إصلاح اختبار الرّياضيات دورة 2002

التّمرين الأوّل :

$A=2x-5$ حيث $x\in IR$.

1) أ- $x=0$ إذن $A=2\times 0-5=0-5=-5$

$x=3$ إذن $A=2\times 3-5=6-5=1$

ب- $2x-5=0$ يعني $2x=5$ يعني $x=\frac{5}{2}$ و بالتالي $S_{IR}=\left\{\frac{5}{2}\right\}$.

2) أ- $B=(2x-5)^2+4x^2-25=(2x)^2-2\times 2x\times 5+5^2+4x^2-25=4x^2-20x+25+4x^2-25$

$=8x^2-20x$

ب- $B=8x^2-20x=4x\times 2x-4x\times 5=4x\times(2x-5)$

ج- $(2x-5)^2+4x^2-25=0$ يعني $B=0$ يعني $4x\times(2x-5)=0$ يعني $4x=0$ أو $2x-5=0$

يعني $x=0$ أو $x=\frac{5}{2}$ و بالتالي $S_{IR}=\left\{0,\frac{5}{2}\right\}$.

التّمرين الثّاني :

1) $a=\left|2\sqrt{2}-3\right|$

أ- $\begin{cases}(2\sqrt{2})^2=8\\ 3^2=9\end{cases}$ إذن $(2\sqrt{2})^2<3^2$ يعني $2\sqrt{2}<3$.

ب- $2\sqrt{2}<3$ يعني $2\sqrt{2}-3<0$ يعني $\left|2\sqrt{2}-3\right|=-(2\sqrt{2}-3)=-2\sqrt{2}+3=3+(-2\sqrt{2})=3-2\sqrt{2}$.

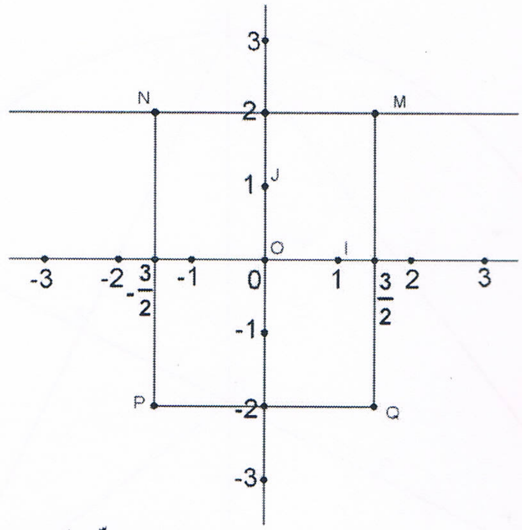
2) $b=\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)+\sqrt{18}+1=\sqrt{2}\times\sqrt{2}-\sqrt{2}\times 1+\sqrt{9\times 2}+1=2-\sqrt{2}+3\sqrt{2}+1=3+2\sqrt{2}$

3) أ- $ab=(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})=3^2-(2\sqrt{2})^2=9-8=1$ يعني a هو مقلوب b $\{\frac{1}{a}=b$ و $\frac{1}{b}=a\}$

ب- $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=b+a=3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}=6\in IN$

التّمرين الثّالث :

1) أ-



ب- المعيّن (O,I,J) متعامد و $x_M=-x_N$ و $y_M=y_N$ إذن فالنّقطتان M و N متناظرتان بالنسبة إلى (OJ) يعني (OJ) هو الموسّط العمودي لـ $[MN]$ و بالتّالي $(MN)\perp(OJ)$.

$\begin{cases}(MN)\perp(OJ)\\(OI)\perp(OJ)\end{cases}$ إذن $(MN)//(OI)$.

ج- $x_M=-x_P$ و $y_M=-y_P$ إذن فالنّقطتان M و P متناظرتان بالنّسبة إلى O.

2) أ-

ب- $M(\frac{3}{2},2)$ و Q هي مناظرة M بالنسبة إلى (OI) إذن $Q(\frac{3}{2},-2)$.

ج- $x_N=-x_P$ و $y_N=-y_P$ إذن فالنّقطتان N و P متناظرتان بالنسبة إلى O يعني O هي منتصف قطعة المستقيم $[NQ]$.

3) M و P متناظرتان بالنسبة إلى O يعني O هي منتصف $[MP]$ و بما أنّ O هي كذلك منتصف $[NQ]$ فإنّ الرباعي $MNPQ$ هو متوازي أضلاع لأنّ قطريه تقاطعا في منتصفهما.

المعيّن (O,I,J) متعامد و $x_P=-x_Q$ و $y_P=y_Q$ إذن فالنّقطتان P و Q متناظرتان بالنسبة إلى (OJ)

مناظرة M بالنسبة إلى (OJ) هي N

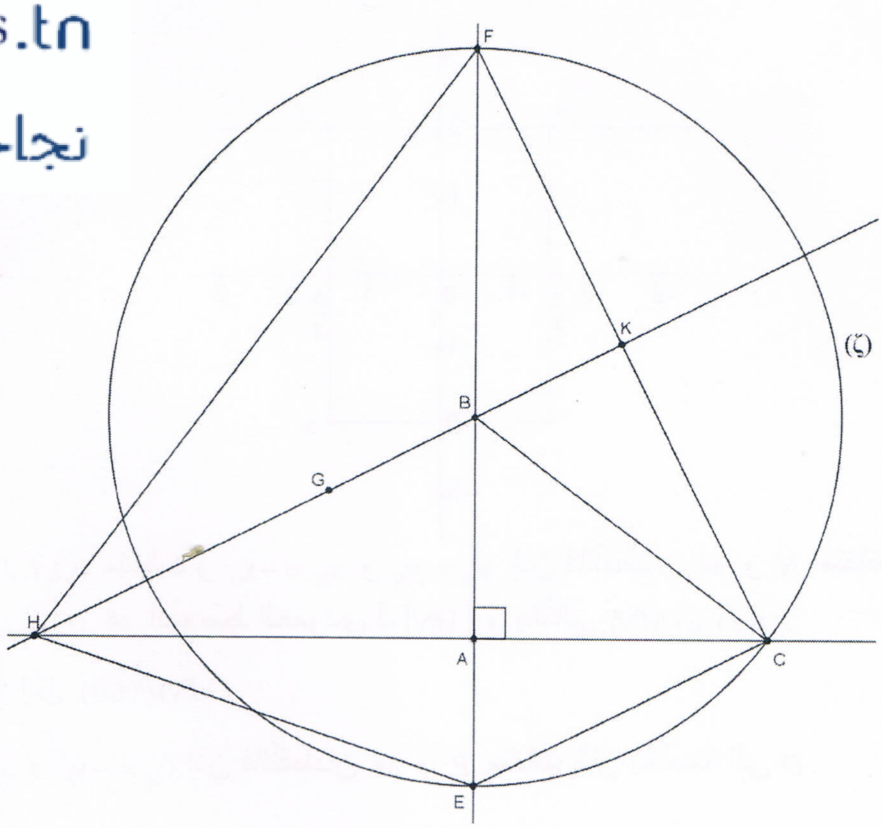
مناظرة P بالنسبة إلى (OJ) هي Q

إذن $MP=NQ$ لأنّ التّناظر المحوري يحافظ على البعد.

$MNPQ$ هو متوازي أضلاع متقايس القطرين إذن فهو مستطيل.

المسألة :

1) أ-



ب- المثلّث ABC قائم الزّاوية في A إذن حسب نظريّة بيتاغور فإنّ :
$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ و بالتالي $BC = \sqrt{25} = 5$.

2) أ- E تنتمي إلى الدائرة (ζ) التي مركزها B و شعاعها 5 إذن $BE = 5$ و بالتالي
$AE = BE - BA = 5 - 3 = 2$

$[EF]$ هو قطر للدائرة (ζ) إذن $EF = 10$ و بالتالي $AF = EF - AE = 10 - 2 = 8$.

ب- المثلّث AFC قائم الزّاوية في A إذن حسب نظريّة بيتاغور فإنّ :
$CF^2 = AF^2 + AC^2 = 8^2 + 4^2 = 64 + 16 = 80$ و بالتالي $CF = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$.

ج- لقد قبل المثلّث EFC الارتسام في الدائرة (ζ) التي قطرها $[EF]$ أحد أضلاعه إذن فهو قائم الزّاوية في C {إذا قبل مثلّث الارتسام في دائرة قطرها أحد أضلاعه فهو قائمٌ و وتره هو هذا الضّلع}.

3) أ- $[EF]$ هو قطر للدائرة (ζ) التي مركزها B إذن B هي منتصف $[EF]$. في المثلّث EFC ، B هي منتصف $[EF]$ و K هي منتصف $[FC]$ إذن $(BK)//(EC)$ و $BK = \frac{1}{2}EC$.

ب- $[BF]$ و $[BC]$ هما شعاعان للدّائرة (ζ) إذن $BF = BC$.
المثلّث BFC متقايس الضلعين قاعدته $[FC]$ و $[BK]$ هو الموسّط الموافق لها إذن $[BK]$ هو كذلك الارتفاع الموافق لها.

في المثلّث BFC ، $[CA]$ هو الارتفاع الصّادر من C و $[BK]$ هو الارتفاع الصّادر من B و بما أنّ $(BK)\cap(AC)=\{H\}$ فإنّ H هي مركزه القائم.

4) أ- $\begin{cases}(BK)\perp(FC)\\(EC)\perp(FC)\end{cases}$ إذن $(BK)//(EC)$.

في المثلّث AEC ، $B\in(AE)$ و $H\in(AC)$ و $(BH)//(EC)$ إذن بتطبيق نظرية طالس في هذا المثلّث فإنّ : $\frac{BH}{EC}=\frac{AH}{AC}=\frac{AB}{AE}$ و بالتالي $\frac{AB}{AE}=\frac{BH}{EC}$.

ب- $\frac{3}{2}=\frac{AB}{AE}=\frac{BH}{EC}$ يعني $BH=\frac{3}{2}EC$.

ج- $BH=\frac{3}{2}EC=3\times\frac{EC}{2}=3\times BK$ لأنّ $\frac{EC}{2}=BK$.

5) G هي مناظرة K بالنسبة إلى B يعني B هي منتصف $[GK]$ و بالتالي $GB=BK$ إذن $HB=3GB$ يعني $GB=\frac{1}{3}HB$ بالتالي $HG=HB-GB=HB-\frac{1}{3}HB=\frac{2}{3}HB$.

في المثلّث HEF ، $[HB]$ هو الموسّط الصادر من H و $G\in[HB]$ و $HG=\frac{2}{3}HB$ إذن G هي مركز ثقل المثلّث HEF {يوجد مركز ثقل مثلّث في ثلثي كلّ موسّط انطلاقًا من الرّأس}