

Практикум по вычислительным методам: метод бисекций

Рогачёв Юрий Витальевич, 208 группа

8 марта, 2019

1 Приближенное решение уравнения $f(x) = 0$ методом деления отрезка пополам

1.1 Описание метода

Для работы метода нам нужно знать отрезок $[a, b]$, такой что выполняется теорема Больцано-Коши ($f(a) * f(b) < 0$). В таком случае на этом отрезке $\exists c : f(c) = 0, c \in (a, b)$. Мы будем строить последовательность отрезков $\{[a_n, b_n] : [a_n, b_n] \subset [a_{n-1}, b_{n-1}] \subset [a, b]\}$, на концах которой функция принимает значения разных знаков. На каждом шаге итерации мы вычисляем значение $\xi = \frac{a_n + b_n}{2}$ и значение функции $f(\xi)$ в этой точке. После мы проверяем является ли ξ корнем нашего уравнения и если не является то мы добавляем в нашу последовательность отрезков один из отрезков $[a_n, \xi]$ или $[\xi, b_n]$ (выбираем из них тот на концах которого функция имеет разные знаки)

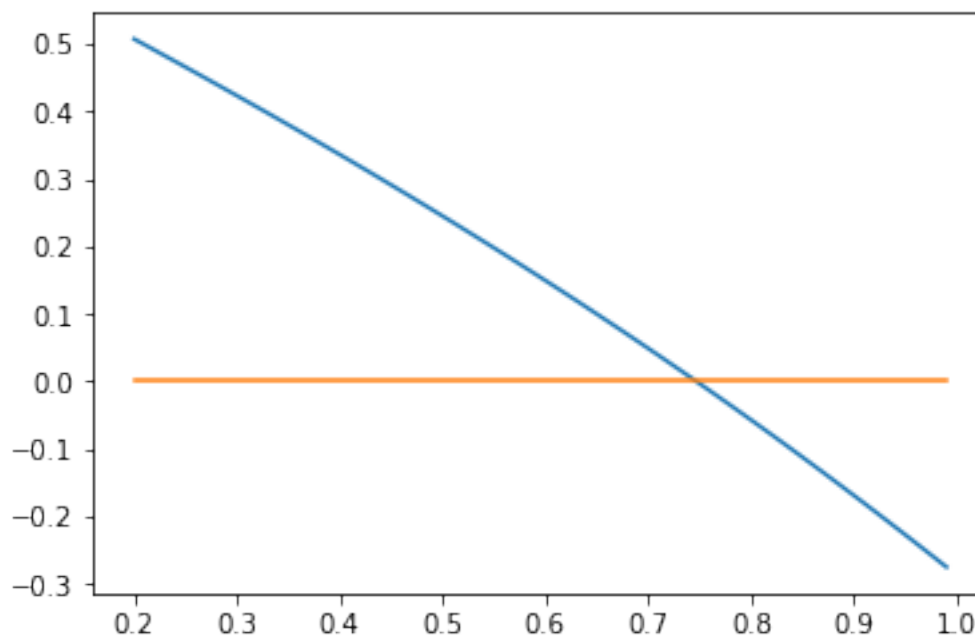
```
In [1]: from matplotlib import pyplot as plt
import numpy as np
from scipy import optimize as opt
```

Мне достался вариант 11, с функцией $f(x) = \frac{1+\cos x}{3-\sin x} - x$

```
In [2]: f = lambda x: (1 + np.cos(x)) / (3 - np.sin(x)) - x
```

Строим график, чтобы визуальнo определить a и b из алгоритма

```
In [3]: x = np.arange(0.2, 1, 0.01)
plt.plot(x, f(x), x, np.zeros(len(x)))
plt.show()
```



Сама функция реализующая алгоритм

```

In [4]: def bisect(f, a, b, eps):
        assert f(a) * f(b) < 0, 'f(a) * f(b) should be < 0'

        an = a
        bn = b
        while True:
            x0 = (an + bn) / 2

            if f(x0) == 0 or bn - an < 2 * eps:
                return x0

            if f(an) * f(x0) < 0:
                an = x0
            else:
                bn = x0

```

Вычисление корня $f(x)$

```

In [5]: my_sol = bisect(f, 0.2, 1.0, 1e-6)
        my_sol

```

```

Out[5]: 0.7471107482910155

```

Вычисление корня $f(x)$ аналогичным методом из библиотеки `scipy` (для проверки моего решения)

```

In [8]: scipy_sol = opt.root_scalar(f, bracket=[0.1, 1.0], method='bisect').root
        scipy_sol

```

```

Out[8]: 0.7471111956581811

```

Насколько сильно мое решение отличается от решения `scipy`

```

In [9]: scipy_sol - my_sol

```

```

Out[9]: 4.473671655347289e-07

```