Rozdział 1 C

1. Udowodnij że implikacja odwrotna występująca w prawie Peirce'a też jest tautologią rachunku zdań

$$\text{prawo peirce'a: } ((p \Rightarrow q) \Rightarrow p) \Rightarrow p$$

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow p$	W
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	1	1	1

2. Udowodnij że zasada kontrapozycji jest tautologią

$$\text{zasada kontrapozycji: } (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$$

p	q	$p \Rightarrow q$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg q \Rightarrow \neg p$	w
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1

3. Udowodnij że prawo dylematu konstrukcyjnego jest tautologią

$$\text{prawo dylematu konstrukcyjnego: } (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \wedge (p \vee q) \Rightarrow r$$

p	q	r	$p \Rightarrow r$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) = \alpha$	$p \vee q$
0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

4. Udowodnij, bez analizowania tabeli prawdy, że następująca formuła jest tautologią

$$((a \Rightarrow b) \wedge (c \Rightarrow \neg b) \wedge (\neg a \Rightarrow d)) \Rightarrow (c \Rightarrow d) \equiv \alpha$$

Gdy zadanie jest w takiej formie jak ta, to można udowodnić tautologię, pokazując że gdy następnik ma wartość T, to poprzednik ma wartość F, gdyż tylko wtedy cała implikacja ma wartość fałsz.

$$w(c \Rightarrow d) = 0 \Leftrightarrow w(c) = 1 \wedge w(d) = 0$$

W takim razie

$$w(c \Rightarrow \neg b) = 1 \Leftrightarrow w(b) = 0$$

co z kolei oznacza że $w(a) = 0$, oraz $w(\neg a \Rightarrow d) = 0$. A więc poprzednik jest zawsze fałszywy gdy następnik jest fałszywy, cnd.