniowego zwiazku pomiedzy dwiema zmiennymi jest wspolczynnik korelacji $r \in [-1; 1]$
- wartosc $r = -1$ oznacza wystepowanie doskonalem korelacji, punkty leza na jednej prostej skierowanej w dol
- wartos $r = +1$ oznacza doskonala relacje dodania, punkty leza na jednej prostej skierowanej w gore

- wartosc $r = 0$ oznacza brak korelacji liniowej
- wartosc $|r|$ mowi o sile zaleznosci

1.4 Historgram

1.4.1 Definicja

- to graficznie przedstawiony szereg przedzialow oraz liczby obserwacji ktore sie w nich znajduja
- prostokaty histogramu sa od dolu wyznaczone przez przedzialy klasowe wartosci cechy, a ich wysokosc okresla liczebnosc elementow nalezacych od okreslonego przedzialu klasowego
- minimalna liczba slupkow nie powinna byc mniejsza niz 5
- slupki pownny stykac sie na szerokosci
- maksymalna liczba slupkow nie powinna byc wieksza niz kilkanascie

1.4.2 Kroki tworzenia histogramu

1. Określenie liczby przedziałów histogramu k

$$k \approx \sqrt{n}$$

gdzie: n – liczba obserwacji

2. Określenie szerokości przedziałów h

$$h = \frac{max - min}{k}$$

gdzie: max i min – kolejno maksymalna i minimalna wartość obserwacji

3. Wyznaczenie przedziałów (przedziały są lewostronnie domknięte a prawostronnie otwarte z wyjątkiem ostatniego, który jest domknięty z dwóch stron)

4. Określenie liczby obserwacji w każdym przedziale i sprawdzenie czy liczności przedziałów sumują się do n

5. W przypadku tworzenia histogramu częstości zamiana n_i na ω_i

$$\omega_i = \frac{n_i}{n}$$