

Robots Móviles

Tema 3. Localización y mapeado de un robot móvil

Parte I. Modelo de error del movimiento y de los sensores

Sergio Orts Escolano
Otto Colomina Pardo

Índice

Incertidumbre en robótica móvil
Modelo de error movimiento
Modelo de error de los sensores

Incertidumbre en la robótica

- Los sensores obtienen lecturas imprecisas del entorno.
- De ellos queremos **inferir** (estimar) el estado más probable del mundo.
- El movimiento del robot es también una fuente de errores (odometría).
- **Tenemos que modelar el error y la imprecisión.**

Teoría de la probabilidad y robótica

- **Variables aleatorias y funciones de probabilidad** para modelar las lecturas de los sensores.
- **Varianza y covarianza** para modelar el error.
- El **teorema de Bayes** para inferir datos desconocidos.
- **Filtros bayesianos** para integrar las lecturas.

$$Bel(x_t) = \eta P(z_t | x_t) \int P(x_t | u_t, x_{t-1}) Bel(x_{t-1}) dx_{t-1}$$

Modelo sensor

Modelo movimiento

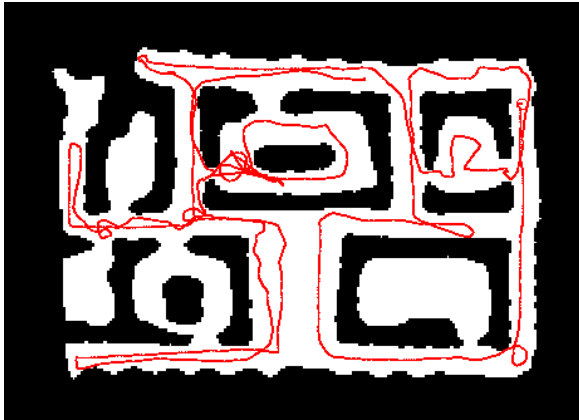
Conocimiento
estado anterior

Índice

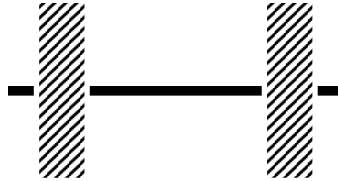
Incertidumbre en robótica móvil
Modelo de error movimiento
Modelo de error de los sensores

Modelo movimiento robot

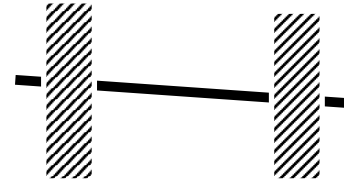
- El movimiento del robot es intrínsecamente erróneo
- ¿Cómo podemos modelarlo?



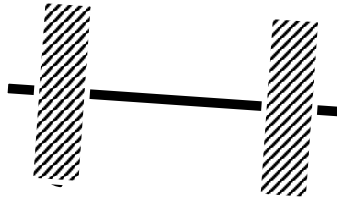
Causas de error en el movimiento



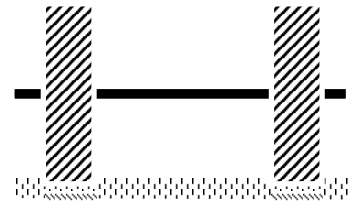
Caso ideal



Ruedas con
distinto diámetro



Suelo con sobresaltos



Terrenos rugosos

Modelos de movimiento probabilístico

- Para implementar un filtro Bayesiano, necesitamos el modelo de transición $p(x | x', u)$.
- El término $p(x | x', u)$ especifica una probabilidad a posteriori, que la acción u traslada al robot desde x' a x .
- En esta sección hablaremos de como $p(x | x', u)$ puede modelarse basándonos en las ecuaciones de movimiento.

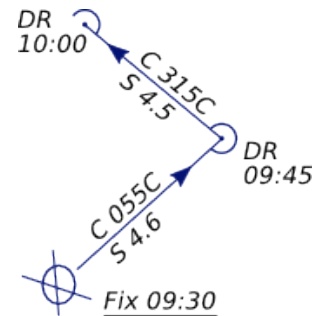


Tipos de modelos de movimiento

- En la práctica, a menudo se encuentran dos tipos de modelos de movimiento:
 - Basados en odometría
 - Basados en velocidad (dead reckoning)
- Los modelos basados en la odometría se utilizan cuando los sistemas están equipados con encoders.
- Los modelos basados en la velocidad tienen que ser aplicados cuando no se dan encoders.
 - Calculan la nueva pose basándose en las velocidades y el tiempo transcurrido.

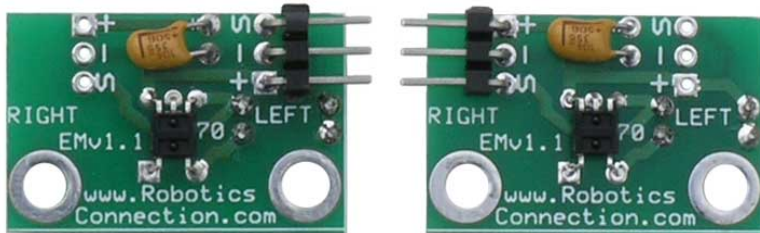
Dead Reckoning

- Derivado de “deduced reckoning.”
- Procedimiento matemático para determinar la ubicación actual de un vehículo.
- En navegación, el “dead reckoning” es el proceso de calcular la posición actual de un robot utilizando una posición previamente determinada, o fija, y avanzar esa posición basándose en las velocidades conocidas o estimadas sobre el tiempo y el curso transcurridos.
- Utilizado tradicionalmente para conocer la posición de los barcos



Ejemplo de encoders para ruedas

Estos módulos requieren +5V y GND para su alimentación, y proporcionan una salida de 0 a 5V. Proporcionan una salida de +5V cuando "ven" blanco, y una salida de 0V cuando "ven" negro.

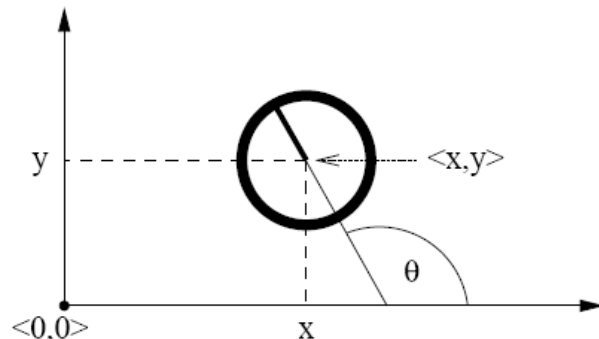


Estos discos se fabrican en plástico de color laminado de alta calidad para ofrecer una transición de negro a blanco muy nítida. Esto permite a un sensor de codificador de ruedas ver fácilmente las transiciones.

Fuente: <http://www.active-robots.com/>

Sistema de coordenadas

- En el caso general, la configuración de un robot puede describirse mediante seis parámetros:
 - Coordenadas cartesianas tridimensionales más tres ángulos de Euler: pitch, roll y tilt.
 - A lo largo de esta sección asumiremos que el robot se mueve en un plano 2D (3 parámetros).
-
- El espacio de configuración es tridimensional (x,y,θ) .



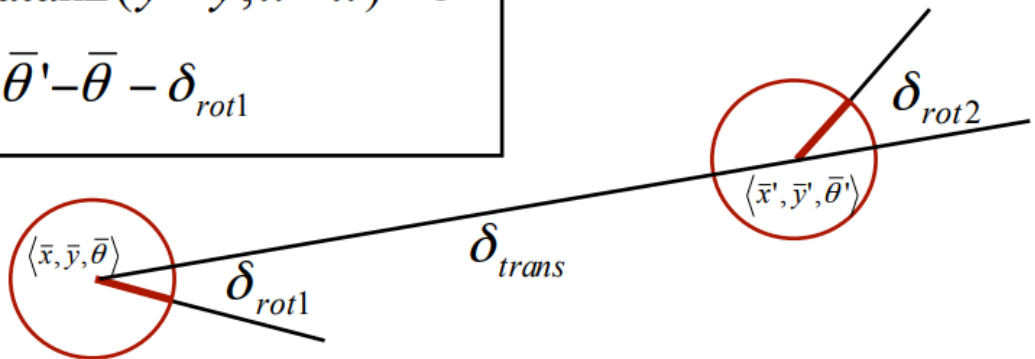
Modelo de odometría

- La odometría nos dice de $\langle \bar{x}, \bar{y}, \bar{\theta} \rangle$ a $\langle \bar{x}', \bar{y}', \bar{\theta}' \rangle$
- Descomponemos odometría $u = \langle \delta_{rot1}, \delta_{rot2}, \delta_{trans} \rangle$

$$\delta_{trans} = \sqrt{(\bar{x}' - \bar{x})^2 + (\bar{y}' - \bar{y})^2}$$

$$\delta_{rot1} = \text{atan2}(\bar{y}' - \bar{y}, \bar{x}' - \bar{x}) - \bar{\theta}$$

$$\delta_{rot2} = \bar{\theta}' - \bar{\theta} - \delta_{rot1}$$



Modelo de error para la odometría

- El movimiento medido viene dado por el movimiento verdadero contaminado por el ruido.

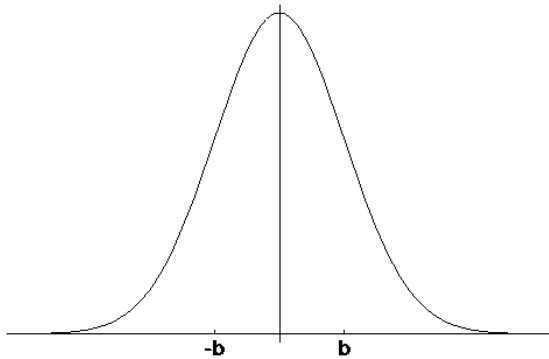
$$\hat{\delta}_{rot1} = \delta_{rot1} + \varepsilon_{\alpha_1 |\delta_{rot1}| + \alpha_2 |\delta_{trans}|}$$

$$\hat{\delta}_{trans} = \delta_{trans} + \varepsilon_{\alpha_3 |\delta_{trans}| + \alpha_4 |\delta_{rot1} + \delta_{rot2}|}$$

$$\hat{\delta}_{rot2} = \delta_{rot2} + \varepsilon_{\alpha_1 |\delta_{rot2}| + \alpha_2 |\delta_{trans}|}$$

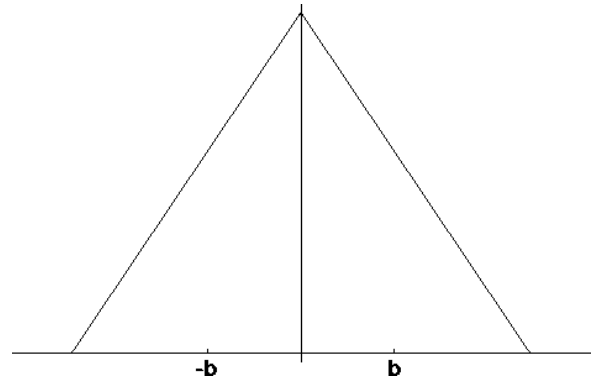
Distribuciones típicas para modelos probabilísticos de movimiento

Distribución normal



$$\varepsilon_{\sigma^2}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

Distribución triangular



$$\varepsilon_{\sigma^2}(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } |x| > \sqrt{6\sigma^2} \\ \frac{\sqrt{6\sigma^2} - |x|}{6\sigma^2} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Calculando la probabilidad

- Para una distribución normal
 - 1. Algoritmo prob_normal_distribution(a,b):
 - 2. devuelve $\frac{1}{\sqrt{2\pi} b^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{a^2}{b^2} \right\}$
- Query point
↓
Std deviation
- Para una distribución triangular
 - 1. Algoritmo prob_triangular_distribution(a,b):
 - 2. devuelve $\max \left\{ 0, \frac{1}{\sqrt{6} b} - \frac{|a|}{6 b^2} \right\}$

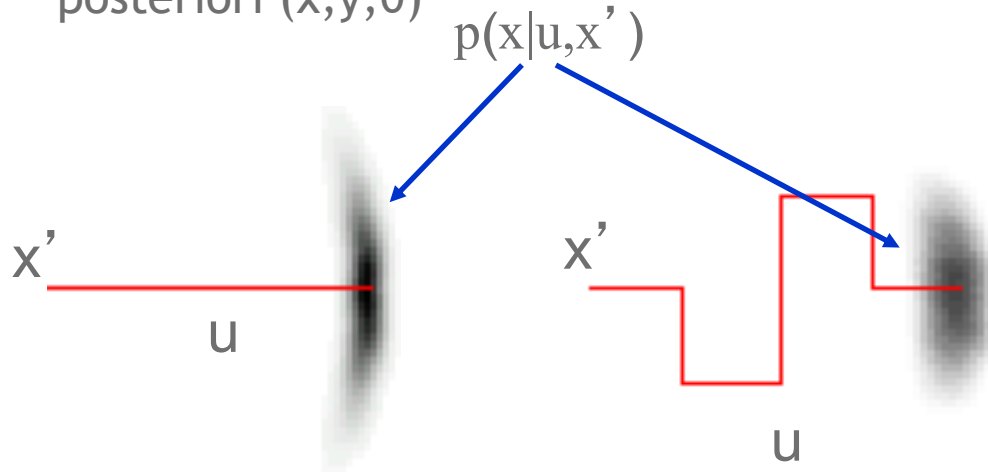
Calculando la probabilidad a posteriori

Algoritmo motion_model_odometry(x,x',u)

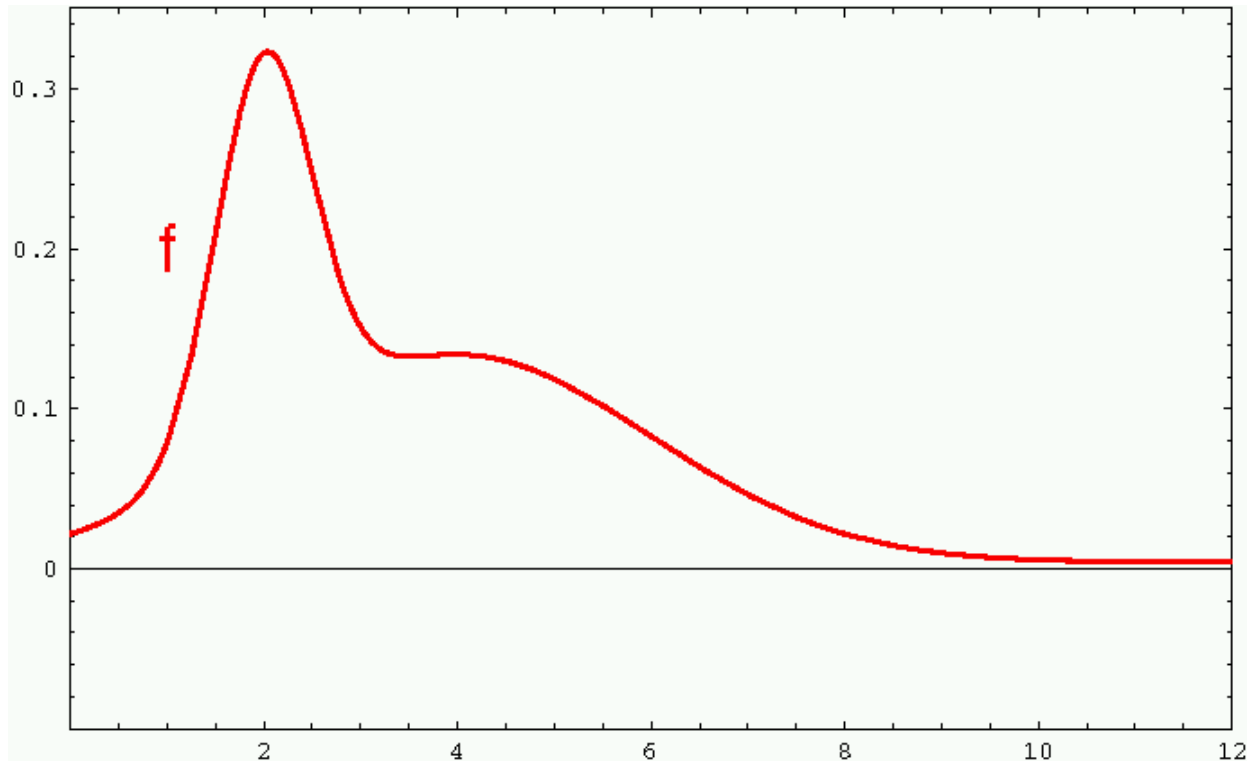
1. $\delta_{trans} = \sqrt{(\bar{x}' - \bar{x})^2 + (\bar{y}' - \bar{y})^2}$
 2. $\delta_{rot1} = \text{atan2}(\bar{y}' - \bar{y}, \bar{x}' - \bar{x}) - \bar{\theta}$
 3. $\delta_{rot2} = \bar{\theta}' - \bar{\theta} - \delta_{rot1}$
 4. $\hat{\delta}_{trans} = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}$
 5. $\hat{\delta}_{rot1} = \text{atan2}(y' - y, x' - x) - \bar{\theta}$
 6. $\hat{\delta}_{rot2} = \theta' - \theta - \hat{\delta}_{rot1}$
 7. $p_1 = \text{prob}(\delta_{rot1} - \hat{\delta}_{rot1}, \alpha_1 | \hat{\delta}_{rot1} | + \alpha_2 \hat{\delta}_{trans})$
 8. $p_2 = \text{prob}(\delta_{trans} - \hat{\delta}_{trans}, \alpha_3 \hat{\delta}_{trans} + \alpha_4 (|\hat{\delta}_{rot1}| + |\hat{\delta}_{rot2}|))$
 9. $p_3 = \text{prob}(\delta_{rot2} - \hat{\delta}_{rot2}, \alpha_1 | \hat{\delta}_{rot2} | + \alpha_2 \hat{\delta}_{trans})$
 10. devuelve $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$
- Diagram illustrating the flow of data in the algorithm:
- Lines 1, 2, and 3 are grouped by a bracket pointing to the text "valores odometría (u)".
 - Lines 4, 5, and 6 are grouped by a bracket pointing to the text "valores de interés (x,x')".

Aplicación

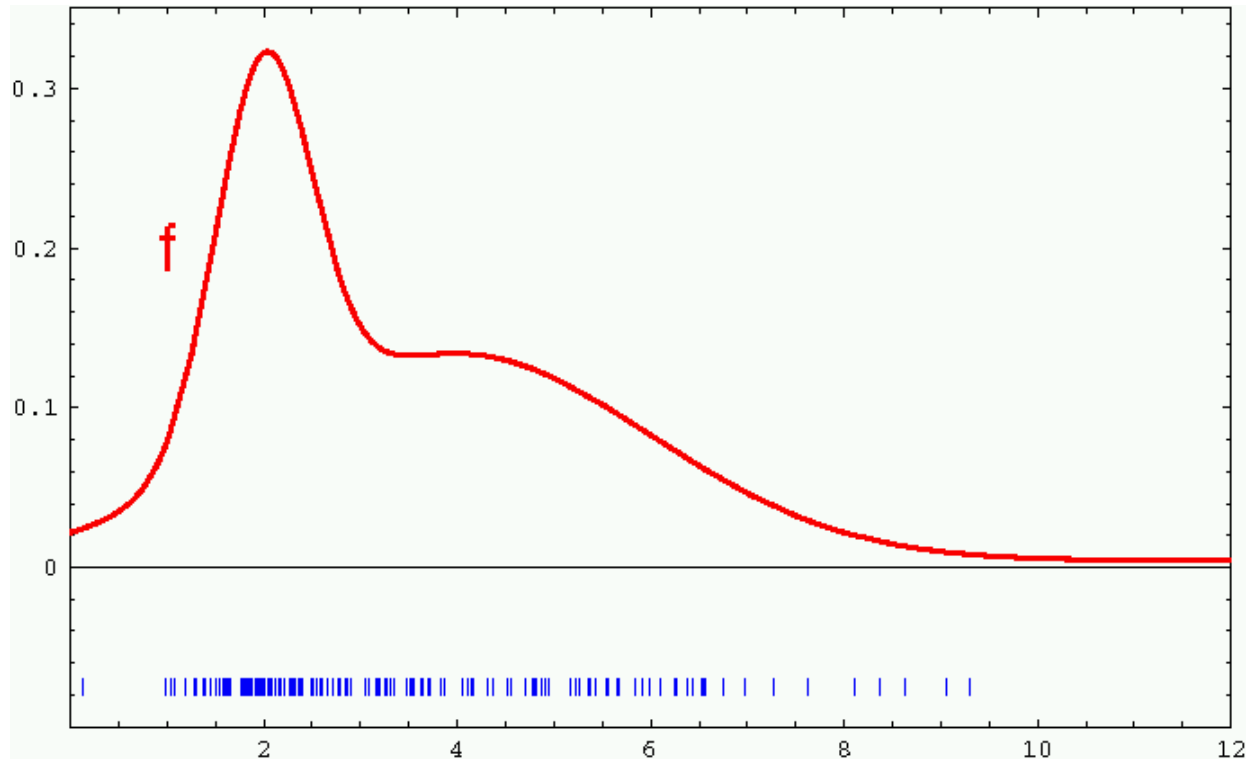
- Aplicación repetida del modelo de sensor para movimientos cortos
- Distribuciones típicas en forma de banana obtenidas para la proyección 2D de la probabilidad 3D a posteriori (x, y, θ)



Representación de la densidad basada en muestras




Representación de la densidad basada en muestras



Cómo tomar muestras de distribuciones normales o triangulares?

- Muestreando una distribución normal

1. Algoritmo `sample_normal_distribution`

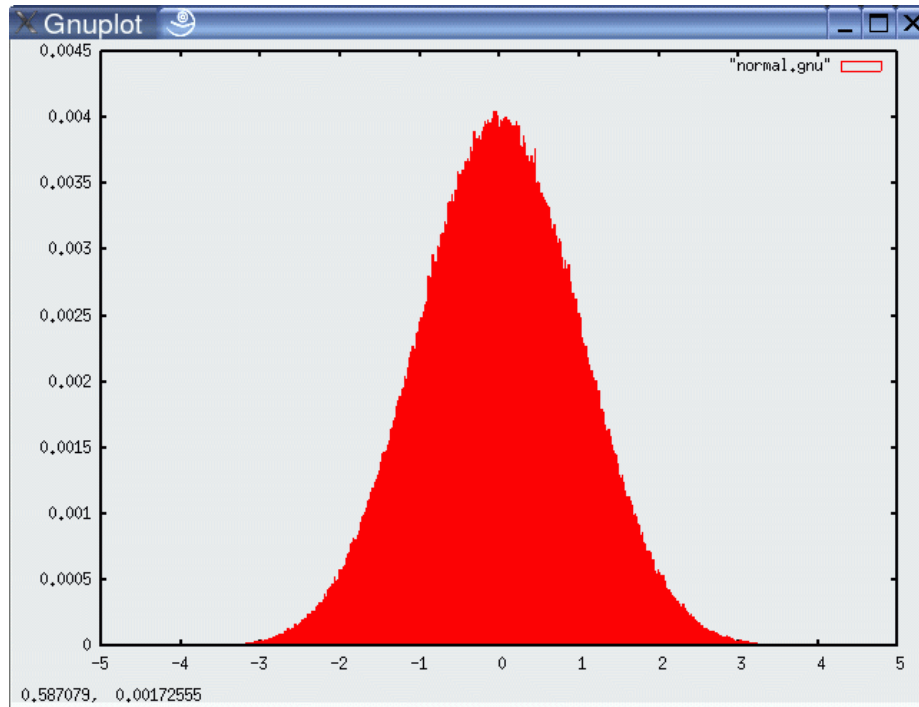
2. devuelve $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{12} \text{rand}(-b, b)$  Distribución gaussiana

- Muestreando una distribución triangular

1. Algoritmo `sample_triangular_distribution`

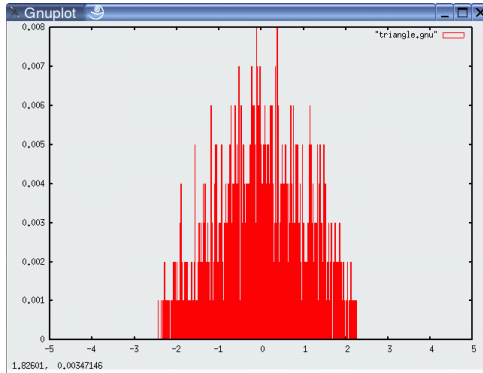
2. devuelve $\frac{\sqrt{6}}{2} [\text{rand}(-b, b) + \text{rand}(-b, b)]$

Muestras normalmente distribuidas

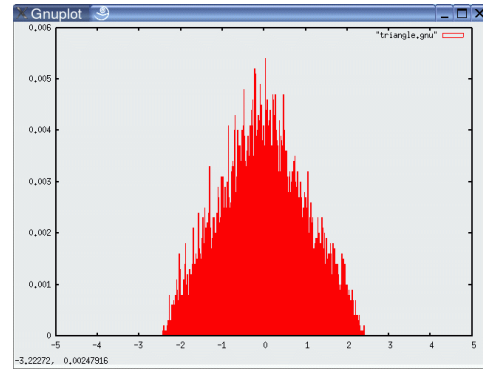


10^6 muestras

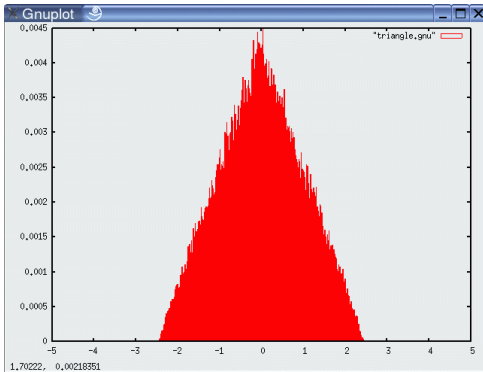
Distribución triangular (aproximación Gausiana)



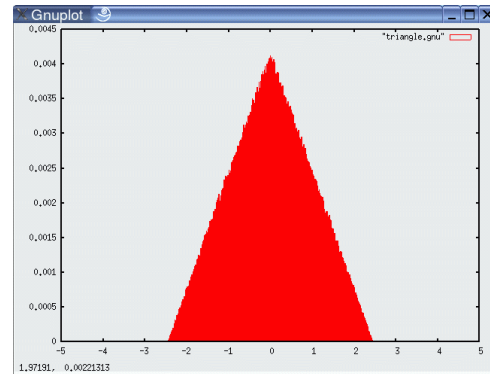
10^3 muestras



10^4 muestras



10^5 muestras



10^6 muestras

Ejemplo de Modelo de Movimiento de Odometría

1. Algoritmo `sample_motion_model`

$$u = \langle \delta_{rot1}, \delta_{rot2}, \delta_{trans} \rangle, x = \langle x, y, \theta \rangle$$

$$\hat{\delta}_{rot1} = \delta_{rot1} + \text{sample}(\alpha_1 | \delta_{rot1} | + \alpha_2 \delta_{trans})$$

$$\hat{\delta}_{trans} = \delta_{trans} + \text{sample}(\alpha_3 \delta_{trans} + \alpha_4 (|\delta_{rot1}| + |\delta_{rot2}|))$$

$$\hat{\delta}_{rot2} = \delta_{rot2} + \text{sample}(\alpha_1 | \delta_{rot2} | + \alpha_2 \delta_{trans})$$

$$x' = x + \hat{\delta}_{trans} \cos(\theta + \hat{\delta}_{rot1})$$

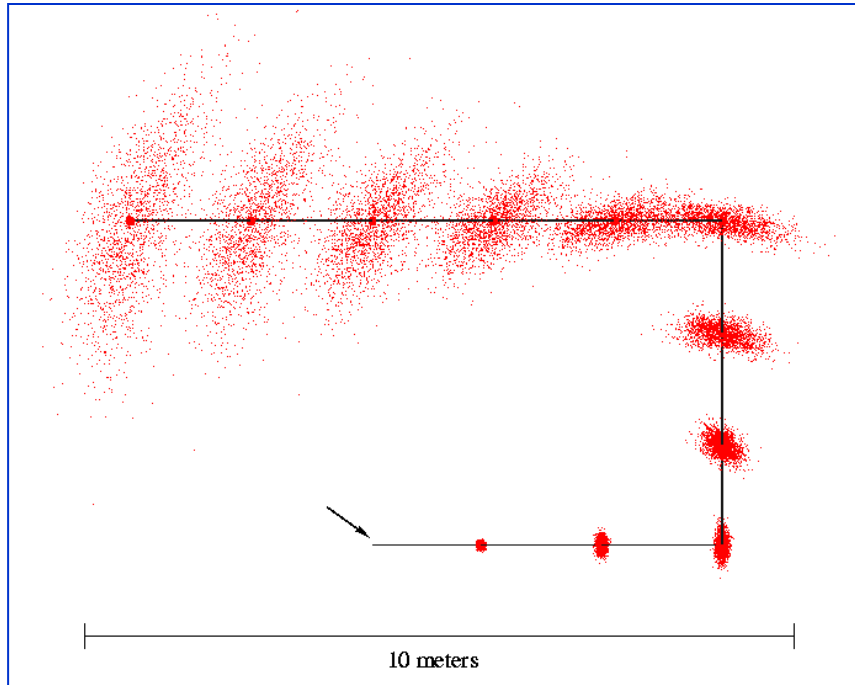
$$y' = y + \hat{\delta}_{trans} \sin(\theta + \hat{\delta}_{rot1})$$

$$\theta' = \theta + \hat{\delta}_{rot1} + \hat{\delta}_{rot2}$$

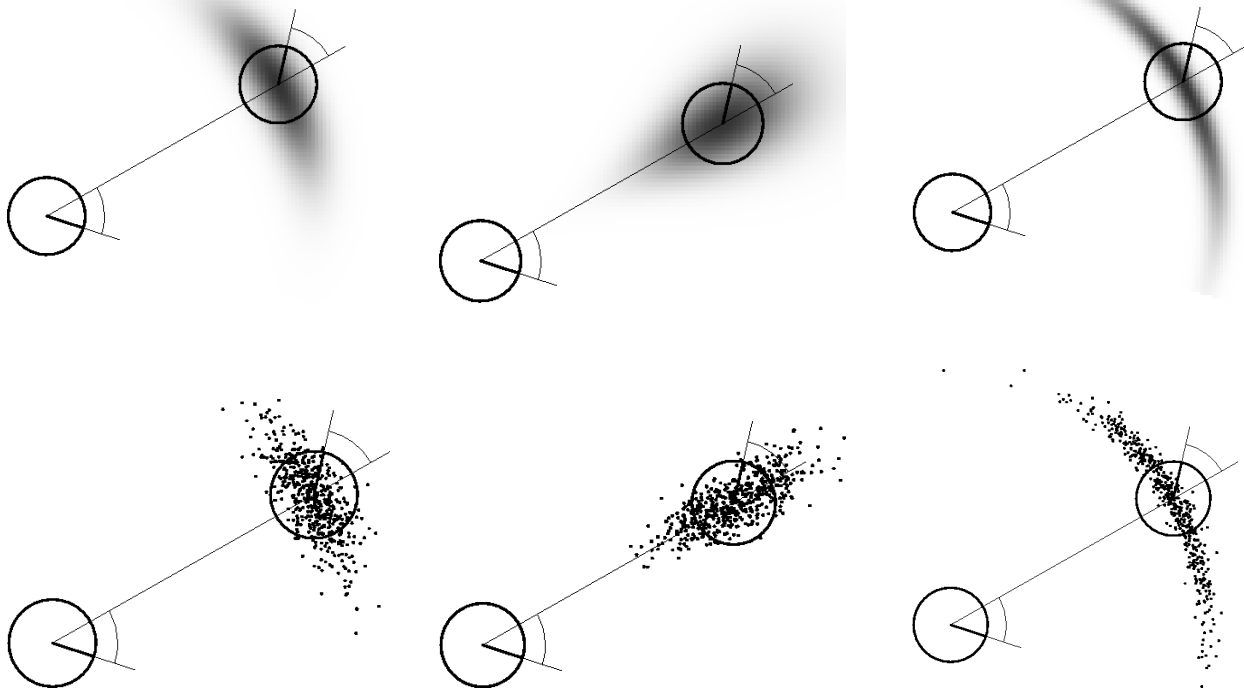
`sample_normal_distribution`

8. devuelve $\langle x', y', \theta' \rangle$

Muestreando el modelo de movimiento



Ejemplos (basados en odometría)



Modelo de movimiento consistente con mapa



$$p(x | u, x') \neq p(x | u, x', m)$$

Aproximación: $p(x | u, x', m) = \eta p(x | m) p(x | u, x')$

Índice

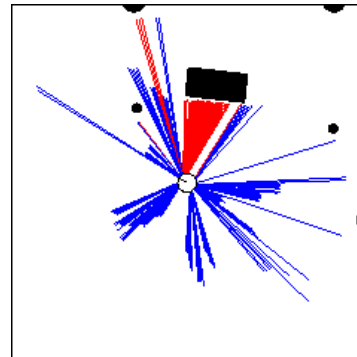
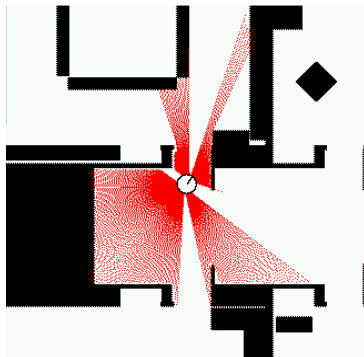
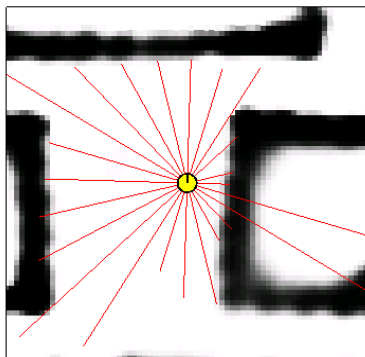
Incertidumbre en robótica móvil
Modelo de error movimiento
Modelo de error de los sensores

Sensores para robots móviles

- Sensores por contacto: Bumpers
- Sensores internos
 - Acelerómetros
 - Giroscopios
 - Brújula
- Sensores de proximidad
 - Sonar (time of flight)
 - Radar
 - Laser range-finders
 - Infrarrojos (intensidad)
- Sensores visuales: Cameras
- Sensores basados en satélites: GPS

Sensores de proximidad

- La tarea central es determinar $P(z|x)$, es decir, la probabilidad de una medición z dado que el robot está en la posición x
- Pregunta: de dónde vienen las probabilidades?
- Aproximación: tratar de explicar las medidas



Modelo sensor basado en haz de luz

- La lectura z consiste de K medidas.

$$z = \{z_1, z_2, \dots, z_K\}$$

- Las mediciones individuales son independientes para la posición del robot x

$$P(z \mid x, m) = \prod_{k=1}^K P(z_k \mid x, m)$$

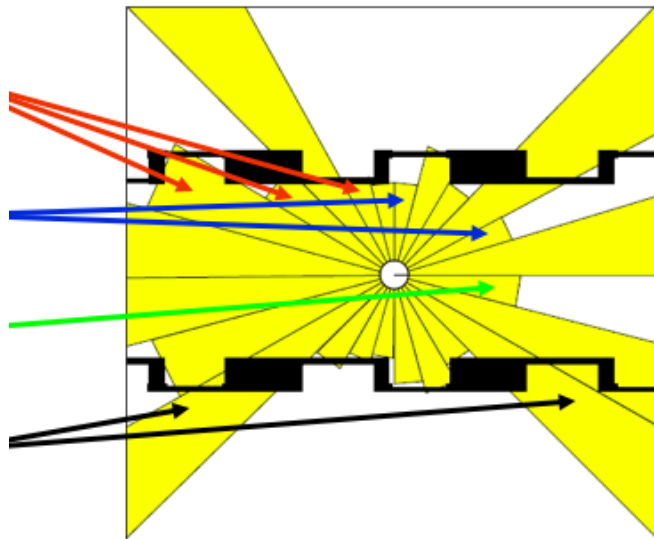
Errores típicos de las mediciones de rango

Haces de luz reflejados por obstáculos

Haces de luz reflejados por personas / interferencias

Lecturas aleatorias

Lecturas rango máximo

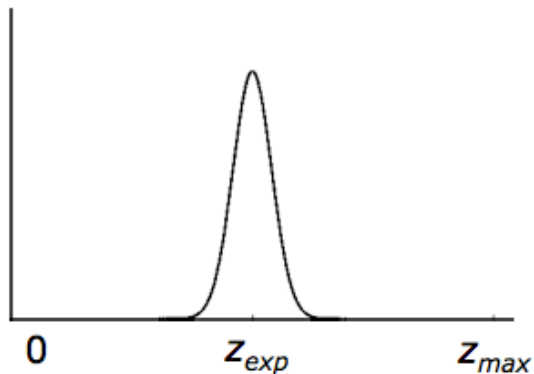


Lecturas de proximidad

- Las lecturas pueden ser causadas por ...
 - obstáculos
 - interferencias
 - obstáculos dinámicos (personas, muebles, ...).
 - Obstáculos no detectables (cristales, zonas que no reflejan laser/sonar...).
- El ruido es causado por la incertidumbre...
 - en la medición de la distancia al obstáculo conocido.
 - en posición de obstáculos adicionales (inesperados).
 - si se ha pasado por alto un obstáculo.

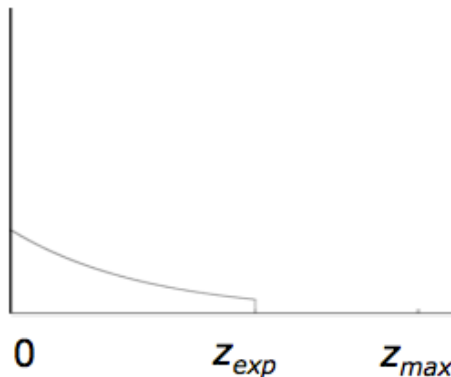
Modelo de proximidad basado en haz de luz

Ruido en la lectura



$$P_{hit}(z | x, m) = \eta \frac{1}{\sqrt{2\pi b}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(z - z_{exp})^2}{b}}$$

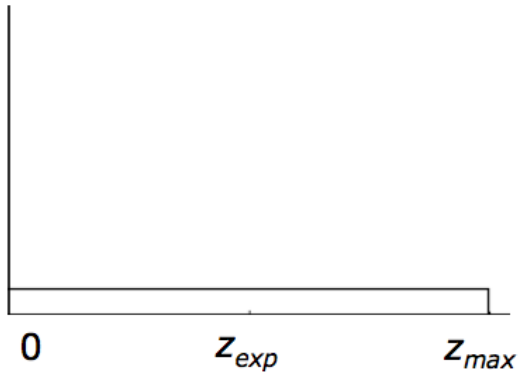
Obstáculos inesperados



$$P_{unexp}(z | x, m) = \begin{cases} \eta \lambda e^{-\lambda z} & z < z_{exp} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

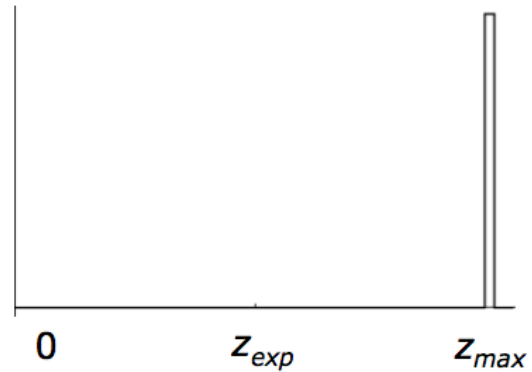
Modelo de proximidad basado en haz de luz

Lectura aleatoria



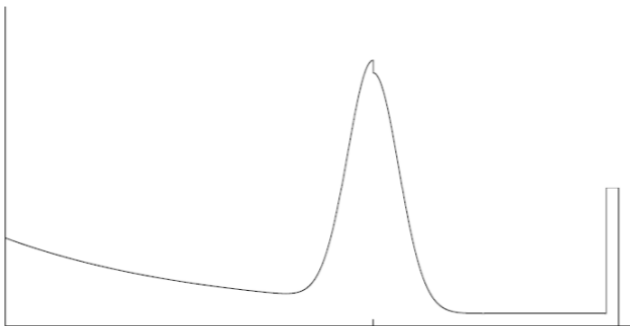
$$P_{rand}(z | x, m) = \eta \frac{1}{z_{max}}$$

Lectura máxima



$$P_{max}(z | x, m) = \begin{cases} 1 & \text{si } z = z_{max} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

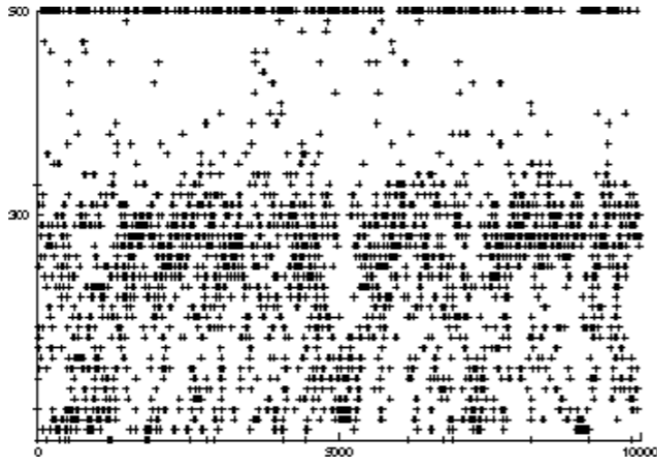
Modelo lecturas sensor (mixture)



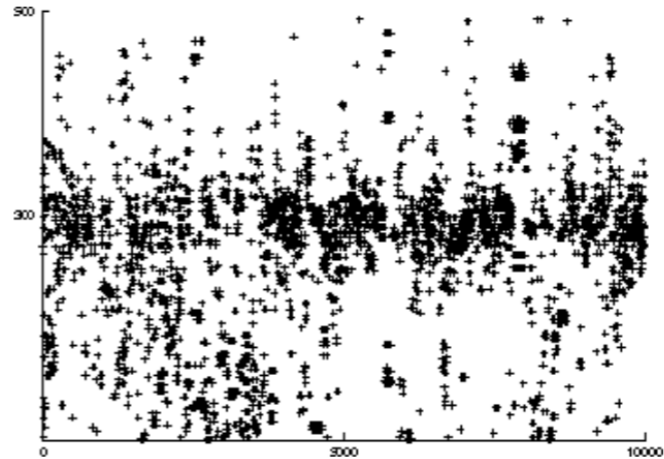
$$P(z | x, m) = \begin{pmatrix} \alpha_{\text{hit}} \\ \alpha_{\text{unexp}} \\ \alpha_{\text{max}} \\ \alpha_{\text{rand}} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} P_{\text{hit}}(z | x, m) \\ P_{\text{unexp}}(z | x, m) \\ P_{\text{max}}(z | x, m) \\ P_{\text{rand}}(z | x, m) \end{pmatrix}$$

¿Cómo podemos determinar los parámetros del modelo?

Raw data (sensor)



Sónar



Láser

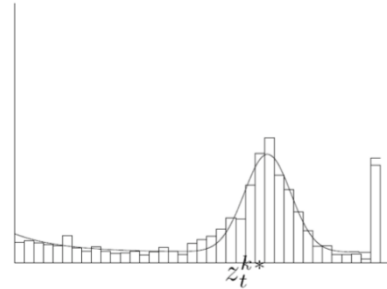
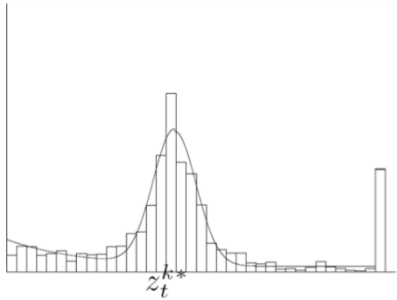
Lecturas obtenidas para un obstáculo situado a 300 cm.
eje X: número de lectura, eje Y: distancia de la lectura

Método

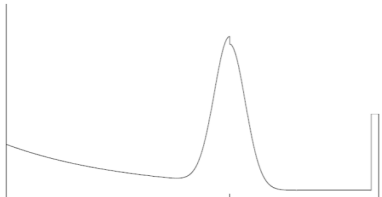
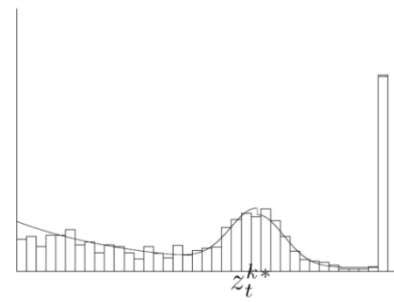
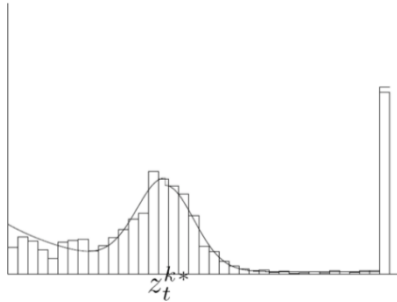
- Maximizar la probabilidad de registro de los datos
- Espacio de búsqueda de los parámetros $n-1$
 - Hill climbing
 - Gradient descent
 - Algoritmos genéticos
 - ...
- Calcular el parámetro n -ésimo para satisfacer la restricción de normalización.

Resultados método optimización

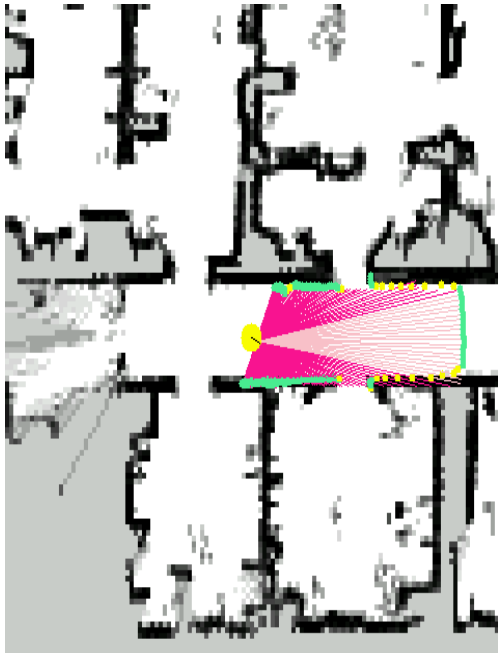
Láser



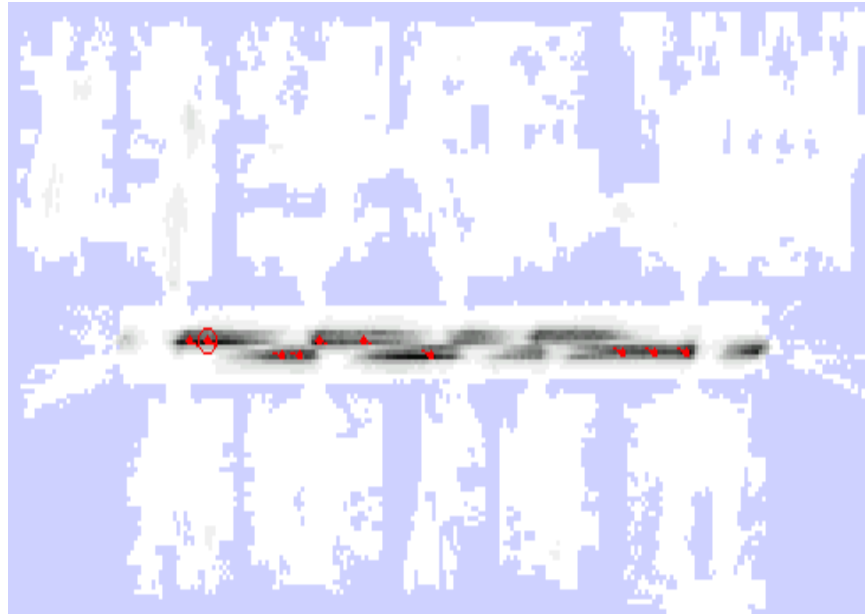
Sónar



$$P(z | x, m) = \begin{pmatrix} \alpha_{\text{hit}} \\ \alpha_{\text{unexp}} \\ \alpha_{\text{max}} \\ \alpha_{\text{rand}} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} P_{\text{hit}}(z | x, m) \\ P_{\text{unexp}}(z | x, m) \\ P_{\text{max}}(z | x, m) \\ P_{\text{rand}}(z | x, m) \end{pmatrix}$$



z

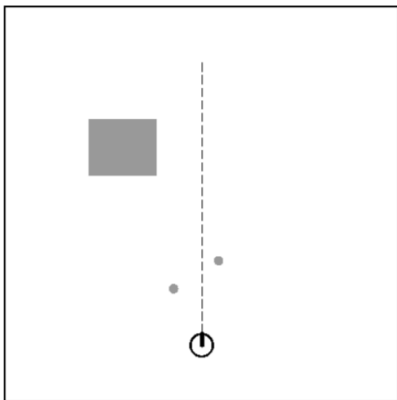


$P(z|x,m)$

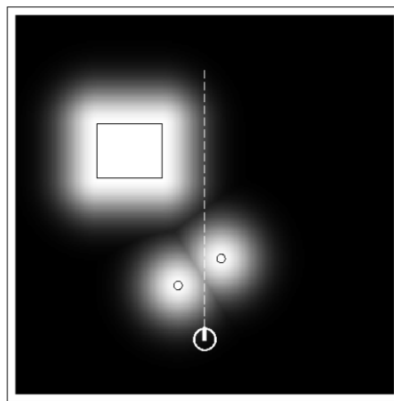
z_{exp}

Modelo basado en lecturas del mapa

Scan-based model

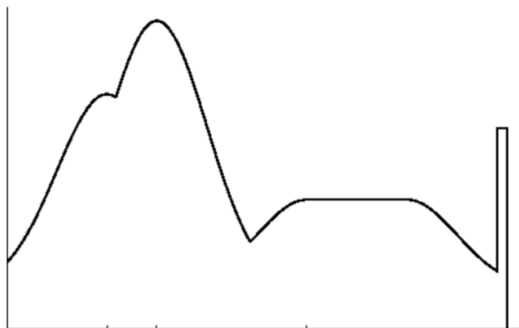


Map m



Likelihood field

$$P(z|x, m)$$



Landmarks

- Activos (radio, GPS)
- Pasivos (visuales)
- Triangulación
- El sensor nos proporciona
 - distancia
 - orientación
 - Distancia y orientación

Marcadores de distancia y orientación



Probabilidad de la distancia de un marcador

1. Algorithm **landmark_detection_model**(z,x,m):

$$z = \langle i, d, \alpha \rangle, x = \langle x, y, \theta \rangle$$

2. $\hat{d} = \sqrt{(m_x(i) - x)^2 + (m_y(i) - y)^2}$

3. $\hat{\alpha} = \text{atan2}(m_y(i) - y, m_x(i) - x) - \theta$

4. $p_{\text{det}} = \text{prob}(\hat{d} - d, \epsilon_d) \times \text{prob}(\hat{\alpha} - \alpha, \epsilon_\alpha)$

5. Return p_{det}

Problema: asociación de landmarks

- Asumir que los landmarks no pueden ser identificados de manera única
- Problema de asociación de datos: las características observadas deben coincidir con los puntos de referencia registrados anteriormente.
- Métodos basados en la probabilidad de las lecturas de las características dados los landmarks anteriores



Bibliografía

Teoría

- Chapter 5. Introduction to Autonomous Mobile robots. Roland Siegwart and Illah R. Nourbakhsh. A Bradford Book.
- Chapter 5 & 6. Probabilistic Robotics. MIT Press. Thrun, Burgard, Fox.

Robots Móviles

Modelo de error del movimiento y de los sensores



Sergio Orts Escolano
Otto Colomina Pardo

sorts @ ua.es

