Índice

1.	Mar	Marco teórico				
	1.1.	Model	o de base de datos relacional	2		
		1.1.1.	Álgebra relacional	3		
	1.2.	Mate		4		
		1.2.1.	Función de distribución acumulada	5		
		1.2.2.	Valor esperado	5		
		1.2.3.	varianza de discreta	6		
		1.2.4.	LAS DISTRIBUCIONEEES	7		
	1.3.	distrib	ouciones	8		
		1.3.1.	Distribución de Bernoulli y binominal	8		
			Distribución de hipergeométrica			
			Distribución uniforme discreta			
		1.3.4.	Binominal geométrica y negativa	9		
1.4. Inteligencia artificial		encia artificial	11			
		1.4.1.	Aprendizaje maquinal	12		
		1.4.2.	Procesamiento de lenguaje natural	12		
2.	Referencias 1					

1. Marco teórico

1.1. Modelo de base de datos relacional

El modelo relacional de base de datos, según Date [Dat12] consiste en cinco componentes:

- 1. Una colección de tipos escalares, pueden ser definidos por el sistema (INTE-GER, CHAR, BOOLEAN, etc.) o por el usuario.
- 2. Un generador de tipos de relaciones y un intérprete para las relaciones mismas.
- 3. Estructuras para definir variables relacionales de los tipos generados.
- 4. Un operador para asignar valores de relación a dichas variables.
- 5. Una colección relacionalmente completa para obtener valores relacionales de otros valores relacionales mediante operadores relacionales genéricos.

Es importante comenzar definiendo los tipos, ya que las relaciones se definen sobre ellos, según Date, los tipos son "en esencia un conjunto finito de valores nombradotodos los valores posibles de alguna categoría específica, por ejemplo, todos los números enteros posibles, todos los caracteres string posibles, todos los teléfonos de proveedores posibles, todos los documentos XML posibles, todos las relaciones con cierta cabecera posibles(y así sucesivamente)" [Dat12].

Cada atributo de cada relación es definido como de un tipo. Los atributos son pares ordenados de combinaciones atributo-nombre/tipo-nombre y una tupla es un par ordenado de atributos. El modelo relacional también soporta varios tipos de llaves, que poseen las propiedades de unicidad, ninguna contiene dos tuplas distintas con el mismo valor e irreductibilidad, ningún subconjunto suyo es tiene unicidad. La llave foránea (FK) es una combinación o set se atributos FK en una relación r2 tal que se requiere que cada valor FK sea igual a algún valor de alguna llave K en alguna relación r1 (r1 y r2 no son necesariamente distintos).

Una restricción de integridad (constraint) es una expresión booleana que debe evaluarse como verdadera. Los constraints de tipo definen los valores que constituyen un tipo dado, mientras que los constraints de base de datos limitan los valores que pueden aparecer en cierta base de datos. Las bases de datos suelen tener múltiples constraints específicos, expresados en términos de sus relaciones, sin embargo, el modelo relacional incluye dos constraints genéricos, que aplican a cada base de datos:

- Regla de integridad de identidad: Las llaves primarias no pueden ser nulas (null).
- Regla de integridad de referencia: No debe haber valores FK sin relación (si *B* referencia a *A*, *A* debe existir).

Atributos {	código	fecha	estado
(MX01	29-07-99	1
Tuplas	MX02	30-07-99	1
(MX03	31-07-99	0

Cuadro 1: Representación de una tabla de una base en datos, la fila superior muestra tres atributos distintos y cada una de las filas siguientes es una tupla.

1.1.1. Álgebra relacional

↑ se explican hasta modelo rel, en los lib

Los cimientos del modelo relacional son el álgebra relacional, las operaciones del álgebra producen nuevas relaciones, que pueden manipularse también por medio de operaciones del álgebra mismo. Una secuencia de operaciones de álgebra relacional forma una expresión de álgebra relacional cuyo resultado es una relación que representa el resultado de una consulta (o solicitud de consulta) de base de datos.[EN11] Estas operaciones pueden clasificar en dos grupos, operaciones de conjuntos* de la teoría de conjuntos matemáticos refiere a la operaciones UNION, INTERSECTION, SET DIFFERENCE (MINUS) y CARTESIAN PRODUCT (CROSS PRODUCT). El otro grupo consiste en operaciones específicas para bases de datos relacionales: JOIN, SELECT y PROJECT. Estas dos últimas, por operar con una sola relación, son también conocidas como operaciones unarias.

SELECT elige un subconjunto de tuplas de una relación que satisfacen la condición de selección

$$\sigma_{\text{condición de selección}}(R)$$
 (1)

donde σ denota el operador SELECT, y la condición de selección es una expresión booleana especificada en los atributos de la relación R.

PROJECT produce una nueva relación de atributos y tuplas* duplicadas

$$\pi_{\text{}}(R)$$
 (2)

donde π es el denota el operador PROJECT y la lista de atributos es la sublista de atributos deseados de la relación R.

Las operaciones con dos relaciones reciben el nombre de *operaciones binarias*. Si las relaciones $R(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ y $S(B_1, B_2, \ldots, B_n)$ son compatibles de unión (tienen el mismo grado n y $dom(A_i) = dom(B_i)$ para $1 \le i \le n$) podemos usarlas para definir las siguientes operaciones binarias:

- UNION: El resultado de esta operación se denota $R \cup S$, es una relación que incluye todas las tuplas que están en R, S o ambos, se eliminan duplicados.
- INTERSECTION: El resultado de esta operación se denota $R \cap S$, es una relación que incluye todas las tuplas que están en ambos R y S.
- SET DIFFERENCE: El resultado de esta operación se denota R-S, es una relación que incluye todas las tuplas que están en ambos R pero no en S.

El operador CARTESIAN PRODUCT, denotado $R \times S$ es la operación binaria que no requiere compatibilidad de unión y produce un nuevo elemento al combinar cada miembro (tupla) de cada relación conjunto) con cada otro miembro de la otra relación. El resultado de $R(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ y $S(B_1, B_2, \ldots, B_m)$ es una relación Q con atributos $Q(A_1, A_2, \ldots, A_n, B_1, B_2, \ldots, B_m)$ (en ese orden) de grado n + m. El resultado Q tiene una tupla por cada combinación de tuplas de R y S.

JOIN \bowtie , es el operador utilizado para combinar tuplas relacionadas de dos relaciones en una sola tupla. Pertinente para procesar relaciones entre relaciones. Si tenemos dos relaciones $R(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ y $S(B_1, B_2, \ldots, B_m)$ podemos escribir la operación JOIN como

$$R \bowtie_{< \text{condiciones de uni\'on} > S}$$
 (3)

el resultado de la unión es la relación Q con atributos $Q(A_1, A_2, \ldots, A_n, B_1, B_2, \ldots, B_m)$ (en ese orden). El resultado Q tiene una tupla por cada combinación de tuplas de R y S que satisfacen las condiciones de unión.

1.2. Mate

Una variable aleatoria (v.a.) es una función real $X : \Omega \mapsto \mathbb{R}$ tal que el conjunto $\{\omega \in \Omega : X(\omega) \in I\}$ es un evento de Ω para cada $I \subset \mathbb{R}$, en un espacio Ω hipotético. Se le considera variable aleatoria discreta (v.a.d.) cuando su rango de valores R_x es finito o contablemente infinito, mientras que una variable aleatoria continua (v.a.c.) puede tomar cualquier valor real en un intervalo.

La forma más natural de expresar la distribución de v.a.d.s es la función de probabilidad [BH19]. Para una v.a.d. X con $R_x = \{x_1, x_2x_3, \dots, x_n, \dots\}$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_j,\tag{4}$$

la media ponderada de x_1, x_2, \ldots, x_n se obtiene de la siguiente forma:

media ponderada
$$(x) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_j P_j,$$
 (5)

donde los pesos p_1, p_2, \ldots, p_n son números no negativos previamente especificados que suman a 1.

1.2.1. Función de distribución acumulada

Esta función describe la distribución de todas las variables aleatorias (a diferencia de la función de probabilidad que sólo se aplica a las discretas). La función de distribución acumulada de una variable aleatoria X es la función F_X dada por $F_X(x) = P(X \le x)$ y tiene las siguientes propiedades:

- Incrementos: Si $x_1 \le x_2$, then $F(x_1) \le F(x_2)$.
- Continua por la derecha: Es continua por la posibilidad de tener saltos. Cuando hay saltos es continua por la derecha, es decir, por cada a se tiene

$$F(a) = \lim_{c \to a^+} F(x). \tag{6}$$

■ Convergencia de 0 y 1 en los límites

$$\lim_{x \to \infty} F(x) = 0 \quad \text{y} \quad \lim_{x \to \infty} F(x) = 1. \tag{7}$$

1.2.2. Valor esperado

El valor esperado o media de una variable aleatoria discreta X cuyos posibles valores distintos son x_1, x_2, \ldots es definida por

$$E(X) = \sum_{j=1}^{\infty} x_j P(X = xj), \tag{8}$$

si el soporte es finito, entonces se reemplaza por una suma finita, escribiéndose de la siguiente forma:

$$E(X) = \sum_{x} \underbrace{x}_{\text{valor}} \underbrace{P(X = x)}_{\text{Función de}}.$$

$$\underbrace{P(X = x)}_{\text{probabilidad}}.$$

$$\underbrace{P(X = x)}_{\text{en } x}.$$
(9)

El valor esperado de una suma de variables aleatorias es la suma de sus valores esperados individuales, este es el teorema de la $linealidad\ del\ valor\ esperado$, donde para cada variable aleatoria X,Y y cada constante c,

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y),$$

$$E(cX) = cE(X).$$
(10)

1.2.3. varianza de discreta

FALTA VARIANZAAA

La covarianza mide qué tanto o tan poco las dos variables aleatorias cuyos valores esperados existen y son positivos tienen dependencia lineal, denotada cov(X,Y) la covarianza de X y Y es definida como

$$cov(X,Y) = E[(X - EX)(Y - EY)]$$
(11)

Cuando no se tiene una referencia para usar la covarianza, tiene sentido escalarla de acuerdo a la desviación estándar de las variables[Mat17]

$$p(X,Y) = \frac{cov(X,Y)}{\sqrt{var(X)}\sqrt{var(Y)}}$$
(12)

denotada corr(X,Y) de esta es la correlación de X y Y. Un coeficiente de relación p=0 indica que no hay relación.

1.2.4. LAS DISTRIBUCIONEEES

geom.png	binominal.png	
(a) Geométrica	(b) Binominal	
negativabinominal.png	hyperg.png	
(c) Negativa binominal	(d) Hipergeométrica	
gama.png	beta.png	
(e) Γ	(f) Beta	
epsilon_lambda.png	normal.png	
(g) $\epsilon(\lambda)$	(h) Normal	
poisson.png	uniforme.png	
(i) Poisson	(j) Uniforme	

1.3. distribuciones

1.3.1. Distribución de Bernoulli y binominal

Una variable aleatoria tiene la distribución de Bernoulli con un parámetro p si P(X=1)=p y P(X=0=1-p), cuando $0 . Se escribe como <math>X \sim Bern(p)$, el símbolo \sim significa "distribuido como" y la probabilidad p es el parámetro, que determina qué distribución de Bernoulli específica tenemos.

Supóngase que se realizan n ensayos Bernoulli independientes, cada uno con probabilidad p de éxito. X sea el número de éxitos, la distribución X se llama distribución binominal con parámetros n y p; se escribe $X \sim Bin(p,n)$. Bern(p) es la misma distribución que Bin(1,p). Bernoulli es un caso especial de binominal, si $x \sim Bin(1,p)$, entonces la función de probabilidad de X es

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n - k}$$
(13)

para k = 0, 1, ..., n (y por otra parte P(X = k) = 0).

1.3.2. Distribución de hipergeométrica

Si $X \sim HGeom(w, b, n)$, entonces la función de probabilidad de X es

$$P(X=k) = \frac{\binom{w}{k}\binom{b}{n-k}}{\binom{w+b}{n}},\tag{14}$$

para enteros k satisfaciendo $0 \le k \le w$ y $0 \le n-k \le b$, y P(X=k)=0. La estructura esencial de la distribución hipergeométrica se basa en que objetos en su población están clasificados usando dos tipos de etiquetas, al menos una de estas siendo asignada al azar. Las distribuciones HGeom(w,b,n) y HGeom(n,w+b-n,1) son idénticas si X y Y tienen la misma distribución, podemos demostrarlo algebraicamente:

$$P(X=k) = \frac{\binom{w}{k}\binom{b}{n-k}}{\binom{w+b}{n}} = \frac{w!b!n!(w+b-n)!}{k!(w+b)!(w-k)!(n-k)!(b-n+k)!}$$
(15)

$$P(X=k) = \frac{\binom{n}{k}\binom{w+b-n}{w-k}}{\binom{w+b}{w}} = \frac{w!b!n!(w+b-n)!}{k!(w+b)!(w-k)!(n-k)!(b-n+k)!}.$$
 (16)

1.3.3. Distribución uniforme discreta

Teniendo C, un conjunto finito no vacío de números, se elige un número uniformemente al azar (o sea que todos los números tienen la misma posibilidad de ser elegidos), llámese X. Entonces se dice que X una distribución uniforme discreta con el parámetro C. Se dice entonces que la función de probabilidad de $X \sim DUNif(C)$ (la distribución uniforme discreta de X) es

$$P(X=x) = \frac{1}{|C|} \tag{17}$$

para $x \in C$ (de lo contrario 0) ya que la función de probabilidad debe sumar 1.

1.3.4. Binominal geométrica y negativa

Distribución geométrica: Se tiene una secuencia de ensayos independientes Bernoulli, cada uno con la misma probabilidad de éxito $p \in (0,1)$, con ensayos realizados hasta que se alcanza el éxito. X es el número de fallas antes de la primera prueba exitosa por lo que X tiene una distribución geométrica con un parámetro p; denotado $X \sim Geom(p)$. Con esto podemos llegar a los teoremas de distribución geométrica de la función de probabilidad, cuando $X \sim Geom(p)$, entonces la función de probabilidad de X será

$$P(X=k) = q^k p \tag{18}$$

para $k=1,2,\ldots$, cuando q=1-p; y el teoremas de distribución geométrica de la función de distribución acumulativa, cuando $X \sim Geom(p)$, entonces la función de distribución acumulativa de X será

$$F(x) = \begin{cases} 1 - q^{\lfloor x \rfloor + 1}, & \text{si } x \ge 0; \\ 0, & \text{si } x < 0, \end{cases}$$
 (19)

cuando q = 1 - q y |x| es el mayor entero y menor o igual a x.

El valor esperado geométrico de $X \sim Geom(p)$ es

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} kq^k p,$$
 (20)

cuando q = 1 - p. Aunque esta no es una serie geométrica, podemos llegar a ello

$$\sum_{k=0}^{\infty} q^k = \frac{1}{1-q}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} k q^{k-1} = \frac{1}{1-q^2},$$
(21)

finalmente multiplicamos ambos lados por pq, recuperando la suma original que queríamos encontrar

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} kq^k p = pq \sum_{k=0}^{\infty} kq^{k-1} = pq \frac{1}{(1-q)^2} = \frac{q}{p}.$$
 (22)

Primer valor esperado de éxito FS, podemos definir a $Y \sim FS(p)$ como Y = X + 1 donde $X \sim Geom(p)$, por lo que tenemos

$$E(Y) = E(X+1) = \frac{q}{p} + 1 = \frac{1}{p}.$$
 (23)

Las distribuciones binominales negativas generalizan la distribución geométrica en lugar de esperar por un éxito, podemos esperar por cualquier número predeterminado r de éxitos. En una secuencia de ensayos independientes Bernoulli con probabilidad de éxito p, si X es el número de fallas antes del éxito número r, entonces se dice que Xtiene una distribución binominal negativa con parámetros r y p, denotado $X \sim NBin(r, p)$.

La distribución binominal cuenta el número de éxitos en un número fijo de ensayos, mientras que la binominal negativa cuenta el número de fallas hasta alcanzar cierto número de éxitos. Si $X \sim NBin(r, p)$, entonces la función de probabilidad de X es

$$P(X=n) = \binom{n+r-1}{r-1} p^r q^n \tag{24}$$

para n = 0, 1, 2..., donde q = 1 = p.

distribuciones continuas sospechosas La distribución logística se obtiene

$$F(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}, x \in \Re$$
 (25)

El valor esperado de la continua función de distribución acumulada f es

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \tag{26}$$

la continua U tiene dist unif en el intervalo (a,b), denotada $U \sim Unif(a,b)$ si el área acumulada bajo la función de densidad de probabilidad es

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{si } a < x < b; \\ \text{de lo contrario, 0} \end{cases}$$
 (27)

 $U \sim Unif(a, b)$ de una variable aleatoria es

$$\tilde{U} = a + (b - a)U \tag{28}$$

Su varianza es

$$Var(U) = \frac{(b-a)^2}{12}$$
 (29)

La distribución normal $(X \sim N(\mu, \sigma^2))$ cuando $\mathbb{Z} \sim N(0, 1)$ es

$$X = \mu + \sigma \mathbb{Z} \tag{30}$$

Por lo tanto obtendremos el valor esperado de μ y varianza de σ^2

$$X = (\mu + \sigma \mathbb{Z}) = E(\mu) + \sigma E(\mathbb{Z}) = \mu \tag{31}$$

$$Var = (\mu + \sigma \mathbb{Z}) = Var(\sigma \mathbb{Z}) = \sigma^2 Var(\mathbb{Z}) = \sigma^2.$$
 (32)

La distribución exponencial de X con un parámetro λ , cuando $\lambda > 0$ si su función de densidad de probabilidad es $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x > 0$; denotada como $X \sim Expo(\lambda)$ es la siguiente

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}, x > 0 \tag{33}$$

1.4. Inteligencia artificial

Inteligencia artificial es definida como "el esfuerzo por automatizar tareas intelectuales normalmente realizadas por humanos" [Cho18], de este campo general se desprenden el aprendizaje maquinal y el aprendizaje profundo.



Figura 2: Aprendizaje profundo (AP), es un subcampo del aprendizaje maquinal (AM), que a su vez es un subcampo de la inteligencia artificial (IA)[Cho18].

end-to-end, de principio a fin?

1.4.1. Aprendizaje maquinal

La definición de aprendizaje maquinal de Tom Mitchell[Mit97] dice que "un programa de computadora aprende de experiencia E con respecto a una tarea T y una medición de rendimiento P, si su rendimiento en T, medido por P, mejora con experiencia E."

Esto dignifica que a diferencia del paradigma clásico de programación, donde los humanos introducen órdenes y datos para ser procesados de acuerdo con dichas reglas, en el aprendizaje maquinal el humano introduce datos y respuestas esperadas de estos datos "y el producto son las reglas"*..

Si no es programado explícitamente, entonces un sistema de aprendizaje maquinal es entrenado: se le presentan muchos ejemplos relevantes a una tarea, y si encuentra una estructura estadística en ellos, genera reglas para automatizar la tarea.

1.4.2. Procesamiento de lenguaje natural

El procesamiento de lenguaje natural, es el conjunto de métodos para hacer accesible el lenguaje humano a las computadoras[Eis19].* Existen dos enfoques en lo que debe ser su tarea central:

- Entrenar sistemas de extremo a extremo* que transmuten texto sin procesar a cualquier estructura deseada.
- Transformar texto en una pila de estructuras lingüísticas de uso general que en teoría deben poder soportar cualquier aplicación.

Dos de los módulos básicos de NLP son búsqueda y aprendizaje con los que se puede resolver muchos problemas que podemos describir en la siguiente forma matemática

$$\hat{y} = \underset{y \in Y(x)}{argmax} \Psi(x, y; 0),$$

$$y \in Y(x)$$
(34)

donde,

- \bullet x es la entrada, un elemento de un conjunto X.
- y es el resultado, un elemento de un conjunto Y.
- Ψ es una función de puntuación (también conocida como modelo), que va desde el conjunto $X \times Y$ hasta los números reales.
- Ø es el vector de parámetros para Ψ.

• \hat{y} es el resultado previsto, que es elegido para maximizar la función de puntuación.

El módulo de búsqueda se encarga de computar el argmax de la función Ψ , es decir, encuentra el resultado \hat{y} con la mejor puntuación con respecto a la entrada x. El módulo de aprendizaje encuentra los parámetros θ por medio del procesamiento de grandes conjuntos de datos de ejemplos etiquetados $\{(x^i, y^i)\}_{i=1}^N$.

2. Referencias

- [BH19] Joseph K. Blitzstein y Jessica Hwang. Introduction to Probability [Introduccién a la probabilidad]. 2.ª ed. Texts in Statistical Science [Textos en ciencia estadistica]. Florida: CRC Press, 2019. ISBN: 9781138369917.
- [Cho18] François Chollet. *Machine Learning With Python [Machine Learning]*. New York: Manning Publications Co., 2018. ISBN: 9781617294433.
- [Dat12] C. J. Date. SQL and Relational Theory: How to Write Accurate SQL Code [SQL y teoria relacional: Cómo escribir código SQL correcto]. 2.ª ed. California: 0'Reilly Media, 2012. ISBN: 9781449316402.
- [Eis19] Jacob Eisenstein. Introduction to natural language processing [Introducción al procesamiento de lenguaje natural]. Adaptive computation and machine learning [Computación adaptativa y aprendizaje maquinal]. Cambridge: MIT Press, 2019. ISBN: 9780262042840.
- [EN11] Ramez Elmasri y Shamkant B. Navathe. Fundamentals of database systems [Fundamentos de sistems de bases de datos]. 6.ª ed. Boston: Addison-Wesley, 2011. ISBN: 9780136086208.
- [Mat17] Norman S Matloff. Statistical regression and classification from linear models to machine learning [Regresión estadística y clasificación de modelos lineales a aprendizaje maquinal]. FLorida: CRC Press, 2017. ISBN: 9781138066565.
- [Mit97] Tom Mitchell. Machine learning [Aprendizaje maquinal]. New York: Mac-Graw Hill, 1997. ISBN: 0070428077.