

ÁRVORE GERADORA MÍNIMA USANDO KRUSKAL

Fernando S. Teixeira

ÁRVORE GERADORA MÍNIMA (AGM)

É um subconjunto das arestas de um grafo que conecta todos os vértices **sem formar circuitos** (ciclos) e com o **menor custo total possível**

Em um grafo com n vértices, a AGM terá exatamente **$n-1$ arestas**

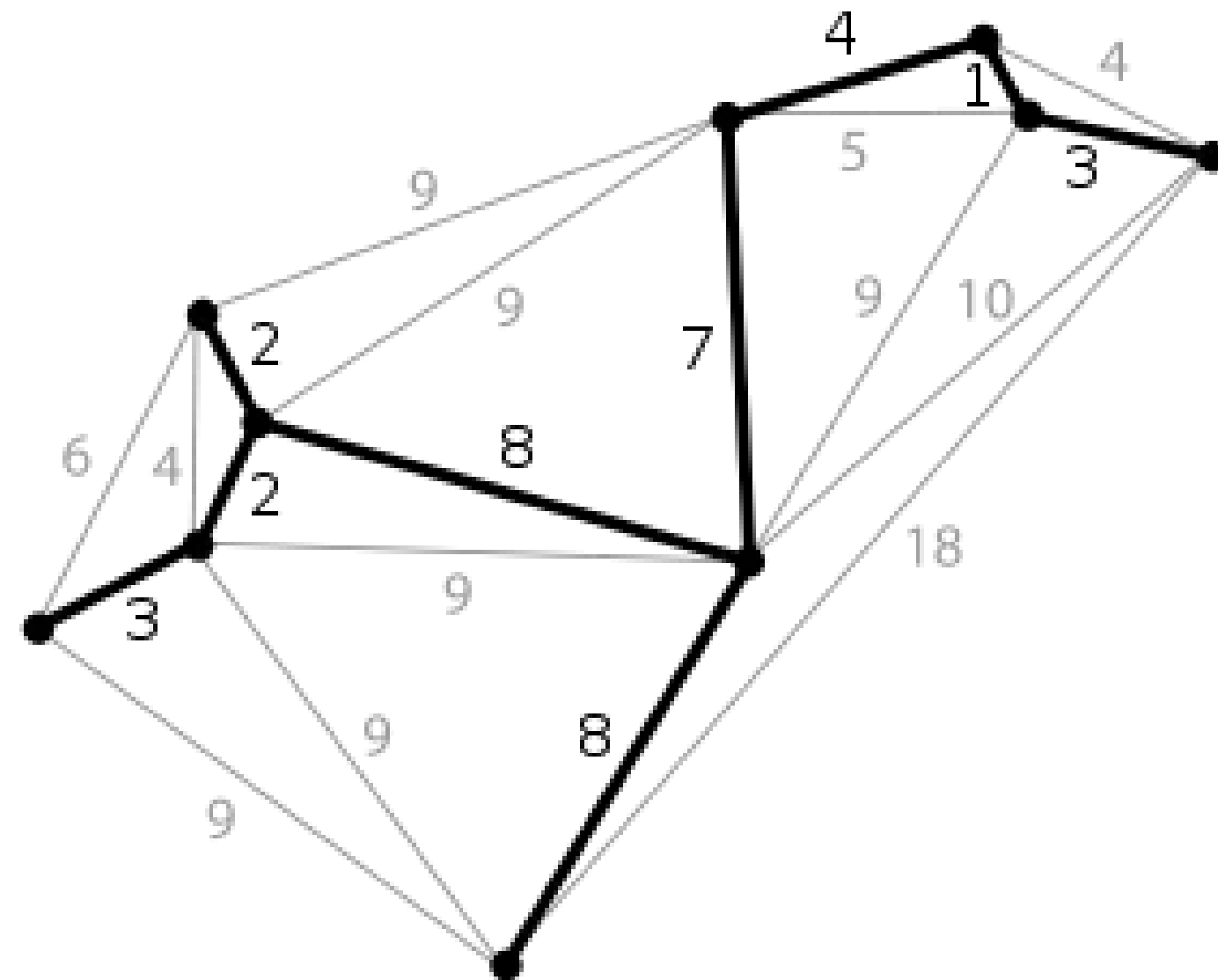
PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS

- **Conecta todos os vértices:** Não pode deixar nenhum vértice isolado
- **Não tem ciclos:** Só há um caminho entre dois vértices quaisquer*
- **Custo mínimo:** Entre todas as formas possíveis de conectar todos os vértices, a AGM é a que tem o menor custo total das arestas

OBSERVAÇÃO

Se houver arestas com os mesmos pesos, podem existir diferentes AGMs com o mesmo custo total

EXEMPLO



APLICAÇÕES

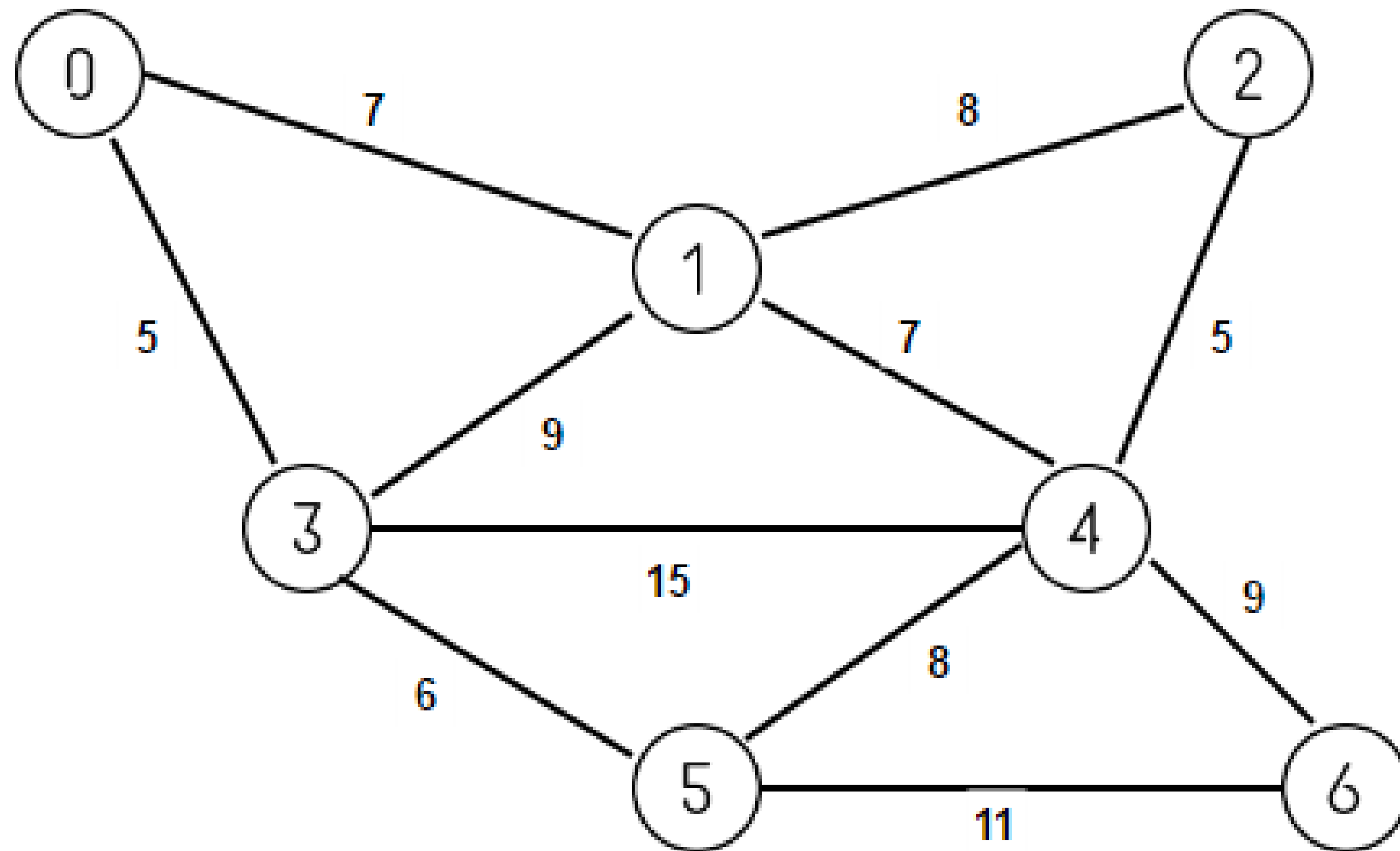
- Projetar redes de comunicação de baixo custo.
- Otimização de rotas em logística.
- Clusterização de dados (agrupar elementos similares).

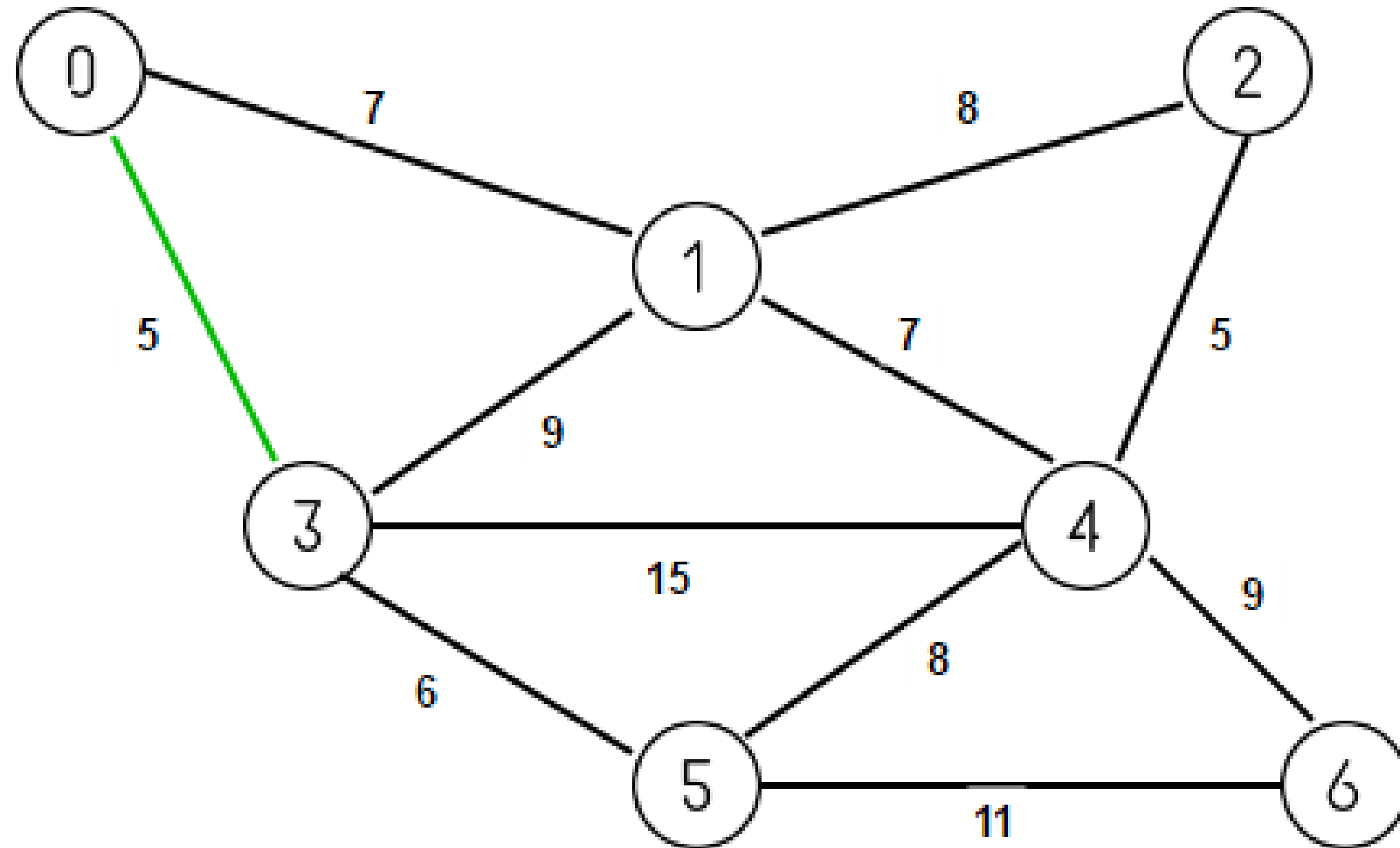
ALGORITMO DE KRUSKAL

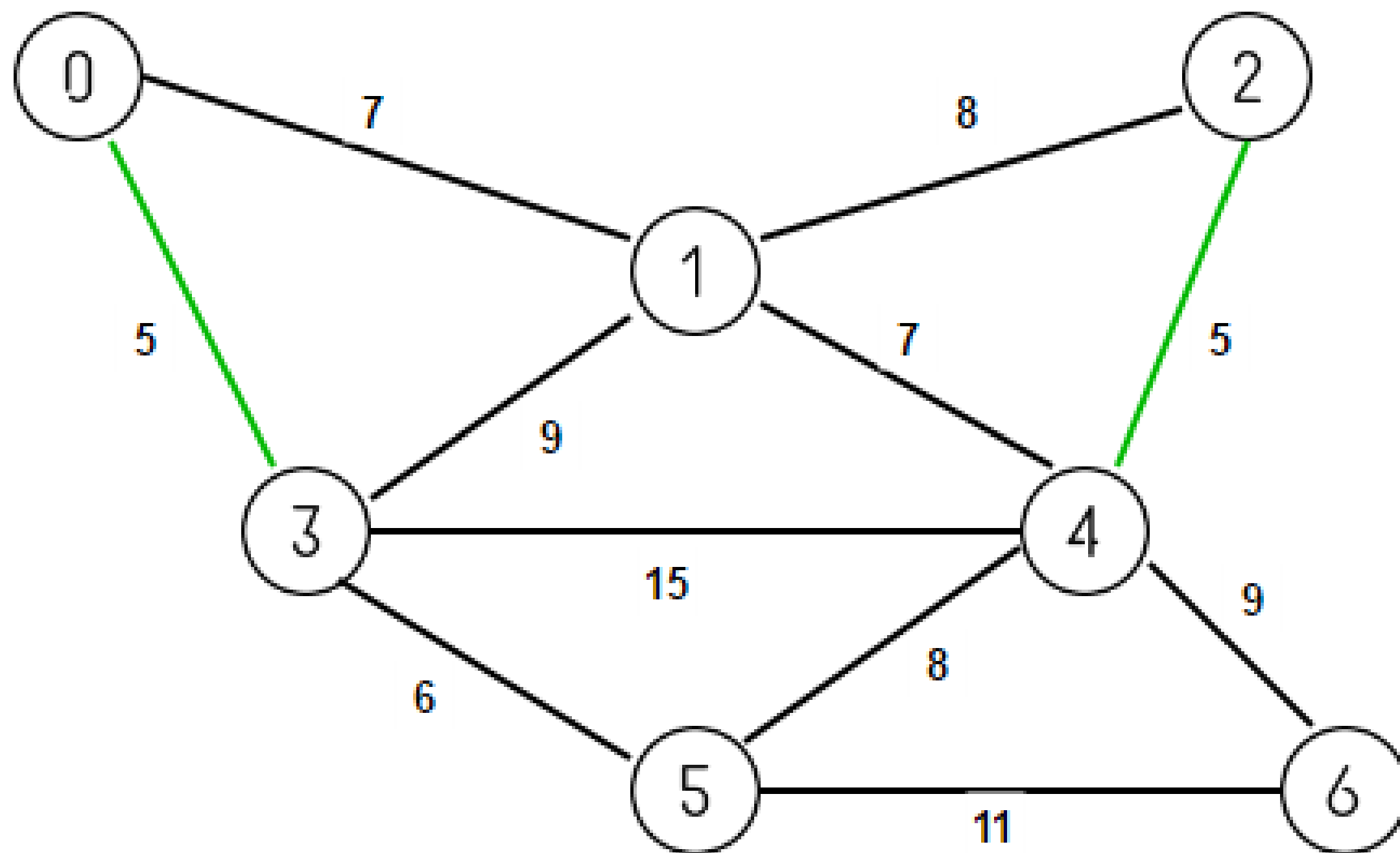
Um **algoritmo ganancioso** para encontrar uma árvore geradora mínima para um grafo ponderado conectado

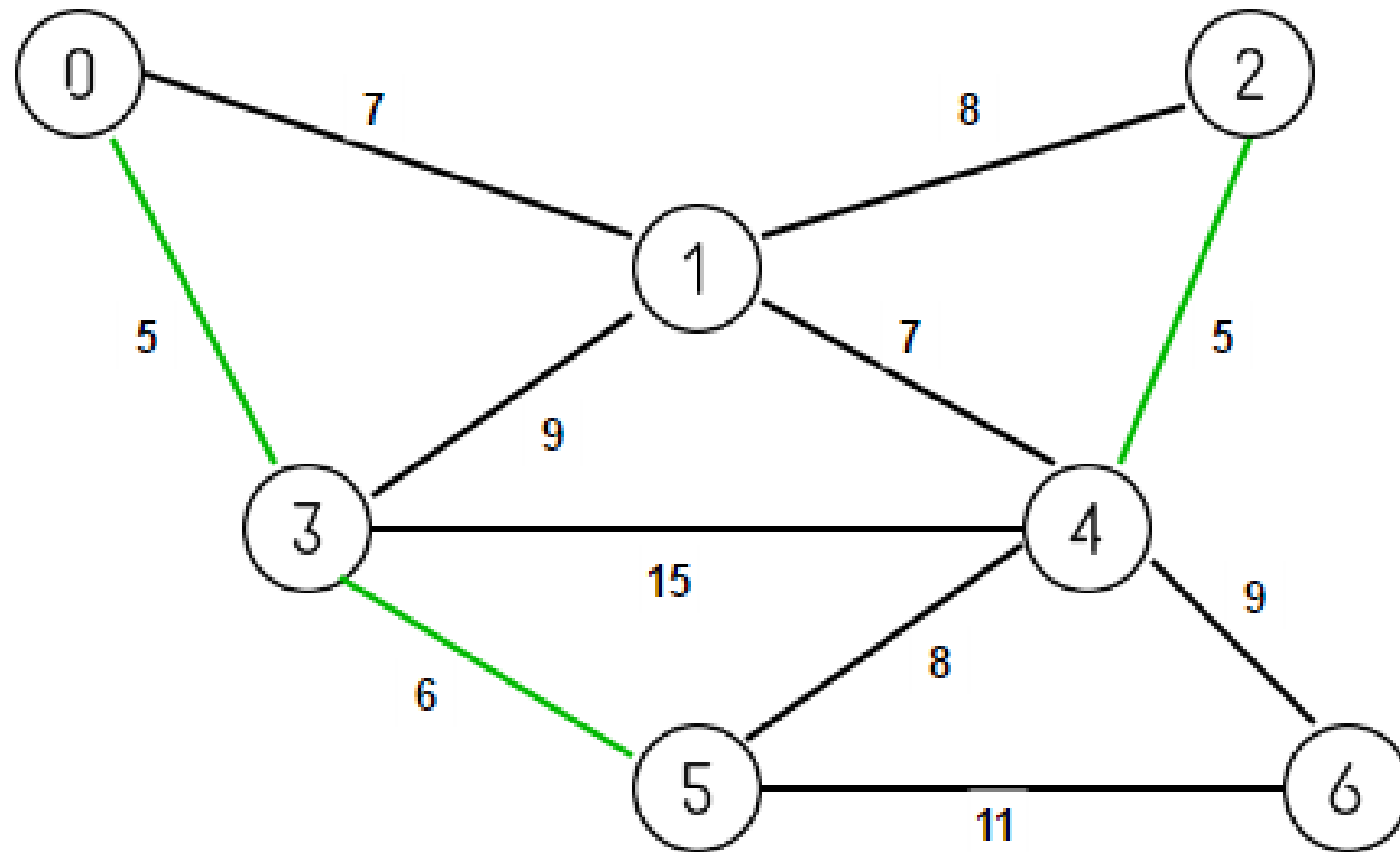
FUNIONAMENTO

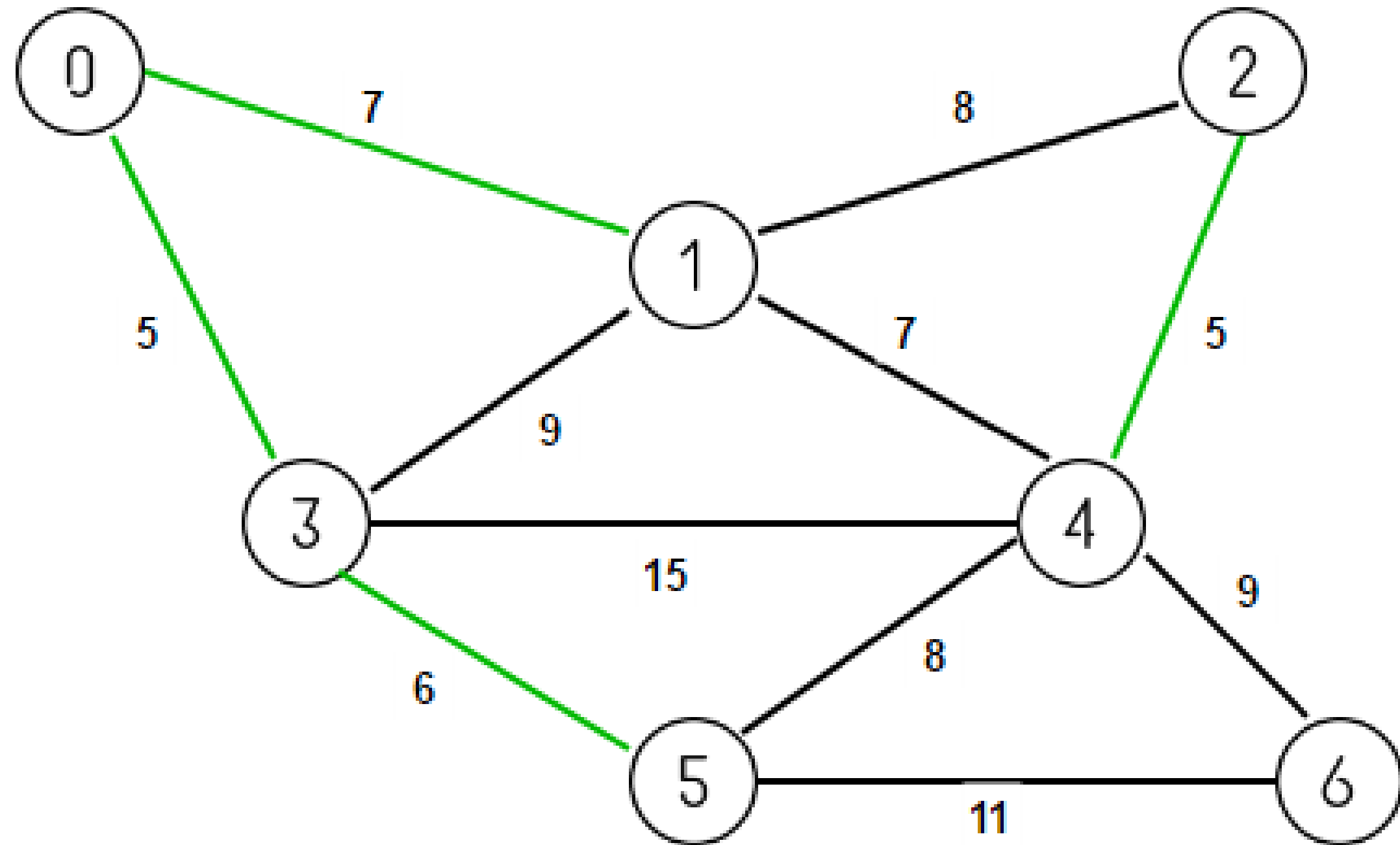
- Considera cada vértice como **uma árvore independente (floresta)**
- A cada iteração, o algoritmo **procura a aresta de menor peso que conecta duas árvores diferentes**
- Os vértices das árvores selecionadas passam a fazer parte de uma mesma árvore
- Esse processo continua até que:
 - **Todos os vértices façam parte da árvore**
 - **Não se pode encontrar uma aresta que satisfaça essa condição** (grafo desconexo)

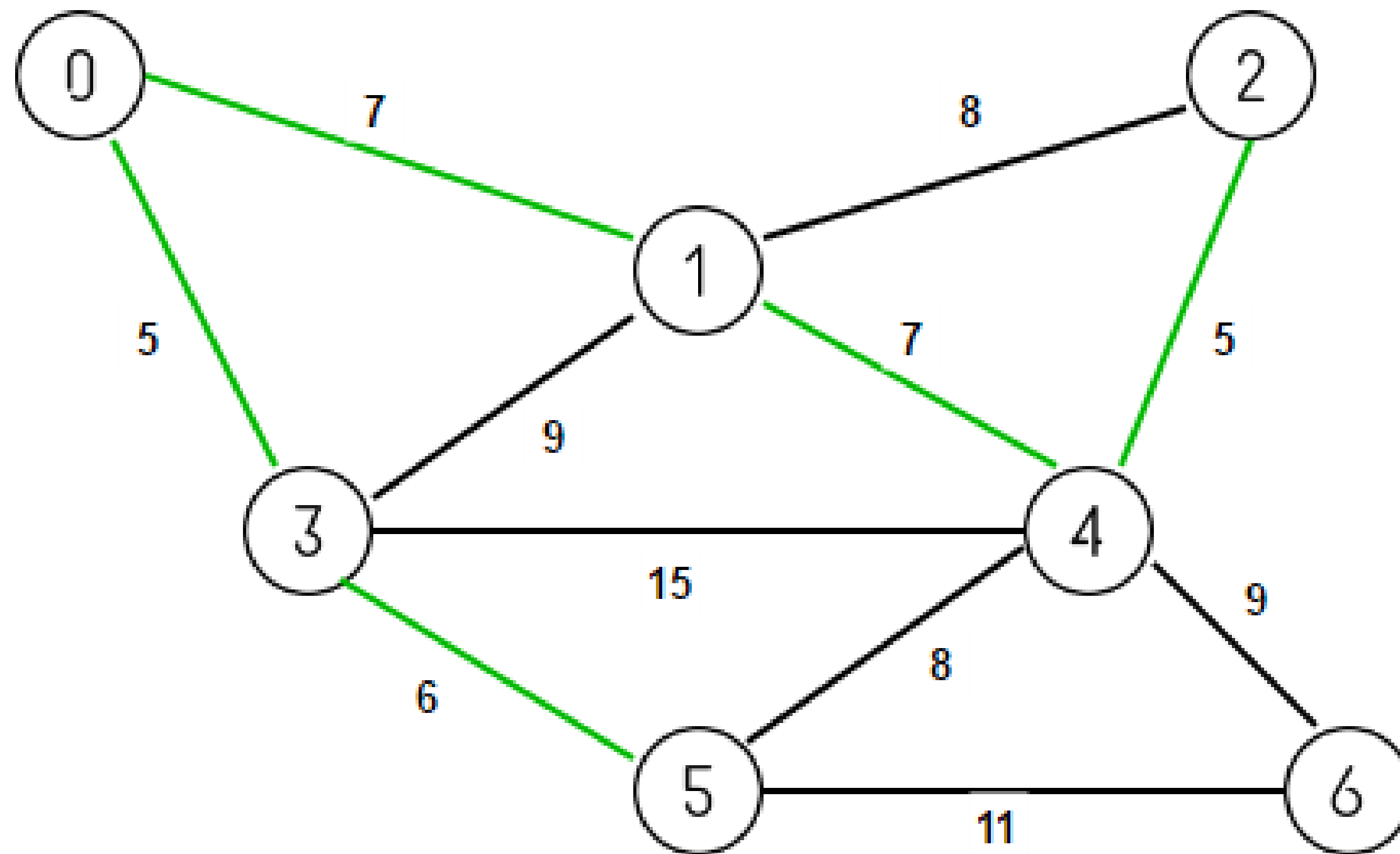


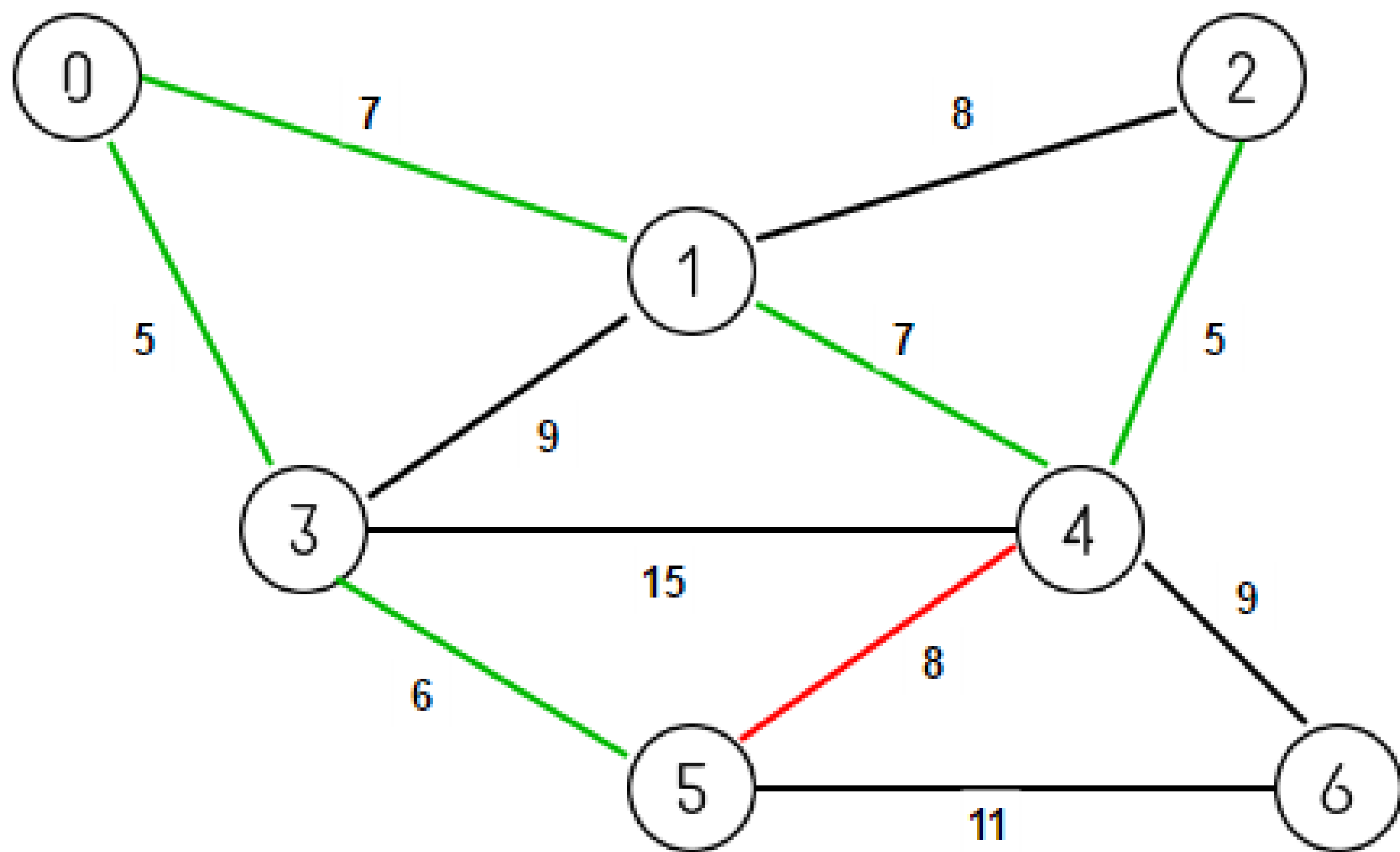


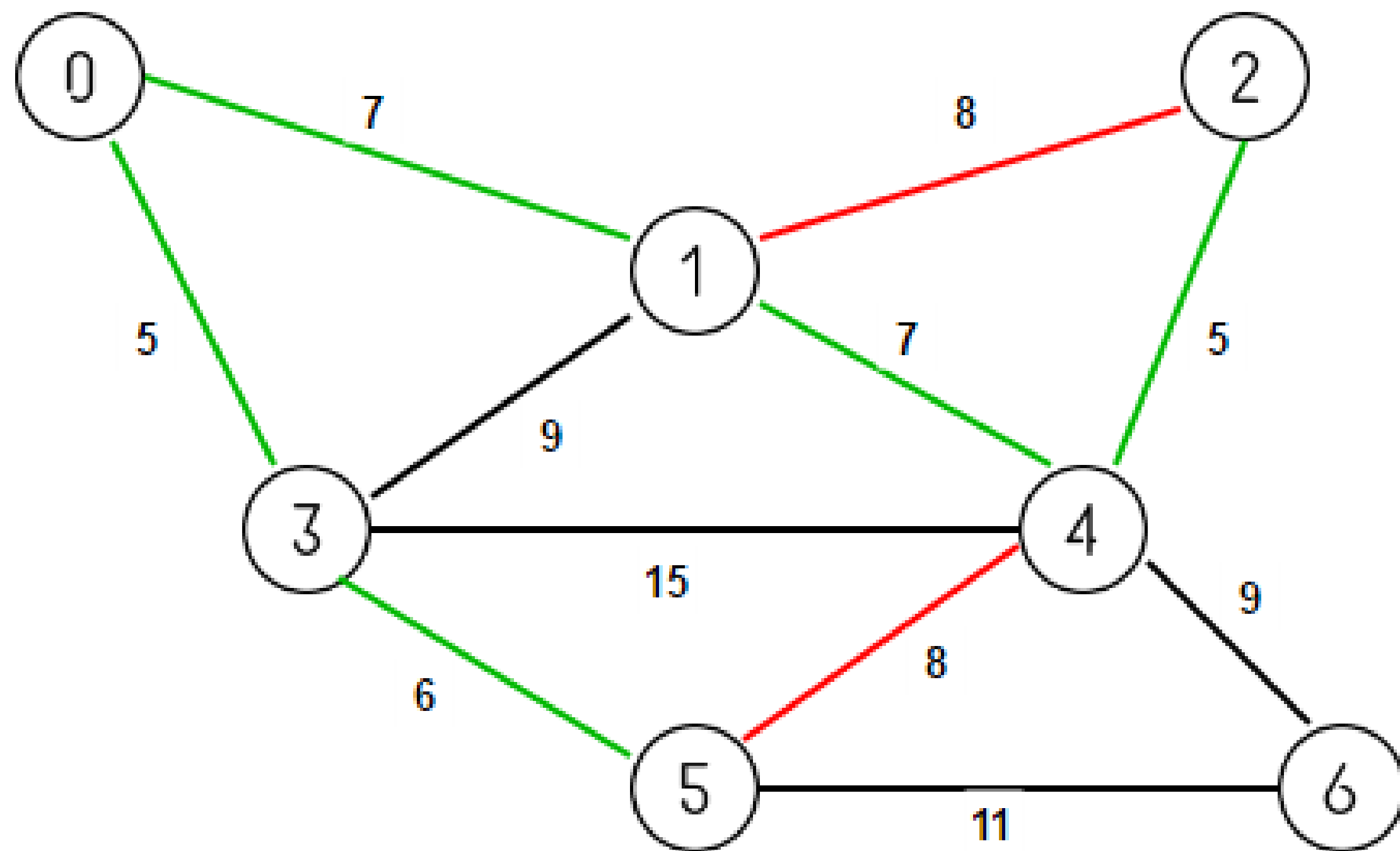


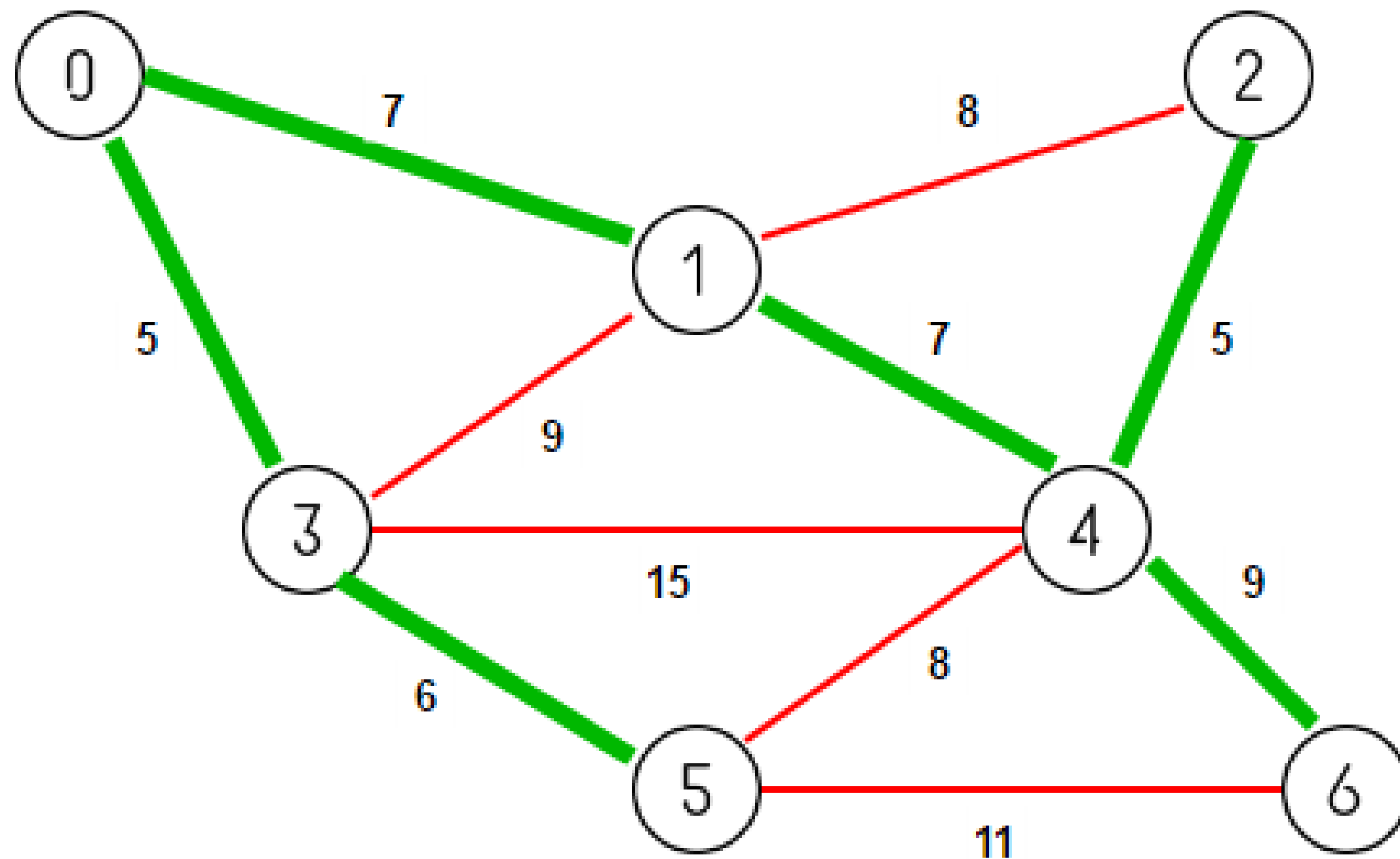












$[(0, 3, 5), (2, 4, 5), (3, 5, 6), (0, 1, 7), (1, 4, 7), (4, 6, 9)]$



CÓDIGO...

REFERÊNCIAS

- https://en.wikipedia.org/wiki/Kruskal%27s_algorithm
- <https://www.techiedelight.com/pt/kruskals-algorithm-for-finding-minimum-spanning-tree/>