إصلاح اختبار الرّياضيات دورة 2016

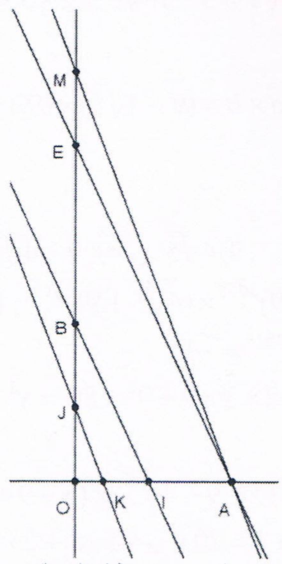
التّمرين الأوّل :

✓ (1،أ) : $1-|x| > \frac{2}{3}$ يعني $-|x| > \frac{2}{3}-1$ يعني $-|x| > \frac{2}{3}-\frac{3}{3}$ يعني $-|x| > -\frac{1}{3}$ يعني $|x| < \frac{1}{3}$ يعني $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}$ يعني $x \in \left]-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right[$.

✓ (2،ج) : العدد $1728722a7bc$ يقبل القسمة على 12 إذن فهو زوجي و بالتّالي $c=0$ و بما أنه يقبل القسمة على 3 فإنّ $a=3$ و $b=6$.

✓ (3،ب) : $\frac{22}{25}=\frac{88}{100}=\frac{4+8+8+x}{25}$ يعني $20+x=22$ يعني $x=2$.

التّمرين الثّاني :



1) O و A هما نقطتان من المستقيم (OI) المدرّج بواسطة المعيّن (O,I) حيث $OI=1$ إذن :
$OA=|x_A-x_O|\times OI=|a-0|\times 1=|a|=a$ لأنّ $a>0$.
O و B هما نقطتان من المستقيم (OJ) المدرّج بواسطة المعيّن (O,J) حيث $OJ=1$ إذن :
$OB=|x_B-x_O|\times OJ=|a-0|\times 1=|a|=a$ لأنّ $a>0$.

في المثلّث OBI ، $E\in(OB)$ و $A\in(OI)$ و $(EA)//(BI)$ إذن حسب نظرية طالس : $\frac{OE}{OB}=\frac{OA}{OI}=\frac{AE}{BI}$

و بالتّالي : $\frac{OE}{OB}=\frac{OA}{OI}$ إذن : $\frac{OE}{a}=\frac{a}{1}$ يعني $OE=a\times a=a^2$.

2) $OM=OE+EM=a^2+1$

3) في المثلّث OAM ، $K\in(OA)$ و $J\in(OM)$ و $(JK)//(AM)$ إذن حسب نظرية طالس :
$\frac{JK}{AM}=\frac{OJ}{OM}=\frac{OK}{OA}$.

$\frac{OJ}{OM}=\frac{OK}{OA}$ يعني $OK=OA\times\frac{OJ}{OM}=a\times\frac{1}{a^2+1}=\frac{a}{a^2+1}$.

4) أ- $(x-2)\times(x-\frac{1}{2})=x\times x-x\times\frac{1}{2}-2\times x+2\times\frac{1}{2}=x^2-\frac{1}{2}x-2x+1=x^2-\frac{1}{2}x-\frac{4}{2}x+1$

$=x^2-\frac{5}{2}x+1$

ب- $OK=\frac{2}{5}$ يعني $\frac{a}{a^2+1}=\frac{2}{5}$ يعني $\frac{a^2+1}{a}=\frac{5}{2}$ يعني $a^2+1=\frac{5}{2}a$ يعني $a^2-\frac{5}{2}a+1=0$ يعني

$(a-2)\times(a-\frac{1}{2})=0$ يعني $a-2=0$ أو $a-\frac{1}{2}=0$ يعني $a=2$ أو $a=\frac{1}{2}$.

بما أنّ $a\rangle 1$ فإنّ $a=2$ و بالتّالي : $IA=2-1=1$.

$IO=IA$ و $I\in[OA]$ إذن I هي منتصف $[OA]$.

التّمرين الثّالث :

1) أ- $a=(\sqrt{5}-1)^2-2\times(\sqrt{5}-1)-1=\sqrt{5}^2-2\times\sqrt{5}\times1+1^2-2\times\sqrt{5}+2\times2-1$

$=5-2\sqrt{5}+1-2\sqrt{5}+4-1=9-4\sqrt{5}$

$b=9-10\sqrt{5}+2\sqrt{45}+2\sqrt{80}=9-10\sqrt{5}+2\times\sqrt{9\times5}+2\sqrt{16\times5}$

$=9-10\sqrt{5}+2\times\sqrt{9}\times\sqrt{5}+2\times\sqrt{16}\times\sqrt{5}=9-10\sqrt{5}+2\times3\times\sqrt{5}+2\times4\times\sqrt{5}$

$=9-10\sqrt{5}+6\sqrt{5}+8\sqrt{5}=9+4\sqrt{5}$

ب- $a\times b=(9-4\sqrt{5})\times(9+4\sqrt{5})=9^2-(4\sqrt{5})^2=81-80=1$ و بالتّالي a و b مقلوبان : $\frac{1}{a}=b$

و $\frac{1}{b}=a$.

بما أنّ $a\times b\rangle 0$ و $b\rangle 0$ فإنّ $a\rangle 0$ يعني $9-4\sqrt{5}\rangle 0$ يعني $9\rangle 4\sqrt{5}$.

ج- $(4\sqrt{5}-9)^{2015}\times(9+4\sqrt{5})^{2015}=(4\sqrt{5}-9)^{2015}\times(4\sqrt{5}+9)^{2015}=((4\sqrt{5}-9)\times(4\sqrt{5}+9))^{2015}=$

$((4\sqrt{5})^2-9^2)^{2015}=(80-81)^{2015}=(-1)^{2015}=-1$

2) أ- $(x-9)^2-80=x^2-2\times x\times9+9^2-80=x^2-18x+81-80=x^2-18x+1=A$ و بالتّالي :

$A=(x-9)^2-80$.

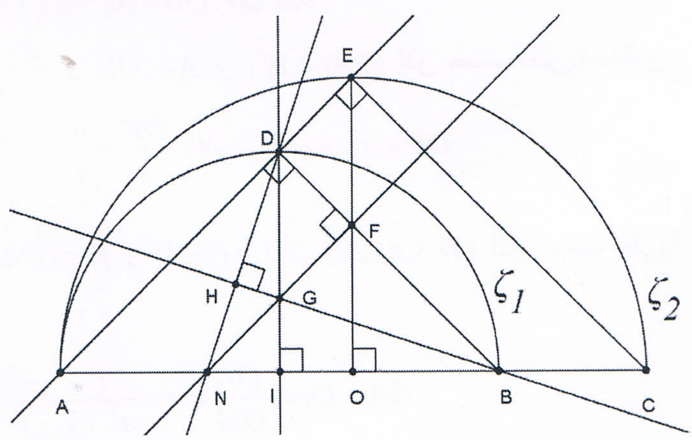
ب- $A=(x-9)^2-80=(x-9)^2-(4\sqrt{5})^2=(x-9-4\sqrt{5})\times(x-9+4\sqrt{5})$

3) $(x+1)^2=20x$ يعني $x^2+2\times x\times1+1^2=20x$ يعني $x^2+2x+1=20x$ يعني $x^2+2x-20x+1=0$

يعني $x^2-18x+1=0$ يعني $(x-9-4\sqrt{5})\times(x-9+4\sqrt{5})=0$ يعني $x=9+4\sqrt{5}$ أو $x=9-4\sqrt{5}$.

$$S_{IR}=\{9-4\sqrt{5};9+4\sqrt{5}\}$$

التّمرين الرّابع :



1) أ- D تنتمي إلى الموسّط العمودي لـ $[AB]$ إذن $DA=DB$ و بالتّالي المثلّث ABD متقايس الضّلعين.

لقد قبل المثلّث ABD الارتسام في نصف الدّائرة ζ_1 التي قطرها $[AB]$ أحد أضلاعه إذن فهو قائم الزّاوية في D و بالتّالي المثلّث ABD متقايس الضّلعين و قائم الزّاوية في D .

ب- المثلّث BDI قائم الزّاوية في I إذن حسب نظريّة بيتاغور :
$BD^2 = IB^2 + ID^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$ و بالتّالي : $BD = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

2) أ- لقد قبل المثلّث AEC الارتسام في نصف الدّائرة ζ_2 التي قطرها $[AC]$ أحد أضلاعه إذن فهو قائم الزّاوية في E .

المثلّث ABD قائم الزّاوية و متقايس الضّلعين في D إذن : $D\hat{A}B = D\hat{B}A = 45°$ و بالتّالي : $E\hat{A}C = 45°$ و بما أنّ المثلّث AEC قائم الزّاوية في E فإنّ $E\hat{C}A = 45°$.
للمثلّث AEC زاويّتان متقايستان إذن فهو متقايس الضّلعين.

ب- المثلّث AEC متقايس الضّلعين قاعدته $[AC]$ و $[EO]$ هو الموسّط الموافق لها إذن $[EO]$ هو كذلك الارتفاع الموافق لها و بالتّالي المثلّث CEO قائم الزّاوية في O. حسب نظريّة بيتاغور :
$EC^2 = OC^2 + OE^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$ إذن : $EC = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

3) $\begin{cases} (OF) \perp (AC) \\ (DI) \perp (AC) \end{cases}$ إذن : $(OF) // (DI)$.

$IO = AO - AI = 4 - 3 = 1$
$OB = IB - IO = 3 - 1 = 2$

في المثلّث BDI ، $O \in (BI)$ و $F \in (BD)$ و $(OF)//(DI)$ إذن حسب نظرية طالس : $\dfrac{BO}{BI} = \dfrac{BF}{BD} = \dfrac{OF}{DI}$.

$\dfrac{OF}{DI} = \dfrac{BO}{BI}$ يعني $OF = DI \times \dfrac{BO}{BI} = 3 \times \dfrac{2}{3} = 2$.

$\begin{cases} OE = 4 \\ OF = 2 \\ F \in [OE] \end{cases}$ إذن F هي منتصف $[OE]$.

4) G هي مركز ثقل المثلّث ABD إذن فهي توجد عند ثلثي موسّطه $[DI]$ انطلاقا من الرّأس D و بالتّالي :
$DG = \dfrac{2}{3} DI = \dfrac{2}{3} \times 3 = 2$.

$\begin{cases} DG = EF = 2 \\ (DG) // (EF) \end{cases}$ إذن الرّباعي $EFGD$ هو متوازي أضلاع.

5) أ- $EFGD$ هو متوازي أضلاع إذن $(GF)//(DE)$ و بالتّالي $(GF)//(AE)$.
في المثلّث OAE ، F هي منتصف $[OE]$ و N هي منتصف $[OA]$ إذن : $(NF)//(AE)$.

$\begin{cases} (GF) // (AE) \\ (NF) // (AE) \end{cases}$ إذن $(GF)//(NF)$.

المستقيمان (GF) و (NF) متوازيان و لهما نقطة مشتركة إذن فهما متطابقان و بالتّالي النّقاط F و G و N على استقامة واحدة.

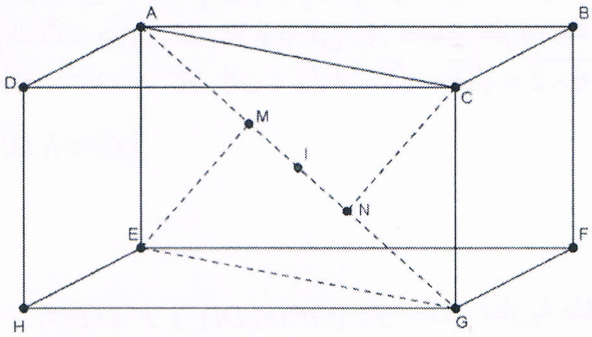
ب- N هي منتصف $[OA]$ إذن $NO = 2$ و بما أنّ $IO = 1$ فإنّ $NI = 1$.
$I \in [NO]$ و $IN = IO$ إذن I هي منتصف $[ON]$.
في المثلّث ONF ، المستقيم (IG) المار من النّقطة I منتصف $[ON]$ و الموازي لـ (OF) يقطع $[NF]$ في منتصفه إذن G هي منتصف $[NF]$.

6) الرّباعي $EFGD$ متوازي أضلاع إذن $(GF)//(DE)$ و بالتّالي $(NF)//(AD)$ و بما أنّ $(AD) \perp (BD)$ فإنّ $(NF) \perp (BD)$.
في المثلّث BDN ، $[DI]$ هو الارتفاع الصّادر من D و $[NF]$ هو الارتفاع الصّادر من N إذن نقطة تقاطعهما G هي مركزه القائم و بالتّالي (BG) هو الحامل للارتفاع الصّادر من B إذن $(BG) \perp (DN)$.

$\begin{cases}(BG)\perp(DN)\\(GH)\perp(DN)\end{cases}$ إذن $(BG)//(GH)$.

المستقيمان (BG) و (GH) متوازيان و لهما نقطة مشتركة إذن هما متطابقان و بالتّالي B و G و H على استقامة واحدة و منه $H\in(BG)$.

التّمرين الخامس :



1) أ- $ADHE$ مستطيل إذن $(AE)\perp(EH)$.

$ABFE$ مستطيل إذن $(AE)\perp(EF)$.

$\begin{cases}(AE)\perp(EH)\subset(EFH)\\(AE)\perp(EF)\subset(EFH)\\(EF)\cap(EH)=\{E\}\end{cases}$: المستقيم (AE) عمودي على مستقيمين متقاطعين من المستوي (EFH) إذن $(AE)\perp(EFH)$.

ب- المستقيم (AE) عمودي على المستوي (EFH) في النّقطة E إذن فهو عمودي على كلّ مستقيماته المارّة من E و بالتّالي $(AE)\perp(EG)$ إذن المثلّث AEG قائم الزّاوية في E .

ج- $EFGH$ مستطيل إذن المثلّث EHG قائم الزّاوية في H . حسب نظريّة بيتاغور :

$EG^2=HE^2+HG^2=3^2+6^2=9+36=45$ و بالتّالي : $EG=\sqrt{45}=\sqrt{9\times5}=\sqrt{9}\times\sqrt{5}=3\sqrt{5}$.

$[AG]$ هو قطر متوازي المستطيلات $ABCDEFGH$ إذن :

$AG=\sqrt{3^2+3^2+6^2}=\sqrt{9+9+36}=\sqrt{54}=\sqrt{9\times6}=\sqrt{9}\times\sqrt{6}=3\sqrt{6}$.

المثلّث AEG قائم الزّاوية في E و I منتصف وتره $[AG]$ إذن : $EI=\dfrac{AG}{2}=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$.

2) $ADHE$ مستطيل إذن $AE=DH$ و $(AE)//(DH)$.

$CDHG$ مستطيل إذن $DH=CG$ و $(DH)//(CG)$.

$\begin{cases}AE=DH\\CG=DH\end{cases}$ إذن : $AE=CG$.

$\begin{cases}(AE)//(DH)\\(CG)//(DH)\end{cases}$ إذن : $(AE)//(CG)$.

$\begin{cases}AE=CG\\(AE)//(CG)\end{cases}$ إذن $AECG$ هو متوازي أضلاع و بما أنّ $A\hat{E}G=90°$ فهو مستطيل.

3) أ- في الفضاء، لا وضعية نسبية لمستقيمين إذا لم يكونا محتويين في نفس المستوي.

$\begin{cases} (NC) \subset (AEG) \\ (EM) \subset (AEG) \\ (NC) \perp (AG) \\ (EM) \perp (AG) \end{cases}$ إذن : $(NC)//(EM)$.

ب- المثلّث ACG قائم الزّاوية في C و N مسقطها العمودي على (AG) إذن $CA \times CG = AG \times CN$

يعني $CN = \dfrac{CA \times CG}{AG} = \dfrac{3\sqrt{5} \times 3}{3\sqrt{6}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$.

المثلّث AEG قائم الزّاوية في E و M مسقطها العمودي على (AG) إذن $EA \times EG = EM \times AG$ يعني

$EM = \dfrac{EA \times EG}{AG} = \dfrac{3 \times 3\sqrt{5}}{3\sqrt{6}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$.

$\begin{cases} (EM)//(CN) \\ EM = CN \end{cases}$ إذن : $EMCN$ هو متوازي أضلاع.

$AEGC$ هو مستطيل إذن قطراه يتقاطعان في منتصفهما و بما أنّ I هي منتصف $[AG]$ فإنّ I هي منتصف $[EC]$ كذلك.

في متوازي الأضلاع $EMCN$ ، I هي منتصف $[EC]$ إذن I هي منتصف $[MN]$ كذلك.