Практикум по вычислительным методам: вычисление функций

Рогачёв Юрий Витальевич, 208 группа

28 февраля, 2019

1 Постановка задачи

1. По заданной точности $\epsilon = 10^{-6}$ решить обратную задачу теории погрешности для функции $z(x) = \operatorname{ch}(1+\sqrt{1+x})\cos(\sqrt{1+x-x^2})$
2. Построить с заданной точностью таблицу значений для этой функции на промежутке 0.1(0.01)0.2

3. Составить ту же таблицу, используя встроенные методы языка

2 Анализ функции

Пусть $\varphi(x) = \operatorname{ch}(1+\sqrt{1+x}) = u$ и $\psi(x) = \cos(\sqrt{1+x-x^2}) = v$. При x $\in [0.1, 0.2]$: $3.94 <= u <= 4.13, 0.47 <= v <= 0.51$.Таким образом G = {(u, v): 3.94 <= u <= 4.13, 0.47 <= v <= 0.51}. Оценим в G частные производные:
$\frac{\partial z}{\partial u} = v < 0.6$
$\frac{\partial z}{\partial v} = u < 4.2$

Таким образом функцию φ вычисляем с точностью $\epsilon/1.8$, а функцию ψ с точностью $\epsilon/12.6$

3 Код

```
import math
import numpy as np

def sqrt(n, eps=1e-15):
    x = 1
    while(True):
        nx = (x + n / x) / 2;
        if abs(x - nx) < eps:
            break
        x = nx
    return x


def ch(n, eps=1e-6):
    ans = 0
    k = 0
    while(True):
        u = n ** k / math.factorial(k)
```

```
        if u < eps:
            break
        ans += u
        k += 2
    return ans


def cos(n, eps=1e-6):
    ans = 0
    k = 0
    while(True):
        u = n ** (2 * k) / math.factorial(2 * k)
        if u < eps:
            break
        ans += ((-1) ** k) *u
        k += 1

    return ans


def f(x, eps=1e-6):
    return ch(1 + sqrt(1 + x), eps=eps / 1.8) * cos(sqrt(1 + x - x ** 2), eps=ep


def math_f(x):
    return math.cosh(1 + math.sqrt(1 + x)) * math.cos(math.sqrt(1 + x - x ** 2))



print('f␣values')
for x in np.arange(0.1, 0.21, 0.01):
    print('x␣=␣{},␣f(x)␣=␣{}'.format(x, f(x)))

print('math_f␣values')
for x in np.arange(0.1, 0.21, 0.01):
    print('x␣=␣{},␣f(x)␣=␣{}'.format(x, f(x)))
```

4 Таблицы

4.1 Таблица полученная моей реализацией

x	z(x)
0.1	1.9826917460863074
0.11	1.9788882480166035
0.12	1.9753165955037044
0.13	1.9719802419816794
0.13999999999999999	1.9688826504515664
0.14999999999999997	1.9660272946420287
0.15999999999999998	1.9634176601530648
0.16999999999999998	1.9610572455837518
0.17999999999999997	1.958949563645021
0.18999999999999995	1.9570981422583416
0.19999999999999996	1.955506525641223

4.2 Таблица полученная стандартными функциями

x	z(x)
0.1	1.9826918945807874
0.11	1.9788884007377598
0.12	1.975316752544452
0.13	1.9719804034362123
0.13999999999999999	1.9688828164153882
0.14999999999999997	1.9660274652119898
0.15999999999999998	1.9634178354273994
0.16999999999999998	1.9610574256621272
0.17999999999999997	1.9589497486285863
0.18999999999999995	1.9570983322497917
0.19999999999999996	1.9555067207448587

Максимальная разница между значениями из данных таблиц: 1.9510363569175126e-07