LaTeX 数学公式综合练习 2

刘浩洋 24040021022

2025 年 9 月 1 日

1 集合论与逻辑符号

LaTeX 提供了丰富的符号用于表达集合和逻辑关系。

- **集合符号**：$A = \{1, 2, 3\}$, $x \in A$, $B \subset A$, $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $\emptyset$
- **数集**：自然数 $\mathbb{N}$, 整数 $\mathbb{Z}$, 有理数 $\mathbb{Q}$, 实数 $\mathbb{R}$, 复数 $\mathbb{C}$
- **逻辑符号**：对所有 $\forall$, 存在 $\exists$, 蕴含 $\implies$, 当且仅当 $\iff$, 非 $\neg$

2 定理环境

使用 `amsthm` 宏包可以创建结构化的定理、定义等环境。

定义 2.1 (开集)**.** 设 $S \subseteq \mathbb{R}^n$。如果对于任意 $x \in S$，存在 $\epsilon > 0$，使得以 x 为中心、ϵ 为半径的开球 $B_\epsilon(x) \subset S$，则称 S 为开集。

定理 2.1 (中值定理)**.** 设函数 f 在闭区间 $[a, b]$ 上连续，在开区间 (a, b) 内可导，则存在一点 $\xi \in (a, b)$，使得

$$f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

证明. 这是微积分中的一个基本定理，证明过程略。 $\square$

例 2.1. 区间 $(0, 1)$ 是 $\mathbb{R}$ 上的开集。

注 2.1. 开集的定义依赖于所处的拓扑空间。

3 多行公式的其他对齐方式

除了 `align`，`amsmath` 还提供了其他对齐环境。

$$e^{i\pi} + 1 = 0 \tag{1}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} \tag{2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} \tag{3}$$

$$\begin{multline}
(a+b+c+d+e)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \\
+ 2ab + 2ac + 2ad + 2ae + 2bc + 2bd + 2be \\
+ 2cd + 2ce + 2de
\end{multline} \tag{4}$$

4 积分变换与特殊函数

展示傅里叶变换、狄拉克　函数和伽马函数。

- **傅里叶变换**：
$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$$
- **狄拉克　函数**：
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1, \quad \delta(x) = 0 \text{ for } x \neq 0$$
- **伽马函数**：
$$\Gamma(z) = \int_{0}^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt, \quad (z > 0)$$
且 $\Gamma(n+1) = n!$ 对于正整数 n。

5 数学算子与花体字母

定义新的数学算子和使用花体字母。
diag rank

- **自定义算子**：矩阵 A 的对角元素为 (A)，其秩为 (A)。
- **花体字母**：傅里叶变换常记为 $\mathcal{F}\{f(t)\}$，拉普拉斯变换为 $\mathcal{L}\{f(t)\}$。
- **黑板粗体**：在定义中已使用 $\mathbb{R}, \mathbb{C}$ 等。

6 综合应用示例

6.1 概率密度函数

正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 的概率密度函数为：

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

6.2 线性回归

在多元线性回归中，参数 $\boldsymbol{\beta}$ 的最小二乘估计由正规方程给出：

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y}$$

其中 $\mathbf{X}$ 是设计矩阵，$\mathbf{y}$ 是响应向量。