Harjoitus 2

1. Jos λ on matriisin A ominaisarvo ja $\boldsymbol{v}$ on vastaava ominaisvektori, niin on voimassa ominaisarvoyhtälö

$$A\boldsymbol{v} = \lambda\boldsymbol{v}$$

Ratkaise matriisin ominaisarvot ja ominaisarvoja vastaavat ominaisvektorit, kun

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Etsi seuraavien kompleksilukujen eksponenttimuoto.

a) -1
b) i
c) $-\dfrac{1}{\sqrt{3}} + i$

3. Laske Paulin spinmatriisien

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

väliset kommutaattorit $[\sigma_x, \sigma_y]$, $[\sigma_y, \sigma_z]$ ja $[\sigma_z, \sigma_x]$. Operaattorien A ja B välinen kommutaattori on $[A, B] = AB - BA$.

4. Laske sekatilan $|\boldsymbol{a}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle\right)$, missä

$$|\mathbf{0}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\mathbf{1}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

odotusarvo $\langle \boldsymbol{a}|\, \sigma_z \,|\boldsymbol{a}\rangle = \langle \boldsymbol{a}|^\dagger\, \sigma_z \,|\boldsymbol{a}\rangle$.