

Grupy

Definition

Działaniem w zbiorze niepustym A nazywamy każde odwzorowanie f iloczyn kartezyjskiego $A \times A$ w zbiór A :

$$f : A \times A \rightarrow A$$

Działanie \circ określone w zbiorze A nazywamy:

1. $\left\{ \begin{array}{l} \text{przemiennym, jeśli} \end{array} \right.$

$$\forall a, b \in A; (a \circ b = b \circ a)$$

2. $\left\{ \begin{array}{l} \text{łącznym, jeśli} \end{array} \right.$

$$\forall a, b \in A; [(a \circ b) \circ c = (a \circ (b \circ c))]$$

Definition

Element $e \in A$ nazywamy **elementem neutralnym** jeśli:

$$\exists e \in G \forall a \in G, (e \circ a = a \circ e = a)$$

Definition

Element a^{-1} nazywamy **elementem odwrotnym** jeśli:

$$\forall a \in G \exists a^{-1} \in G, (a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e)$$

gdzie e jest elementem neutralnym

Definition

Zbiór G , w którym określone jest działanie \circ , nazywamy **grupą**, jeśli spełnione są warunki:

1. $\left\{ \begin{array}{l} \text{działanie } \circ \text{ jest łączne} \end{array} \right.$

2. $\left\{ \begin{array}{l} \text{istnieje element neutralny} \end{array} \right.$

3. (dla każdego elementu, istnieje element do niego *odwrotny*