إصلاح اختبار الرّياضيات دورة 2001

التّمرين الأوّل :

1) $A = x-2$ حيث $x \in IR$.

أ- $x=1$ إذن $A = 1-2 = -1$

$x = \frac{1}{2}$ إذن $A = \frac{1}{2} - 2 = \frac{1}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{3}{2}$

ب- $-1 \leq x \leq 3$ يعني $-1-2 \leq x-2 \leq 3-2$ إذن $-3 \leq x-2 \leq 1$ حيث مدى هذا الحصر هو $1-(-3) = 4$

2) $B = x^2 - 4$ حيث $x \in IR$.

أ- $B = x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x-2)(x+2)$

ب- $A + B = x - 2 + (x-2)(x+2) = (x-2)\times 1 + (x-2)\times(x+2) = (x-2)\times(1+x+2)$
$= (x-2)(x+3)$

3) $(x-2)(x+3) = 0$ يعني $x-2=0$ أو $x+3=0$ يعني $x=2$ أو $x=-3$ و بالتالي :
$S_{IR} = \{-3, 2\}$.

التّمرين الثّاني :

$a = \sqrt{3}(2+\sqrt{3}) - 2$ و $b = 6\sqrt{2} - \sqrt{18} + 1$

1) $a = \sqrt{3}(2+\sqrt{3}) - 2 = \sqrt{3}\times 2 + \sqrt{3}\times\sqrt{3} - 2 = 2\sqrt{3} + 3 - 2 = 1 + 2\sqrt{3}$
$b = 6\sqrt{2} - \sqrt{18} + 1 = 6\sqrt{2} - \sqrt{9\times 2} + 1 = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 1 = 3\sqrt{2} + 1$

2) أ- $\begin{cases} (3\sqrt{2})^2 = 9\times 2 = 18 \\ (2\sqrt{3})^2 = 4\times 3 = 12 \end{cases}$ إذن $(2\sqrt{3})^2 < (3\sqrt{2})^2$ يعني $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$.

ب- $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$ يعني $1+2\sqrt{3} < 1+3\sqrt{2}$ يعني $a < b$

بما أنّ $0 < 2\sqrt{3}$ فإنّ $1 < 1+2\sqrt{3}$ يعني $1 < a$ و بالتالي $1 < a < b$

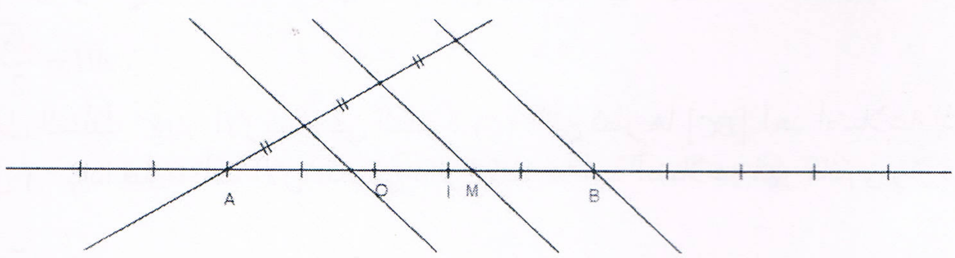
الأعداد a و b و 1 لها نفس العلامة و $1 < a < b$ إذن : $1 > \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

التّمرين الثّالث :

1) فاصلة النقطة O هي 0 — فاصلة النقطة A هي -2

فاصلة النقطة I هي 1 — فاصلة النقطة B هي 3

2)



3) $x_D = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$

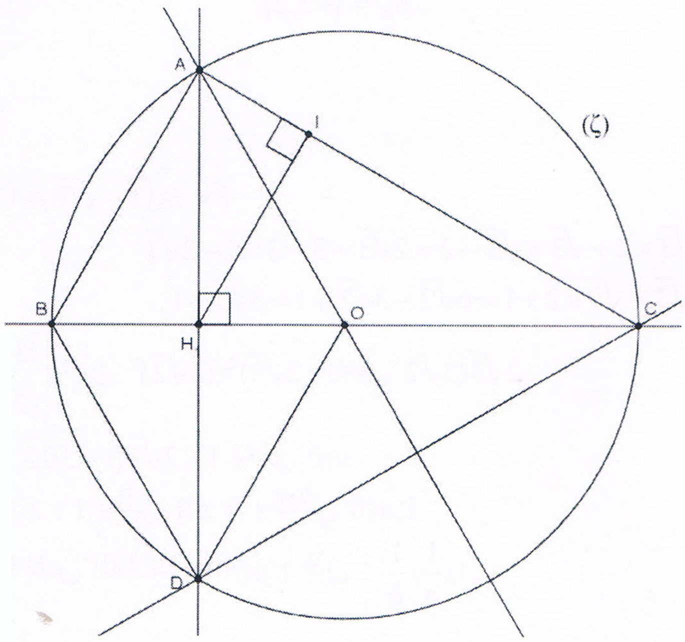
4) أ-

ب- $AM = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3} \times |x_B - x_A| = \frac{2}{3} \times |3-(-2)| = \frac{2}{3} \times |3+2| = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}$

$AM = \frac{10}{3}$ يعني $|x_M - x_A| = \frac{10}{3}$ يعني $|x_M - (-2)| = \frac{10}{3}$ يعني $|x_M + 2| = \frac{10}{3}$ يعني $x_M + 2 = \frac{10}{3}$ أو $x_M + 2 = -\frac{10}{3}$ يعني $x_M = \frac{10}{3} - 2 = \frac{10}{3} - \frac{6}{3} = \frac{4}{3}$ أو $x_M = -\frac{10}{3} - 2 = -\frac{10}{3} - \frac{6}{3} = -\frac{16}{3}$ و بما أنّ $x_M \rangle 0$ {لأنّ $M \in [OI)$ } فإنّ $x_M = \frac{4}{3}$.

المسألة :

1) أ- النقطة A تنتمي إلى الموسّط العمودي لقطعة المستقيم $[OB]$ إذن $AO = AB$ و بما أنّ $AO = 4$ فإنّ $AB = 4$.



ب- $[OA]$ و $[OB]$ هما شعاعان للدائرة (ζ) إذن $OA = OB$.

$\begin{cases} AO = AB \\ AO = OB \end{cases}$ إذن $OB = OA = AB$ و بالتالي فالمثلّث AOB متقايس الأضلاع إذن : $A\hat{B}O = 60°$

و بالتّالي : $A\hat{B}C = A\hat{B}O = 60°$.

ج- $[AH]$ هو ارتفاع للمثلّث المتقايس الأضلاع ABO الذي طول ضلعه يساوي 4 إذن :

$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$.

2) أ- لقد قبل المثلّث ABC الارتسام في الدّائرة (ζ) التي قطرها $[BC]$ أحد أضلاعه إذن فهو قائم الزاوية في A {إذا قبل مثلّث الارتسام في دائرة قطرها أحد أضلاعه فهو قائمٌ و وتره هو هذا الضّلع}.

ب- المثلّث ABC قائم الزّاوية في A إذن حسب نظريّة بيتاغور فإنّ : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ يعني $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48$ و بالتالي $AC = \sqrt{48} = \sqrt{16\times 3} = 4\sqrt{3}$.

3) المثلّث ABC قائم الزّاوية في A إذن $(AB)\perp(AC)$.

$\begin{cases}(AB)\perp(AC)\\(HI)\perp(AC)\end{cases}$ إذن $(HI)//(AB)$.

في المثلّث ABC ، $I\in(CA)$ و $H\in(CB)$ و $(HI)//(AB)$ إذن بتطبيق نظرية طالس في هذا المثلّث فإنّ : $\dfrac{HI}{AB} = \dfrac{CH}{CB} = \dfrac{CI}{CA}$ و بالتالي $\dfrac{CH}{CB} = \dfrac{CI}{CA}$.

$\dfrac{CH}{CB} = \dfrac{CI}{CA}$ يعني $CI = CA\times\dfrac{CH}{CB} = \dfrac{6}{8}\times 4\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.

4) $[OA]$ و $[OD]$ هما شعاعان للدّائرة (ζ) إذن $OA = OD$.

$\begin{cases}OA = OD\\OH = OH\end{cases}$ إذن AOH و DOH متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات القائمة.

$[HA]$ و $[HD]$ نظيران في تقايس المثلثين AOH و DOH إذن $HA = HD$ و بما أنّ النقاط A و H و D على استقامةٍ واحدةٍ فإنّ H هي منتصف $[AD]$.

(AH) هو الموسّط العمودي لقطعة المستقيم $[OB]$ إذن فهو يقطعها في منتصفها و بالتالي H هي منتصف $[OB]$.

قطرا الرباعي $OABD$ يتقاطعان في منتصفهما إذن فهو متوازي أضلاع و بما أنّهما متعامدان فهو مُعَيّنٌ.

5) أ- المثلّث ABC قائم الزّاوية في A و $A\hat{B}C = 60°$ إذن $A\hat{C}B = 30°$.

المثلّث AHC قائم الزّاوية في H و $A\hat{C}H = 30°$ إذن $C\hat{A}H = 60°$ و بالتالي $C\hat{A}D = 60°$.

ب- المستقيم (BC) عمودي على قطعة المستقيم $[AD]$ في منتصفها إذن فهو موسّطها العمودي.

النّقطة C تنتمي إلى الموسّط العمودي لقطعة المستقيم $[AD]$ إذن $CA = CD$ و بالتّالي فالمثلّث CAD متقايس الضّلعين و بما أنّ له زاوية قيسها 60 درجة فهو متقايس الأضلاع {إذا كان لمثلّث متقايس الضّلعين زاوية قيسها 60 درجة فهو متقايس الأضلاع}

ج- النّقطة O هي مركز الدّائرة المحيطة بالمثلّث ACD المتقايس الأضلاع إذن فهي أيضا مركزه القائم {في المثلّث المتقايس الأضلاع، يتطابق مركز الثّقل و المركز القائم و مركز الدّائرة المحيطة بالمثلّث و مركز الدّائرة المحاطة به} و بالتّالي فالمستقيم (AO) هو الحامل لارتفاعه الصّادر من الرّأس A و منه $(AO)\perp(CD)$.