

#### Introduction

Dès la Première Guerre mondiale, déjà, des ruptures survenues en vol pouvaient être attribuées à l'instabilité aéroélastique ou flottement des surfaces portantes.

Ce phénomène se produit au-delà d'une vitesse critique qui dépend de l'avion et qui est fonction de l'altitude. Il se manifeste alors par une vibration divergente qui s'amorce spontanément sous l'action de la moindre perturbation et dont l'amplitude croît jusqu'à la rupture. Il est extrêmement dangereux car il se déclenche sans prévenir, avant qu'aucun indice n'ait permis au pilote de déceler l'approche de la vitesse critique.

La rapidité avec laquelle la vibration s'amplifie varie selon les cas, mais, le plus souvent, elle est telle que la rupture survient avant que le pilote ait eu le temps de réduire la vitesse pour quitter le domaine d'instabilité. Dans ce cas, les spécialistes emploient le mot « explosif » pour donner une idée de la soudaineté du phénomène.

Les recherches menées surtout depuis la Seconde Guerre mondiale ont permis de mieux comprendre cette instabilité et de mettre au point des méthodes destinées à la prévoir et à la prévenir. Les spécialistes peuvent maintenant déterminer le domaine d'instabilité de chaque avion nouveau, soit par le calcul, soit par des essais de maquettes en soufflerie, et ils peuvent s'assurer par des essais en vol que ce domaine est bien situé à l'extérieur du domaine de vol. Lorsque la vitesse critique d'un prototype se révèle trop faible ils savent modifier sa structure au moindre poids pour la rendre saine.

Mais la situation n'est pas aussi satisfaisante dans d'au-

tres domaines de l'industrie aéronautique et notamment dans celui des turbomachines et des hélicoptères. A l'heure actuelle, les performances de ces machines sont exagérément limitées faute de méthodes permettant de maîtriser les vibrations qui les affectent gravement.

L'importance de ces problèmes est maintenant reconnue dans les pays industriels qui font un effort de recherche considérable, notamment dans le domaine de l'aérodynamique instationnaire. La progression vers des solutions efficaces sera probablement longue et pénible car les problèmes réels posés par ces machines sont compliqués par la présence de décollements et de grandes déflexions qui les rendent difficilement linéarisables.

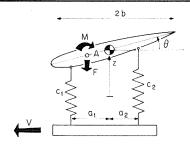
Ces considérations nous permettent de diviser l'exposé en deux parties :

- La première partie est consacrée au flottement des surfaces portantes, présenté comme illustration d'un problème qui se prête aux schématisations des théoriciens.
- La deuxième partie est consacrée aux problèmes pour lesquels les méthodes théoriques sont encore insuffisantes. On indiquera dans quel sens sont dirigés les efforts entrepris depuis peu à l'O.N.E.R.A. dans ce domaine.

# 1. — Le flottement des surfaces portantes

#### 1.1 Description qualitative.

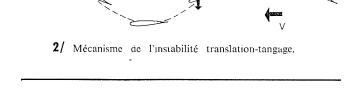
Un exemple simple permettra de voir quelle est la forme des équations régissant le phénomène du flottement, puis une discussion plus générale fournira quelques indications

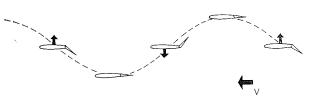


$$F = -\frac{1}{2} \rho V^2 S C_{z\theta} \left[ \theta + \frac{\dot{z}_A}{V} \right]$$

$$M = -\frac{1}{2} \rho V S b^2 C_{m\dot{\theta}} \dot{\theta}$$

$$\begin{split} \mathbf{m}\ddot{\mathbf{z}} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{VSC}_{\mathbf{z}\theta} \left[ \dot{\mathbf{z}} - \frac{\mathbf{b}}{2} \dot{\theta} \right] + \mathbf{c}_{1} \left[ \mathbf{z} - \mathbf{a}_{1} \theta \right] + \mathbf{c}_{2} \left[ \mathbf{z} + \mathbf{a}_{2} \theta \right] + \frac{1}{2} \rho \mathbf{V}^{2} \mathbf{SC}_{\mathbf{z}\theta} \theta &= 0 \\ \mathbf{I} \ddot{\theta} - \frac{1}{2} \rho \mathbf{VS} \frac{\mathbf{b}}{2} \mathbf{C}_{\mathbf{z}\theta} \left[ \dot{\mathbf{z}} - \frac{\mathbf{b}}{2} \dot{\theta} \right] + \frac{1}{2} \rho \mathbf{VSb}^{2} \mathbf{C}_{\mathbf{m}\dot{\theta}} \dot{\theta} - \mathbf{c}_{1} \mathbf{a}_{1} \left[ \mathbf{z} - \mathbf{a}_{1} \theta \right] + \mathbf{c}_{2} \mathbf{a}_{2} \left[ \mathbf{z} + \mathbf{a}_{2} \theta \right] - \\ - \frac{1}{2} \rho \mathbf{V}^{2} \mathbf{S} \frac{\mathbf{b}}{2} \mathbf{C}_{\mathbf{z}\theta} \theta &= 0 \end{split}$$





3/ Mécanisme de l'instabilité translation-rot, gouverne.

1/

sur le mécanisme qui permet au courant d'air d'introduire de l'énergie active dans la structure.

L'exemple considéré est celui d'une aile rectangulaire suspendue sur des ressorts et entraînée à une vitesse V comme l'indique la figure 1. Les deux degrés de liberté sont la translation z et l'oscillation de tangage  $\theta$  autour du centre de gravité.

Les mouvements de l'aile autour de sa position d'équilibre provoquent une variation du champ de pression qui se traduit au 1/4 avant (point A) par une portance F et un moment M.

Pour évaluer F et M, nous ferons une hypothèse grossière et qui n'a qu'une valeur qualitative, en admettant que F est proportionnel à la pression dynamique  $\frac{1}{2} \rho V^2$ et à l'angle que fait le vecteur vitesse résultante du point A avec le plan de l'aile.

On a:

$$\mathrm{F} = -rac{\dot{z}_{\mathrm{A}}}{\mathrm{V}} 
ho \mathrm{V}^{2} \mathrm{SC}_{z heta} \left( \mathrm{\theta} + rac{\dot{z}_{\mathrm{A}}}{\mathrm{V}} 
ight)$$

où:

S est la surface en plan de l'aile;

 $C_{z\theta}$  la dérivée de portance;

 $\dot{z}_{\rm A}$  la vitesse de translation du point A suivant Oz

On admettra, en outre, que le mouvement de rotation donne lieu à un moment opposé à la vitesse de tangage  $\theta$ :

$$\mathbf{M} = -\frac{1}{2} \, \rho \mathbf{V} b^2 \mathbf{C}_{m\dot{\theta}} \dot{\boldsymbol{\theta}}$$

b étant la demie corde de l'aile.

Les équations complètes s'établissent aisément :

$$m\ddot{z} + \frac{1}{2} \rho VSC_{z\theta} \left( \dot{z} - \frac{b}{2} \dot{\theta} \right) + c_1 \left( z - a_1 \theta \right) + c_2 \left( z + a_2 \theta \right) + \frac{1}{2} \rho V^2SC_{z\theta} \theta = 0$$

$$I\ddot{\theta} - \frac{1}{2} \rho VS \frac{b}{2} C_{z\theta} \left( \dot{z} - \frac{b}{2} \dot{\theta} \right) + \frac{1}{2} \rho VS \frac{b^2}{2} C_{m\dot{\theta}} \dot{\theta} - c_1 a_1 \left( z - a_1 \theta \right) + c_2 a_2 \left( z + a_2 \theta \right)$$

$$- \frac{1}{2} \rho V^2S \frac{b}{2} C_{z\theta} \theta = 0$$

$$(1 b)$$

avec:

m: masse de l'aile;

I: moment d'inertie de tangage;

 $c_1$  et  $c_2$ : rigidités des deux ressorts;

 $a_1$  et  $a_2$ : distance des deux ressorts par rapport au centre de gravité.

Ces deux équations expriment respectivement l'équilibre des forces et des moments appliqués au centre de gravité. Elles forment un système différentiel linéaire du second ordre à coefficients constants.

Pour situer la discussion sur un plan plus général, nous utiliserons la notation matricielle. De plus, nous compléterons le système (1) en ajoutant un produit matriciel représentant les forces de dissipation qui existent fatalement dans un tel montage, ne serait-ce que du fait de la déformation des ressorts.

Le système d'équations s'écrit alors :

(M) 
$$\ddot{q} + (\beta) \dot{q} + \rho V (B) \dot{q} + (K) q + \rho V^2 (C) q = 0$$
 (2)

où les matrices M, B, K et C sont définies par :

$$(M) = {m \choose 1}$$

$$(B) = \frac{S}{2} \begin{cases} C_{z\theta} & -\frac{b}{2} C_{z\theta} \\ -\frac{b}{2} C_{z\theta} & \frac{b^2}{4} C_{z\theta} + b^2 C_{m\dot{\theta}} \end{cases}$$

$$(K) = {c_1 + c_2 \choose c_2 a_2 - c_1 a_1} c_1 a_1^2 + c_2 a_2^2$$

$$(C) = \frac{S}{2} C_{z\theta} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{b}{2} \end{pmatrix}$$

q est la colonne:

$$q = \left(\begin{array}{c} \mathbf{z} \\ \mathbf{\theta} \end{array}\right)$$

Les matrices M et K sont définies positives, puisqu'elles peuvent être dérivées de l'expression de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle.

(β) est la matrice qui traduit la présence des forces de

dissipation considérées comme linéaires en  $\dot{z}$  et  $\dot{\theta}$ . Cette matrice est définie positive et peut être dérivée d'une fonction de force, appelée fonction de dissipation, qui n'est autre que la moitié de la puissance dissipée instantanée.

(B) est une matrice qui traduit des efforts aérodynamiques linéaires avec la vitesse de translation ż et avec la vitesse de tangage θ. Dans cet exemple, cette matrice est définie positive et traduit, par conséquent, un effet analogue à celui d'un amortisseur visqueux. Toutefois, pour élargir la discussion, nous devrons considérer aussi le cas où (B) n'est pas définie positive.

La matrice (C) traduit un effet linéaire en z et  $\theta$  qui se distingue catégoriquement d'un effet élastique parce que (C) n'est pas hermitienne.

Nous ferons apparaître les composantes hermitienne et antihermitienne de (C) en posant :

$$C_{H} = \frac{C + \overline{C}}{2} = \frac{S}{2} C_{z\theta} \begin{pmatrix} 0 & \frac{1/2}{2} \\ \frac{1/2}{2} & b/2 \end{pmatrix}$$

(on a:  $C_H = \overline{C}_H$ )

$$C_{AH} = \frac{C - \overline{C}}{2} = \frac{S}{2} C_{z\theta} \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

(on a: 
$$C_{AH} = -\overline{C}_{AH}$$
)

On a:

$$C = C_H + C_{AH}$$

De même, pour envisager les cas où B n'est pas hermitienne, nous ferons une décomposition analogue en posant :

$$B = B_H + B_{AH}$$

étant entendu que  $B_{\mathrm{AH}}$  est nulle dans ce cas particulier.

Supposons que le système devienne instable lorsque la vitesse est supérieure à une valeur critique  $V_{cr}$ . Dans ce cas, les deux modes propres de vibration ont un amortissement positif pour  $V < V_{cr}$  tandis que pour V légèrement supérieure à  $V_{cr}$ , l'un des modes a un amortissement négatif. A la limite, pour  $V == V_{cr}$  l'amortissement est nul, c'està-dire que le système d'équations (2) admet une solution harmonique de la forme :

$$q(t) = |X| e^{i\omega t}$$

(sous-entendu partie réelle de...)

avec:

$$X = \left(\frac{Z}{\Theta}\right)$$

Z et  $\Theta$  étant les affixes représentant z et  $\theta$  dans le plan complexe; leur argument indique la phase par rapport à une référence arbitraire.

Dans ces conditions, il vient:

$$-\omega^{2}MX + i\omega\beta X + i\omega\rho V_{cr} (B_{H} + B_{AH}) X +$$

$$+ KX + \rho V_{cr}^{2} (C_{H} + C_{AH}) X = 0$$

En multipliant à gauche par la ligne  $\overline{X}$  (transposée de X), on obtient des nombres homogènes à des puissances au coefficient  $i\omega$  près. La décomposition des matrices en composante hermitienne et antihermitienne permet de séparer les parties réelles et imaginaires (d'après la propriété:  $\overline{X}AX$  est réel si  $\overline{A} = A$ ;  $\overline{X}AX$  est imaginaire si  $\overline{A} = -A$ ).

On a donc les deux équations:

$$\begin{split} -\omega^2 \overline{X} MX + i\omega \rho V_{cr} \overline{X} B_{AH} X \\ + \overline{X} KX + \rho V_{cr}^2 \overline{X} C_{H} X = 0 \end{split} \tag{3 a}$$

$$i\omega\overline{X}\beta X + i\omega\rho V_{cr}\overline{X}B_{H}X + \rho V_{cr}{}^{2}\overline{X}C_{AH}X = 0 \quad (3\ b)$$

Dans l'exemple traité, on a :  $B_H=B$  définie positive. D'où :  $\overline{X}$   $B_HX>0$ ,  $\forall$   $X\neq 0$ . De même  $\overline{X}\beta X>0$ ,  $\forall$   $X\neq 0$ .

Dans ces conditions, l'équation (3 b) entraı̂ne  $\overline{X}C_{AH}X \neq 0$ .

D'où la conclusion:

La matrice  $B_{II}$  étant définie positive, le flottement ne peut se produire que si la matrice C contient une composante antihermitienne  $C_{AII}$ . Dans ce cas, la condition  $\overline{X}C_{AII}X\not=0$  entraı̂ne que le vecteur X est complexe, ou, plus précisément, que les éléments de X n'ont pas le même argument (il est facile de démontrer que :

$$\overline{C}_{AII} = -C_{AII} \Rightarrow \overline{X}C_{AII}X = 0$$

si X est réel à un coefficient près) et, pratiquement, cela signifie que les deux composantes du mouvement, z et  $\theta$ , sont déphasées entre elles.

C'est précisément dans ce déphasage que réside le mécanisme qui permet au vent relatif de transmettre l'énergie à l'aile pour compenser l'énergie dissipée.

Pour s'en rendre compte, il suffit de considérer l'aile se déplaçant à une vitesse V, en supposant que son mouvement vertical est obtenu en combinant la translation z et le tangage  $\theta$  avec un déphasage de  $\pi/2$  comme l'indique la figure 2. Dans ce cas, on voit que la portance agit vers le haut lorsque l'aile monte, et vers le bas lorsqu'elle descend, effectuant ainsi un travail constamment positif qui peut compenser l'énergie dissipée.

On voit donc que l'instabilité est due au couplage des deux degrés de liberté, qui se combinent avec un déphasage et un rapport d'amplitude approprié pour constituer le mode de vibration au flottement. La présence d'une composante antihermitienne dans la matrice C traduit le fait que la source d'énergie, qui est ici le vent relatif, établit entre ces degrés de liberté des couplages qui ne présentent pas les caractéristiques de réciprocité des couplages conservatifs ou dissipatifs.

Cependant, il faut bien remarquer que cette discussion ne permet pas de déterminer l'influence de paramètres pourtant essentiels, tels que la position du centre de gravité, par rapport à l'axe élastique et les valeurs des rigidités de translation et tangage. En abordant le problème de façon moins directe, c'est-à-dire en calculant d'abord les modes propres du système à vitesse nulle (V = 0) puis en utilisant la représentation modale telle qu'elle est définie dans le paragraphe 1.2, on aurait pu montrer l'influence des caractéristiques modales, c'est-à-dire des fréquences propres et des lignes de nœuds des modes propres sans vent.

Cet exemple illustre très schématiquement le flottement de flexion-torsion d'une aile déformable. Dans ce flottement, en effet, le mouvement de l'ensemble est assez complexe, mais le mouvement de chaque tranche d'aile peut se décomposer en une translation et une rotation.

Ce phénomène est, en général, très explosif, mais il n'est pas le plus fréquent. En effet, ce sont les gouvernes qui sont à l'origine de la plupart des instabilités : le mécanisme qui permet au vent de transmettre de l'énergie à l'aile s'explique alors par la combinaison d'un mouvement de translation et d'un mouvement d'oscillation de gouverne, déphasés comme l'indique la figure 3.

Mais il ne faut pas oublier que ces schémas n'ont qu'une valeur qualitative, notamment en ce qui concerne l'évaluation de la portance et du moment aérodynamiques. La détermination des forces aérodynamiques instationnaires engendrées par les vibrations d'une aile est en réalité très complexe et les résultats peuvent être notablement différents de ceux obtenus dans l'exemple. En particulier, la matrice B, qui a été trouvée définie positive, peut comporter une composante antihermitienne agissant sur le flottement, soit pour l'aggraver, soit au contraire, pour augmenter la vitesse critique.

La composante hermitienne B<sub>II</sub> est, le plus souvent, définie positive comme dans l'exemple traité. Lorsqu'elle ne l'est pas, l'équation (3 b) peut être vérifiée avec un vecteur X réel qui rend XB<sub>H</sub>X négatif. Dans ce cas, la condition  $\overline{X}C_{AH}X \neq 0$  n'est évidemment plus nécessaire. La condition  $\overline{X}B_{H}X < 0$  traduit alors l'existence d'un effet équivalent à un amortissement négatif. Le mécanisme de transmission de l'énergie ne s'explique plus par le déphasage entre les deux mouvements composants, mais par le déphasage entre la variation du champ de pression sur l'aile et le mouvement qui le provoque. Ce déphasage existe déjà en incompressible et dans ce cas il s'explique par l'effet du sillage instationnaire. Mais c'est surtout en transsonique qu'il prend de l'importance parce que les perturbations dues au mouvement de l'aile se transmettent par des ondes acoustiques dont le front amont se déplace à une vitesse faible par rapport à l'aile, du fait que la vitesse de celle-ci est voisine de la célérité du son. Dans ces conditions, les perturbations se manifestent avec des retards considérables. En cas de mouvement harmonique, ces retards se traduisent par des déphasages importants, même si tous les points de l'aile vibrent avec la même phase.

On désigne souvent par « flottement à un degré de liberté » les instabilités qui ont leur origine dans ce déphasage parce qu'elles peuvent se manifester sur un système à un degré de liberté, par exemple sur une gouverne articulée sur une aile fixe.

#### 1.2 Représentation modale.

La structure d'un avion forme un système continu extrêmement complexe. Pour pouvoir étudier son comportement, il est nécessaire de le schématiser par un système discret approximativement équivalent. Deux possibilités viennent à l'esprit consistant soit à remplacer la masse répartie par des masses discrètes, soit à supposer que le déplacement de chaque point de la structure est une superposition de champs de déplacement cinématiquement admissibles que l'on se donne [3]. C'est cette dernière méthode qui est la plus efficace dans les problèmes de surface portante.

Désignons par  $\overrightarrow{P}(P_0, t)$  le champ de vecteurs qui décrit le mouvement de chaque point  $P_0$  de la structure.

On admet que P dépend linéairement d'un nombre fini de coordonnées généralisées  $q_1\left(t\right), ..., q_n\left(t\right)$ .

On a:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \vec{P}}{\partial q_i} q_i$$

De même, la colonne des déformations spécifiques dépend linéairement des  $q_i$ :

$$(\varepsilon) = \sum_{i=1}^{n} \left( \partial \varepsilon / \partial q_i \right) q_i$$

 $(\partial \varepsilon/\partial q_i)$  définissant le champ des déformations dans la structure, lorsque la flèche est donnée par  $\partial \overrightarrow{P}/\partial q_i$ .

Ces hypothèses permettent d'exprimer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle par des formes définies positives :

$$T = \frac{1}{2} \, \overline{\dot{q}} M \dot{q}; U = \frac{1}{2} \, \overline{q} K q$$

où M et K sont des matrices définies positives indépendantes des colonnes q et  $\dot{q}$ .

M est la matrice des masses généralisées. Elle a pour expression :

$$\mathbf{M}_{j}^{i} = \iiint_{\text{volume}} \mathbf{\hat{\rho}} \ \frac{\overrightarrow{\partial \mathbf{P}}}{\partial q_{i}} \frac{\overrightarrow{\partial \mathbf{P}}}{\partial q_{j}} dw \tag{4 a}$$

où dw est l'élément de volume.

K est la matrice des rigidités généralisées. Elle a pour expression :

$$\mathbf{K}_{j}^{i} = \iiint_{\mathbf{volume}} \frac{\partial \mathbf{\varepsilon}}{\partial q_{i}} \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{\varepsilon}}{\partial q_{j}} dw \tag{4 b}$$

où E est la matrice qui exprime la loi de Hooke.

L'aérodynamique instationnaire permet d'exprimer la différence de pression  $\Delta p$  entre les deux faces de chaque surface portante, pour chaque déplacement composant  $\partial \vec{P}/\partial q_i$ . Mais, pour des raisons pratiques, on suppose le mouvement harmonique, de la forme  $q_r(t) = \tilde{q}_r e^{i\omega t}$ . Cette hypothèse permet de faire correspondre l'affixe d'un champ de pression  $\Delta \tilde{p}_r$  à chaque champ de déplacement  $\partial \vec{P}/\partial q_r$  et d'aboutir à une expression des travaux virtuels des forces aérodynamiques qui est de la forme :

$$\delta A = -\rho V^2 \overline{\delta g} [C(ik, M) + ik B(ik, M)] g(t)$$

où B et C sont des matrices qui dépendent de la pulsation réduite ( $k = \omega L/V$ ) et du Mach M, L étant une longueur de référence.

Ces matrices sont définies par l'intégrale :

$$(C + ik B)_{s}^{r} = \iint_{n} \frac{\overrightarrow{\partial P}}{\partial q_{r}} \frac{\Delta \widetilde{p}}{\rho V^{2} L^{3}} d\sigma \qquad (4 c)$$

 $(\Delta \tilde{p_s})$  est évidemment complexe)

 $d\sigma_{\rm g}$  est l'élément de surface et n  $\partial P/\partial q_r$  désigne la composante du déplacement normale à la surface portante dans le mode r.

Les expressions de T, U et  $\delta A$  permettent d'écrire les équations de Lagrange :

$$M\ddot{q} + \rho VB\dot{q} + Kq + \rho V^2Cq = 0$$

Les matrices B et C ayant été déterminées dans l'hypothèse d'un mouvement harmonique de pulsation réduite k, il ne faudra pas oublier cette restriction dans l'interprétation des solutions qui ne seront d'ailleurs valables, en toute rigueur, que pour le point caractérisant l'entrée en flottement, seul cas où l'on ait une solution harmonique. Toutefois, en effectuant des balayages appropriés en V et en k, on obtient des valeurs propres qui donnent une valeur approchée des pulsations et amortissements propres dans tout le domaine de vol [9].

Le choix des champs de vecteurs  $\partial \vec{P}/\partial q_i$  est évidemment très important car c'est de lui que dépend la commodité de la mise en équation et la rapidité de convergence, c'est-à-dire le nombre d'inconnues qu'il faut introduire dans le calcul.

L'expérience déjà assez longue acquise dans l'industrie aéronautique a montré qu'il était avantageux d'utiliser les formes propres de vibration de la structure conservative sans vent. C'est ce que l'on désigne par représentation modale.

Sans vent et en l'absence de forces de dissipation, on sait, en effet, que la structure possèderait une suite infinie de modes propres de vibration caractérisés par leur pulsation et leur forme propre. Ces formes sont orthogonales par rapport à la répartition de masse et de rigidité, ce qui a l'avantage de rendre les matrices M et K diagonales. Dans ce cas, on emploie habituellement les notations [\mu\_] et [\gamma\_] pour les désigner. On a la relation:

$$\gamma_{\it i} = \mu_{\it i} \omega_{\it i}^{\,2}$$

où  $\omega_i$  est la pulsation propre du mode i.

Les équations du flottement s'écrivent alors :

$$[\mu]\ddot{q} + \rho V[\beta]\dot{q} + [\gamma]q + \rho V^2[C]q = 0$$

Dans ce cas, les matrices aérodynamiques B et C sont évaluées à partir de l'expression (4 c) en prenant pour déplacements de base  $\partial \overrightarrow{P}/\partial q_i$  les formes propres de vibration.

Mais le caractère diagonal des matrices  $\mu$  et  $\gamma$  ne constitue pas l'avantage essentiel de la représentation modale. Son succès s'explique plutôt par les raisons suivantes :

- a) Cette représentation converge rapidement dans les problèmes de flottement et il suffit d'un nombre relativement faible de formes propres pour prévoir le comportement de l'avion;
- b) Les caractéristiques modales, c'est-à-dire les coefficients des matrices  $\mu$  et  $\gamma$ , et les formes propres, peuvent être déterminées à la fois par le calcul et par un essai de vibration harmonique de la structure.

#### 1.3 Chaîne de prévision du flottement.

La sécurité au flottement repose sur la mise en œuvre d'un ensemble de méthodes. En France, ces méthodes sont souvent appliquées par les constructeurs d'avions, avec l'assistance technique de l'ONERA qui a joué un rôle essentiel dans leur mise au point et leur perfectionnement. Le schéma bloc (fig. 4) indique l'enchaînement des différentes opérations dont certaines sont d'ailleurs redondantes et assurent des recoupements.

Ce schéma comprend deux branches principales qui aboutissent au calcul des fréquences et amortissements en vol. Ces résultats sont obtenus en résolvant les équations du flottement établies à partir des matrices aérodynamiques et des caractéristiques modales de la structure. Les modes propres sont déterminés d'abord par le calcul, lorsque les plans de la structure sont dessinés, puis ils sont déterminés expérimentalement par l'essai de vibration au sol lorsque le prototype est construit.

A ces branches principales, il faut ajouter la mesure des forces aérodynamiques instationnaires effectuée en soufflerie pour vérifier les calculs d'aérodynamique instationnaire, et, surtout, les essais de vibrations en vol qui permettent de mesurer les fréquences et les amortissements pour les comparer aux résultats théoriques et pour s'assu-

rer que le domaine d'instabilité est bien situé en dehors du domaine d'utilisation de l'avion.

Les essais en soufflerie de maquettes dynamiquement semblables permettent, en principe, de prévoir le domaine d'instabilité de l'avion. Mais les difficultés technologiques de réalisation des maquettes sont telles qu'on ne les utilise en France que pour l'étude des problèmes posés par le vol en transsonique pour palier les insuffisances de la théorie aérodynamique dans cette gamme de Mach.

Dans le cadre de cet exposé, il est impossible de s'étendre longuement sur chacune des méthodes qui figurent dans le schéma bloc et nous nous limiterons à quelques remarques essentielles sur chacune d'elles.

## 1.3.1 CALCUL DES MODES PROPRES DE VIBRATION DE LA STRUCTURE SANS VENT.

Ces calculs sont effectués d'après les plans de la structure.

L'emploi de la méthode des éléments finis tend à se généraliser de plus en plus. Cette méthode étant très connue en dehors de l'industrie aéronautique, il paraît inutile d'en rappeler le principe. Dans l'application aux avions, elle permet de prévoir assez correctement les modes propres les plus bas en fréquence, qui sont aussi les modes dangereux.

Toutefois, l'expérience montre qu'il reste encore des progrès à faire pour améliorer la précision dans certaines applications délicates et pour économiser les temps de calcul.

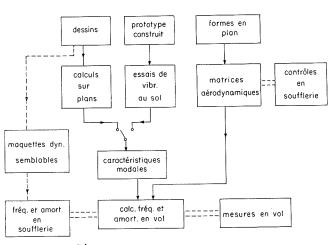
Dans ce domaine, l'ONERA s'efforce de perfectionner la représentaiton des liaisons et de systématiser la décomposition de la struture en sous-structures afin de réduire le volume des calculs.

#### 1.3.2 Essais de vibration au sol.

L'essai de vibration harmonique a pour but de déterminer les modes propres de l'avion. Pendant les essais, celui-ci est suspendu à des ressorts souples qui l'isolent du sol sans perturber sensiblement ses caractéristiques vibratoires. Il est soumis à des forces sinusoïdales imposées par des excitateurs électrodynamiques et sa réponse est analysée à l'aide de capteurs qui permettent de mesurer l'amplitude et la phase du mouvement en chaque point.

Pour pouvoir déterminer les caractéristiques d'un mode propre de vibration, il faut d'abord l'isoler en agissant sur la fréquence et sur la répartition des forces entre les excitateurs

Cette appropriation des forces est contrôlée par l'opérateur grâce au critère de phase, qui peut s'énoncer ainsi :



4/ Chaîne de prévision du flottement.

la condition nécessaire et suffisante pour que la structure vibre suivant un des modes propres de sa partie conservative (structure privée de ses forces de dissipation) est que toutes les forces d'excitation et toutes les réponses vitesse aient la même phase.

Lorsque le critère de phase est vérifié, l'opérateur est assuré que la structure vibre suivant l'un de ses modes propres. Il lui reste à relever la forme propre qui est caractérisée par l'amplitude relative de vibration des différents points. Il note également la valeur de la pulsation  $\omega_i$  et il détermine la masse généralisée  $\mu_i$  en effectuant quelques mesures complémentaires [4].

Les résultats obtenus sont toujours comparés aux résultats des calculs sur plans. Cette confrontation permet souvent de faire une critique constructive à la fois des hypothèses de calcul et des conditions d'essais.

Depuis sa fondation, l'ONERA a fait un gros effort pour développer les méthodes d'essais de vibration au sol. Ces essais sont effectués systématiquement sur tous les prototypes avec une installation montée sur train routier.

#### 1.3.3 AÉRODYNAMIQUE INSTATIONNAIRE.

Les données aérodynamiques permettant de faire un calcul de flottement d'une surface portante déformable, ne peuvent pas être mesurées en soufflerie, dans l'état actuel de la technique, et c'est sur une théorie perfectionnée que ces calculs doivent se fonder, le rôle de l'expérience en soufflerie étant limité au contrôle de quelques valeurs.

La théorie de la surface portante est fondée sur les hypothèses suivantes :

- le fluide est supposé parfait et le champ de vitesse dérive d'un potentiel;
- les transformations sont isentropiques;
- les perturbations apportées à l'écoulement par la surface portante sont faibles (1<sup>er</sup> ordre);
- il n'y a pas de décollements.

Le potentiel vérifie l'équation des ondes acoustiques et les solutions sont obtenues par superposition intégrale de solutions singulières : sources de potentiel de vitesse ou doublets d'accélération.

Pour limiter les difficultés, on s'en tient à l'étude du mouvement harmonique, ce qui a pour effet de supprimer la variable temps.

La formulation la plus commode, au moins pour le problème subsonique, est donnée par l'équation intégrale qui exprime la composante de vitesse normale à la surface portante en fonction de la répartition de pression. Cette équation s'écrit :

$$\widetilde{w}(x,y) = \iint_{\text{aile}} K(x - \xi, y - \eta, k, M) \Delta \widetilde{p}(\xi, \eta) d\xi d\eta$$
 (5)

 $\tilde{w}$  est la vitesse normale à l'aile au point x, y;

 $\Delta \tilde{p}$  est la différence de pression entre les deux faces de la surface portante;

K est le noyau de l'équation intégrale.

Le noyau contient un pôle d'ordre 2 et le signe x indique que l'intégrale en envergure doit être évaluée en partie finie [5, 6, 7];  $\tilde{w}$  s'exprime directement en fonction de la déformée de l'aile.

Cette équation intégrale est résolue de façon approchée par la méthode de collocation : la pression est représentée dans une base de *n* fonctions appropriées et l'on exprime  $\tilde{w}$  sur un réseau de n points judicieusement choisis, appelés points de collocation.

On obtient alors un système de n équations linéaires à coefficients constants pour déterminer les coefficients qui représentent la pression dans la base.

Cette méthode s'applique quelle que soit la forme en plan de l'aile et elle permet même de calculer les interactions aérodynamiques entre deux surfaces portantes.

Son application aux gouvernes a présenté quelques difficultés qui sont maintenant assez bien résolues [8].

Les confrontations que l'on effectue avec les résultats d'essais en soufflerie sont, en général, assez bonnes si l'on excepte le domaine transsonique dans lequel la linéarisation n'est pas justifiée.

Dans l'application aux gouvernes également les résultats sont parfois quelque peu erronés, probablement parce que la couche limite joue un rôle non négligeable.

Dans le domaine supersonique, on peut mettre à profit le fait que les perturbations ne remontent pas en amont d'un contour polygonal limité par des lignes de Mach pour utiliser d'autres formulations que (5) [2].

#### 1.3.4 Essais de Vibration en Vol.

Les essais en vol ont pour but de déterminer expérimentalement les fréquences et les amortissements de l'avion en vol. Ces paramètres sont obtenus en analysant la réponse à une excitation harmonique connue, ou le mouvement de la structure revenant au repos après avoir subi une perturbation.

En général, l'excitation harmonique est réalisée avec des excitateurs électrodynamiques supportés par une suspension sismique. Lorsque ce système se révèle insuffisant (c'est le cas notamment pour les modes de vibration à très basse fréquence des gros avions), on le remplace par un autre, moins satisfaisant en principe mais plus efficace, en utilisant par exemple une masse mue par un excitateur hydraulique.

L'excitation par percussion est utilisée dans les parties de la structure où il n'existe pas suffisamment de place pour loger un excitateur harmonique. Il existe une gamme assez variée d'impulseurs à poudre efficaces et de faibles dimensions.

Chaque impulsion perturbe évidemment plusieurs modes de vibration à la fois, et les enregistrements effectués se présentent comme une superposition de sinusoïdes amorties, de fréquences et de décréments différents, qu'il faut séparer par des filtres sélectifs.

L'excitation harmonique fournit des résultats plus précis que l'excitation par impulsion, mais les balayages en fréquence sont longs et par conséquent coûteux. On s'efforce maintenant de gagner du temps en remplaçant le signal harmonique par un signal aélatoire programmé comportant un spectre à large bande.

#### 1.3.5 MAQUETTES DYNAMIQUEMENT SEMBLABLES.

L'emploi des maquettes dynamiquement semblables ne se développe que depuis quelques années en France alors qu'il s'est généralisé depuis longtemps aux Etats-Unis. Cette situation résulte moins d'une différence de conception que d'une différence d'équipement.

Sans entrer dans l'énoncé des lois de similitude, indiquons que, d'une façon générale, leur application conduit à des maquettes très légères et de structure efficace (rapport rigidité/masse élevé) qui doivent souvent être réalisées à l'image de l'avion, avec des éléments à parois très minces. Les difficultés technologiques résident dans l'élaboration et l'assemblage de panneaux ou de revêtements en

matériaux usuels (duralumin ou magnésium, par exemple) dont l'épaisseur est souvent de l'ordre de 0,1 mm.

Or, les épaisseurs à respecter dépendent à la fois de l'échelle et des conditions de pression réalisées par la soufflerie, si bien que les difficultés technologiques de fabrication diminuent lorsque l'échelle ou la pression génératrice augmente. La nature du fluide est aussi déterminante. C'est ainsi que le fréon est beaucoup plus favorable que l'air : la célérité du son étant plus faible dans ce gaz que dans l'air, les mêmes nombres de Mach sont réalisés avec des vitesses plus faibles et l'on peut obtenir la même pulsation réduite ( $\omega L/V$ ) avec une pulsation  $\omega$  plus faible, c'est-à-dire avec une structure moins efficace.

Les Américains possèdent une gamme de souffleries plus large que les Français ou même que les Européens. Ils possèdent notamment une soufflerie au fréon à Langley Field pratiquement utilisée uniquement pour les études d'aéroélasticité.

En France, des résultats encourageants commencent à être obtenus bien que la situation soit moins favorable qu'aux Etats-Unis.

En liaison avec les constructeurs qui sont directement intéressés aux essais de maquettes dynamiquement semblables, l'ONERA et l'IMFL s'efforcent de trouver des solutions technologiques adaptées aux conditions européennes.

Dans le même temps, l'ONERA a pu augmenter sensiblement la pression génératrice de la soufflerie S 2 de Modane qui devient ainsi compétitive sur le plan européen pour ce genre d'essais.

## 2. — Aéroélasticité des hélicoptères et des turbomachines

Les phénomènes aéroélastiques qui affectent les hélicoptères et les turbomachines ne revêtent pas un caractère aussi dramatique que le flottement des surfaces portantes parce qu'ils mettent rarement en jeu la vie du pilote et de son équipage. Ils n'en revêtent pas moins une importance primordiale car ils limitent sévèrement les performances de ces machines.

#### 2.1 Hélicoptères.

#### 2.1.1 Nature des phénomènes.

Le fonctionnement des hélicoptères est affecté par une gamme importante de phénomènes aéroélastiques dont l'origine est souvent difficile à établir car, qu'il s'agisse d'instabilités ou d'excitations forcées, ils se manifestent toujours par des vibrations périodiques dont l'amplitude et la forme varient avec les paramètres de vol.

Nous n'évoquerons, ici, que quelques-uns de ces phénomènes.

Le flottement de flexion-torsion peut exister sur une pale d'hélicoptère, de même que sur une surface portante, mais, en dehors du cas de vol stationnaire, il ne peut pas se manifester avec la même netteté que sur un avion, car les conditions de vitesse sur la pale évoluent constamment au cours de chaque révolution du rotor. D'un côté du rotor, en effet, la vitesse tangentielle due à la rotation s'ajoute à la vitesse d'avancement (pale avançante) tandis que de l'autre côté, elle se retranche (pale reculante). Dans ces conditions, si l'on augmente l'une ou l'autre de ces deux

vitesses, les premières manifestations du flottement apparaissent du côté du rotor où la vitesse est la plus grande. Mais, comme chacune des pales ne reste qu'un bref instant dans le domaine critique, le phénomène s'atténue avant d'avoir atteint une amplitude suffisante pour provoquer la rupture immédiate. Toutefois, la vibration, en se renouvelant à chaque tour, provoquerait une rupture par fatigue si l'on n'y portait remède.

Les paramètres sur lesquels il faut agir pour repousser l'instabilité hors du domaine d'utilisation sont surtout la rigidité de torsion de la pale, la position de son axe élastique et de la ligne des centres de gravité des sections. L'influence de ces paramètres peut être étudiée, au moins qualitativement, en représentant l'écoulement autour de la pale de façon très schématique.

Les phénomènes affectant la pale reculante, par contre, sont peu accessibles aux méthodes théoriques parce que consécutifs à de mauvaises conditions d'écoulement.

En composant la vitesse d'avancement et la vitesse due à la rotation, on peut constater que la projection de la vitesse résultante dans le plan du rotor subit de grandes variations, au point que l'on peut définir un cercle d'inversion à l'intérieur duquel la pale attaque le fluide par son bord de fuite. La composante de la vitesse normale au plan du rotor étant constante et la pale restant calée à un angle assez faible par rapport à ce plan, il reste une région assez étendue où la composante de vitesse normale à la pale est du même ordre de grandeur que la projection suivant la corde des profils. Ces profils pénètrent alors dans le fluide avec un grand angle d'attaque. Dans la zone où cet angle est voisin de l'angle de décrochage, une instabilité d'un type particulier, appelée « stall flutter », ou flottement de décrochage, peut se produire. Son explication réside dans un phénomène d'hystérésis qui se manifeste sur les caractéristiques de portance ou de moment lorsque l'angle d'attaque oscille autour de la valeur de décrochage.

De même que le flottement de flexion-torsion, cette instabilité n'entraîne pas la rupture immédiate, parce que la portion de pale concernée ne reste que peu de temps dans le domaine d'instabilité au cours de chaque révolution, mais elle peut être à l'origine de ruptures par fatigue. Parfois, la zone affectée par le décrochage n'est pas suffisamment étendue pour provoquer l'instabilité de la pale reculante et le phénomène se traduit seulement par une baisse d'amortissement qui favorise la réponse aux différentes sources d'excitation.

Le plus souvent d'ailleurs, l'origine des vibrations doit être recherchée dans les excitations forcées plutôt que dans les instabilités.

C'est la variation cyclique de la vitesse qui provoque ces excitations périodiques. Les pales articulées en battement adaptent leur trajectoire de façon à annuler le moment aérodynamique de battement, mais cette adaptation se fait avec des variations de la répartition de portance et de moment en envergure, et, comme il s'agit de variations périodiques mais non sinusoïdales, elles excitent les modes propres de vibration dont la pulsation coïncide avec certains multiples de la vitesse de rotation.

Les sillages contribuent pour une grande part à aggraver cet environnement vibratoire. Ils sont engendrés par le passage des pales, dont la portance varie en fonction du temps et de la coordonnée en envergure, et forment des nappes tourbillonnaires assez complexes, affectant la forme d'hélicoïdes couchés. Ils perturbent sensiblement le champ de vitesse, et les pales, qui passent périodiquement dans leur voisinage subissent des variations importantes de portance et de moment.

### 2.1.2. Méthodes utilisées pour l'étude des phénomènes

La complexité de l'écoulement autour d'un rotor d'hélicoptère est telle que l'on ne peut espérer prévoir les phénomènes aéroélastiques de façon valable qu'en utilisant à la fois les ressources de l'expérimentation et celles des méthodes de calcul sophistiquées.

#### 2.1.2.1 Expérimentation en soufflerie.

L'expérimentation en soufflerie est utilisée pour étudier le « stall flutter » parce que ce phénomène est essentiellement non linéaire et difficilement abordable par la théorie. La plupart des études sont faites uniquement en écoulement plan, en simulant grossièrement les conditions réelles sur des profils.

Mais nous ne saurions parler des expériences en soufflerie sans mentionner la technique des maquettes dynamiquement semblables qui est très développée aux Etats-Unis. Les maquettes sont très coûteuses en raison des difficultés technologiques que présente leur réalisation, mais leur utilisation se révèle efficace pour prévoir les phénomènes aéroélastiques au stade du projet et pour étudier l'influence des paramètres aérodynamiques et structuraux.

#### 2.1.2.2 Aérodynamique instationnaire théorique.

Les théoriciens sont amenés à élaborer des programmes de calcul très complexes pour tenir compte des vitesses induites par les sillages. Les premiers programmes ont été développés aux Etats-Unis. En France, l'Aérospatiale, qui avait déjà fait un programme pour le calcul des hélices, aborde maintenant l'application aux hélicoptères.

Ces programmes exploitent directement l'expression de la vitesse induite par un élément de tourbillon (loi de Biot et Savart) et déduisent l'effet des nappes tourbillonnaires par superposition intégrale. Cette formulation est intéressante pour le fluide incompressible.

Mais, l'augmentation des vitesses, qui deviennent transsoniques en bout de pale, a conduit l'ONERA, il y a deux ans, à proposer une méthode qui permet de traiter rigoureusement les effets de la compressibilité. Il s'agit d'une extension de la méthode des doublets d'accélération utilisés dans le problème de la surface portante [10]. Les premières applications, qui concernent une hélice, sont encourageantes.

#### 2.1.2.3 Détermination des caractéristiques de la structure.

Mais les difficultés des problèmes posés par des hélicoptères ne sont pas seulement d'ordre aérodynamique.

En effet, l'ensemble formé par le fuselage et le rotor tournant est tellement complexe, au point de vue mécanique, que les méthodes utilisées pour prévoir ses caractéristiques dynamiques peuvent manquer de précision bien qu'elles ne soient fondées que sur des principes rigoureux.

S'inspirant de ce qu'il faisait pour les avions, l'ONERA a proposé d'appliquer aux hélicoptères les méthodes d'essais de vibration au sol pour en déterminer les caractéristiques modales. Mais, dans ce cas, il était indiqué de séparer le système en deux, c'est-à-dire de faire un essai séparé du fuselage, d'une part, et des pales, d'autre part, et d'avoir recours au calcul pour déterminer les modes propres de l'ensemble et pour prévoir son comportement lorsque le rotor tourne et qu'il est excité par une force connue.

Cette méthode est expérimentée actuellement sur une maquette montée dans un caisson à vide pour soustraire le rotor aux forces aérodynamiques qui sont mal connues [11].

#### 2.2 Turbomachines.

L'aéroélasticité prend une importance considérable au stade du projet et pendant la mise au point des turbomachines nouvelles, obligeant parfois les constructeurs à renoncer à des formes ou à des structures qui seraient plus avantageuses du point de vue rendement et performances.

Comme sur les hélicoptères, les vibrations peuvent avoir pour origine des excitations forcées, ou des instabilités dont beaucoup sont liées à la présence de décollements ou de grandes déviations. Les méthodes permettant de prévoir et de maîtriser ces phénomènes ne pourront être mises au point qu'au prix d'un gros effort. L'ONERA, pour sa part, encouragé par la SNECMA et par les services officiels, a entamé un programme de recherches systématiques.

#### 2.2.1 Nature des phénomènes.

Nous nous bornerons à signaler les principaux phénomènes consécutifs à de mauvaises conditions d'écoulement, devant lesquels les méthodes théoriques semblent devoir rester longtemps inefficaces.

Les réponses forcées font partie de ces phénomènes à cause de la complexité des sources d'excitation. Les aubes de turbines, par exemple, peuvent être excitées à des fréquences voisines de leurs fréquences propres par les jets des brûleurs ou par les sillages des distributeurs.

De même, les phénomènes de pompage et de décollement tournant des compresseurs peuvent engendrer des vibrations dangereuses.

Le « stall flutter », enfin, qui affecte les aubes de compresseurs de même que les pales d'hélicoptères, ne peut être étudié que par des simulations au banc ou en soufflerie.

Par contre, les méthodes théoriques semblent pouvoir s'adapter à l'étude des flottements d'aubes de compresseurs qui se produisent sans décollement. Ces flottements ont une importance pratique considérable.

Des expériences récentes réalisées à l'ATTAG ont montré, par exemple, que le flottement de flexion-torsion peut se produire sur des aubes légères, lorsque les fréquences de flexion et de torsion deviennent assez voisines. Mais, c'est le « flottement à un degré de liberté » qui est le plus probable sur les compresseurs modernes. Le mécanisme de ce flottement réside dans le couplage entre les aubes : les perturbations dues au mouvement d'une aube se transmettent de proche en proche, d'une aube à l'autre, et reviennent sur l'aube initiale avec un retard important. En cas de mouvement pseudo-harmonique, ce retard se traduit par un déphasage qui permet au fluide, dans certaines circonstances, d'apporter aux aubes de l'énergie active. Il en résulte une instabilité dans laquelle les aubes vibrent suivant un de leur degré de liberté, le couplage entre modes d'une même aube restant insignifiant. Si les aubes sont rigoureusement identiques, leur mouvement se fait avec un déphasage constant d'une aube à l'autre, tandis que, s'il y a de légères différences de structures, les mouvements sont beaucoup plus complexes. On peut montrer que, dans ce dernier cas, le phénomène perd de sa netteté et que les conditions de stabilité sont moins sévères.

#### 2.2.2 MÉTHODES THÉORIQUES POUR L'ÉTUDE DES FLOTTE-MENTS SURVENANT EN ÉCOULEMENT SAIN.

Même en l'absence de décollement, les schématisations adoptées pour l'aile paraissent difficilement admissibles pour les turbomachines.

C'est le cas, en particulier, de la linéarisation des conditions aux limites. En effet, dans le cas de l'aile mince, la condition de vitesse normale n'est pas appliquée sur le

profil de l'aile, mais dans son plan de référence. Cette schématisation, qui a l'avantage d'amener des simplifications sensibles, est contestable dans le cas de la grille d'aubes parce que le profil des aubes est très cambré et que la dérivation produite dans l'écoulement est grande.

Lorsque les effets du Mach deviennent importants, c'est la linéarisation de l'équation du potentiel qui peut également être mise en cause.

Enfin, une autre source de difficultés réside dans les effets tridimensionnels consécutifs au fait que les aubes se déplacent dans un espace annulaire et que leur déformation varie selon l'envergure.

En dépit des objections de principe, les théoriciens sont obligés d'admettre les mêmes simplifications que pour l'aile. La plupart négligent les effets tridimensionnels, dus à la variation d'angle d'attaque et à la courbure de l'espace annulaire, et ils choisissent de traiter le problème de la grille rectiligne infinie en écoulement plan.

Ce problème peut être étudié en incompressible en conservant le profil et la cambrure des aubes, comme l'a fait notamment R. Legendre en France [12].

Mais, lorsque la vitesse du fluide dans les canaux atteint des valeurs élevées, les effets de la compressibilité prennent une importance essentielle. Pour les étudier, on devra linéariser l'équation du potentiel, et surtout, linéariser les conditions aux limites comme on le fait pour l'aile, en reportant la condition de vitesse normale dans le plan moyen des aubes. On définit alors le problème fondamental de la grille rectiligne infinie bidimensionnelle formée d'aubes plates susceptibles de mouvements de faible amplitude.

Pour simplifier ces calculs, on étudie des configurations de base dans lesquelles les aubes vibrent sinusoïdalement avec une même déformée et un déphasage constant d'une aube à l'autre. En combinant des configurations de base de déformée et de déphasage différents, il est possible de reconstituer un mouvement harmonique quelconque de la grille.

Les méthodes utilisées pour l'aile s'adaptent assez bien à ce problème qui peut être formulé par une équation intégrale analogue à (5) exprimant la vitesse normale à l'aube, qui est la donnée du problème, en fonction de la répartition de pression qui est inconnue. Les solutions approchées sont obtenues soit par la méthode de collocation, soit en représentant la pression et la vitesse normale dans deux bases de fonctions appropriées.

La difficulté essentielle réside dans le calcul numérique du noyau K. Celui-ci est formé par une série dont chacun des termes exprime la vitesse induite par une aube particulière sur l'aube considérée. La série convergeant lentement le calcul direct serait très pénible. L'ONERA a résolu ce problème, récemment, en effectuant une transformation qui permet de remplacer la série initiale par une autre qui converge beaucoup plus vite [13]. Le programme de calcul est maintenant réalisé.

Parallèlement, des expériences sur grille rectiligne à grand nombre d'aubes sont en cours de préparation : les interactions entre aubes, notamment, seront mesurées et comparées aux valeurs théoriques.

Ce programme de recherches devrait aboutir à moyenne échéance à des méthodes de calcul rationnelles applicables aux compresseurs dans lesquels les vitesses restent subsoniques, moyennant peut-être quelques corrections empiriques destinées à réduire les écarts entre théorie et expérience.

A échéance plus lointaine, il est probable que les méthodes théoriques permettront de tenir compte des effets d'incidence, pourvu qu'ils ne soient pas trop importants.

### Références

- [1] BISPLINGHOFF, (R.L.), ASHLEY (H.) and HALFMAN (R.L.). Aeroelasticity, *Addison, Wesley Publishing Company Inc.*, Cambridge 42, Mass (1955).
- [2] Manuel d'Aéroélasticité de l'AGARD.
- [3] DAT (R.) et BEATRIX (C.). Les techniques utilisées en aéroélasticité pour la représentation de l'avion en vol, Réunion AGARD sur « les effets aéroélastiques et leur influence sur la mécanique du vol », Marseille (21-24 avril 1969).
- [4] DE VRIES et BEATRIX (C.). Les procédés généraux de mesure des caractéristiques vibratoires des structures linéaires faiblement amorties, Progress in Aeronautical Sciences, vol. 9, Pergannon Press, Oxford and New York (1969).
- [5] WATKINS (C.E.) and al. On the Kernel function of the integral equation relating the lift and downwash distribution of oscillating finite wings in subsonic flow, NACA Report 1234, (1955).
- [6] DAT (R.), DAROVSKY (L.) et DARRAS 1B.). Considérations sur la solution matricielle du problème portant instationnaire en subsonique et application avec gouvernes, Note technique ONERA n° 135, (1968).
- [7] DAT (R.) et MALFOIS (B.) Sur le calcul du noyau de l'équation intégrale de la surface portante en écoulement subsonique instationnaire, *Rech. Aéro.* n° 1970-5, (sept.-oct. 1970).
- [8] DARRAS (B.) et DAT (R.). Application de la théorie de la surface portante à des ailes munies de gouvernes, Symposium AGARD sur les interactions entre surfaces portantes, Tonsberg (3-4 nov. 1970), TP ONERA n° 889, (1970).
- [9] DAT (R.) et MEURZEC (J.-L.). Sur les calculs de flottement par la méthode dite du « balayage en fréquence réduite », Rech. Aéro. nº 133, (nov.-déc. 1969).
- [10] DAT (R.). Représentation d'une ligne portante animée d'un mouvement arbitraire par une ligne de doublets d'accélération, Rech. Aéro. n° 133, (nov.-déc. 1959).
- [11] HUTIN (P.). Application de la méthode des « Branch-Modes » à la prévision du comportement vibratoire de l'hélicoptère en vol, AGARD, Réunion du groupe Matériaux et Structures, Tonsberg (31 oct.-6 nov. 1970).
- [12] LEGENDRE (R.). Amortissement aérodynamique des aubes de turbomachines, Note technique ONERA nº 107, (1967).
- [13] LECLERC (J.). Théorie linéarisée de l'écoulement subsonique instationnaire dans une grille droite bidimensionnelle, Article *Rech. Aéro.* (à paraître).

M. le Président remercie M. Dat et le félicite pour la clarté de son exposé. M. Dat, dit-il, est le meilleur spécialiste français de ce genre de calcul en même temps qu'un grand expert international dans ce domaine; il aurait pu nous faire un exposé extrêmement difficile et savant. Je lui avais demandé d'être simple; il y a bien réussi...

Les méthodes qu'il a exposées sont très «centrées» sur l'activité de l'O.N.E.R.A. mais leur domaine d'application est très large. Les modèles mathématiques utilisés sont valables pour des études d'échangeurs, de cheminées d'usines, de turbo-machines, etc.

M. Dat a dit que si l'on savait écrire les équations correspondant au cas le plus général, on n'était pas en mesure de faire les calculs dans tous les cas; le calcul des forces aérodynamiques instationnaires comporte parfois des éléments « peu maniables ». En pratique, on peut représenter un mouvement quelconque par la somme de plusieurs mouvements périodiques et écrire pour chacun d'eux les équations correspondantes.

Actuellement en aéronautique, remarque M. Dat, on calcule les « fonctions indicielles » correspondant à un échelon (par exemple, la réponse d'un avion à une rafale); ainsi, il n'est pas indispensable de considérer des mouvements harmoniques ce qui simplifie les calculs.

En ce qui concerne les vibrations des aubages des turbo-machines, dit M. le Président, nous en sommes aujourd'hui au stade où nous nous trouvions pour les avions il y a quinze ans: on se bornait à faire des essais au sol et à procéder à des calculs de « flottement » en vol à partir des résultats de ces essais. Pour les turbo-machines, dès maintenant, on peut mesurer expérimentalement divers éléments, tels que les amortissements aérodynamiques et introduire les valeurs obtenues dans les équations.

Dans les pompes il ne semble pas que ces phénomènes sont très importants car l'amortissement hydrodynamique est beaucoup plus grand. Qu'en pense M. Bergeron?

Certains problèmes se posent, répond ce dernier, en particulier pour les pompes réversibles; jusqu'ici, ils ont été abordés surtout par la voie expérimentale, et la communication qui sera présentée à la séance de vendredi après-midi par MM. Casacci, Wegner et Guiton donnera l'état actuel de la question.

Il est remarquable, observe M. Dat, que pendant de nombreuses années on se soit borné en aéronautique à l'étude du « flottement », phénomène facile à schématiser et, de ce fait, très accessible à la théorie. Aujourd'hui, on se trouve amené à aborder des problèmes beaucoup plus complexes où la théorie n'étant pas suffisante on doit avoir recours à des méthodes expérimentales pour déterminer la valeur des coefficients qui interviennent dans les modèles mathématiques. En fait, on adopte une approche semi-empirique.

M. Wegner demande: Avez-vous déjà effectué des essais expérimentaux sur des grilles d'aubes vibrant dans un écoulement, essais au cours desquels vous auriez fait varier le déphasage relatif des mouvements d'aubes consécutives? On sait, en effet, théoriquement que ce déphasage peut avoir une importance considérable sur l'amplitude.

Ce problème nous préoccupe, répond M. Dat, et nous préparons un premier essai de principe consistant à faire osciller l'une des aubes d'une grille plane; cela nous permettra de mettre au point la théorie du phénomène. Plus tard — en 1972 probablement — nous ferons des essais sur une grille tournante (sur un rotor) en réalisant des instabilités.

D'ores et déjà, nous avons essayé de préciser l'influence d'une hétérogénéité dans les aubes, les forces aérodynamiques étant supposées connues; il semble que si les aubes sont rigoureusement identiques, il y aura un déphasage constant des vibrations d'une aube à l'autre; s'il y a la moindre hétérogénéité, cette constance du déphasage n'existe plus et les mouvements sont beaucoup plus complexes; mais dans un tel cas, les conditions critiques sont moins sévères.

M. Duport intervient en ces termes:

J'aimerais poser deux questions:

La première concerne le problème des forces aérodynamiques dans le cadre du flottement à un seul degré de liberté.

Je comprends que dans les approches théoriques dont vous avez parlé, vous considérez que ces forces peuvent être calculées en fluide parfait, et que vous négligez les retards à l'établissement de la portance, tout au moins dans les cas de fonctionnement sans décollement.

Est-ce que le problème du flottement à un seul degré de liberté, qui aurait à prendre en compte ces retards, ne risque pas de se poser pour de très grands avions volant à une vitesse relativement peu élevée? Des recherches sont-elles en cours à ce sujet (recherches théoriques et recherches expérimentales)?

Ma seconde question concerne la proximité du sol. Y-a-t-il dans les problèmes de l'aéronautique moderne des problèmes d'effet de sol qui risquent d'agir sur les problèmes aéroélastiques ?

Nous négligeons les retards dus à des décollements par exemple, répond M. Dat; mais il existe des retards en fluide parfait linéarisé. Si nous ne trouvons pas le flottement à un degré de liberté résultant de l'onde de choc, nous trouvons, par contre, des flottements à un degré de liberté qui se produisent en supersonique faible; ceux-ci sont d'ailleurs vérifiés par l'expérience.

En ce qui concerne l'effet de sol, il ne se pose pas pour les avions car lorsque ceux-ci sont proches du sol leur vitesse est assez faible pour qu'il n'y ait pas de risque de « flottement ». Il se posera pour les hélicoptères lorsqu'on voudra traiter avec plus de rigueur certains problèmes.

Revenant à une question qu'il a évoqué dans son allocution à l'ouverture de la séance, M. le Président Banal demande:

Dans le cas simple de l'étude de la structure, est-ce que la croissance de la taille des avions peut poser des problèmes nouveaux ou bien est-ce qu'il n'y a aucun phénomène autre que le calcul de résistance des matériaux en fonction de dimensions de plus en plus grandes? N'y a-t-il pas de phénomènes nouveaux qui apparaissent avec la croissance de la taille?

Il ne semble pas que les conditions soient plus ou moins sévères pour les gros avions que pour les petits, répond M. Dat, bien que les rigidités des servo-commandes d'empennage ou d'ailerons soient actuellement juste suffisantes dans les cas extrêmes .

Les difficultés se présentent plutôt au niveau du Constructeur par exemple pour dimensionner une aile qui ne donne pas de signes de fatigue à l'emplanture, observe M. le Président.

M. SAGNER intervient en ces termes:

Nous avons en cours de mise au point, à la Société Bertin et C¹e, une méthode de calcul beaucoup plus simple basée sur une description du décollement. Cette méthode a été élaborée en vue de donner à l'expérimentateur un moyen de corrélation, mais elle pourrait ultérieurement permettre un calcul complet.

M. le Président et M. Dat pensent que l'on peut établir ainsi des modèles suffisants pour classer les résultats expérimentaux et aussi pour introduire divers coefficients améliorant la précision de certaines prédéterminations.

Revenant à la question posée à M. Bergeron par M. le Président, M. Canavelis souligne l'analogie entre les méthodes de calcul employées en aéronautique et celles que les Hydrauliciens essaient de mettre au point pour les turbo-machines hydrauliques, notamment en ce qui concerne les aubes directrices des pompes-turbines reversibles:

- méthode module;
- représentation matricielle;
- recherche expérimentale des modes propres par excitation.

Les problèmes principaux font intervenir la notion d'influence mutuelle entre aubes d'une grille et de passage d'un échelon d'une aube mobile (semblable à la rafale).

Du fait de l'interaction des sillages d'une pale sur l'autre dans le cas des hélicoptères, y a-t-il impossibilité ou inutilité de faire travailler les pales dans des plans différents par analogie avec l'aile et la dérive des avions? demande M. DOMERGUE.

Le problème se pose surtout aux grandes vitesses de vol expliquent M. le Président et M. DAT. Même en réalisant une mécanique complète décalant les pales il y aura toujours un moment où les pales passeront dans le sillage des pales précédentes. Le calcul des interactions qui en résultent serait extrêmement complexe.

M. le Président clôt la discussion en remerciant tous ceux qui ont contribué à l'animer.