

Transformada de Fourier

Otávio Belfort & Managed

Motivação

Introdução

de Fourier

Transformada de Fourier

Caso bidimenciona

Forma polar

A Transformada de Discreta de Fourier 2-D

Espectro d

Resumo das características da transfomada de Fourier

Transformada de Fourier

Processamento de Imagens

Otávio Belfort

Prof. Wener Sampaio Engenharia da Computação

Universidade Federal do Maranhão São Luís, 2021



Transformada de Fourier

Otávio Belfort & Managed

Interestinate

Transform

ourier

nsformac Fourier

Caso bidimencion

Forma polar

A Transformac de Discreta de Fourier 2-D

> esumo das racterísticas

1 Motivação

2 Introdução

A Transformada de Fourier

Transformada de Fourier

Caso bidimencional

6 Forma polar

A Transformada de Discreta de Fourier 2-D

8 Espectro de Fourier

Resumo das características da transfomada de Fourier

Referências

INCLUSION IN CONTROLS	Table of Contents
Transformada de Fourier Otávio Belfort & Managed	1 Motivação2 Introdução
Motivação Introdução	3 A Transformada de Fourier
A Transformada de Fourier	4 Transformada de Fourier
Transformada de Fourier	5 Caso bidimencional
Caso bidimencional	6 Forma polar
Forma polar	7 A Transformada de Discreta de Fourier 2-D
A Transformada de Discreta de Fourier 2-D	8 Espectro de Fourier
Espectro de Fourier	Resumo das características da transfomada de Fourier
Resumo das	



Transformada de Fourier

Otávio Belfort & Managed

iviotivaça

Introdução

A Transformada de Fourier

Transformada de Fourier

Caso bidimencional

Forma polar

A Transformada de Discreta de

Espectro d Fourier

Resumo das características da transfomada de Fourier

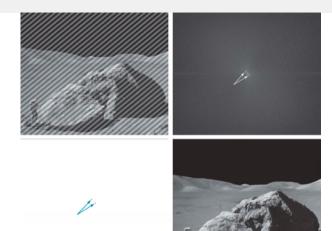


Figure: Respostas de módulo ideais: filtros

CENTRAL DE LA SELECTION DE CONTRAL DE CONTRA	Table of Contents
Transformada de Fourier Otávio Belfort	1 Motivação
& Managed	2 Introdução
Motivação	3 A Transformada de Fourier
Introdução	
A Transformada de Fourier	4 Transformada de Fourier
Transformada de Fourier	5 Caso bidimencional
Caso bidimencional	6 Forma polar
Forma polar	7 A Transformada de Discreta de Fourier 2-D
A Transformada de Discreta de Fourier 2-D	8 Espectro de Fourier
Espectro de Fourier	Resumo das características da transfomada de Fourier
Resumo das características	10 Referências



Introdução

Transformada de Fourier

Otávio Belfort & Managed

Motivaçã

Introdução

e Fourier

ransforma

Caso bidimencional

Forma polar

A Transformad de Discreta de Fourier 2-D

Fourier 2-D

Fourier
Resumo das

mo das cterístic cansfom ourier Table: Um nome qualquer

	Periódico	Aperiódico
Contínuo	FS	FT
Discreto	DTFS	DTFT



Introdução

Transformada de Fourier Otávio Belfort

& Managed

Motivaçã

Introdução

Transforn Fourier

ansformad

Caso

Forma polar

A Transformad de Discreta de

Fourier 2-D

Resumo das característic da transfom Table: Um nome qualquer

Periódico Aperiódico

Contínuo FS FT
Discreto DTFS DTFT

• Série de fourier



Introdução

Transformada de Fourier Otávio Belfort & Managed

Motivaçã

Introdução

Transform

ransformad

de Fourier

bidimencional

Forma polar

A Transformada de Discreta de Fourier 2-D

Espectro de Fourier

Resumo das característic da transfom Table: Um nome qualquer

	Periódico	Aperiódico
Contínuo		FT
Discreto	DTFS	DTFT

- Série de fourier
- Transformada de fourier

(Reference: http://www)

Exemplo: decomposição de sinal no domínio da frequência

Transformada de Fourier

Otávio Belfort & Managed

Motiva

Introdução

A Transforn de Fourier

Transforma de Fourier

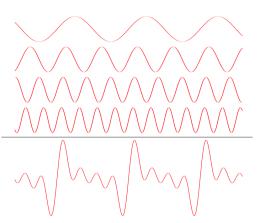
Caso bidimencion

Forma pola

A Transformad de Discreta de Fourier 2-D

Espectro d Fourier

> Resumo das características da transfomad de Fourier



- **2** $sin(2x) + \theta_2$
- **3** $sin(3x) + \theta_3$
- $4 \sin(4x) + \theta_4$

Figure: Decomposição de sinal

CHERRORS AN EMPTITED CONTROL OF CHARACTER CONTROL OF CONTROL OT CONTROL OF CONTROL	Table of Contents
Transformada de Fourier Otávio Belfort	1 Motivação
& Managed	2 Introdução
Motivação	3 A Transformada de Fourier
Introdução	
A Transformada de Fourier	4 Transformada de Fourier
Transformada de Fourier	5 Caso bidimencional
Caso bidimencional	6 Forma polar
Forma polar	7 A Transformada de Discreta de Fourier 2-D
A Transformada de Discreta de Fourier 2-D	8 Espectro de Fourier
Espectro de Fourier	Resumo das características da transfomada de Fourier
Resumo das características	Referências

A Transformada de Fourier

Transformada de Fourier

Otávio Belfor & Managed

Motivaçã

A Transformada

de Fourier

Caso

Forma pola

A Transformada de Discreta de

Espectro d

Resumo das característica da transfoma de Fourier

Definição: Transformada de Fourier.

$$\mathcal{F}\{f(x)\} = F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j2\pi ux}dx \tag{1}$$

Transformada de Fourier inversa

$$\mathcal{F}^{-1}\{F(u)\} = \int_{-\infty}^{\infty} F(u)e^{j2\pi ux} dx$$
 (2)



Transformada de Fourier Otávio Belfort

& Managed

Motivação

A Transformada de Fourier

Caso bidimencion

Forma polar A Transform de Discreta

Resumo das característica da transfoma de Fourier

CENTENNES IN CONTROL OF CONTROL O	Table of Contents
Transformada de Fourier Otávio Belfort	1 Motivação
& Managed	2 Introdução
Motivação Introdução	③ A Transformada de Fourier
A Transformada de Fourier	4 Transformada de Fourier
Transformada de Fourier	5 Caso bidimencional
Caso bidimencional	6 Forma polar
Forma polar	7 A Transformada de Discreta de Fourier 2-D
A Transformada de Discreta de Fourier 2-D	8 Espectro de Fourier
Espectro de Fourier	Resumo das características da transfomada de Fourier
Resumo das características da transfomada	Referências

Transformada de Fourier

Transformada de Fourier Otávio Belfort & Managed

Forma polar.

Transformada de Fourier

Magnitude ou espectro:

Fase

 $\Phi(u) = arctan[\frac{I(u)}{R(u)}]$

 $F(u) = |F(u)|e^{j\phi(u)}$

 $|F(u)| = [R^2(u) + I^2(u)]^{1/2}$

(5)

(3)

(4)



Transformada de Fourier Otávio Belfort

& Managed

Motivação

Introdução A Transformada

Transformada de Fourier

Caso bidimencion

A Transform de Discreta de

Espectro de Fourier Resumo das característic da transfom

Exemplo: cálculo da transformada

Transformada de Fourier

Otávio Belfort & Managed

Motiva

Introdução

A Transformac de Fourier

Transformada de Fourier

Caso bidimencion

Forma pola

A Transformad de Discreta de Fourier 2-D

Espectro de Fourier

Resumo das características da transfomada

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j2\pi ux} dx$$

$$= \int_{-X/2}^{X/2} Ae^{-j2\pi ux}$$

$$= \frac{A}{\pi u} sin(\pi uX)e^{-j2\pi uX}$$

$$|F(u)| = AX \frac{sin(\pi uX)}{\pi uX}$$

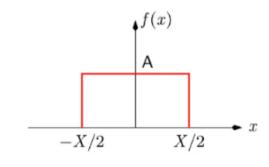


Figure: cálculo da transformada



Exemplo: cálculo da transformada

Transformada de Fourier

Otávio Belfort & Managed

Motivaçã

Introducão

A Transforma de Fourier

Transformada de Fourier

Caso bidimenciona

Forma pola

A Transformad de Discreta de Fourier 2-D

Espectro de Fourier

Resumo das características da transfoma de Fourier

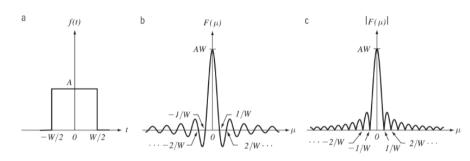


Figure: (a) Uma função simples; (b) sua transformada de Fourier; e (c) o espectro. Todas as funções se estendem ao infinito em ambas as direções

CERTAGOS DA SELVEZÃO MINISTERIO TODO E EXIMADO	Table of Contents
Transformada de Fourier Otávio Belfort	1 Motivação
& Managed	2 Introdução
Motivação Introdução	3 A Transformada de Fourier
A Transformada de Fourier	4 Transformada de Fourier
Transformada de Fourier	5 Caso bidimencional
Caso bidimencional	6 Forma polar
Forma polar	7 A Transformada de Discreta de Fourier 2-D
A Transformada de Discreta de Fourier 2-D	8 Espectro de Fourier
Espectro de Fourier	Resumo das características da transfomada de Fourier
Resumo das características	Referências

Transformada de Fourier

Transformada de Fourier Otávio Belfort

& Managed

Introduc

Transfori

ransformad

Caso bidimencional

Forma pola

A Transformac de Discreta de Fourier 2-D

Espectro de Fourier

Resumo das característica da transfoma de Fourier Expansão para o caso bidimencional:

Transformada de Fourier bidimencional.

$$\mathcal{F}\{f(x,y)\} = F(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)e^{-j2\pi(ux+vy)}dxdy \tag{6}$$

Para f(x, y) uma função contínua de duas variáveis contínuas

Transformada de Fourier inversa bidimencional

$$\mathcal{F}^{-1}\{F(u,v)\} = f(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u,v)e^{j2\pi(ux+vy)}dudv \tag{7}$$



Transformada de Fourier Otávio Belfort

& Managed

Introdução A Transformada

Transformada

Caso bidimencional

A Transforma

Espectro de Fourier Resumo das

CERTAGON IN SERVICES	Table of Contents
Transformada de Fourier Otávio Belfort	1 Motivação
& Managed	2 Introdução
Motivação Introdução	3 A Transformada de Fourier
A Transformada de Fourier	4 Transformada de Fourier
Transformada de Fourier	5 Caso bidimencional
Caso bidimencional	6 Forma polar
Forma polar	7 A Transformada de Discreta de Fourier 2-D
A Transformada de Discreta de Fourier 2-D	8 Espectro de Fourier
Espectro de Fourier	Resumo das características da transfomada de Fourier
Resumo das características da transfomada	Referências

Transformada de Fourier

Transformada de Fourier Otávio Belfort

Expansão para o caso bidimencional:

& Managed

Forma polar

Por Euler tem-se a exponencial.

Representação polar.

 $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$

 $F(u,v) = |F(u,v)|e^{-j\phi(u,v)}$ $|F(u, v)| = [R^2(u, v) + I^2(u, v)]^{1/2}$

 $\phi(u, v) = arctan[\frac{I(u, v)}{R(u, v)}]$ (9)



Transformada

de Fourier Otávio Belfort & Managed

Motivação

A Transformada de Fourier

de Fourier

Forma polar

A Transforde Discret

Espectro de Fourier Resumo das características da transfoma

A mecânica do cálculo da DFT

Transformada de Fourier

Otávio Belfort & Managed

Motivação

Introdução

A Transform de Fourier

Transformada de Fourier

Caso bidimencion

Forma polar

A Transformad de Discreta de Fourier 2-D

Espectro de Fourier

Resumo das características da transfomada de Fourier

$$F(0) = \sum_{x=0}^{3} f(x) = [f(0) + f(1) + f(2) + f(3)]$$

$$F(1) = \sum_{x=0}^{3} f(x)e^{-j2\pi(1)X/4}$$

$$= 1e^{0} + 2e^{-j\pi/2} + 4e^{j\pi} + 4e^{j3\pi/2} = 3 + 2j$$

$$F(2) = (1 + 0j)$$

$$F(3)=(3+2j)$$

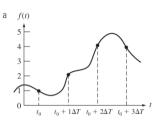


Figure: A mecânica do cálculo da DFT

Exemplo: cálculo da transformada - bidimencional

Transformada de Fourier Otávio Belfort & Managed

Motivaçã

Introdução

e Fourier

Transformac de Fourier

Caso bidimenciona

Forma polar

A Transformada de Discreta de

Espectro de

Resumo das característica da transfoma de Fourier

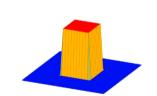


Figure: Decomposição de sinal

$$F(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy$$

$$= \int_0^Y \int_0^X Ae^{-j2\pi(ux+vy)} dxdy$$

$$=A\frac{\sin(\pi uX)}{\pi u}\frac{\sin(\pi vY)}{\pi v}e^{-j\pi(uX+vY)}$$

$$|F(u,v)| = AXY \frac{\sin(\pi uX)}{\pi uX} \frac{\sin(\pi vY)}{\pi vY}$$



Exemplo: cálculo da transformada - bidimencional

Transformada de Fourier

Otávio Belfort & Managed

Motivaçã

. . . ~

A Transforma

Transformac de Fourier

Caso

Forma polar

A Transformad de Discreta de Fourier 2-D

Espectro de Fourier

Resumo das característica: da transfoma de Fourier

$$F(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy$$
$$= \int_{0}^{Y} \int_{0}^{X} A e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy$$
$$= A \frac{\sin(\pi uX)}{\pi u} \frac{\sin(\pi vY)}{\pi v} e^{-j\pi(uX+vY)}$$

$$|F(u,v)| = AXY \frac{\sin(\pi uX)}{\pi uX} \frac{\sin(\pi vY)}{\pi vY}$$

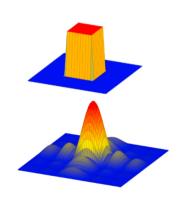


Figure: Decomposição de sinal

COLUMN A MANAGED	Table of Contents
Transformada de Fourier	1 Motivação
& Managed	2 Introdução
Motivação Introdução	3 A Transformada de Fourier
A Transformada de Fourier	4 Transformada de Fourier
Transformada de Fourier	5 Caso bidimencional
Caso bidimencional	6 Forma polar

A Transformada de Discreta de Fourier 2-D

A Transformada de Discreta de Fourier 2-D

A Transformada de Discreta de Fourier 2-D

Transformada de Fourier

Otávio Belfort & Managed

Motivaça

A Transforma

Transformada de Fourier

Caso bidimenciona

Forma pola

A Transformada de Discreta de Fourier 2-D

Espectro de Fourier

Resumo das características da transfomad de Fourier

Transformada de Discreta

$$F(u,v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) e^{-j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$$
(10)

Transformada de Discreta inversa

$$F(x,y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v) e^{j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$$
 (11)

A notação f(0,0), f(0,1), ..., f(M-1,N-1), demonstra que as amostras são espaçadas igualmente.



Transformada de Fourier

Otávio Belfort & Managed

Introdução A Transformada

de Fourier Transformada

Caso bidimenciona

Forma polar

A Transformada

de Discreta de Fourier 2-D

Espectro de Fourier Resumo das característica

Relação entre intervalos no espaço e na frequência

Transformada de Fourier Otávio Belfort & Managed

Markers

Introduc

Transforma Fourier

Transformada de Fourier

Caso bidimenciona

Forma polar

A Transformada de Discreta de Fourier 2-D

Espectro d Fourier

Resumo das característica da transfoma de Fourier é dada por:

•
$$\Delta u = \frac{1}{M\Delta x}$$
 e $\Delta v = \frac{1}{N\Delta v}$

Sendo (x_0, y_0) o ponto da primeira amostragem, o demais pontos são amostrados em intervalos fixos $(\Delta x, \Delta y)$, da forma $f(x_0 + x\Delta x, y_0 + y\Delta y)$

•
$$f(x, y) = f(x_0 + x\Delta x, y_0 + y\Delta y)$$

Para F(u,v), temos:

•
$$F(u, v) = F(u\Delta u, v\Delta v)$$

INCOMES IN COLUMN	Table of Contents
Transformada de Fourier Otávio Belfort & Managed	1 Motivação2 Introdução
Motivação Introdução	3 A Transformada de Fourier
A Transformada de Fourier	4 Transformada de Fourier
Transformada de Fourier	5 Caso bidimencional
Caso bidimencional	6 Forma polar
Forma polar	7 A Transformada de Discreta de Fourier 2-D
A Transformada de Discreta de Fourier 2-D	8 Espectro de Fourier

Espectro de Fourier United the street

Transformada de Fourier Otávio Belfort

& Managed

NA - 15 - - - ~ -

Introdução

de Fourier

de Fourier

bidimenciona

Forma polar

A Transformada de Discreta de Fourier 2-D

Espectro de Fourier

Resumo das características da transfomada de Fourier

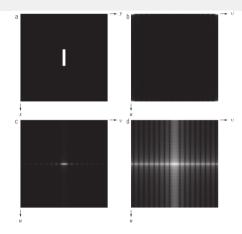


Figure: (a) Imagem. (b) Espectro mostrando regiões com pontos claros nos quatro cantos. (c) Espectro centralizado. (d) Resultado mostrando detalhes realçados após uma transformação logarítmica.

CERTAGON DA SELVIZAÇÃO MANDELESSE (DAST E CAMANE)	Table of Contents
Transformada de Fourier Otávio Belfort & Managed	1 Motivação
Motivação Introdução	2 Introdução 3 A Transformada de Fourier
A Transformada de Fourier	4 Transformada de Fourier
Transformada de Fourier	5 Caso bidimencional
Caso bidimencional	6 Forma polar
Forma polar	7 A Transformada de Discreta de Fourier 2-D
A Transformada de Discreta de Fourier 2-D	8 Espectro de Fourier
Espectro de Fourier	9 Resumo das características da transfomada de Fourier
Resumo das características da transfomada de Fourier	Referências



Transformada de Fourier

Otávio Belfort & Managed

Motivação

Introdução

de Fourier

Transformada de Fourier

Caso bidimenciona

Forma polar

A Transformada de Discreta de Fourier 2-D

Espectro d

Resumo das características da transfomada de Fourier

Nome	Expressão(ões)
Transformada discreta de Fourier (DFT) de f(x, y)	$F(u,v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) e^{-j2\pi(\omega t/M + vy/N)}$
2. Transformada discreta de Fourier inversa (IDFT) de F(u, v)	$f(x,y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v) e^{j2\pi (ux/M + vy/N)}$
3. Representação polar	$F(u,v) = F(u,v) e^{j\phi(u,v)}$
4. Espectro	$ F(u, v) = [R^2(u, v) + I^2(u, v)]^{V^2}$ R = Resil(F); I = Im(F)
5. Ângulo de fase	$\phi(u,v) = \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{I(u,v)}{B(u,v)} \right]$
6. Espectro de potência	$P(u,v) = F(u,v) ^2$
7. Valor médio	$\overline{f}(x,y) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{M-1} f(x,y) = \frac{1}{MN} F(0,0)$
8. Periodicidade (k, e. k, são inteiros)	F(u, v) = F(u + k, M, v) = F(u, v + k, M) $= F(u + k, M, v + k, M)$ $f(x, y) = f(x + k, M, y) = f(x, y + k, M)$ $= f(x + k, M, y + k, M)$

Figure: Resumo das definições de DFT e expressões correspondentes

INCLINES IN REPORTED	Table of Contents
Transformada de Fourier Otávio Belfort	1 Motivação
& Managed	2 Introdução
Motivação Introdução	3 A Transformada de Fourier
A Transformada de Fourier	4 Transformada de Fourier
Transformada de Fourier	5 Caso bidimencional
Caso bidimencional	6 Forma polar
Forma polar	7 A Transformada de Discreta de Fourier 2-D
A Transformada de Discreta de Fourier 2-D	8 Espectro de Fourier
Espectro de Fourier	
Resumo das características	Referências



Transformada de Fourier Otávio Belfort

& Managed

A Transforma

de Fourier

de Fourier

Caso bidimenciona

Forma polai

A Transformada de Discreta de Fourier 2-D

Espectro de Fourier

Resumo das características da transfomada de Fourier

- Gonzalez, Rafael C., and Richard E. Woods. Processamento de imagens digitais. Editora Blucher, 2000.
- 2 https://agostinhobritojr.github.io/
- 3 https://www.youtube.com/watch?v=XNgXhb8gpAE&t=1818s
- 4 https://www.youtube.com/watch?v=6DG1qbpTF0Q