



UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

Faculté des Arts et des Sciences

Rapport de Travail Dirigé

PRÉVISION DES RENDEMENTS DES ACTIFS FINANCIERS EN UTILISANT LES RÉGIMES ÉCONOMIQUES

Rédigé par :

OTMAN CHERRATI

MATRICULE - 20233031

Encadreur académique :

RÉNÉ GARCIA

Professeur titulaire

Université de Montréal

Juin 2024

Résumé

Ce projet se concentre sur l'analyse et la prévision des rendements des actifs financiers en combinant les caractéristiques des actifs avec les régimes économiques obtenus à partir des données macro-économiques. L'idée de ce projet est inspirée des travaux de Chen et al. [7] et Gu et al. [9], qui ont démontré que l'information macro-économique est indispensable dans la prévision des rendements. En conséquence, on a souhaité créer un modèle plus simple qui prend en compte cette information macro-économique. La méthode proposée combine l'analyse en composantes principales (PCA) et le filtre de Hamilton pour identifier les probabilités des régimes économiques. Ces probabilités sont ensuite intégrées avec les caractéristiques des actifs financiers pour modéliser et prédire les rendements.

Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à toutes les personnes qui ont contribué à la réalisation de ce projet. Ce travail n'aurait pas été possible sans le soutien et l'encouragement de plusieurs individus précieux.

Tout d'abord, je souhaite remercier mon professeur encadreur, **M. René Garcia**, pour son enseignement, son encadrement, sa patience et ses conseils avisés. Votre expertise a été un pilier essentiel dans l'accomplissement de ce projet. Votre confiance en mes capacités m'a permis de repousser mes limites et d'atteindre mes objectifs.

Je tiens également à exprimer ma reconnaissance à mes professeurs, dont les enseignements ont largement contribué à enrichir mes connaissances et compétences.

Un remerciement spécial va à ma famille pour leur soutien tout au long de ce parcours. Parents, frères et sœurs pour leur patience, leurs encouragements et leur amour inconditionnel.

Je souhaite également remercier mes amis et collègues pour leur soutien moral, leurs conseils et leurs encouragements. Votre présence à mes côtés a été une grande source de motivation et de réconfort.

Enfin, je n'oublie pas toute personne qui, de près ou de loin, a contribué à la réalisation de ce projet. Que ce soit par des discussions constructives, des conseils pratiques ou simplement par leur présence bienveillante, chacune de vos contributions a été précieuse.

À toutes et à tous, merci du fond du cœur.

Otman

Table des matières

1	Revue de la Littérature	7
1.1	Prévision des Rendements des Actifs	7
1.2	Régimes économiques	8
1.3	Filtre de Kalman	9
2	Présentation des données	10
2.1	Caractéristiques des Actifs Financiers	10
2.2	Données Macro-économiques	11
3	PCA et filtre de Hamilton : Donnée macro	14
3.1	Analyse en Composantes Principales (PCA)	14
3.1.1	Étapes de la PCA	14
3.1.2	Résultats de la PCA	15
3.2	Modèle de changement de Régimes	16
3.2.1	Représentation État-Espace	16
3.2.2	Filtre de Kalman	17
3.2.3	Changement de régimes de Hamilton	18
4	Prédiction des Rendements des Actifs	22
4.1	Introduction aux Réseaux de Neurones	22
4.2	Structure et Fonctionnement d'un Réseau de Neurones	22
4.2.1	Couche d'entrée	23
4.2.2	Couches Cachées	23
4.2.3	Couche de Sortie	24
4.3	Entraînement	24

4.3.1	Propagation Avant (Forward Propagation [14])	24
4.3.2	Calcul de la Perte (Loss)	24
4.3.3	Rétro propagation (Backpropagation)	25
4.3.4	Itérations et Convergence	26
4.4	Implémentation	26
4.4.1	Préparation des Données	26
4.4.2	Construction du Modèle	27
4.4.3	Entraînement du Modèle	27
4.4.4	Évaluation et Prédiction	28
5	Résultats	29
5.1	Probabilités de Régimes Économiques	29
5.2	Performance du Modèle de Prédiction	33
6	Discussion	40
6.1	Implications des Résultats	40
6.2	Limitations de l'étude	40
6.3	Suggestions	41
	Références	44

Liste des figures

4.1	Exemple de réseau à 2 couches cachées de 4 noeuds chacune (pour régression)	23
5.1	Probabilités du régime 1 et récessions NBER, modèle sans auto-régression . .	31
5.2	Probabilités du régime 1 et récessions NBER, modèle AR(1)	32
5.3	Ratios de Sharpe portefeuille Long Court (Test Hors Ech)	33
5.4	R^2 transversal (CS) (test Hors Ech)	34
5.5	Rendement cumulatif de portefeuilles Long-court	35
5.6	Rendements cumulatifs de portefeuilles de déciles classés par prédiction de rendement	37
5.7	R^2 transversal(CS) de portefeuilles de déciles triés par moment	38
5.8	R^2 transversal (CS) de portefeuilles de déciles triés par taille (size)	39

Introduction

La prédiction des rendements constitue un défi majeur pour les investisseurs et les analystes financiers, car elle leur permet de prendre des décisions éclairées sur la gestion de leur portefeuille et d'anticiper les mouvements du marché. Pour les investisseurs, il est crucial de pouvoir estimer avec précision les rendements futurs des actifs financiers afin de maximiser les gains potentiels tout en minimisant les risques associés.

Dans cette quête de prévision des rendements, une gamme de modèles théoriques ont vu le jour. Le CAPM est l'un des premiers modèles, il essaie d'évaluer le rendement d'un actif en fonction de son risque systématique, mesuré par le bêta. Plus tard Fama et French [15] proposent les modèles à plusieurs facteurs. Chacun de ces modèles cherche à expliquer les variations des rendements en fonction de différents facteurs économiques et financiers, mais tous ont des limites à prédire avec précision les mouvements du marché.

L'émergence des modèles d'apprentissage machine a ouvert de nouvelles possibilités dans le domaine de la prédiction des rendements. Ces modèles se basent sur des algorithmes qui exploitent la puissance de calcul des machines pour découvrir des schémas complexes dans les données. Les études ont pu montrer qu'ils sont plus précis, même si leur problème d'interprétabilité persiste.

En effet, des recherches telles que celles de Gu et al.(2020) [9] et Chen et al.(2023) [7], ont pu montrer une amélioration significative par rapport aux méthodes traditionnelles de prévision des rendements.

Dans cette étude, on propose une approche pour estimer les rendements des actifs financiers en intégrant les probabilités de régimes économiques avec les caractéristiques des actifs

dans un modèle de réseau de neurones.

On utilise le filtre de Hamilton pour extraire les régimes économiques à partir des données macro-économiques historiques, puis on combine ces informations avec les caractéristiques des actifs pour obtenir une matrices enrichie de données. Cette méthodologie permet de capturer les variations des rendements des actifs dans différents régimes économiques.

D’abord, les données macro-économiques sont classées en groupes et une analyse en composantes principales est effectuée pour chaque groupe. La première composante principale (PC1) de chaque groupe, représentant la majorité de la variance, est extraite et utilisée pour capturer les dynamiques macro-économiques pertinentes.

Ensuite, les séries temporelles de PC1 sont passer à travers le filtre de Hamilton pour identifier les régimes économiques et calculer les probabilités associées à chaque régime.

Enfin, un modèle de régression (Réseau de neurones) est ensuite utilisé pour estimer les rendements des actifs en fonction de la matrice de données enrichies.

Ce projet vise à démontrer que l’intégration des régimes économiques, obtenus via une combinaison de PCA et du filtre de Hamilton, peut améliorer la compréhension et la prévision des rendements des actifs financiers. En utilisant les informations macro-économiques et en les combinant avec les caractéristiques spécifiques des actifs, il est anticipé que les modèles de prévision pourront capturer plus efficacement les dynamiques économiques complexes et fournir des estimations de rendement plus précises.

Chapitre 1

Revue de la Littérature

1.1 Prédiction des Rendements des Actifs

L'estimation des rendements des actifs financiers a toujours été un sujet central en finance. Les modèles traditionnels, tels que le modèle d'évaluation des actifs financiers (CAPM) , le modèle à trois facteurs (1993) [15] et le medel à cinq facteurs (2014) [16] de Fama et French , se concentrent principalement sur les caractéristiques spécifiques des actifs et les facteurs de marché.

Avec l'avènement des techniques de machine learning, de nouvelles approches ont émergé pour améliorer la prédiction des rendements des actifs.

Gu et al. (2020) [9], dans leur étude : "Empirical Asset Pricing via Machine Learning", démontrent des gains économiques significatifs pour les investisseurs utilisant des modèles de prévisions basés sur l'apprentissage machine, doublant parfois les performances des stratégies de régression traditionnelles, grâce à leur capacité à capturer des interactions non linéaires entre les prédicteurs.

Chen et al. (2023) [7], dans l' étude "Deep Learning in Asset Pricing", utilisent des réseaux de neurones profonds pour estimer les rendements des actions individuelles. Leur approche utilise une vaste quantité d'informations de conditionnement et la condition fondamentale de non-arbitrage comme fonction critère pour construire les actifs de test les plus informatifs avec une approche "antagoniste" (Réseau antagoniste génératif).

Ces avancées dans l'utilisation de l'apprentissage machine et des données macro pour la prévision des rendements des actifs montrent que les modèles traditionnels peuvent être considérablement améliorés en incorporant les techniques d'apprentissage modernes avec l'information macro-économique, ouvrant ainsi de nouvelles perspectives pour la recherche en finance.

1.2 Régimes économiques

Les régimes économiques jouent un rôle crucial dans l'analyse financière en général et dans l'estimation des rendements des actifs financiers en particuliers, car ils permettent de capturer les changements structurels dans l'économie, changements qui peuvent influencer les rendements de ces actifs. Les régimes économiques peuvent être modélisés à l'aide de processus de changement de régime, tels que les modèles de changement de Markov, qui permettent de passer entre différents états de l'économie de manière probabiliste.

L'utilisation des régimes économiques dans l'analyse financière est bien illustrée par les travaux de René Garcia et Pierre Perron (1996) [5] dans leur étude "An Analysis of Real Interest Rates Under Regime Shifts". Ils montrent comment les taux d'intérêt réels peuvent être influencés par des changements de régime, ce qui permet une meilleure compréhension et prévision de leurs dynamiques.

Douglas T.F. Chau [6] "Constructing an Observable Regime Indicator for Asset Allocation 2015 " propose un indicateur unique basé sur un modèle de facteur dynamique et un modèle de Markov à trois états pour classer les régimes économiques. Cet indicateur identifie les marchés normaux, les récessions modérées et sévères, et capture les changements de volatilité et de corrélation des rendements des actifs.

Hamilton (1989) [1], dans son étude pionnière "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle", démontre l'importance des régimes économiques pour comprendre les cycles économiques et leurs impacts sur les rendements des

actifs.

Ces études montrent que les régimes économiques, et en particulier les modèles de changement de régime de Markov, sont des outils puissants pour améliorer la prévision et l'estimation des rendements des actifs financiers en tenant compte des changements structurels et des dynamiques économiques complexes.

1.3 Filtre de Kalman

Le Filtre de Kalman, développé par Rudolf E. Kalman, est une technique statistique fondamentale utilisée pour estimer les états non observés d'un système dynamique à partir de mesures bruitées. Introduit dans son article pionnier "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems" (1960) [4], le filtre de Kalman est largement utilisé dans divers domaines, y compris l'économie et la finance, en raison de sa capacité à gérer les dynamiques complexes et les changements structurels dans les séries temporelles.

Dans son étude de 1989[1], "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle", James D. Hamilton applique le filtre de Kalman pour modéliser et analyser les séries temporelles économiques. Hamilton utilise le filtre de Kalman pour estimer les composantes non observées telles que les tendances économiques et les cycles d'affaires. Cette méthode permet d'extraire les tendances sous-jacentes des données observées et de filtrer le bruit, améliorant ainsi la précision de l'analyse des dynamiques économiques.

En gros le Filtre est utilisé pour :

- Détection des Régimes : Identifier les périodes de croissance et de récession dans les données macro-économiques.
- Prévision Économique : Améliorer les prévisions économiques en tenant compte des changements de régime.
- Analyse des Cycles Économiques : Comprendre les cycles économiques et leur impact sur les rendements des actifs financiers.

Chapitre 2

Présentation des données

Pour cette étude, on utilise les données que Chen et al. (2023) [7], disponible sur le drive de Chen ([lien ici](#)) qui ont été collectées et traitées par eux dans le cadre de leur article "Deep Learning in Asset Pricing".

2.1 Caractéristiques des Actifs Financiers

Les données comprennent les rendements mensuels des actions américaines, collectées à partir de la base de données CRSP (Center for Research in Security Prices). La période d'échantillonnage s'étend de janvier 1967 à décembre 2016, couvrant ainsi 50 ans.

Les données sont divisées en trois échantillons : un échantillon d'entraînement de 20 ans (1967-1986), un échantillon de validation de 5 ans (1987-1991), et un échantillon de test hors échantillon de 25 ans (1992-2016).

La description détaillée des données est disponible sur la version en ligne de l'article de Chen et al. (2020) : [lien](#)

Le nombre total d'actions utilisés est d'environ l'ensemble à environ 10 000 action, représentant les entreprises pour lesquelles toutes les informations caractéristiques de l'entreprise étaient disponibles à un moment donné.

Rendements antérieurs	Valeur
(1) r2_1 : Short-term momentum	(24) OL : Operating leverage
(2) r12_2 : Momentum	(26) A2ME : Assets to market cap
(3) r12_7 : Intermediate momentum	(27) Resid_Var : Residual variance
(4) r36_13 : Long-term momentum	(27) Resid_Var : Residual variance
(5) ST_Rev : Short-term reversal	(28) SUV : Standard unexplained volume
(6) LT_Rev : Long-term reversal	(29) LME : Size
(7) Investment : Investment	(30) MktBeta : Market Beta
(8) NOA : Net operating assets	(31) D2P : Dividend yield
(9) DPI2A : Change in property, plants, and equipment	(32) BEME : Book to market ratio
(10) NI : Net share issues	(33) C : Ratio of cash and short-term investments to total assets
(11) PROF : Profitability	(34) CF : Free cash flow to book value
(12) ATO : Net sales over lagged net operating assets	(35) CF2P : Cashflow to price
(13) CTO : Capital turnover	(36) AT : Total assets
(14) FC2Y : Fixed costs to sales	(37) Beta : CAPM beta
(15) OP : Operating profitability	(38) Q : Tobin's Q
(16) PM : Profit margin	(39) S2P : Sales to price
(17) RNA : Return on net operating assets	(40) Lev : Leverage
(18) ROA : Return on assets	(41) E2P : Earnings to price
(19) ROE : Return on equity	(42) IdioVol : Idiosyncratic volatility
(20) SGA2S : Selling, general and administrative expenses to sales	(43) LTurnover : Turnover
(21) D2A : Capital intensity	(44) Rel2High : Closeness to past year high
(22) AC : Accrual	(45) Spread : Bid-ask spread
(23) OA : Operating accruals	(46) Variance : Variance
(25) PCM : Price to cost margin	

TABLE 2.1 – Caractéristiques des actifs

2.2 Données Macro-économiques

On utilise également les 178 séries temporelles macro-économiques utilisé par Chen, provenant de trois sources : 124 prédicteurs macro-économiques de la base de données FRED-MD (détaillés par McCracken et Ng, 2015)[17], les séries temporelles médianes transversales pour chacune des 46 caractéristiques des entreprises, et huit prédicteurs macro-économiques supplémentaires suggérés par Welch et Goyal (2007) [18].

En outre, pour faciliter l'interprétation de l'impacte des différentes données macro-économiques sur l'estimation des rendements des actifs, on a classé les 178 séries temporelles en neuf caté-

gories distinctes. Ces catégories, basées sur la classification de la base de données FRED-MD, sont les suivantes : Production et revenus, Travail et marché, Logement, Consommation, monnaie et crédit, taux d'intérêt et de change, Prix, Marchés boursiers, indicateurs de Welch et Goyal et enfin un groupe contenant les médianes transversales des 45 caractéristiques. Cette catégorisation permet de regrouper les séries temporelles similaires et de mieux comprendre les relations entre les différentes variables macroéconomiques. La description des différentes variables et des catégories est accessible en ligne dans le travail de McCracken et Ng (2015) sur FRED-MD, ([lien](#)),

Le tableau suivant décrit brièvement les données macro utilisées autres que les médianes des caractéristiques.

Groupe	Variables macro et description
Production et Revenus	RPI : Revenu personnel réel W875RX1 : Revenu personnel réel hors transferts INDPRO : Indice de la production industrielle IPFPNSS : IP : Produits finaux et fournitures non industrielles IPFINAL : IP : Produits finaux (groupe de marché) IPCONGD : IP : Biens de consommation IPDCONGD : IP : Biens de consommation durables IPNCONGD : IP : Biens de consommation non durables IPBUSEQ : IP : Équipement industriel IPMAT : IP : Matériaux IPDMAT : IP : Matériaux durables IPNMAT : IP : Matériaux non durables IPMANSICS : IP : Fabrication (SIC) IPB51222S : IP : Services publics résidentiels IPFUELS : IP : Carburants CUMFNS : Utilisation des capacités : Fabrication
Marché de travail	HWI : Indice des offres d'emploi aux États-Unis HWIURATIO : Ratio Offres d'emploi / Nombre de chômeurs CLF16OV : Main-d'œuvre civile active CE16OV : Emploi civil UNRATE : Taux de chômage civil UEMPMEAN : Durée moyenne du chômage (semaines) UEMPLT5 : Chômeurs - Moins de 5 semaines UEMP5TO14 : Chômeurs - 5 à 14 semaines UEMP15OV : Chômeurs - 15 semaines et plus UEMP15T26 : Chômeurs - 15 à 26 semaines UEMP27OV : Chômeurs - 27 semaines et plus CLAIMSx : Demandes initiales PAYEMS : Total des employés : secteurs non agricoles USGOOD : Total des employés : industries productrices de biens CES1021000001 : Total des employés : mines et exploitation forestière : exploitation minière USCONS : Total des employés : construction MANEMP : Total des employés : fabrication DMANEMP : Total des employés : biens durables NDMANEMP : Total des employés : biens non durables SRVPRD : Total des employés : industries de services USTPU : Total des employés : commerce, transport et services publics USWTRADE : Total des employés : commerce de gros USTRADE : Total des employés : commerce de détail USFIRE : Total des employés : activités financières USGOVT : Total des employés : gouvernement CES0600000007 : Heures moyennes par semaine : secteurs producteurs de biens AWOTMAN : Heures moyennes supplémentaires par semaine : fabrication AWHMAN : Heures moyennes par semaine : fabrication CES0600000008 : Salaire horaire moyen : secteurs producteurs de biens CES2000000008 : Salaire horaire moyen : construction CES3000000008 : Salaire horaire moyen : fabrication
Logement	HOUST : Mises en chantier de logements : total des nouveaux logements privés HOUSTNE : Mises en chantier de logements, Nord-Est HOUSTMW : Mises en chantier de logements, Midwest HOUSTS : Mises en chantier de logements, Sud HOUSTW : Mises en chantier de logements, Ouest PERMIT : Permis de construire de logements privés neufs (SAAR) PERMITNE : Permis de construire de logements privés neufs, Nord-Est (SAAR) PERMITMW : Permis de construire de logements privés neufs, Midwest (SAAR) PERMITS : Permis de construire de logements privés neufs, Sud (SAAR) PERMITW : Permis de construire de logements privés neufs, Ouest (SAAR)

Groupe	Variables macro et description
Conso et Ordres	DPCERA3M086SBEA : Dépenses de consommation réelles des ménages CMRMTSPLx : Ventes réelles des industries manufacturières et commerciales RETAILx : Ventes au détail et services alimentaires AMDMNOx : Nouvelles commandes de biens durables AMDMUOx : Commandes non honorées de biens durables BUSINVx : Stocks totaux des entreprises ISRATIOx : Ratio stocks-ventes des entreprises
Monnaie et crédit	M1SL : Masse monétaire M1 M2SL : Masse monétaire M2 M2REAL : Masse monétaire M2 réelle AMBSL : Base monétaire ajustée de St. Louis TOTRESNS : Réserves totales des institutions de dépôt NONBORRES : Réserves des institutions de dépôt BUSLOANS : Prêts commerciaux et industriels REALLN : Prêts immobiliers dans toutes les banques commerciales NONREVSL : Crédit non renouvelable total CONSPI : Crédit à la consommation non renouvelable par rapport au revenu personnel MZMSL : Masse monétaire MZM DTCONLVHFNM : Prêts automobiles aux consommateurs en circulation DTCTHFNM : Total des prêts et crédits aux consommateurs en circulation INVEST : Titres dans le crédit bancaire à toutes les banques commerciales
Taux : intérêt, change	FEDFUNDS : Taux des fonds fédéraux effectifs CP3Mx : Taux des effets commerciaux financiers AA à 3 mois TB3MS : Bon du Trésor à 3 mois TB6MS : Bon du Trésor à 6 mois GS1 : Taux des obligations du Trésor à 1 an GS5 : Taux des obligations du Trésor à 5 ans GS10 : Taux des obligations du Trésor à 10 ans AAA : Rendement des obligations d'entreprise Aaa de Moody's BAA : Rendement des obligations d'entreprise Baa de Moody's COMPAPFFx : Papier commercial à 3 mois moins FEDFUNDS TB3SMFFM : Bon du Trésor à 3 mois moins FEDFUNDS TB6SMFFM : Bon du Trésor à 6 mois moins FEDFUNDS T1YFFM : Obligation du Trésor à 1 an moins FEDFUNDS T5YFFM : Obligation du Trésor à 5 ans moins FEDFUNDS T10YFFM : Obligation du Trésor à 10 ans moins FEDFUNDS AAAFFM : Obligation d'entreprise Aaa de Moody's moins FEDFUNDS BAAFFM : Obligation d'entreprise Baa de Moody's moins FEDFUNDS EXSZUSx : Taux de change CHF/USD EXJPUSx : Taux de change JPY/USD EXUSUKx : Taux de change USD/GBP EXCAUSx : Taux de change CAD/USD
Prix	WPSFD49207 : IPP : Produits finis WPSFD49502 : IPP : Biens de consommation finis WPSID61 : IPP : Matériaux intermédiaires WPSID62 : IPP : Matières premières OILPRICEx : Pétrole brut, WTI et Cushing PPICMM : IPP : Métaux et produits métalliques CPIAUCSL : IPC : Tous les articles CPIAPPSL : IPC : Vêtements CPITRNSL : IPC : Transport CPIMEDSL : IPC : Soins médicaux CUSR0000SAC : IPC : Marchandises CUSR0000SAD : IPC : Biens durables CUSR0000SAS : IPC : Services CUUR1FSL : IPC : Tous les articles sauf alimentation CUSR0000SA0L2 : IPC : Tous les articles sauf logement CUSR0000SA0L5 : IPC : Tous les articles sauf soins médicaux PCEPI : Dépenses de consommation personnelle : Indice en chaîne DDURRG3M086SBEA : Dépenses de consommation personnelle : Biens durables DNDGRG3M086SBEA : Dépenses de consommation personnelle : Biens non durables DSERRG3M086SBEA : Dépenses de consommation personnelle : Services
Marchés Boursiers	S&P 500 : Indice des prix des actions ordinaires de S&P : Composite S&P : indust : Indice des prix des actions ordinaires de S&P : Industriels S&P div yield : Indice des actions ordinaires de S&P : Rendement des dividendes S&P PE ratio : Indice des actions ordinaires de S&P : Ratio cours/bénéfice VXOCLSx : Indice de volatilité VXO
Welch, Goyal indicators	dp : Ratio dividende-prix ep : Ratio bénéfice-prix bm : Ratio valeur comptable-marché ntis : Expansion nette des capitaux propres tbl : Taux des bons du Trésor tms : Écart de terme dfy : Écart de défaut svar : Variance des actions

TABLE 2.2 – Données macro par groupe

Chapitre 3

PCA et filtre de Hamilton : Donnée macro

Cette section détaille la méthodologie employée pour effectuer l'analyse en composantes principales (PCA) et appliquer le filtre de Hamilton pour obtenir les probabilité des régimes.

3.1 Analyse en Composantes Principales (PCA)

L'Analyse en Composantes Principales (PCA) est une technique de réduction de dimensionnalité largement utilisée en statistique et en apprentissage automatique. Elle permet de transformer un ensemble de variables corrélées en un ensemble de variables non corrélées appelées composantes principales, tout en conservant autant que possible de la variance présente dans les données d'origine.

La PCA vise à identifier les directions dans lesquelles les données varient le plus. Ces directions sont représentées par des vecteurs appelés composantes principales. L'objectif est de réduire la complexité des données tout en conservant leur structure essentielle.

3.1.1 Étapes de la PCA

1. **Standardisation des données** : Pour garantir que chaque variable contribue équitablement à l'analyse, il est courant de standardiser les données, en les centrant (soustraction de la moyenne) et en les réduisant (division par l'écart-type).

2. **Calcul de la matrice de covariance** : La matrice de covariance, notée Σ , mesure les relations de covariance entre les différentes variables. Pour un ensemble de données X avec n observations et p variables, la matrice de covariance est calculée comme suit :

$$\Sigma = \frac{1}{n-1} X^T X$$

3. **Calcul des vecteurs propres et des valeurs propres** : Les vecteurs propres (\mathbf{v}) et les valeurs propres (λ) de la matrice de covariance sont calculés pour déterminer les directions principales et l'importance de ces directions respectivement. Ces vecteurs propres forment les composantes principales et les valeurs propres indiquent la quantité de variance expliquée par chaque composante. Mathématiquement, cela se traduit par :

$$\Sigma \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}$$

4. **Projection des données** : Les données d'origine sont projetées dans le nouvel espace formé par les composantes principales, transformant ainsi les données initiales en un ensemble de nouvelles variables non corrélées :

$$X' = X \mathbf{V}$$

où \mathbf{V} est la matrice des vecteurs propres.

3.1.2 Résultats de la PCA

- **Variance expliquée** : Les valeurs propres (λ) de la matrice de covariance représentent la quantité de variance expliquée par chaque composante principale. La somme des valeurs propres est égale à la variance totale des données d'origine, et le pourcentage de variance expliquée par chaque composante principale est donné par :

$$\text{Variance expliquée par } \mathbf{v}_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^p \lambda_j}$$

- **Choix des composantes principales** : Les composantes principales sont ordonnées par la quantité de variance qu'elles expliquent. En général, seules les premières composantes principales (celles avec les plus grandes valeurs propres) sont conservées, car

elles capturent la majorité de la variance dans les données.

- **Dé-corrélation des variables** : Les composantes principales sont orthogonales entre elles, ce qui signifie qu'elles sont non corrélées. Cela simplifie l'analyse et permet d'éviter la redondance d'information.

Dans le contexte de ce projet , on regroupe les données macro-économiques en plusieurs groupes, puis on effectue une PCA sur chacun de ces groupes. Cela permet de :

- **Réduire la dimensionnalité** : En résumant chaque groupe de variables macro-économiques par un petit nombre de composantes principales on passe de 178 variables à 8 groupes, cela nous facilite l'utilisation du filtre de Hamilton sans perdre d'information cruciale, autrement le bruit de ces données rendra le filtre inutilisable (dans le filtre il y a une partie d'optimisation où on doit minimiser une fonction objective, avec 178 variables le nombre de paramètres de la fonction explose et trouver un optimum devient presque impossible)
- **Éliminer les redondances** : Les composantes principales étant non corrélées, elles éliminent la redondance présente dans les données initiales, ce qui peut améliorer la performance des algorithmes de prédiction.
- **Améliorer l'interprétabilité** : Avec un nombre limité de groupe de données macro l'interprétation devient plus facile que les 178 variables d'origine, facilitant ainsi l'analyse des résultats.

En résumé, on groupe nos données en neuf catégories et on ajoute un dixième groupe qui contient toutes les données et on applique la PCA sur chaque groupe, on garde que la première composante de chaque groupe. On obtient ainsi les séries chronologiques de chaque groupe de données macro économiques.

3.2 Modèle de changement de Régimes

3.2.1 Représentation État-Espace

Un système linéaire [3] peut être représenté en forme état-espace avec les équations suivantes :

Équation d'observation

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}'\mathbf{x}_t + \mathbf{H}'\xi_t + \omega_t \quad (3.1)$$

avec $\mathbf{E}[\omega_t \omega_t] = \mathbf{R}$ de dimension $n \times n$

où :

- \mathbf{y}_t est le vecteur d'observation à l'instant t (dimension $n \times 1$).
- \mathbf{H}' est la matrice de coefficients appelée matrice d'émission (dimension $n \times r$).
- ξ est le vecteur d'états du système (dimension $r \times 1$).
- \mathbf{x}_t vecteur de variables exogènes prédéterminées (dimension $k \times 1$).
- \mathbf{A}' est la matrice de coefficients pour les variables exogènes (dimension $n \times k$).
- ω_t un vecteur d'erreur de mesure ou de bruit (dimension $n \times 1$).

Équation d'état

$$\xi_{t+1} = \mathbf{F}\xi_t + \mathbf{v}_{t+1} = \quad (3.2)$$

avec $\mathbf{E}[\mathbf{v}_t \mathbf{v}_t] = \mathbf{Q}$ de dimension $r \times r$

où :

- ξ_t est le vecteur d'état à l'instant t (dimension $n \times 1$).
- \mathbf{F} est la matrice de transition d'état (dimension $n \times n$).
- \mathbf{v}_t est le bruit de processus (dimension $n \times 1$).

3.2.2 Filtre de Kalman

Le filtre de Kalman est une méthode récursive pour estimer l'état d'un processus dynamique en minimisant l'erreur quadratique moyenne. Il fonctionne en deux étapes principales : la prédiction et la mise à jour.

Étape de prédiction

$$\hat{\xi}_{t+1|t} = \mathbf{F}\hat{\xi}_{t|t} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{P}_{t+1|t} = \mathbf{F}\mathbf{P}_{t|t}\mathbf{F}' + \mathbf{Q} \quad (3.4)$$

où :

- $\hat{\xi}_{t+1|t}$ est l'estimation a priori de l'état à l'instant $t + 1$.

— $\mathbf{P}_{t|t-1}$ est la covariance a priori de l'erreur d'estimation.

Étape de mise à jour

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_t &= \mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{H} (\mathbf{H}' \mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{H} + \mathbf{R})^{-1} \\ \hat{\xi}_{t|t} &= \hat{\xi}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t (\mathbf{y}_t - \mathbf{A}' \mathbf{x}_t - \mathbf{H}' \hat{\xi}_{t|t-1}) \\ \mathbf{P}_{t|t} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}') \mathbf{P}_{t|t-1}\end{aligned}$$

où :

- \mathbf{K}_t est le gain de Kalman.
- $\hat{\xi}_{t|t}$ est l'estimation a posteriori de l'état à l'instant t .
- $\mathbf{P}_{t|t}$ est la matrice de covariance de la distribution conditionnelle de ξ_t (covariance a posteriori de l'erreur d'estimation).

3.2.3 Changement de régimes de Hamilton

Hamilton [3] [2] a étendu le filtre de Kalman pour modéliser les changements de régimes économiques en utilisant des chaînes de Markov à états cachés.

Par exemple un Changement de régime AR(1) à la forme :

$$y_t = \mu_{st} + \beta_{st} y_{t-1} + \omega_{st}$$

ou $s_t = 1, 2, 3, \dots, N$ sont les régimes possibles.

Dans le filtre de Kalman les états ξ_t sont généralement des variables continues et leur distribution peut être modélisée par des distributions continues, comme la distribution normale. Cependant, lorsqu'on modélise des régimes économiques, les états peuvent être des variables discrètes. Dans ce cas, les états représentent des régimes ou des conditions spécifiques qui sont qualitativement distincts, comme des périodes de croissance économique, de récession, ou de stagnation, donc ces états sont des variables discrètes et leur distribution conditionnelle se définit par :

$$P(s_t = i | \zeta_{t-1})$$

avec $i = 1, 2, \dots$ et ζ_{t-1} représente toute l'information (variables et paramètres) connue jusqu'au temps (t-1).

Dans le cas d'une chaîne de Markov

$$P(s_t = i | \zeta_{t-1}) = P(s_t = i | s_{t-1})$$

ce qui donne

$$P(s_t = j | s_{t-1} = i) = P_{ij}$$

Ainsi dans le cas de deux régimes la matrice des probabilités de transitions est :

$$P(s_t = j | s_{t-1} = i) = P_{ij} = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{10} \\ p_{01} & p_{11} \end{bmatrix}$$

Hamilton [2] propose la même technique que Kalman : prédiction puis mise à jour pour trouver :

$$\xi_{i,t} = P(s_t = i | \zeta_t)$$

ou $\zeta_t = y_t, y_{t-1}, \dots$

en partant de :

$$\xi_{i,t-1} = P(s_{t-1} = i | \zeta_{t-1})$$

avec l'assomption :

$$f(y_t | s_t = i, \zeta_{t-1}) \sim N(\mu_{y_t}, \sigma)$$

Algorithme :

L'algorithme proposé par Hamilton [2] est comme suite :

Étape1 : Poser

$$\xi_{i,t-1} = P(s_{t-1} = i \mid \zeta_{t-1})$$

Étape2 : Calculer la distribution de densité conditionnelle conjointe de y_t et de s_t :

$$f(y_t, s_t = i \mid \zeta_{t-1}) = f(y_t \mid s_t = i, \zeta_{t-1}) \cdot P(s_t = i \mid \zeta_{t-1})$$

ou :

$$f(y_t \mid s_t = j, \zeta_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \exp \left[-\frac{(y_t - \mu_j - \beta_j y_{t-1})^2}{2\sigma_j^2} \right]$$

Étape3 : On utilise la densité conditionnelle et les probabilité à priori pour obtenir la vraisemblance de l'observation :

$$f(y_t \mid \zeta_{t-1}) = \sum_{j=0}^1 f(y_t, s_t = j \mid \zeta_{t-1}) = \sum_{j=0}^1 f(y_t \mid s_t = j, \zeta_{t-1}) P(s_t = j \mid \zeta_{t-1})$$

$$f(y_t \mid \zeta_{t-1}) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 f(y_t \mid s_t = i, \zeta_{t-1}) P_{ij} P(s_{t-1} = i \mid \zeta_{t-1}) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \xi_{i,t-1} p_{ij} f(y_t \mid s_{t-1} = i, \zeta_{t-1})$$

En détails :

$$f(y_t \mid \zeta_{t-1}) = \xi_{0,t-1} p_{00} \eta_{0t} + \xi_{0,t-1} p_{01} f(y_t \mid s_t = i, \zeta_{t-1}) + \xi_{1,t-1} p_{10} \eta_{0t} + \xi_{1,t-1} p_{11} f(y_t \mid s_t = i, \zeta_{t-1})$$

Étape4 : On utilise la vraisemblance pour mettre à jour le nouveau état :

$$\xi_{jt} = P(s_t = j \mid \zeta_t) = \frac{\sum_{i=0}^1 \xi_{i,t-1} p_{ij} \eta_{jt}}{f(y_t \mid \zeta_{t-1})}$$

Finalement on répète de : $t = 1$ à T pour obtenir les probabilités à toutes les périodes.

Optimisation :

Le log vraisemblance des données peut être calculer comme suit :

$$\log(f(y_T, y_{T-1}, \dots, y_1 \mid y_0)) = \sum_{t=1}^T \log(f(y_t \mid \zeta_{t-1}))$$

Pour trouver les paramètres optimaux, on doit maximiser cette log-vraisemblance ou minimiser $-\log L(\theta)$. Cela peut être accompli en utilisant des méthodes d'optimisation numérique comme l'algorithme de descente de gradient, Newton-Raphson, ou BFGS.

L'optimisation nécessite de choisir des paramètres initiaux :

Pour l'état initial ξ_{i0} , Hamilton propose d'utiliser les probabilités non conditionnelle :

$$\xi_{i0} = P(s_0 = i) = \frac{1 - p_{jj}}{2 - p_{ii} - p_{jj}}$$

Ces probabilités sont obtenu sous l'assomption que la chaîne de Markov est ergodique.

Pour les autres paramètres on choisit des valeurs arbitraire raisonnables.

A partir de ces paramètres initiaux on utilise l'optimisation numérique (BFGS) pour obtenir les paramètres optimaux $(\mu_0, \mu_1, \beta_0, \beta_1, \sigma_0, \sigma_1, p, q)$.

A noté qu'on peut s'en passer du β pour obtenir un modèle sans auto régression :

$$y_t = \mu_{s_t} + \sigma_{s_t}$$

.

On a implémenté les deux cas pour le filtre de Hamilton et après comparaison des résultats, on a choisit les probabilités issues du modèle sans auto-régression pour être intégrées dans le modèle de prédiction des rendements.

Chapitre 4

Prédiction des Rendements des Actifs

4.1 Introduction aux Réseaux de Neurones

En apprentissage machine les réseaux de neurones artificiels (ANN - Artificial Neural Networks) sont des modèles conçus pour reconnaître des motifs complexes dans les données et les utiliser pour effectuer des tâches tel que la prédiction.

Ils sont composés de couches de noeuds inter-connectés qui traitent les informations de manière non linéaire, permettant ainsi de modéliser des relations complexes entre les variables d'entrée et de sortie.

4.2 Structure et Fonctionnement d'un Réseau de Neurones

Un réseau de neurones peut être décrit comme une succession de fonctions appliquées aux données d'entrée pour produire une sortie. Le but est de trouver une fonction complexe f telle que $y = f(X)$, où X représente les données d'entrée (caractéristiques des actifs et états des régimes macro par exemple) et y représente la sortie (rendement prédit dans cet exemple).

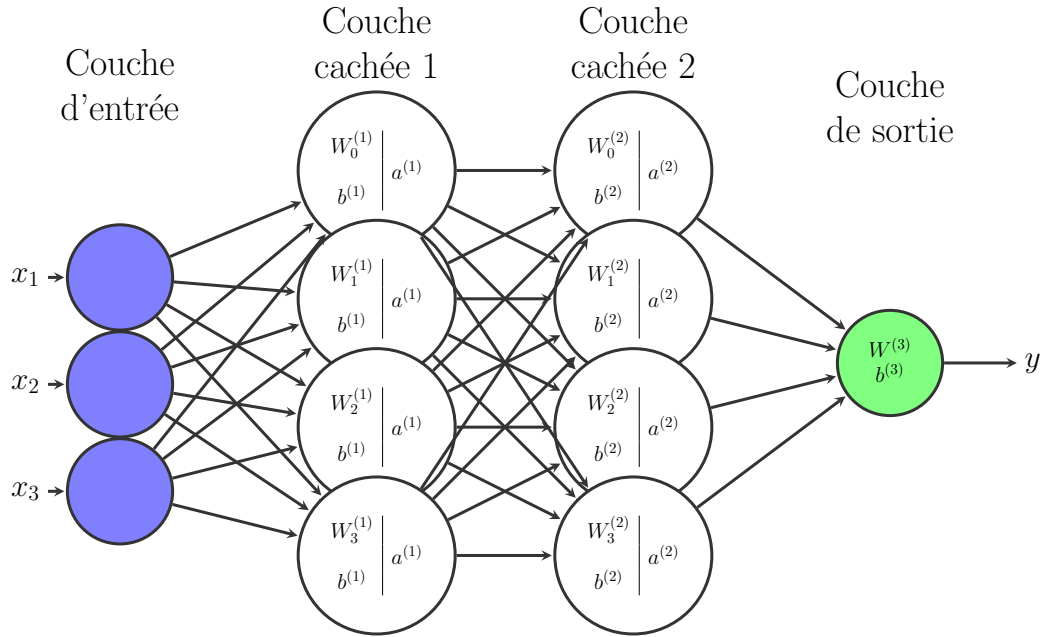


FIGURE 4.1 – Exemple de réseau à 2 couches cachées de 4 noeuds chacune (pour régression)

4.2.1 Couche d'entrée

- **Description** : La couche d'entrée reçoit les données initiales. Chaque noeud de cette couche représente une caractéristique spécifique de l'ensemble de données.
- **Formule** : $\mathbf{a}^{(0)} = \mathbf{x}$, où \mathbf{x} est le vecteur des caractéristiques d'entrée. La couche d'entrée ne contient ni poids ni biais car elle sert seulement comme support pour recevoir les entrées.

4.2.2 Couches Cachées

- **Description** : Les couches cachées sont composées de noeuds qui effectuent des transformations non linéaires sur les données. Chaque couche cachée l reçoit les activations

de la couche précédente $l - 1$, les transforme, et produit des activations pour la couche suivante.

- **Formule** : $\mathbf{z}^{(l)} = \mathbf{W}^{(l)}\mathbf{a}^{(l-1)} + \mathbf{b}^{(l)}$, où $\mathbf{W}^{(l)}$ est la matrice de poids, $\mathbf{b}^{(l)}$ est le vecteur de biais, et $\mathbf{z}^{(l)}$ est le vecteur de valeurs linéaires.
- **Fonction d'activation** : $\mathbf{a}^{(l)} = g(\mathbf{z}^{(l)})$, où g est une fonction d'activation non linéaire (par exemple, ReLU, Sigmoid), cette fonction permet de capter les interactions non linéaire dans les données.

4.2.3 Couche de Sortie

- **Description** : La couche de sortie produit le résultat final du réseau. Pour la prédiction des rendements des actifs, cette couche génère une valeur continue représentant le rendement prédit.
- **Formule** : $\mathbf{y}_{\text{prédit}} = \mathbf{a}^{(L)}$, où L est le nombre total de couches.

4.3 Entraînement

L'objectif de l'entraînement est de trouver les poids \mathbf{W} et les biais \mathbf{b} qui minimisent l'erreur entre les prédictions du modèle et les valeurs réelles. Ce processus se déroule en plusieurs étapes :

4.3.1 Propagation Avant (Forward Propagation [14])

Les données d'entrée traversent le réseau couche par couche. Chaque neurone applique la fonction $\mathbf{z}^{(l)} = \mathbf{W}^{(l)}\mathbf{a}^{(l-1)} + \mathbf{b}^{(l)}$ suivie de l'activation $\mathbf{a}^{(l)} = g(\mathbf{z}^{(l)})$. Cela permet de calculer la sortie prédite $\mathbf{y}_{\text{prédit}}$.

4.3.2 Calcul de la Perte (Loss)

La fonction de perte $L(\mathbf{y}_{\text{réel}}, \mathbf{y}_{\text{prédit}})$ mesure la différence entre les prédictions et les valeurs réelles. Pour un problème de régression, l'erreur quadratique moyenne (Mean Squared Error, MSE) est couramment utilisée :

$$L = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2.$$

4.3.3 Rétro propagation (Backpropagation)

L'erreur calculée est propagée en arrière à travers le réseau pour mettre à jour les poids et les biais. Les gradients de la fonction de perte par rapport aux poids et aux biais sont calculés en utilisant la règle de la chaîne (A noter que les graphes de calculs permettent d'exécuter la différentiation automatique d'une manière rapide et précise). Les poids et les biais sont mis à jour en utilisant un algorithme d'optimisation de la descente de gradient :

$$\mathbf{W}^{(l)} \leftarrow \mathbf{W}^{(l)} - \eta \frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}^{(l)}}$$

et

$$\mathbf{b}^{(l)} \leftarrow \mathbf{b}^{(l)} - \eta \frac{\partial L}{\partial \mathbf{b}^{(l)}},$$

où η est le taux d'apprentissage.

Il existe plusieurs algorithmes pour implémenter la descente de gradient, chacun ayant ses propres avantages. Parmi eux, Adam et WAdam sont particulièrement notables.

Adam (Adaptive Moment Estimation) est un algorithme d'optimisation qui adapte les taux d'apprentissage pour chaque paramètre individuellement. Il utilise des moyennes mobiles des gradients et des carrés des gradients pour stabiliser et accélérer la convergence. À chaque itération, Adam met à jour les paramètres selon les formules suivantes :

$$m_t = \beta_1 m_{t-1} + (1 - \beta_1) g_t$$

$$v_t = \beta_2 v_{t-1} + (1 - \beta_2) g_t^2$$

$$\hat{m}_t = \frac{m_t}{1 - \beta_1^t}$$

$$\hat{v}_t = \frac{v_t}{1 - \beta_2^t}$$

$$\theta_t = \theta_{t-1} - \alpha \frac{\hat{m}_t}{\sqrt{\hat{v}_t} + \epsilon}$$

où g_t est le gradient à l'instant t , β_1 et β_2 sont des coefficients de décroissance, α est le taux d'apprentissage, et ϵ est une petite constante pour éviter la division par zéro.

WAdam (Weighted Adam) est une variante de l'optimiseur Adam qui intègre un terme de décroissance de poids pour améliorer la régularisation des modèles. En plus des mises à jour standard d'Adam, WAdam ajoute un terme de régularisation L2, ce qui aide à réduire le surapprentissage. La règle de mise à jour de WAdam est :

$$\theta_t = \theta_{t-1} - \alpha \left(\frac{\hat{m}_t}{\sqrt{\hat{v}_t} + \epsilon} + \lambda \theta_{t-1} \right)$$

où λ est le coefficient de décroissance de poids. Cette régularisation explicite permet d'obtenir des modèles plus robustes et performants, en particulier lorsqu'il y a un grand nombre de paramètres à optimiser.

Dans ce projet on utilise l'algorithme d'optimisation WAdam.

4.3.4 Itérations et Convergence

Le processus de propagation avant et de rétro propagation est répété pour de nombreuses itérations (époques) jusqu'à ce que l'erreur soit minimisée et que le modèle converge vers une solution optimale.

4.4 Implémentation

4.4.1 Préparation des Données

Après application du filtre de Hamilton pour déterminer les probabilités de régime macro-économiques, celles ci sont combinées avec les caractéristiques des actifs pour donner une matrice de caractéristiques augmentée.

En effet pour prendre en compte toutes les interactions linéaire et non linéaire entre les données on construit une matrice de caractéristiques enrichies et on implémente le modèle suivant en utilisant la même idée que Gu. et al. (2020) [9] :

$$E[r_{i,t+1}] = f(x_{it} \otimes c_t) = f(z_{it})$$

ou c_t est constitué de la probabilité et d'un $c_t = [1, p_t]$ et puisque nous avons que deux régimes on utilise les probabilités d'un seul régime (l'autre probabilité n'ajoute aucune infor-

mation $p_2 = 1 - p_1$), ainsi le schéma de nos données se simplifie à

$$E[r_{i,t+1}] = f(x_{it} * c_t) = f(z_{it})$$

En gros, les données d'entrées contiennent les caractéristiques et les interactions entre ces caractéristiques avec les régimes économiques (ces régimes étant communs à toutes les caractéristiques).

4.4.2 Construction du Modèle

- Les caractéristiques augmentées servent de données d'entrée au modèle. Afin de prendre en compte la dépendance temporelle entre les données on fait une prédiction cross sectionnelle, c'est à dire que chaque entrée comprend toutes les caractéristiques qui correspondent à une période spécifique et chaque erreur calculée correspond à une période.
- La fonction activation utilisée est Relu.
-
- : Pour évaluer l'erreur on utilise une fonction objective qui prend en compte la dépendance temporelle entre les données :

$$L(\theta) = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (r_{it+1} - f(z_{it}; \theta))$$

4.4.3 Entraînement du Modèle

Une partie des données est utilisée pour entraîner le modèle afin de trouver les paramètres optimaux (poids et biais). La rétro propagation est utilisée pour ajuster les poids en fonction de l'erreur d'entraînement.

Malgré leur puissance les modèles de réseaux de neurones peuvent souffrir de problèmes de sur entraînement (surtout si les données sont insuffisantes), et leur convergence dépend aussi des points initiaux, la validation est utilisée pour trouver les hyper paramètres optimaux dans ce cas.

Pour trouver les hyper paramètres optimaux on utilise l'ensemble de donnée de validation et on essaie un ensemble d'hyper paramètres : deux pas d'apprentissage, deux ensembles de paramètres initiaux , deux 'droping rates' et deux architectures différentes , on choisit les hyper paramètres qui donne l'erreur minimale sur cet ensemble.

4.4.4 Évaluation et Prédiction

Le modèle est validé en utilisant un ensemble de données distinct pour vérifier sa performance. Les métriques telles que l'erreur quadratique moyenne (MSE) ou le coefficient de détermination (R^2) et le Ratio de Sharpe sont utilisées pour évaluer la qualité des prédictions. Une fois le modèle entraîné et validé, il est utilisé pour prédire les rendements des actifs sur de nouvelles données.

Chapitre 5

Résultats

Cette section présente les résultats de l’analyse, y compris les probabilités de régimes économiques obtenues, et les performances du modèle.

5.1 Probabilités de Régimes Économiques

Dans les deux figures ci-après, nous observons les probabilités des états du régime 1 obtenues en utilisant les composantes principales de différents groupes de données, y compris les cas où l’on utilise tous les groupes et le cas où l’on fait le PCA directement sur toutes les données sans regroupement préalable.

Étant donné qu’il n’y a que deux régimes, nous présentons uniquement les probabilités du régime 1, car les probabilités du régime 2 peuvent être déduites de celles du régime 1 et n’apportent pas d’informations supplémentaires.

Les probabilités issues du filtre de Hamilton sont des probabilités filtrées et lissées pour les données d’entraînement et de validation (avant 1991), ainsi que des probabilités filtrées pour les données de test (après 1991), on a concaténé les deux séries temporelles pour obtenir une seule série temporelle le long de toute la période.

Les figures montrent que le filtre de Hamilton parvient à capturer les changements de régimes. Toutefois, le modèle sans auto-régression $y_t = \mu_t + \sigma_t$ s’adapte mieux aux données historiques de récessions du Bureau National de Recherche Économique (NBER). Cela suggère que l’inclusion des termes auto-régressifs peut introduire du bruit ou des dynamiques complexes qui ne sont pas présentes dans les données NBER.

Les différents groupes de données ne captent pas les régimes de la même manière. Le

modèle construit avec le groupe "Marché du travail" s'adapte le mieux aux données du NBER, alors que dans certains groupes, les changements de régime sont captés en retard ou persistent. Cela peut être dû à la nature des données macro-économiques de chaque groupe et à leur interaction avec les changements de régime économique. Par exemple, les données du marché du travail peuvent réagir plus rapidement aux changements économiques par rapport à d'autres indicateurs macro-économiques qui pourraient avoir des délais de réaction plus longs.

De plus, le cas où l'on exécute le filtre de Hamilton sur la première composante de toutes les données donne de meilleurs résultats que lorsque l'on applique le filtre sur les 8 premières composantes des groupes constitués. Cela peut être dû à des problèmes d'optimisation : lorsqu'on augmente le nombre de séries chronologiques dans le filtre de Hamilton, trouver les paramètres optimaux devient difficile. Ici, nous avons supposé que les composantes principales des groupes sont indépendantes. En cas de dépendance, le nombre de paramètres augmente, rendant l'optimisation encore plus complexe.

En somme, ces observations montrent que le filtre de Hamilton et le modèle sans auto-régression captent bien les changements de régime économique. En supposant que les rendements des actifs sont sensibles à ces régimes, les probabilités des régimes seront des indicateurs pertinents pour la prédiction des rendements.

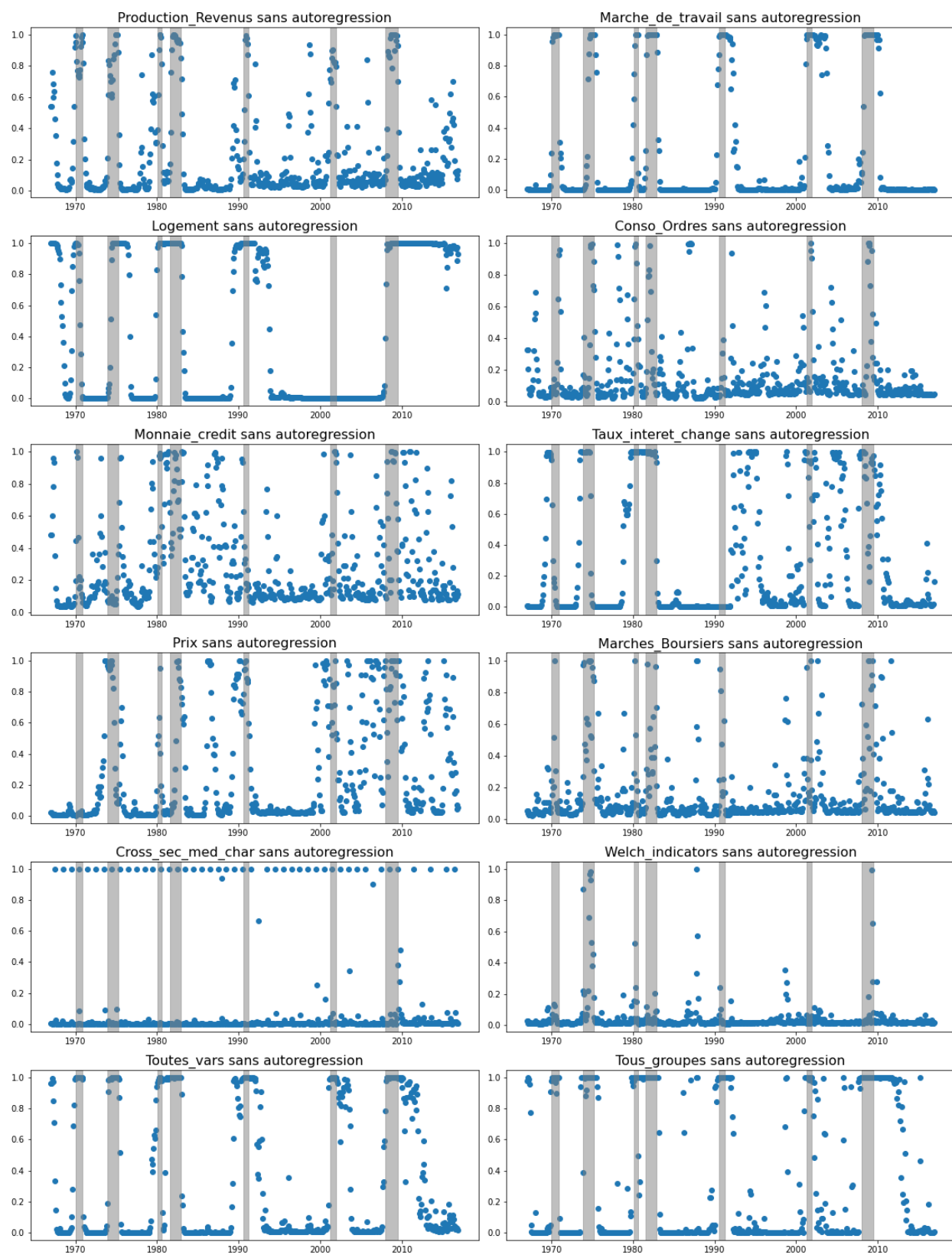


FIGURE 5.1 – Probabilités du régime 1 et récessions NBER, modèle sans auto-régression

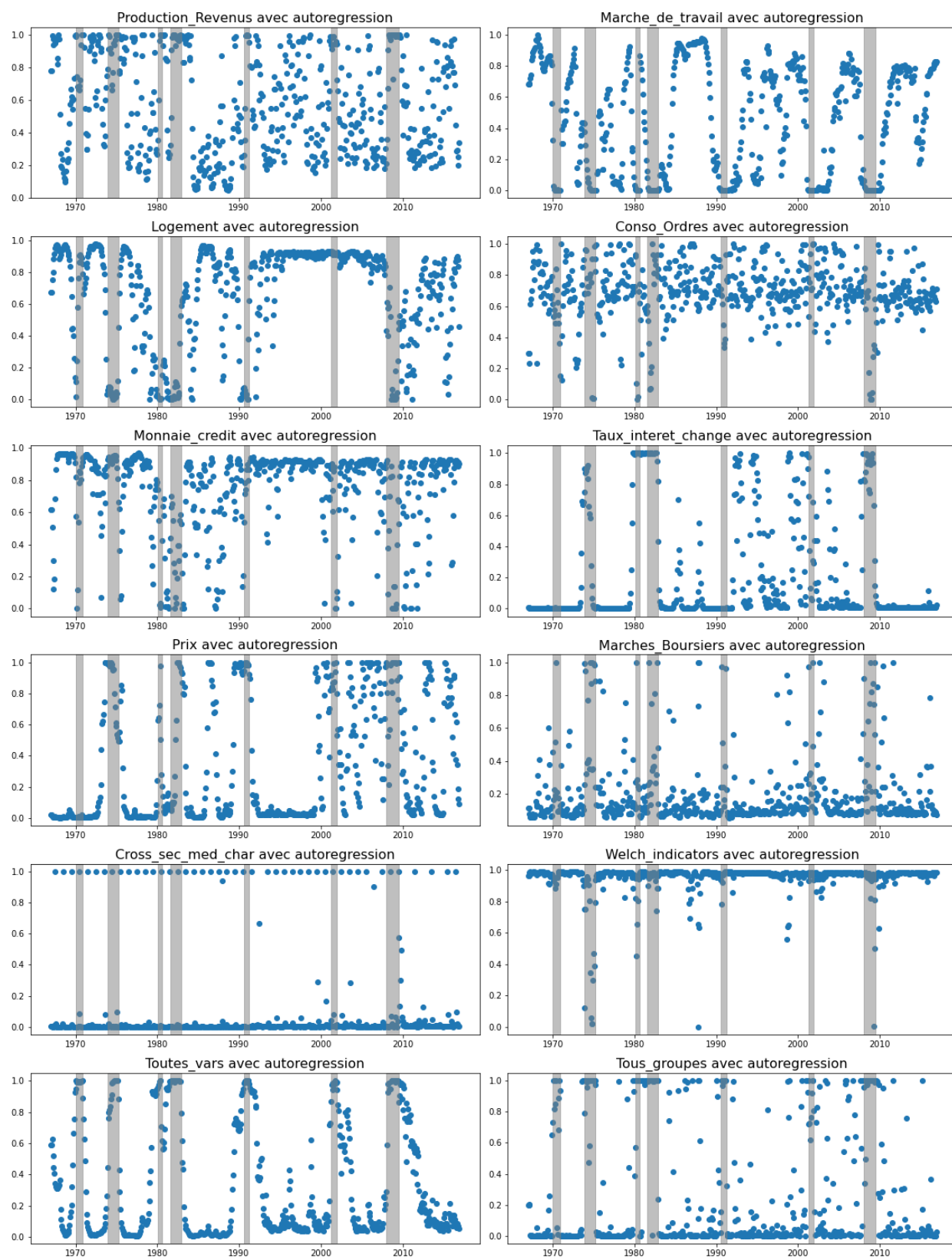


FIGURE 5.2 – Probabilités du régime 1 et récessions NBER, modèle AR(1)

5.2 Performance du Modèle de Prédiction

Pour chaque groupe macro-économique construit par l'approche intégrant le PCA et le filtre de Hamilton, on évalue la performance du modèle de prévision de rendements sur des données hors échantillon (out-of-sample). On présente les résultats pour chaque groupe de données macro.

groupe macro	sharp train	sharp val	sharp test
Marche de travail	1.416	1.197	0.699
Toutes vars	1.413	1.232	0.679
Marches Boursiers	1.134	1.199	0.669
Conso Ordres	1.328	1.239	0.645
Production Revenus	1.329	1.109	0.643
Tous groupes	1.459	1.327	0.631
Logement	1.41	1.213	0.627
Welch indicators	1.197	1.177	0.62
Monnaie credit	1.397	1.048	0.612
Sans macro	1.472	1.182	0.573
Prix	1.492	1.091	0.562
Taux interet change	1.518	1.132	0.542

FIGURE 5.3 – Ratios de Sharpe portefeuille Long Court (Test Hors Ech)

groupe macro	CS R2 train	CS R2 val	CS R2 test
Sans macro	0.054	0.041	0.024
Welch indicators	0.038	0.018	0.015
Marches Boursiers	0.029	0.012	0.01
Production Revenus	0.081	-0.003	0.002
Prix	0.076	-0.0	0.001
Marche de travail	0.072	-0.011	-0.001
Monnaie credit	0.075	0.004	-0.002
Tous groupes	0.065	0.004	-0.003
Conso Ordres	0.06	0.005	-0.008
Toutes vars	0.073	-0.026	-0.011
Logement	0.082	-0.026	-0.021
Taux interet change	0.052	0.012	-0.024

FIGURE 5.4 – R2 transversal (CS) (test Hors Ech)

Pour chaque groupe macro-économique, on a construit des portefeuilles long-courts en utilisant les prédictions de rendement du modèle. La stratégie long-court implique de prendre des positions longues sur les actifs avec des rendements prédits élevés et des positions courtes sur ceux avec des rendements prédits faibles. Cette approche permet de bénéficier des gains sur les actifs performants tout en couvrant les risques avec les positions courtes.

Sur la figure 5.3 on remarque que les ratios de Sharpe indiquent que les portefeuilles construits à partir des prédictions obtenus en utilisant les données construites en incluant les régimes macro offrent un meilleur rendement ajusté en fonction du risque.

Les prédictions obtenus en incluant les régimes obtenus à partir du groupe "Marché de travail" offre la meilleur performance suivi par les régimes construits à partir de la composante principale de toutes les séries chronologiques (sans groupement), par les régimes obtenus en utilisant un filtre de Hamilton multi-varié sur les composantes principales des 9 groupes de données macro et enfin du régimes obtenus en utilisant le groupe "Marchés boursiers".

Les données construites en incluant les régimes obtenus à partir des composantes principales des groupes de séries chronologiques "Prix" et "Taux d'intérêts et Taux de Change"

ainsi que les données n'incluant pas de régimes macro donnent les pires ratios de Sharpe.

La figure 5.4 montre la moyenne transversale R^2 pour le modèle en fonction du groupe utilisé. Sur les données hors échantillon les valeurs sont faibles. Malgré des ratios de Sharpe encourageants pour nos portefeuilles construits par groupe macro-économique, nous avons observé une moyenne transversale R^2 relativement faible pour les rendements prédits. Ceci peut être attribuée au fait que le modèle n'arrive pas à bien capter la volatilité du marché

Malgré cette limitation, les portefeuilles long-court ont démontré une capacité à générer des rendements ajustés en fonction du risque positifs, comme le montrent les ratios de Sharpe. Cela suggère que le modèle est efficace pour la gestion active des portefeuilles même en présence de prédictions de rendement moins précises.

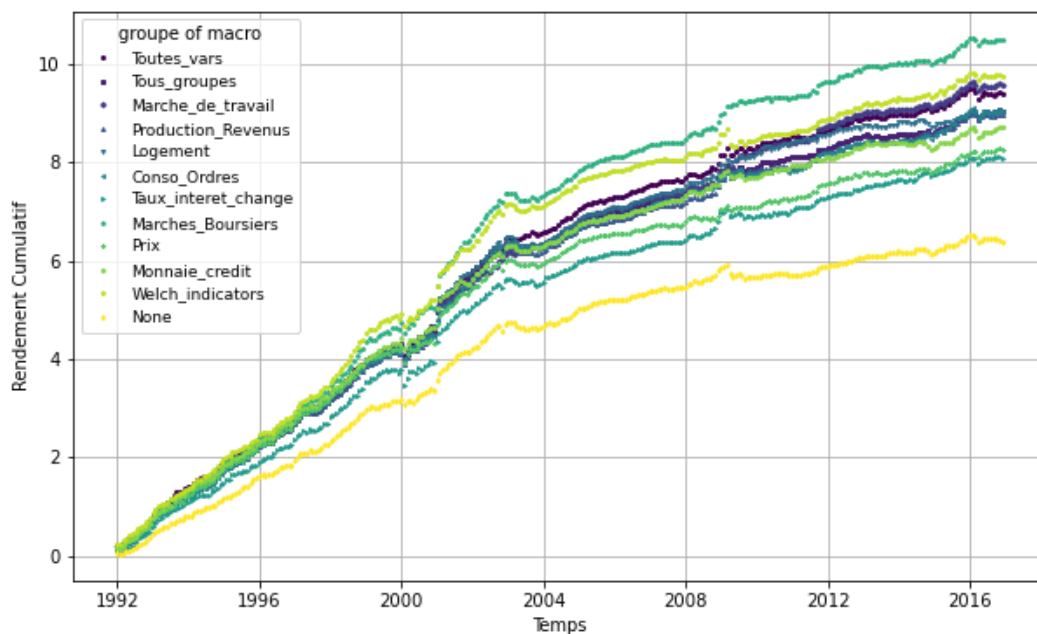


FIGURE 5.5 – Rendement cumulé de portefeuilles Long-court

Pour mieux visualiser la différence entre les rendements obtenus en utilisant les régimes extraits de différents groupes de données macro et aussi le cas où on utilise pas d'information macro, on calcule les rendements cumulatifs des portefeuilles long-court dans chaque cas de figure.

Sur la figure 5.4 on remarque que l'intégration des régimes dans la prédiction des rendement des actifs améliore nettement les rendements des portefeuilles. Le rendement du portefeuille long-court dans le cas où on inclut pas le régime macro dans les données est nettement inférieur aux autres rendements. Le rendement obtenu en utilisant les données du "Marchés boursiers" est nettement supérieur. Ces résultats sont en accord avec les précédentes et confirment que l'utilisation des données macro dans la prédiction offrent des gains meilleurs.

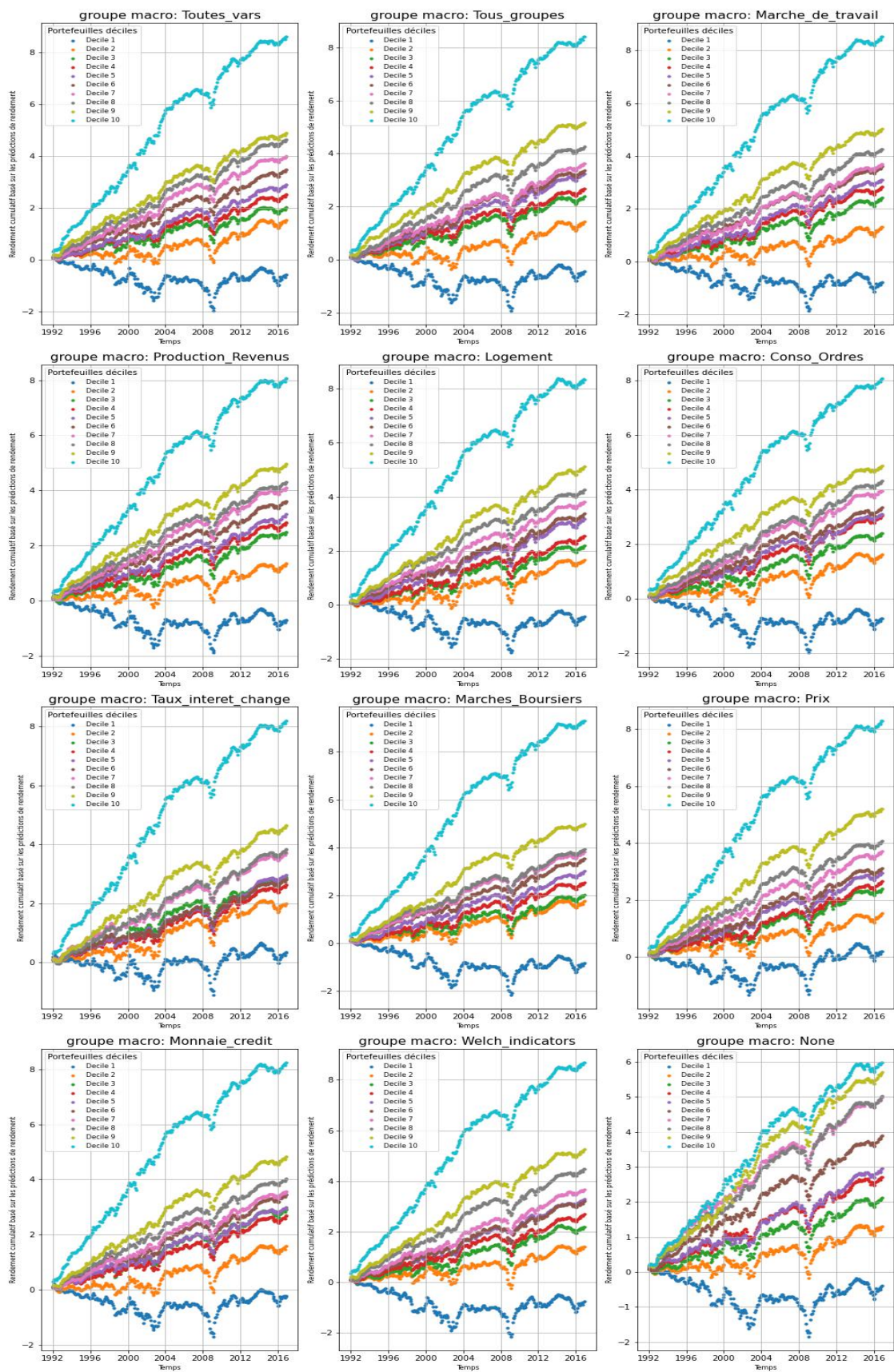


FIGURE 5.6 – Rendements cumulatifs de portefeuilles de déciles classés par prédiction de rendement

On classe aussi les actifs par prédiction de rendement et on construit des portefeuilles de décile. Les actifs sont répartis en dix groupes, ou déciles, allant de ceux avec les rendements prédits les plus bas à ceux avec les rendements prédits les plus élevés. On calcule le rendement cumulatif de chaque portefeuille de décile pour chaque groupe macro-économique inclus dans l'analyse des régimes.

La figure 5.6 montre le rendement cumulatif des portefeuilles de déciles selon le groupe de données macro utilisé y compris le cas où on utilise juste les caractéristiques des actifs sans données de régimes macro.

Dans tout les cas on remarque une divergence entre les déciles inférieurs et supérieurs en termes de rendement cumulatif. Les déciles supérieurs, composés des actifs ayant les prédictions de rendement les plus élevées, ont constamment surpassé les déciles inférieurs. On compare les résultats, la divergence entre les rendements des déciles inférieur et supérieur et plus grande lorsqu'on inclut les régimes macro dans la prédiction que lorsqu'on utilise pas d'information macro, les rendements obtenus en utilisant les groupes "Marché de travail", "Toutes variables économiques" et "Tous les groupes" offrent la meilleure prédiction en terme de divergence, tant que les groupes "Taux d'intérêt et taux de change", "Prix" et aussi le cas où on inclut pas de régime donnent la pire prédiction.

decile	Ttes vars	ts_gp	Mr Tv	Pr Rev	Lgm	Cons Ord	Int Ch	Mr Brs	Prix	Mn Cr	W ind	Sans Mac
1	0.630	0.555	0.598	0.305	0.750	0.006	-0.051	0.539	0.497	0.304	0.460	0.225
2	0.696	0.697	0.708	0.431	0.782	0.119	-0.118	0.714	0.623	0.370	0.715	0.730
3	0.754	0.772	0.780	0.563	0.798	0.366	0.009	0.741	0.703	0.492	0.782	0.898
4	0.835	0.848	0.865	0.692	0.864	0.544	0.164	0.771	0.791	0.618	0.846	0.973
5	0.863	0.873	0.894	0.754	0.888	0.641	0.266	0.763	0.832	0.689	0.864	0.992
6	0.890	0.895	0.913	0.789	0.905	0.694	0.340	0.760	0.855	0.729	0.874	0.997
7	0.896	0.895	0.909	0.799	0.906	0.713	0.395	0.740	0.862	0.742	0.874	0.996
8	0.902	0.900	0.906	0.802	0.906	0.721	0.447	0.735	0.867	0.742	0.874	0.995
9	0.875	0.874	0.873	0.773	0.877	0.696	0.459	0.699	0.843	0.706	0.843	0.976
10	0.816	0.811	0.800	0.685	0.814	0.611	0.392	0.672	0.778	0.599	0.759	0.936
Tout	0.810	0.801	0.813	0.650	0.843	0.507	0.253	0.695	0.756	0.592	0.768	0.839

FIGURE 5.7 – R^2 transversal(CS) de portefeuilles de déciles triés par moment

decile	Ttes_vars	ts_gp	Mr Tv	Pr Rev	Lgm	Cons Ord	Int Ch	Mr Brs	Prix	Mn Cr	W J	Sans Mac
1	0.798	0.728	0.753	0.628	0.810	0.546	0.497	0.623	0.730	0.615	0.688	0.516
2	0.933	0.897	0.890	0.774	0.958	0.632	0.439	0.828	0.878	0.744	0.879	0.872
3	0.799	0.784	0.773	0.628	0.853	0.449	0.168	0.740	0.758	0.587	0.795	0.862
4	0.757	0.754	0.751	0.585	0.800	0.401	0.062	0.707	0.732	0.542	0.777	0.897
5	0.661	0.679	0.672	0.517	0.698	0.338	0.040	0.623	0.652	0.453	0.702	0.879
6	0.723	0.746	0.745	0.579	0.755	0.399	0.092	0.660	0.717	0.501	0.760	0.954
7	0.791	0.822	0.816	0.658	0.816	0.485	0.156	0.701	0.772	0.541	0.807	0.996
8	0.832	0.870	0.879	0.702	0.858	0.558	0.169	0.717	0.791	0.583	0.829	0.998
9	0.909	0.946	0.967	0.804	0.927	0.708	0.179	0.761	0.837	0.673	0.885	0.948
10	0.993	1.000	0.977	0.942	0.998	0.891	0.224	0.850	0.945	0.861	0.962	0.702
Tout	0.801	0.774	0.783	0.646	0.825	0.521	0.314	0.680	0.753	0.601	0.754	0.734

FIGURE 5.8 – R^2 transversal (CS) de portefeuilles de déciles triés par taille (size)

On a également trié les portefeuilles de décile par moment et pas taille et évalué le R transversal pour chaque groupe macro-économique. Cette mesure permet d'évaluer la cohérence des rendements prédits avec les rendements observés dans un cadre transversal.

Le R^2 transversal confirme que les portefeuilles de décile maintiennent des performances solides sur des périodes prolongées. Le groupe "sans macro" montre la plus grande cohérence suivi par le groupe "Toutes les variables" et "Marché du travail" dans le cas du trie par moment. Dans le cas du trie par taille le groupe macro "Logement" montre la plus grande cohérence.

Chapitre 6

Discussion

Cette section discute des implications des résultats, des limitations de l'étude, et des suggestions pour des recherches futures.

6.1 Implications des Résultats

Les résultats de cette étude ont des implications significatives pour les investisseurs et les analystes financiers et viennent en accord avec les études antérieures. L'intégration des régimes économiques, identifiés à l'aide du filtre de Hamilton et de la PCA, dans les modèles de prévision des rendements permet une meilleure anticipation des fluctuations du marché. Les modèles développés montrent une capacité accrue à capturer les dynamiques économiques complexes, ce qui peut aider les investisseurs à optimiser leurs portefeuilles en fonction des conditions économiques prévues. Cette approche met en évidence l'importance d'inclure des données macroéconomiques dans les modèles de prévision, permettant ainsi une analyse plus holistique et détaillée. De plus, l'utilisation de techniques avancées pour traiter ces données et améliorer les prévisions peut encourager une adoption plus large de cette méthodologie dans le secteur financier, améliorant ainsi la précision et la fiabilité des prédictions des rendements des actifs financiers.

6.2 Limitations de l'étude

Malgré les résultats prometteurs, cette étude présente plusieurs limitations. La simplicité du modèle de réseau utilisé ne permet pas d'avoir de meilleurs résultats. De plus, la première

composantes des données macroéconomiques utilisées peut ne pas capturer toutes les variables pertinentes influençant les régimes économiques. Les modèles de réseau de neurones, bien qu’efficaces, sont souvent considérés comme des boîtes noires, rendant l’interprétation des résultats plus difficile. De plus, l’approche dépend fortement de la qualité et de la quantité des données disponibles, ce qui peut limiter sa généralisation à d’autres contextes ou périodes historiques.

6.3 Suggestions

Pour les recherches futures, il serait intéressant d’explorer l’utilisation de données supplémentaires ou alternatives, telles que les données sentimentales des médias sociaux ou les indicateurs de risque géopolitique, afin d’améliorer la précision des prévisions. L’application de techniques d’apprentissage machine plus avancées, comme les réseaux de neurones récurrents (RNN) ou les modèles de transformations, pourrait également être bénéfique. De plus, une évaluation approfondie des modèles dans différents contextes économiques et marchés internationaux serait essentielle pour tester leur robustesse et leur transférabilité. Enfin, des études comparatives avec d’autres approches de prévision des rendements pourraient fournir des perspectives intéressantes sur les avantages et les inconvénients relatifs de chaque méthode.

Conclusion

Ce projet a exploré l'utilisation des régimes économiques et des caractéristiques des actifs financiers pour améliorer la prévision des rendements. En s'inspirant des travaux de Chen et al. et Gu et al., on a cherché à intégrer des informations macroéconomiques dans un modèle de prévision de rendements financiers. Pour ce faire, on a combiné l'analyse en composantes principales (PCA) et le filtre de Hamilton afin d'identifier les régimes économiques et leurs probabilités associées.

La méthodologie consistait d'abord à appliquer la PCA aux différents groupes de données macroéconomiques pour capturer les dynamiques essentielles. Ensuite, en utilisant le filtre de Hamilton, on a identifié les régimes économiques et calculé les probabilités de chaque régime suivant le groupe de données choisit. Enfin, on a intégré ces probabilités avec les caractéristiques des actifs financiers dans un modèle de réseau de neurones pour prédire les rendements.

Les résultats obtenus démontrent que l'inclusion des régimes économiques dans le modèle de prévision améliore significativement la précision des estimations des rendements et que cette amélioration dépend la nature des données macro utilisées. Les probabilités de régimes économiques fournissent des indications précieuses sur les conditions de marché futures, permettant ainsi aux investisseurs d'anticiper plus efficacement les fluctuations du marché. En particulier, elles ont montré que les modèles tenant compte des régimes économiques surpassent les modèles traditionnels basés uniquement sur les caractéristiques des actifs.

Cependant, cette étude comporte certaines limitations. L'utilisation d'un modèle de réseau de neurones assez simple (ANN) ne permettent d'avoir d'atteindre des résultats meilleurs, l'utilisation de d'autre modèle tel que les modèles d'ensembles conditionnelles donnent de meilleurs résultats. Malgré l'utilisation d'un réseau aussi simple l'interprétation des résultats reste difficile. De plus, les données macroéconomiques utilisées, bien que riches, la décomposi-

tion en PCA peut rendre difficile de capturer toutes les nuances des dynamiques économiques réelles, l'extraction des indicateurs économiques directement à partir des données pourraient être mieux.

En conclusion, ce projet a illustré l'importance de considérer les régimes économiques dans la prévision des rendements des actifs financiers. L'intégration des informations macroéconomiques avec les caractéristiques des actifs offre une meilleure compréhension des dynamiques de marché et permet de réaliser des prévisions plus précises. À l'avenir, il serait intéressant d'explorer davantage l'application d'autres techniques d'apprentissage machine et de comparer leurs performances dans différents contextes économiques.

Références

- [1] Hamilton, James D., *A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle*, Econometrica : Journal of the Econometric Society Vol 57 No 2, pages 366–375, 1989.
- [2] Hamilton, James D., *Regime-Switching Models*, Palgrave Dictionary of Economics, pages 1–6, 2005.
- [3] Hamilton, James D., *Time series analysis*, Princeton University Press, pages 372–400, 1994.
- [4] Kálmán, Rudolf E., *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*, Transactions of the ASME–Journal of Basic Engineering, volume 82, number Series D, pages 35–45, 1960,
- [5] Rene Garcia, Pierre Perron, *An Analysis of the Real Interest Rate Under Regime Shifts*, The Review of Economics and Statistics ,Feb., 1996, Vol. 78, No. 1 (Feb., 1996), pages 111–125, 1996
- [6] Douglas T.F. Chau., *Constructing an Observable Regime Indicator for Asset Allocation*, Working Paper, pages 1–49, 2015.
- [7] Luyang Chen, Markus Pelger, Jason Zhu, *Deep Learning in Asset Pricing*, Management Science Articles in Advance, pp. 1–37, 2023.
- [8] Michael W. McCracken, and Serena Ng, *FRED-MD : A Monthly Database for Macroeconomic Research*, Federal Reserve Bank of St. Louis Working Paper 2015-012., 2015.
- [9] Shihao Gu, Bryan Kelly, Dacheng Xiu, *Empirical Asset Pricing via Machine Learning*, The Review of Financial Studies 33 (2020) 2223–2273, 2020.
- [10] Engle, R. F., & McFadden, D. L, *Handbook of Econometrics*, Volume 1 V, Edited by R.F. Engle and D.L. McFadden , Chapter 50 State-Space Models , Pages 3041–3071, 1994

- [11] G. Kapetanios, F. Kempf, *Interpretable Machine Learning Modelling for Asset Pricing*, Working paper No. 2022/1 | February 2022 | ISSN 2516-5933, pages 1–36, 2022.
- [12] James D. Hamilton, Baldev Raj, *New directions in business cycle research and financial analysis*, Empirical Economics (2002) 27 :149–162, 2002.
- [13] Trevor Hastie , Robert Tibshirani , Jerome Friedman, *The Elements of Statistical Learning Data Mining, Inference, and Prediction, Second Edition*, Springer Series in Statistics, Pages 389–400 2009.
- [14] Kevin P. Murphy, *Probabilistic Machine Learning : An introduction*, MIT Press, Pages 419–452 2022.
- [15] Fama, Eugene F., and Kenneth R. French, *Common risk factors in the returns on stocks and bonds*, Journal of Financial Economics, volume 33, number 1, pages 3–56, 1993
- [16] Eugene F. Fama, Kenneth R. French, *A five-factor asset pricing model*, Journal of Financial Economics, 116 (2015), pages 1–22, 2014
- [17] Michael W. McCracken, and Serena Ng, *FRED-MD : A Monthly Database for Macroeconomic Research* , Federal Reserve Bank of St. Louis, Working Paper 2015-012, 2015
- [18] Welch I, Goyal, *A comprehensive look at the empirical performance of equity premium prediction*, Rev. Financial Stud. 21(4) :1455–1508, 2007 .