#### 年齢別出生率の数理モデルに関する動向

余田翔平・石井太・岩澤美帆

### 1. はじめに

年齢別出生率を数理モデルによって表現する試みは、長きにわたって人口学者の関心を 集めてきた。その理由として第1に、出生行動が生物学的要因のみではなく社会的・文化 的要因の影響を受けるにもかかわらず、多くの社会において出生の年齢スケジュールには ある程度の共通性・規則性が見られるためである。もちろん社会によって出生の年齢スケ ジュールに一定の差異は見られるものの、古くから観察される年齢別出生率は単峰型のベ ルカーブを描くことが知られている(ただし、3節でみていくように、近年こうした古典的 な年齢別出生率カーブに大きな変化が確認されている)。

第2に、年齢別出生率を適切に表現できる数理モデルが存在すれば、それを人口推計に活用できるためである。国際的にも最も標準的な人口推計の方法であるコーホート要因法では、年齢別出生率の将来値に関する仮定設定が必要になる。また、人口推計では仮定設定の科学性・中立性が求められる。そこで、すでに観察された出生スケジュールへの適合度が高く、かつパラメータに対して人口学的な解釈が可能な数理モデルが利用可能な場合は、そうしたモデルを用いて出生率の仮定設定を行うことができる。例えば、国立社会保障・人口問題研究所の「日本の将来人口推計」では、年齢別初婚率の数理モデルとして知られる Coale-McNeil モデルを一般化した、一般化対数ガンマ分布モデル(金子 1991, 1993; Kaneko 2003)が出生率の仮定設定に用いられている。この数理モデルは年齢別出生率の実績値に対するあてはまりが良いだけではなく、そのパラメータが合計出生率、出生年齢の最頻値(モード)、出生年齢の分散(バラつき)といった、人口学的観点から解釈できる点において優れている。

本稿では、年齢別出生率を推計するための数理モデルに関するレビューを行う。なお、 出生率を社会経済的変数に回帰させる計量モデルによる出生率推計の試みもあるものの、 以下ではそうした社会経済的変数をモデルに一切含まない数理モデルにレビューの対象を 限定する¹。

## 2. 出生率の年齢パターン

#### 2.1 Coale-Trussell モデル

年齢別出生率のモデルとして最も有名なもののひとつが Coale-Tussell モデル (Coale and Trussell 1974, 1978) である。これは、年齢別出生率を初婚スケジュールと年齢別有配偶出生

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> このようにレビューの対象を限定したのは、人口推計への応用を考えた場合、将来の社会経済状況を長期間にわたって見通すこと自体が困難であり、その結果、社会経済的変数を含んだ計量モデルは、投影に基づく人口推計よりも不確実性が大きいためである。

率とに分解したものである。すなわち、連続年齢x歳における出生率をf(x)とすると、Coale-Tussell モデルは以下の式で定義される。

$$f(x) = C(x) \cdot r(x) \tag{1}$$

ここで、C(x)はx歳時の既婚者割合、r(x)は年齢別有配偶出生率である。ここでは、婚外出生と離婚は発生しないものとして仮定されている。

さらに、Coale と Trussell は Louis Henry の自然出生力を利用して年齢別有配偶出生率をモデル化している。具体的には、(1) 式のr(x)を以下のように分解している。

$$r(x) = M \cdot n(x) \cdot e^{m \cdot v(x)}$$

n(x)は Henry の自然出生力から与えられる年齢別出生率である。v(x)は 43 の地域の出生率と自然出生力との平均的な差分の年齢パターンである。最後に、mは自然出生力の年齢スケジュールからの乖離の程度を示す強度パラメータ、Mは自然出生力に対する当該人口の有配偶出生力の比(合計有配偶出生率の比)である。

#### 2.2 年齢別出生率の数理モデルの比較研究

Coale-Trussell モデルを含め、年齢別出生率の数理モデルのパフォーマンスを包括的に分析した初期の研究として Hoem et al. (1981) が挙げられる。Hoem らは 1962 年から 1971 年のデンマークの出生データを用いて 8 つのモデル (cubic spline、Hadwiger モデル、

Coale-Trussell モデル、ガンマ分布、ベータ分布、多項式モデル、Brass のリレーショナルモデル、Gompertz モデル)をあてはめている。

分析の結果、Hoem らは、モデルフィットの観点からするとスプラインモデルが最も優れていると結論づけている。しかし、スプラインモデルの大きな欠点として、そのパラメータが人口学的な解釈を持たないことが挙げられる。すなわち、単に年齢別出生率カーブを記述するだけならばスプラインモデルは有効であるものの、各パラメータの趨勢を人口学的に解釈してそれらを投影に活かすことができない。

一方、パラメータを人口学的に解釈できるモデルの中では、Coale-Tussell モデルとガンマ分布のパフォーマンスが良いとされている。これら2つのモデルに続いてモデルフィットが良いと判断されたのが Hadwiger モデルである。Hoem らは Hadwiger モデルの3つのパラメータは人口学的解釈を持たないと述べているが、後述するようにこのモデルのパラメータは、合計出生率、平均出生年齢、出生年齢の分散の観点から解釈することが可能である。

最後に、ベータ分布、Brass のロジットモデル、Gompertz モデルはいずれもモデルフィットが悪いと判断されている。しかし、つぎに見ていくように、より最近のコーホート出生率へのあてはめにおいて、Gompertz モデルは再評価されている。

# 2.3 Gompertz モデル再考

Hoem et al. (1981) において、Gompertz モデルは年齢別出生率へのあてはまりが最も悪いモデルのひとつとして評価されている。しかし、Hoem らは期間出生率データに対してモデ

ルのあてはめを行っていることには注意を要する。晩産化に代表されるように出生行動の 年齢スケジュールがコーホート間で変化している際には、テンポ効果によって、ピリオド の出生スケジュールとコーホートのそれとの間には大きな乖離が生じうるためである。

そこで Goldstein(2010)はコーホート出生率に対して Gompertz モデルを適用している。なお、Gompertz モデルに対しては、パラメータに人口学的解釈を持たせることができず、単に数学的当てはめのために用いられてきたという批判がなされてきた。 Goldstein はこの批判に対して、人口学的観点からパラメータを解釈できるように、出生行動の拡散理論にもとづいて Gompertz モデルを再定式化している。 具体的には、まずF(x)をx歳におけるコーホートの累積出生率とすると年齢別出生率f(x)は、

$$f(x) = F'(x)$$

となる。ここで、最も単純な社会的拡散のあり方として、ある行動の発生率は当該の行動 をすでに取った成員の割合に比例するという仮定を考える。この仮定を出生行動に適用す ると、出生率は累積出生率に比例することになる。この場合、

$$f(x) = F'(x) = AF(x)$$

となる。この微分方程式の解はF(x) = exp(Ax)、あるいは $f(x) = A \cdot exp(Ax)$ となるが、このままでは年齢別出生率が年齢とともに上限なく増加してしまうので、社会的拡散の効果に年齢を含める。すなわち、

$$f(x) = F'(x) = A(x)F(x)$$

とする。そしてA(x)は減少関数とする。なぜなら、生物学的制約、あるいは加齢に伴う個人の価値観の定着等によって、若年の時よりも壮年・高齢の時のほうが社会規範の影響を受けにくくなると考えられるためである。非負の値を取る節約的な減少関数として $A(x) = a \cdot exp(-bx)$ とおくと、

$$f(x) = F'(x) = a \cdot exp(-bx) F(x)$$

が得られる。これを解くと、

$$F(x) = K \cdot exp[-(a/b)e^{-bx}]$$

となる。ここで、A = exp(-a/b)、B = exp(-b)とおけば、

$$F(x) = KA^{B^x}$$

となり、Gompertz モデルが得られる。これを年齢で微分すれば、年齢別出生率

$$f(x) = Ka \cdot exp \left[ -\frac{a}{b}e^{-bx} - bx \right]$$

が得られる。

こうして得られた Gompertz モデルのパラメータは明確に解釈が可能であり、まずKはコーホート合計出生率を表す。aは年齢軸上の位置を定める location パラメータである。最後に、bは出生率カーブの勾配、すなわち出生年齢のバラつきを意味する。

Goldstein はこの Gompertz モデルをフランス・日本・イタリアの 1945 年コーホートの年

齢別出生率にあてはめたところ<sup>2</sup>、いずれの国のデータについてもモデルフィットが極めて良いことを示している。ところが、1965年コーホートに同モデルを適用すると、35歳以降において年齢別出生率が明らかに過大推定されている。

そこで Goldstein (2010) では、生物学的制約による出生力抑制の影響を加味するために 以下のモデルを提唱している。

$$f^*(x) = f(x)g(x)$$

g(x)が生物学的制約を表す項であり、Leridon(2004)に依拠して 33 歳以前は 1、45 歳以降は 0 をそれぞれ取り、さらに両年齢の間は線形補間したウェイト関数となっている。この生物学的制約を考慮したモデルは、高齢部分の出生率の実績値への適合度が良いことが示されている。

- 3. 出生行動の分散化に対応した出生率推計モデル
- 3.1 出生動向の分散化

ここまで見てきた出生率推計モデルの共通点のひとつとして、表現できる出生率カーブは単峰形であることが挙げられる。そのため、例えば出生率カーブにおいて局所的な変曲点は存在しないことが仮定されている。

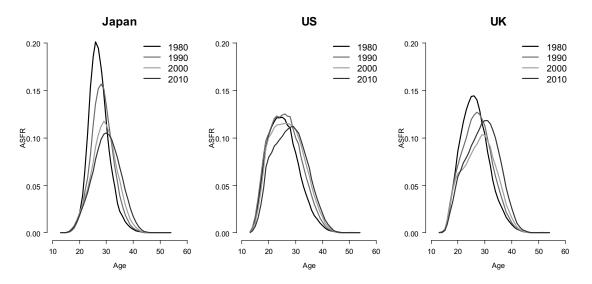
ところが、近年の出生率カーブにはこうした仮定から逸脱するような変化が見られる。図1は日本・アメリカ・イギリスについて、Human Fertility Database<sup>3</sup>を用いて期間別年齢別出生率をプロットしたものである。特にアメリカとイギリスにおいては、2000年代に入ると、10代後半から20代前半にかけて、出生率カーブに「こぶ」のような形状が観察される。同様の変化は日本のデータからは明確には観察されないが、図1は全出生順位の出生が対象となっており、第1子出生に限定すると、日本でも同様の変化が見られる(図2)。このような出生スケジュールの変化は、次節で解説する混合分布モデルを発展させたChandola et al. (1999, 2002)、アメリカの第1子出生率を分析したSullivan (2005)、22の先進諸国の年齢別出生率を分析したBurkimsher (2017) などにおいても指摘されている。

出生率カーブがベルカーブから図 1 や図 2 に見られるような形状に変化したことは出生行動の分散化によるものであるが、なぜこうした出生パターンが顕在化しているのかについては十分に明らかにされていない。ひとつの可能性としてしばしば指摘されてきたのが移民の存在である(Bongaarts and Sobotka 2012, Burkimsher 2017)。移民は 10 代後半から 20代前半での出生率が高く、移民以外の集団の出生パターンに大きな変化がなくとも、人口に占める移民の割合が高まることで、若年部分の出生率が上昇する。しかし、日本では日本人女性の出生に限定しても 1980 年前後の出生コーホートから若年部分での出生率の高ま

<sup>3</sup> Human Fertility Database. Max Planck Institute for Demographic Research (Germany) and Vienna Institute of Demography (Austria). Available at www.humanfertility.org (data downloaded on January 17, 2018).

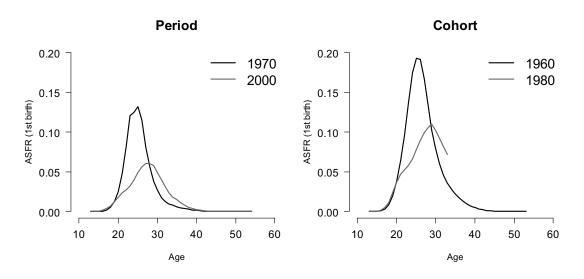
<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> モデルフィッティングにおいては累積年齢別出生率ではなく、年齢別出生率を直接あては めている

りが観察されており、その原因は移民ではなく婚前妊娠によるものであると考えられている (岩澤・鎌田 2013; 余田ほか 2016)  $^4$ 。また、アメリカでは人種・社会経済的地位・学歴のうえで不利な層が若年層の出生率を引き上げていると報告されている (Sullivan 2005)。



Source: HFD

図1 期間年齢別出生率の変化



Source: HFD

図2 年齢別第1子出生率:日本

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> 次節で解説する混合分布モデルによる年齢別出生率のモデリングを提唱した Chandola et al. (1999) は若年部分の出生カーブのこぶの原因を婚外出生に求めている。ただし、オランダのように婚外出生と婚内出生とで年齢スケジュールが変わらない事例も存在する (Coleman and Garssen 2002)。

## 3.2 混合分布モデル

Chandola et al. (1999) は Hadwiger モデルをベースに、従来型のモデルでは表現すること が難しい出生スケジュールをモデル化するために、混合分布型の Hadwiger モデルを提唱している。まず、通常の Hadwiger モデルは以下の式で与えられる $^5$ 。

$$f(x) = \frac{ab}{c} \left(\frac{c}{x}\right)^{\frac{3}{2}} exp\left\{-b^2 \left(\frac{c}{x} + \frac{x}{c} - 2\right)\right\}$$

a,b,c が推定されるパラメータである。Hoem et al. (1981) はこれら 3 つのパラメータは人口学的解釈を持たないと評価したものの、Chandola et al. (1999) は各パラメータが人口学的指標との相関が強いことを指摘している。具体的には、aは合計出生率、cは平均出生年齢とそれぞれ強い相関を持つことを示している。さらに、Chandola らは、bは出生率カーブの高さを規定し、ab/cが出生年齢の最頻値と強く相関すると述べている。

しかし、Ortega and Kohler(2000)によると、ab/cを出生年齢の最頻値と解釈するのは誤りであり、bは出生スケジュールの標準偏差を表すことが示されている。さらに、彼らは Hadwiger モデルのパラメータに人口学的解釈を付与するためには以下の変形が必要であることを証明している。

$$f(x) = \frac{F}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \left(\frac{\mu}{x}\right)^{\frac{3}{2}} exp\left\{-\frac{\mu}{2\sigma^2} \left(\frac{\mu}{x} + \frac{x}{\mu} - 2\right)\right\}$$
 (2)

ここで、 $F = a\pi^{\frac{1}{2}}$ 、 $\mu = c$ 、 $\sigma^2 = c^2/2b^2$ である。(2)式において、Fは合計出生率、 $\mu$ は平均出生年齢、 $\sigma^2$ は出生年齢の分散を示す。

このような通常の Hadwiger モデルは、単峰形の「古典的な」出生スケジュールに対して当てはまりの良いことが Hoem et al. (1981) などによって示されている。ところが、前節で確認したような、近年の欧米諸国あるいは日本で観察されている、10 代後半から 20 代前半における出生率カーブの「こぶ」を表現することは難しい。そこで、Chandola et al. (1999) は、人口全体で観察される出生率カーブは、異なる出生スケジュールを持つ 2 つの集団の出生カーブの合成物であると考え、Hadwiger 混合分布モデルを以下のように定義している。

$$f(x) = m\left(\frac{b_1}{c_1}\right) \left(\frac{c_1}{x}\right)^{\frac{3}{2}} exp\left\{-b_1^2 \left(\frac{c_1}{x} + \frac{x}{c_1} - 2\right)\right\} + (1 - m)\left(\frac{b_2}{c_2}\right) \left(\frac{c_2}{x}\right)^{\frac{3}{2}} exp\left\{-b_2^2 \left(\frac{c_2}{x} + \frac{x}{c_2} - 2\right)\right\}$$
(3)

 $a_1, b_1, c_1$ は下位集団 1 の出生スケジュールを表現するためのパラメータであり、同様に  $a_2, b_2, c_2$ は下位集団 2 に対するパラメータである。mは 2 つの下位集団の合計出生率の相対 的な大きさを表すパラメータである。

<sup>5</sup> なお、日本の年齢別出生率に Hadwiger モデルを適用した例として中澤(2003)がある。

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> ただし、Ortega and Kohler(2000)が指摘するようにこのモデル式には推定されるべきパ

一方、Ortega and Kohler (2000) は同モデルを以下のように変形している。

$$f(x) = \frac{F_1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \left(\frac{\mu_1}{x}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left\{-\frac{\mu_1^2}{2\sigma_1^2} \left(\frac{\mu_1}{x} + \frac{x}{\mu_1} - 2\right)\right\} + \frac{F_2}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \left(\frac{\mu_2}{x}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left\{-\frac{\mu_2^2}{2\sigma_2^2} \left(\frac{\mu_2}{x} + \frac{x}{\mu_2} - 2\right)\right\}$$

 $F_1$ 、 $\mu_1$ 、 $\sigma_1^2$ はそれぞれ下位集団 1 における合計出生率、平均出生年齢、出生年齢の分散である。下位集団 2 のパラメータ $F_2$ 、 $\mu_2$ 、 $\sigma_2^2$ についても同様の解釈が成り立つ。

Chandola et al. (1999) はヨーロッパ各国の出生率データに対して Hadwiger 混合分布モデルを当てはめ、アイルランドやイギリスなど 10 代後半から 20 代前半の若年部分において出生率カーブに「こぶ」が観察される国のデータへの当てはまりが良いことを示している。さらに、Chandola et al. (2002) は対象をオーストラリア、カナダ、ニュージーランド、アメリカにまで拡大し、このモデルの有効性を示している<sup>7</sup>。

#### 3.3 競合リスクモデル

出生行動が多様化・二極化する中で年齢別出生率を表現する方法として、混合分布モデルは有効な方法のひとつと言える。ただし、混合分布モデルの背後にある仮定として「集団の異質性」が挙げられる。すなわち、ある人口の中に異なる出生スケジュールを持つ異質な下位集団が混在しているという仮定が置かれている。

この仮定は一定のリアリティを持つ一方、やや強すぎる仮定とも考えられる。任意の個体がどの下位集団に所属するかは事前に決まっており、さらにそれは時間不変的な属性として固定されていると想定するためである。

さらに、異質性の捉え方に関するもう一方の極には「結果の異質性」がある。これは死 因別の死亡と同様で、分析対象となる事象の異質性に着目する立場である。出生イベント であれば、意図した出生/意図せざる出生、婚内出生/婚外出生などの区分が考えられる。

このような結果の異質性に着目して第1子出生率のモデリングを行ったのが余田ほか (2016)である。日本の人口動態統計の出生票では夫婦の同居開始年月と当該子の出生年 月が含まれている。余田らは、これら2時点の年月情報を用いて、同居開始から7ヶ月以

ラメータが1つ欠けている。2つの下位集団の合計出生率の相対的大きさを示すmを投入する場合は、当該人口全体における合計出生率の水準を示すパラメータが必要である。すなわち、(3) 式を修正すると

$$f(x) = am\left(\frac{b_1}{c_1}\right)\left(\frac{c_1}{x}\right)^{\frac{3}{2}}exp\left\{-b_1^2\left(\frac{c_1}{x} + \frac{x}{c_1} - 2\right)\right\} + a(1-m)\left(\frac{b_2}{c_2}\right)\left(\frac{c_2}{x}\right)^{\frac{3}{2}}exp\left\{-b_2^2\left(\frac{c_2}{x} + \frac{x}{c_2} - 2\right)\right\}$$

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Chandola らのモデルは2つの Hadwiger モデルからなる混合分布モデルであったが、 Hadwiger モデルの代わりに正規分布 (Peristera and Kostaki 2007) や Weibull 分布 (Bermúdez et al. 2012) を用いて混合分布モデルを適用している研究もある。

内に出生したケースを「婚前妊娠による出生」<sup>8</sup>、それ以外を「その他の出生」としてそれぞれ定義している。そのうえで、第1子出生がこれら2つの競合する減少要因から成ると考え、多重減少生命表を応用し、競合リスク型の一般化対数ガンマ分布モデルを提唱している。その結果、このような競合リスクモデルによって、日本のコーホート年齢別第1子出生率に見られる20代前半における「こぶ」が表現されている。

ただし、すでに述べたように、競合リスクモデルで考慮されている異質性はあくまで「結果の異質性」であることには注意が必要である。言い換えれば、このモデルにおいてはリスク人口の同質性が仮定されている。

# 4. リレーショナルモデルによる出生率推計

前節まで見てきた年齢別出生率の数理モデルはいずれもパラメトリックモデルである。他方、セミパラメトリックモデルによる出生率推計の試みも見られる。例えば、死亡率の将来推計法として国際的な標準となっている Lee-Carter モデルは、経験的な生命表の間の関係を少数のパラメータで表現する方法であるが、同モデルが出生率の推計にも用いられている。すなわち、年齢をx、時間をtとしたとき、年齢別出生率は

$$f(x,t) = a(x) + b(x)K(t)$$

と表される。ここで、 $a_x$ はベースラインとなる年齢スケジュール、 $K_t$ は全年齢に共通する 出生率の時系列的変化、 $b_x$ は各年齢における出生率の年平均変化率である。Lee-Carter モデルによる出生率推計は、同モデルの開発者のひとりである Ronald Lee によってモデルの開発後間もない頃に行われている(Lee 1993; Lee and Tuljapurkar 1994)。

より近年では、カナダ統計局による将来人口推計が出生率の投影に Lee-Carter モデルを採用している(Bohnert et al. 2015)。また、Myrskylä et al. (2013)は Lee-Carter モデルを 37 の先進諸国の出生データに適用し、コーホート出生率の推計を行っている。その結果、期間合計出生率でみると 37 のうち 19 の国が超少子化の基準とされる 1.3 を下回る TFR を経験したのに対して、コーホート合計出生率では 1979 年までの出生コーホートのうち 1.5 を下回る TFR を経験したのは 7 か国に過ぎず、CTFR が 1.3 を下回った国は存在しないことを示している。そこで彼らは、合計出生率の期間指標とコーホート指標との間に見られる乖離は、少子化よりもむしろ晩産化によるものであると結論づけている。

Myrskylä らは Lee-Carter モデルを出生率の投影に用いる理由のひとつに、少なくとも 10 年程度の短期の投影においては、複雑なパラメトリックモデルは必ずしも精度の向上に寄与しないことを挙げている%。 さらに、各パラメータの信頼区間を利用することで、投影の

\* もちろん出産に至るまでの妊娠週数には個人差があるものの、この定義は婚前妊娠結婚に関する先行研究でも広く用いられている(Ruzicka 1976; 鎌田 2006, 2012; 岩澤・鎌田 2013)。 また、パラメトリックモデルの抱える問題のひとつとしてセンサリングの影響も無視できない。人口推計の場面においては、出生過程の途上にあるコーホートについてもパラメータを推定することで将来の年齢別出生率を投影できることがパラメトリックモデルの利点のひとつであるが、右センサリングによってパラメータ推定値がバイアスを持つことが指

不確実性を表現できることも利点として挙げている。

## 5. 結びにかえて

本稿では、年齢別出生率を表現する数理モデルについてレビューを行った。最後にあらためて知見を整理したい。

年齢別出生率はかつては単峰型のベルカーブを描いており、そのような時期においては Coale-Trussell モデルや Hadwiger モデルなどの比較的少ないパラメータしか持たない数理モデルによって出生率の年齢パターンを表現することが可能であった。ただし、とりわけ比較的近年のコーホート年齢別出生率をモデリングする場合、従来の数理モデルでは高齢部分の出生率が過大推定されることも報告されており、生物学的制約を加味するための修正も必要であることが提唱されている。

より近年になると、特に第1子年齢別出生率カーブにおいて、10代後半から20代前半に「こぶ」が見られるようになり、いくつかの欧米諸国ではもはや双峰形(bimodal)の出生率カーブが出現している。このような出生スケジュールを表現するために、2000年前後から混合分布モデルによる出生率カーブのモデリングが試みられている。これらのモデルは、異なる出生スケジュールを持つ異質な集団がある人口の中に混在しているという仮定を置いている。

混合分布モデルは分母人口の異質性を加味したモデルであるが、一方で、出生という結果事象の異質性を考慮したモデリングの方向性もある。基礎データの段階で出生を何らかの類型に区分できる場合、多重減少生命表を応用して競合リスクモデルによって人口全体の出生スケジュールを捉えることも可能である。

最後に、パラメトリックモデルのみならず、Lee-Carter モデルをはじめとするセミパラメトリックモデルによる出生率の投影の試みもなされている。ただし、公的な人口推計での適用例はまだ少なく、パラメトリックモデルとの比較を含めて年齢別出生率の投影精度に関するさらなる研究が求められる。

# 【文献】

Bermúdez, S., Blanquero, R., Hernández, J.A., and Planelles, J. (2012) "A new parametric model for fitting fertility curves", *Population Studies*, 66 (3), pp. 297–310.

Bohnert N., J. Chagnon, and P. Dion (2015) "Population Projections for Canada (2013 to 2063), Provinces and Territories (2013 to 2038): Technical Report on Methodology and Assumptions",

摘されている(Henz and Huinink 1999)。Henz らはそうしたバイアスを緩和する手段としてパラメータに対して外生的な制約条件を設けることを提唱している。国立社会保障・人口問題研究所の「日本の将来人口推計」では、各種出生力指標の実績データの趨勢の延長として見渡せるほぼ限界に位置するコーホート(参照コーホート)の合計出生率を設定し、それを一般化対数ガンマ分布モデルのパラメータの制約条件として利用している。

- Cat. No. 91-520-X, Ottawa: Statistics Canada.
- Bongaarts, J. and T. Sobotka (2012) "A Demographic Explanation for the Recent Rise in European Fertility", *Population and Development Review*, 38(1), pp. 83-120.
- Burkimsher, M. (2017) "Evolution of the shape of the fertility curve: Why might some countries develop a bimodal curve?", *Demographic Research*, 37(11), pp. 295-324.
- Chandola, T., D. A. Coleman, and R. W. Hiorns (1999) "Recent European Fertility Patterns: Fitting Curves to 'Distorted' Distributions", *Population Studies*, 53(3), pp. 317-329.
- Chandola, T., D. A. Coleman, and R. W. Hiorns (2002) "Distinctive Features of Age-Specific Fertility Profiles in the English-Speaking World: Common Patterns in Australia, Canada, New Zealand and the United States, 1970-98", *Population Studies*, 56(2), pp. 181-200.
- Coale, A. J. and T. J. Trussell (1974) "Model Fertility Schedules: Variations in The Age Structure of Childbearing in Human Populations", *Population Index*, 40(2), pp. 185-258.
- Coale, A. J. and T. J. Trussell (1978) "Technical Note: Finding the Two Parameters That Specify a Model Schedule of Marital Fertility", *Population Index*, 44(2), pp. 203-213.
- Goldstein, J. R. (2010) "A behavioral Gompertz model for cohort fertility schedules in low and moderate fertility populations", *MPIDR Working Paper WP-2010-021*.
- Henz, U. and J. Huinink (1999) "Problems concerning the parametric analysis of the age at first birth", *Mathematical Population Studies*, 7(2), pp. 131-145.
- Hoem J., D. Madsen, J.L. Nielsen, E.-M. Ohlsen, H.O. Hansen and B. Rennermalm (1981) "Experiments in Modelling Recent Danish Fertility Curves", *Demography*, 18(2), pp. 231-244.
- 岩澤美帆・鎌田健司 (2013) "婚前妊娠結婚経験は出産後の女性の働き方に影響するか? (特集家族形成と労働)" 日本労働研究雑誌, 55(9), pp.17-32.
- Jose Antonio Ortega, O. and H.-P. Kohler (2000) "A Comment on "Recent European Fertility Patterns: Fitting Curves to 'Distorted' Distribution" by T. Chandola, D. A. Coleman and R. W. Hiorns", *Population Studies*, 54(3), pp. 347-349.
- Lee, R. D. (1993) "Modeling and forecasting the time series of US fertility: Age distribution, range, and ultimate level", *International Journal of Forecasting*, 9(2), pp. 187-202.
- Lee, R. D. and S. Tuljapurkar (1994) "Stochastic Population Forecasts for the United States: Beyond High, Medium, and Low", *Journal of the American Statistical Association*, 89(428), pp. 1175-1189.
- Leridon, H. (2004) "Can assisted reproduction technology compensate for the natural decline in fertility with age? A model assessment", *Human Reproduction*, 19(7), pp. 1548-1553.
- Myrskylä, M., Goldstein, J. R. and Cheng, Y. A. (2013) "New Cohort Fertility Forecasts for the Developed World: Rises, Falls, and Reversals", *Population and Development Review*, 39(1), pp. 31-56.
- 鎌田健司 (2006)「婚前妊娠に関する社会経済的要因の分析」『経済学研究論集』第 24 号、

- pp.45-63.
- 鎌田健司 (2012)「全国家族調査を用いた分析─ 婚前妊娠出生の社会経済的要因」安藏伸治・小島宏編『ミクロデータの計量人口学』原書房, pp.67-91.
- 金子隆一 (1991)「初婚過程の人口学的分析」『人口問題研究』200, pp. 3-27.
- 金子隆一 (1993)「年齢別出生率の将来推計システム」『人口問題研究』 206, pp. 17-38.
- Kaneko, R. (2003) "Elaboration of the Coale-McNeil Nuptiality Model as The Generalized Log Gamma Distribution: A New Identity and Empirical Enhancements", *Demographic Research*, 9(10), pp. 223-262.
- 中澤港 (2003)「日本の年齢別出生カパタンのトレンドの分析」『山口県立大学看護学部紀要』 7, pp. 67-76.
- Peristera, P. and A. Kostaki (2007) "Modeling fertility in modern populations", *Demographic Research*, 16(6), pp. 141-194.
- Ruzicka, L. T.(1975) "Age at Marriage and Timing of the First Birth", *Population Studies*, Vol.30, pp.527-538.
- Sullivan, R. (2005) "The age pattern of first-birth rates among U.S. women: The bimodal 1990s", *Demography*, 42(2), pp. 259-273.
- 余田翔平・別府志海・岩澤美帆・石井太 (2017)「初婚/第1 子出生率の動向分析:競合リスクモデルによるアプローチ」『人口減少期に対応した人口・世帯の動向分析と次世代将来推計システムに関する総合的研究(平成28年度)総括研究報告書(研究代表者:石井太)』,pp.77-89.