Practicas de Matlab

Metodos adaptativos

Hoja 6

Nombre:

Apellido:

DNI:

Email:

Table of Contents

Par encajado

h_{op} está dado por

$$h_{opt} = \text{mín}\left(\text{HMAX}, h_n \text{mín}\left(\text{FACMAX}, \text{FAC}\left(\frac{TOLh_n}{\text{Error}}\right)^{\frac{1}{p+1}}\right)\right)$$

FACMAX se suele tomar entre 1.5 y 5.

Práctica 1: (Runge-Kutta Fehlberg-4-5)

La tabla de RKF-45 está dada por

$$
\begin{array}{c|cccccc}
0 & & & & & & \\
\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & & & & & \\
\frac{3}{8} & \frac{3}{32} & \frac{9}{32} & & & & \\
\frac{12}{13} & \frac{1932}{2197} & -\frac{7200}{2197} & \frac{7296}{2197} & & & \\
1 & \frac{439}{216} & -8 & \frac{3680}{513} & -\frac{845}{4104} & & \\
\frac{1}{2} & -\frac{8}{27} & 2 & -\frac{3544}{2565} & \frac{1859}{4104} & -\frac{11}{40} & \\
\hline
 & \frac{25}{216} & 0 & \frac{1408}{2565} & \frac{2197}{4104} & -\frac{1}{5} & 0 \\
 & \frac{16}{135} & 0 & \frac{6656}{12825} & \frac{28561}{56430} & -\frac{9}{50} & \frac{2}{55}
\end{array}
$$

con el error:

$$ERR = h\left|\frac{1}{360}k_1 - \frac{128}{4275}k_3 - \frac{2197}{75240}k_4 + \frac{1}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6\right|.$$

Implementa dicho método llamando la funcion **mirk45fehlberg** con la sintaxis

```
function  [t,y,ev,hchng_vec,err_vec]=mirk45fehlberg(f,intv,y0,TOL,hmin,hmax)
```

- hmin= 10^{-5}
- $hmax = \frac{(intv(2) - intv(1))}{50}$
- TOL=0.01;

Práctica 2 (Euler mejorado-Euler (2-1) (método de extrapolación)

Consideramos el siguiente método de extrapolación local con el tablero:

$$
\begin{array}{c|cc}
0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 \\
\hline
y_{n+1} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}
\end{array}
$$

que

- avanza con el método de Euler mejorado y
- estima con el método de Euler.
- en este caso el método de avance es de orden 2, pero a cambio hay que hacer dos evaluaciones de función por paso.

Implementa dicho método llamando la funcion **mieuler21** con la sintaxis

```
function  [t,y,ev,hchng_vec,err_vec]=mieuler21(f,intv,y0,TOL,hmin,hmax)
```

- hmin= 10^{-5}
- $hmax = \frac{(intv(2) - intv(1))}{50}$
- TOL=0.01;

Práctica 3: FSAL (Euler-Euler-mejorado (1-2))

$$\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline y_{n+1} & 1 & 0 \end{array}$$

- avanza con el método de Euler y
- estima con el método de Euler mejorado.

Implementa dicho método llamando la funcion **mieuler12fsal** con la sintaxis

```
function  [t,y,ev,hchng_vec,err_vec]=mieuler12fsal(f,intv,y0,TOL,hmin,hmax)
```

- hmin= 10^{-5}
- $hmax = \frac{(intv(2) - intv(1))}{50}$
- TOL=0.01
- Usad la propiededad **FSAL**

Práctica 4 (Método adaptativo de Dormand-Prince FSAL)

Su tabla está dada por

$$\begin{array}{c|ccccccc} 0 & & & & & & & \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & & & & & & \\ \frac{3}{10} & \frac{3}{40} & \frac{9}{40} & & & & & \\ \frac{4}{5} & \frac{44}{45} & -\frac{56}{15} & \frac{32}{9} & & & & \\ \frac{8}{9} & \frac{19372}{6561} & -\frac{25360}{2187} & \frac{64448}{6561} & -\frac{212}{729} & & & \\ 1 & \frac{9017}{3168} & -\frac{355}{33} & \frac{46732}{5247} & \frac{49}{176} & -\frac{5103}{18656} & & \\ 1 & \frac{35}{384} & 0 & \frac{500}{1113} & \frac{125}{192} & -\frac{2187}{6784} & \frac{11}{84} & \\ \hline y_1 & \frac{35}{384} & 0 & \frac{500}{1113} & \frac{125}{192} & -\frac{2187}{6784} & \frac{11}{84} & 0 \end{array}$$

Implementa dicho método llamando la funcion **midp45sal** con la sintaxis

```
function  [t,y,ev,hchng_vec,err_vec]=midp45fsal(f,intv,y0,TOL,hmin,hmax)
```

- hmin= 10^{-5}

- $hmax = \frac{(intv(2) - intv(1))}{50}$
- TOL=0.01
- Usad la propiededad **FSAL**

Aplicación

Práctica 5 (Solución que explota)

Considera el PVI

$$\begin{cases} x'(t) & = x^2(t) \\ x(0) & = 1 \end{cases}$$

La solución exacta es

$$x(t) = \frac{1}{1-t}$$

que es no acotada cuando $t \to 1$.

- Usando el método de *Euler explicito* resuelve el problema en el intervalo $[0 \quad 2]$.
- Utiliza ahora los 4 metodos adaptativos.
- ¿Qué sucede cerca de la discontinuidad que aparece en $t = 1$?

Solución

Práctica 6 (Ecucacion rigida)

Considerar el siguiente sistema

$$y'(t) = Ay(t) + B(t) \quad t \in [0, 10]$$

$$\left(A = \begin{matrix} -2 & 1 \\ 998 & -999 \end{matrix}\right) \quad B(t) = \begin{pmatrix} 2\sin(t) \\ 999(\cos(t) - \sin(t)) \end{pmatrix}$$

$$y(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

La solución exacta es:

$$y = 2e^{-t}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sin(t) \\ \cos(t) \end{pmatrix}$$

Haz un diagrama de eficiencia en la misma manera como en la **hoja1,** con las siguientes diferencias.

- Para hacer un diagrama de eficiencia para un método adaptativo cambia la tolerancia, empezando con $TOL_{initial} = 0.01$ y repite el calculo con $TOL_{nuevo} = TOL/2$.
- comparando el método (con paso fijo) del trapecio (con Newton) con **mieuler12.m** y **mieuler21.m**.

Solucion

Apendice: Las funciones

```
function [t,y,ev,hchng_vec,err_vec,err_vec2]=mirkfehlb45(f,intv,y0,TOL,hmin,hmax,fac,facmax)
disp('H7: file: UB')
end
```

```
function [t,y,ev,hchng_vec,err_vec]=mieuler21(f,intv,y0,TOL,hmin,hmax,fac,facmax)
disp('H7: file: UB')
end
```

```
function [t,y,ev,hchng_vec,err_vec]=mieuler12fsal(f,intv,y0,TOL,hmin,hmax,fac,facmax)
disp('H7: file: UB')
end
```

```
function [t,y,ev,hchng_vec,err_vec,err_vec2]=midp45fsalf,intv,y0,TOL,hmin,hmax,fac,facmax)
disp('H7: file: UB')
end
```