

Prácticas de Matlab
Resolución de EDO con métodos implícitos
Hoja 5 A

1.1 Práctica 3 (Ecuación no rígida con Euler implícito)

1.1.1 Objetivo

Vamos a comparar, mediante diagramas de eficiencia, diferentes implementaciones del método del Trapecio

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2} (f(t_k, y_k) + f(t_{k+1}, y_{k+1})) \quad (1)$$

mediante:

- Punto fijo
- Punto fijo+Euler (PC)
- Newton
- Newton + Euler (PC)

Lo vamos a hacer para una ecuación no rígida y una rígida.

1.1.2 Caso no rígido

Consideramos el siguiente sistema

$$y'(t) = Ay(t) + B(t) \quad t \in [0, 10] \quad (2)$$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad B(t) = \begin{pmatrix} 2 \sin(t) \\ 2(\cos(t) - \sin(t)) \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$y(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (4)$$

La solución exacta es:

$$y = 2e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sin(t) \\ \cos(t) \end{pmatrix} \quad (5)$$

1.1.3 Resultados de los errores

h_{vect}	0.05	0.025	0.0125	0.00625	0.003125	0.0015625	0.00078125	0.000390625
$\text{err}_{\text{trapfx}}$	0.000236914	0.000395344	9.72549e-05	2.41208e-05	6.00635e-06	1.49863e-06	0.000418266	0.000266932
$\text{err}_{\text{trapfxpc}}$	0.000444279	0.000152768	3.76766e-05	9.35613e-06	2.33123e-06	5.81838e-07	1.45339e-07	3.63196e-08
$\text{err}_{\text{trapnwt}}$	0.000219132	5.47935e-05	1.36975e-05	3.4243e-06	8.56072e-07	2.14018e-07	5.35045e-08	1.33761e-08
$\text{err}_{\text{trapnwtpc}}$	0.000219132	5.47935e-05	1.36975e-05	3.4243e-06	8.56072e-07	2.14018e-07	5.35045e-08	1.33761e-08

1.1.4 Gráficas

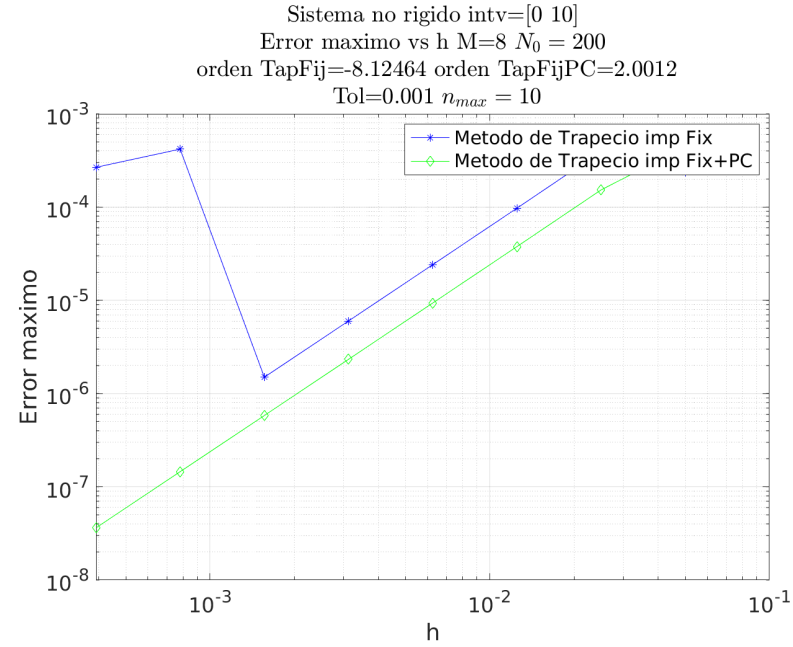


Figure 1: El método del Trapecio punto fijo vs PC

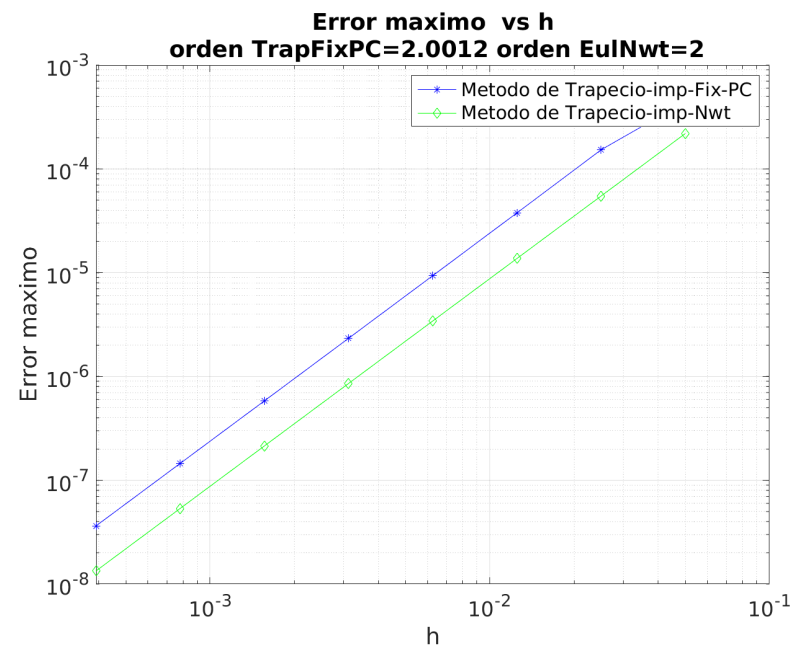


Figure 2: El método del Trapecio-punto-fijo-PC vs Trapecio-Imp-Nwt

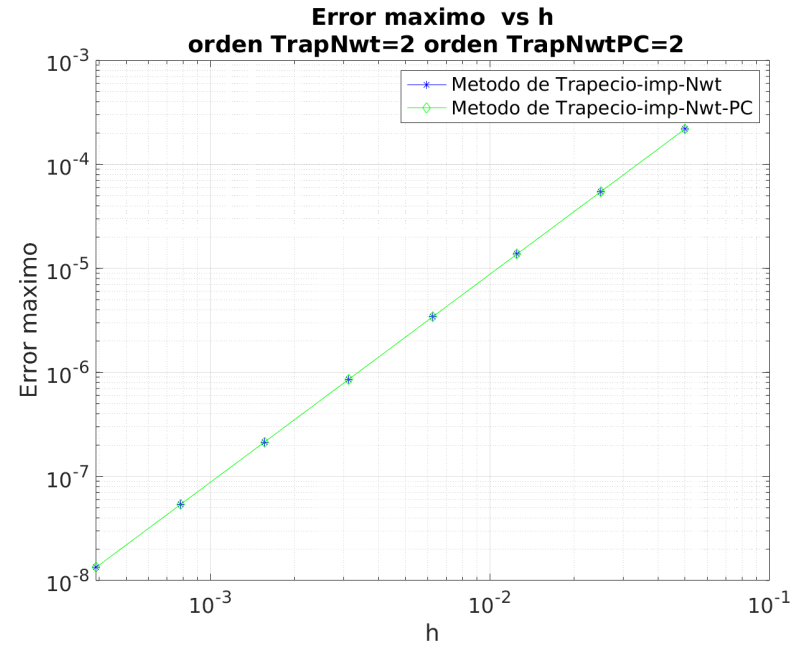


Figure 3: El método del Trapecio Nwt vs Trapecio Nwt-PC

1.2 Práctica 6 (Ecuación rígida con el trapecio)

1.2.1 Objetivo

Vamos a comparar, mediante diagramas de eficiencia, diferentes implementaciones del método del Trapecio

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2} (f(t_k, y_k) + f(t_{k+1}, y_{k+1})) \quad (6)$$

mediante:

- Punto fijo
- Punto fijo+Euler (PC)
- Newton
- Newton + Euler (PC)

Lo vamos a hacer para una ecuación no rígida y una rígida.

1.2.2 Caso rígido

$$y'(t) = Ay(t) + B(t) \quad t \in [0, 10] \quad (7)$$

$$\left(A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 998 & -999 \end{pmatrix} \right) \quad B(t) = \begin{pmatrix} 2 \sin(t) \\ 999(\cos(t) - \sin(t)) \end{pmatrix} \quad B(t) = \begin{pmatrix} 2 \sin(t) \\ 2(\cos(t) - \sin(t)) \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$y(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (9)$$

La solución exacta es:

$$y = 2e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sin(t) \\ \cos(t) \end{pmatrix} \quad (10)$$

1.2.3 Resultados de los errores

h _{vect}	0.01	0.005	0.0025	0.00125	0.000625	0.0003125	0.00015625	7.8125e-05
err _{elimfpxpc}	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	3.49729e-06	2.46885e-07
err _{elimpnwt}	0.00103055	0.000256162	6.43522e-05	1.61356e-05	4.37391e-06	1.51784e-06	0.000474986	0.000604019
err _{elimpnwtpc}	0.00153939	0.00114131	0.000566578	0.000197086	2.92383e-05	5.89155e-06	1.20884e-06	3.022e-07

1.2.4 Gráficas

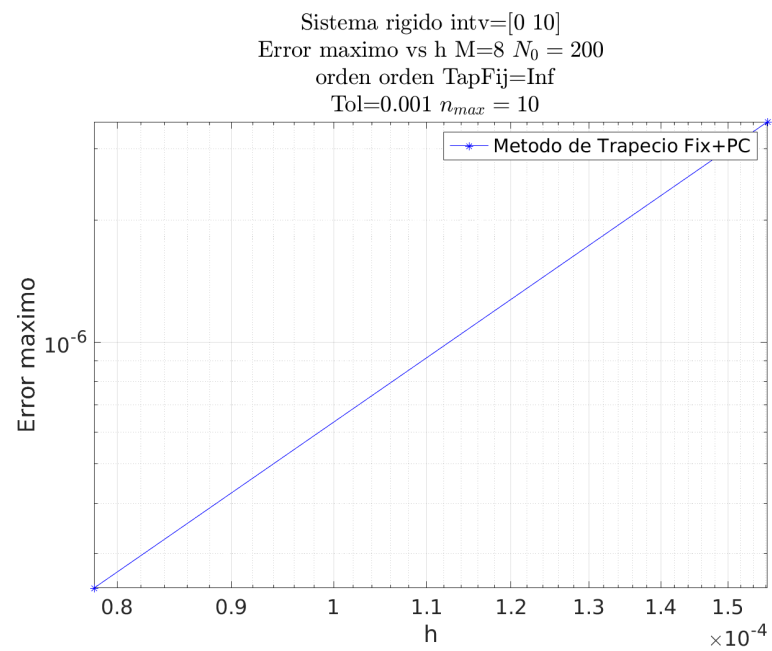


Figure 4: Trapecio Punto fijo+ PC

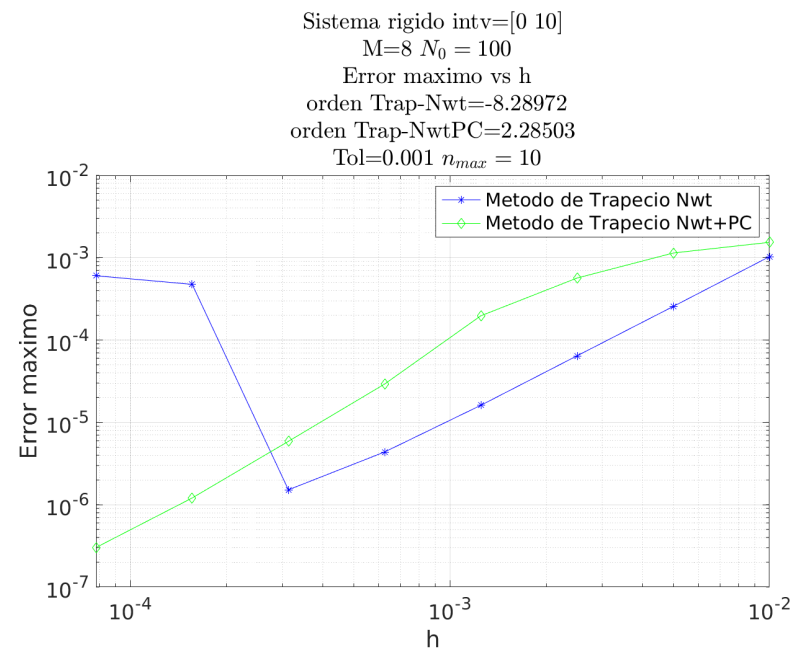


Figure 5: Trapecio Newton+ Newton-PC