

Matematik 2B

Sammanfattning

Otto Martinwall

26 april 2022

Innehåll

1	Förkunskaper (träna detta så att det sitter!)	2
1.1	Negativa tal	3
1.2	Prioriteringsregler	4
1.3	Bråk	5
1.3.1	Addition av bråk	5
1.3.2	Multiplikation av bråk	6
1.3.3	Division av bråk	6
1.4	Potenser	7
1.5	Ekvationer	8
2	Linjära modeller	12
3	Ickelinjära modeller	13
4	Statistik	14

-
- 1 Förkunskaper (träna detta så att det sitter!)

1.1 Negativa tal

Ett negativt tal är bara den additiva inversen av samma tal. Om a är ett reellt tal och $-a$ är dess additiva invers, så är $a + (-a) = 0$. Ett sätt att se på det är att den additiva inversen (negativa varianten) av ett tal är lika långt från 0 på tallinjen, men åt andra hållet.

Multiplikation får några egenskaper utav detta, som att negativt gånger negativt blir positivt. Att vända dig om och sedan backa blir detsamma som att bara gå rakt fram från början.

Några regler kring detta är då:

$$(-a)(-b) = ab \tag{1}$$

$$(-a)b = -ab \tag{2}$$

$$a(-b) = (-a)b \tag{3}$$

$$\frac{(-a)}{b} = \frac{a}{(-b)} \tag{4}$$

1.2 Prioriteringsregler

Prioriteringsregler har vi, då att om vi fick välja helt fritt så skulle alla få olika svar. Ordningen är såhär:

1. Paranteser
2. Multiplikation/Division (Om båda är efter varann, gå från vänster till höger)
3. Addition/Subtraktion (Om båda är efter varann, gå från vänster till höger)

Ett exempel är

$$6 \div 2(1 + 2) =$$

$$6 \div 2(3) =$$

$$6 \div 2 \cdot 3 =$$

$$3 \cdot 3 =$$

$$9$$

1.3 Bråk

Bråk är tal som representeras som kan skrivas som en kvot¹ av två heltal. Det kan t.ex vara $\frac{3}{7}$, vilket kan tänkas som *tre sjundedelar*.

1.3.1 Addition av bråk

Lättaste metoden för addition av bråk är att skriva om bråken så att de får samma nämnare²:

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \quad (5)$$

$$\frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \quad (6)$$

$$\frac{4}{12} + \frac{9}{12} = \quad (7)$$

$$\frac{13}{12} \quad (8)$$

Metoden jag brukar använda för att skriva om bråken, är att multiplicera täljaren och nämnaren på det ena bråket, med nämnaren på det andra, och tvärt om. I exemplet ovan så har ena bråket nämnaren 3, så jag multiplicerar täljaren och nämnaren med just 3 på det andra bråket, och tvärt om med talet 4 på det förstnämnda bråket. Genom denna metod får bråken samma nämnare då $ab = ba$, som ses i nämnarna på rad (6) till (7). Efter det så kan man addera täljarna på bråken.

¹resultatet av en division

²nedre parten hos ett bråk

Addition och subtraktion fungerar likadant här.

1.3.2 Multiplikation av bråk

Multiplikation av bråk är mycket enkelt.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad (9)$$

1.3.3 Division av bråk

Division är en typ av multiplikation, vilket gör denna ganska enkel men aningen klurigare. Division är inversen av multiplikation, så att dividera med 5 är samma sak som att multiplicera med $\frac{1}{5}$. Detta resulterar i att:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \quad (10)$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \quad (11)$$

$$\frac{ad}{bc} \quad (12)$$

Det andra bråket vänder alltså bara på sig vid utbytet av divisionstecken mot multiplikationstecken.

1.4 Potenser

Potenser kan ses som repeterad multiplikation i vissa fall³. Alltså att om n är ett positivt heltal så gäller detta:

$$a^n = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n \quad (13)$$

Här är några potensregler som gäller för alla tal:

$$a^b a^c = a^{b+c} \quad (14)$$

$$\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c} \quad (15)$$

$$(a^b)^c = a^{bc} \quad (16)$$

$$(ab)^x = a^x b^x \quad (17)$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad (18)$$

Roten ur kan skrivas på två sätt, där n är ett positivt heltal:

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \quad (19)$$

³andra definitioner krävs för att inkludera alla reella eller till och med komplexa exponenter. Det kommer konstigt nog först i universitetsmatten.

1.5 Ekvationer

En ekvation är ett typ av påstående, som innehåller en eller fler variabler (okända). Jag kan påstå att $3x + 2 = 8$ utan att säga vad x är. Just detta är endast sant om $x = 2$.

Ekvationer brukar kräva att man löser ut enskilda variabler i slutändan. Metoden jag brukar ha är att först och efter varje steg se om jag kan förenkla ekvationen genom addition/subtraktion, sedan om det går genom multiplikation/division, och till sist om det går genom potenser.

Exempel 1

$$\frac{x}{x+10} = \frac{24}{54} \quad (20)$$

Först så letar jag om jag kan göra något med addition/subtraktion, vilket inte hjälper här. Nästa möjlighet är om multiplikation/division kan förenkla något, vilket det kan genom multiplikation av $x + 10$ på båda sidor⁴

$$x = \frac{24}{54}(x+10) \quad (21)$$

Nu kollar vi igen. Addition/subtraktion hjälper inget, men multiplikation/division hjälper återigen här. Vi förenklar genom att multiplicera in i parantesen.

⁴Detta förenklar då multiplikation är lättare att hantera än division, så vi vill få bort divisionstecken.

$$x = \frac{24}{54}x + \frac{24}{54} \cdot 10 \quad (22)$$

Återigen så letar vi. Addition/subtraktion verkar hjälpa denna gång då målet är att få x på samma sida av likhetstecknet. Vi subtraherar med $\frac{24}{54}x$. I samma veva kan vi även multiplicera in 10 i bråket på höger sida.

$$x - \frac{24}{54}x = \frac{24}{54} \times 10 \quad (23)$$

$$x - \frac{24}{54}x = \frac{240}{54} \quad (24)$$

Nu så kikar vi igen. Multiplikation/division hjälper för att möjliggöra subtraktion av bråken på vänster sida av likhetstecknet, genom att låta dem få samma nämnare som i 1.3.1.

$$\frac{54}{54}x - \frac{24}{54}x = \frac{240}{54} \quad (25)$$

Nu kan vi alltså subtrahera bråken på vänster sida väldigt lätt.

$$\frac{30}{54}x = \frac{240}{54} \quad (26)$$

Här så hjälper inte addition/subtraktion, men multiplikation/division gör. Vi dividerar med $\frac{30}{54}$ för att x ska bli ensam på vänsterledet.

$$x = \frac{240}{54} \div \frac{30}{54} \quad (27)$$

Här så kan vi ändra om från division av bråken till multiplikation av bråken, på sättet beskrivet i 1.3.3.

$$x = \frac{240}{54} \times \frac{54}{30} \quad (28)$$

54 i nämnaren på första bråket och i täljaren på andra bråket tar ut varann, och resterande steg bör gå rätt smidigt:

$$x = \frac{240}{30} \quad (29)$$

$$x = \frac{24}{3} \quad (30)$$

$$x = 8 \quad (31)$$

Exempel 2

$$x^{\frac{1}{3}} = 3 \quad (32)$$

Här så fungerar inte addition/subtraktion, eller multiplikation/division. Nästa sak att checka är alltså potenser. Här så kan vi använda oss av potensreglerna i 1.4, där $(a^b)^c = a^{bc}$, för att ändra exponenten hos x från $\frac{1}{3}$ till

1.

$$(x^{\frac{1}{3}})^3 = (3)^3 \quad (33)$$

$$x^{\frac{3}{3}} = 27 \quad (34)$$

$$x^1 = 27 \quad (35)$$

$$x = 27 \quad (36)$$

2 Linjära modeller

3 Ickelinjära modeller

4 Statistik