إصلاح اختبار الرياضيات دورة 2010

التمرين الأوّل :

1) حلّ المعادلة $x\sqrt{5}=5$ في مجموعة الأعداد الحقيقية هو : $x=\sqrt{5}$ (أ)

2) ليكن (O,I,J) معينا متعامدا في المستوي و النقطتين $A(2,3)$ و $B(-2,3)$.

المستقيم (AB) موازٍ للمستقيم : (OJ) (أ) {ليس ضروريّا أن يكون المعيّن متعامدًا. لا يُشترط تعامد المعيّن إلاّ في حالة تناظر نقطتين بالنّسبة إلى محور الفاصلات أو محور التّرتيبات}

3) سجّلت درجات الحرارة بإحدى المدن التونسية خلال أسبوع من شهر جوان فكانت كالآتي : 31 ، 32 ، 31 ، 34 ، 31 ، 34 ، 33. موسط هذه السلسلة الإحصائية لدرجات الحرارة هو : 32 (ب)

التمرين الثّاني :

1) أ- $A=1+\sqrt{2}\times(2+\sqrt{2})=1+\sqrt{2}\times 2+\sqrt{2}\times\sqrt{2}=1+2\sqrt{2}+2=3+2\sqrt{2}$

$B=3+\sqrt{32}-3\sqrt{8}=3+\sqrt{16\times 2}-3\sqrt{4\times 2}=3+\sqrt{16}\times\sqrt{2}-3\times 2\sqrt{2}=3+4\sqrt{2}-6\sqrt{2}=3-2\sqrt{2}$

ب- $A\times B=(3+2\sqrt{2})\times(3-2\sqrt{2})=3^2-(2\sqrt{2})^2=9-8=1$ و بالتالي B هو مقلوب A .

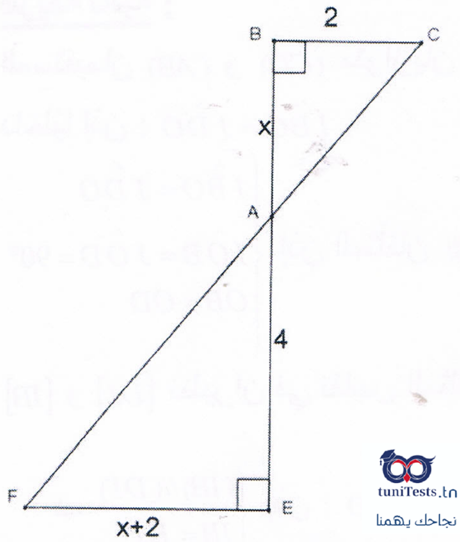
ج- $A\times B=1\rangle 0$ و بما أنّ $A=3+2\sqrt{2}\rangle 0$ فإنّ $B\rangle 0$ يعني $3-2\sqrt{2}\rangle 0$ يعني $3\rangle 2\sqrt{2}$.

2) $C=\dfrac{A}{B}+\dfrac{B}{A}=\dfrac{A\times A}{B\times A}+\dfrac{B\times B}{A\times B}=\dfrac{A^2}{AB}+\dfrac{B^2}{AB}=\dfrac{A^2+B^2}{AB}=\dfrac{(3+2\sqrt{2})^2+(3-2\sqrt{2})^2}{1}$

$=3^2+2\times 3\times 2\sqrt{2}+(2\sqrt{2})^2+3^2-2\times 3\times 2\sqrt{2}+(2\sqrt{2})^2=9+12\sqrt{2}+8+9-12\sqrt{2}+8=34$

و بالتالي : $C\in IN$.

التمرين الثّالث :



1) $x=2$ إذن : $A=2^2+2\times 2-8=4+4-8=0$

2) أ- $(x+1)^2-9=x^2+2\times x\times 1+1^2-9=x^2+2x+1-9$

$=x^2+2x-8=A.$

ب- $A=(x+1)^2-9=(x+1)^2-3^2=(x+1-3)(x+1+3)$

$=(x-2)(x+4)$

ج- $A=0$ يعني $(x-2)\times(x+4)=0$ يعني $x-2=0$ أو

$x+4=0$ يعني $x=2$ أو $x=-4$ و بالتّالي : $S_{IR}=\{-4;2\}$

3) أ- $\begin{cases}(BC)\perp(BE)\\(EF)\perp(BE)\end{cases}$ إذن : $(BC)//(EF)$.

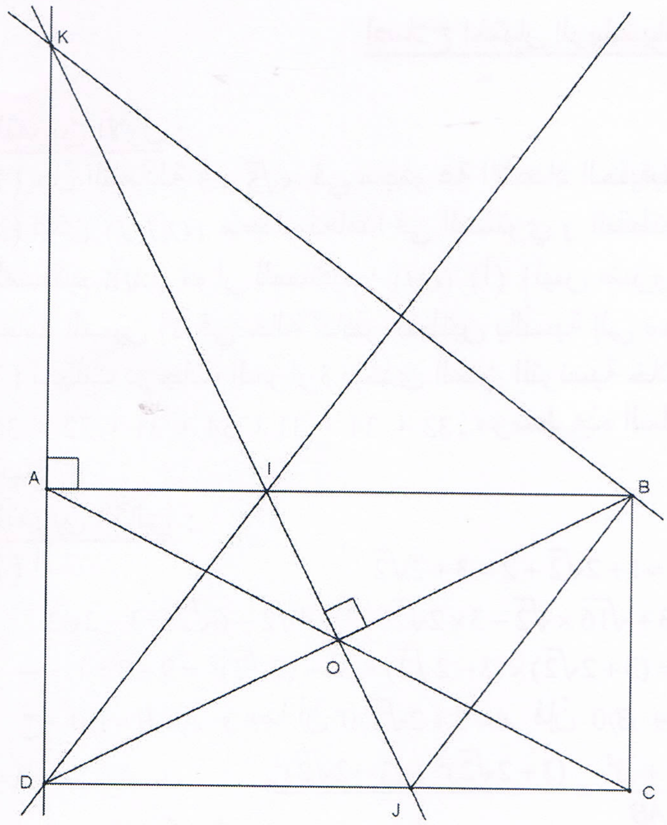
في المثلّث AEF ، $B\in(AE)$ و $C\in(AF)$ و $(BC)//(EF)$

إذن بتطبيق طالس في هذا المثلّث فإنّ : $\dfrac{AB}{AE}=\dfrac{AC}{AF}=\dfrac{BC}{EF}$ و بالتّالي : $\dfrac{x}{4}=\dfrac{AC}{AF}=\dfrac{2}{x+2}$ يعني

$x\times(x+2)=4\times 2$ يعني $x\times x+x\times 2=8$ يعني $x^2+2x=8$ يعني $x^2+2x-8=0$.

ب- $x^2+2x-8=0$ يعني $A=0$ يعني $x=2$ أو $x=-4$ {حسب السّؤال 2) ج-} و بما أن $x\rangle 0$

{لأنّها طول} فإن $x=2$ و بالتالي : $EF=2+2=4$ و منه فمساحة المثلّث AEF تساوي $\dfrac{4\times 4}{2}=8$.



التمرين الرّابع :

1) أ-

ب- $ABCD$ هو مستطيل إذن فقطراه يتقاطعان في منتصفهما و بالتالي O هي منتصف $[BD]$.

المستقيم (IJ) عمودي على قطعة المستقيم $[BD]$ في منتصفها إذن فهو موسّطها العمودي.

النقطة I تنتمي إلى الموسّط العمودي لـ $[BD]$ إذن : $IB = ID$ و بالتّالي فالمثلّث IBD متقايس الضلعين قمّته الرئيسية I.

ج- $ABCD$ هو مستطيل إذن :

$(DC)//(AB)$ و بالتّالي $(DJ)//(IB)$.

طريقة أولى :

في المثلّث OBI ، $D\in(OB)$ و $J\in(OI)$ و $(DJ)//(IB)$ إذن بتطبيق نظريّة طالس

في هذا المثلّث فإنّ : $\frac{OD}{OB}=\frac{OJ}{OI}=\frac{DJ}{IB}=1$ {لأن : $OB = OD$ } و بالتّالي : $IB = DJ$.

طريقة ثانية :

المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان و (BD) قاطع لهما. الزاويتان $I\hat{B}O$ و $J\hat{D}O$ متبادلتان داخليّا إذن : $I\hat{B}O = J\hat{D}O$.

$\begin{cases} I\hat{B}O = J\hat{D}O \\ I\hat{O}B = J\hat{O}D = 90° \\ OB = OD \end{cases}$ إذن المثلّثان OBI و ODJ متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات

$[IB]$ و $[DJ]$ نظيران في تقايس المثلثين OBI و ODJ إذن : $IB = DJ$.

د- $\begin{cases} (IB)//(DJ) \\ IB = DJ \end{cases}$ إذن : $IBJD$ هو متوازي أضلاع و بما أن : $IB = ID$ فهو معيّن.

2) في المثلّث KBD ، $[BA]$ هو الارتفاع الصّادر من B و $[KO]$ هو الارتفاع الصادر من K و بما أنّ : $(AB)\cap(KO)=\{I\}$ فإنّ I هي المركز القائم للمثلّث KBD و بالتالي فالمستقيم (DI) هو الحامل للارتفاع الصادر من D و منه $(DI)\perp(BK)$.

3) أ- المثلّث ADI قائم الزّاوية في A إذن حسب نظريّة بيتاغور فإنّ :

$ID^2 = AI^2 + AD^2 = x^2 + 4^2 = x^2 + 16$

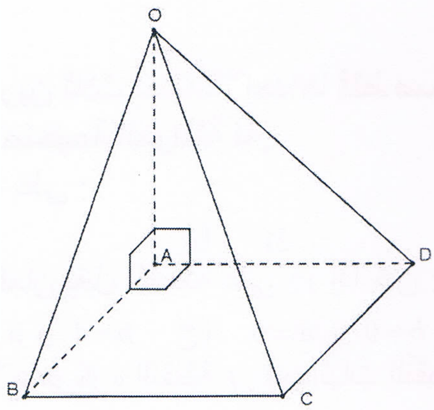
$BI^2 = (AB - AI)^2 = (8-x)^2$.

ب- $ID=IB$ يعني : $ID^2=IB^2$ يعني : $x^2+16=(8-x)^2$ يعني : $x^2+16=8^2-2\times 8\times x+x^2$

يعني : $x^2+16=64-16x+x^2$ يعني : $16x=64-16=48$ يعني : $x=\frac{48}{16}=3$.

$AI=3$ إذن : $IB=8-3=5$ و بالتّالي فمحيط المعيّن $IBJD$ يساوي $4\times 5=20$.

<u>التمرين الخامس</u> :



1) أ- $(AO)\perp(AD)$ و $(AO)\perp(AB)$ و (AB) و (AD) هما مستقيمان متقاطعان من المستوي (ABD) إذن $(AO)\perp(ABD)$ {إذا كان مستقيم عموديّا على مستقيمين متقاطعين من مستوٍ فهو عمودي على ذلك المستوي}

ب- المستقيم (AO) عمودي على المستوي (ABD) في النقطة A و (AC) هو مستقيم محتوٍ في المستوي (ABD) و يمرّ من A إذن $(AO)\perp(AC)$ {إذا كان مستقيمٌ عموديًّا على مستوٍ في نقطةٍ فهو عمودي على كلّ مستقيمات ذلك المستوي المارّة من تلك النّقطة}

2) $ABCD$ هو مستطيل إذن $(AB)\perp(AD)$.

$(AB)\perp(AD)$ و $(AB)\perp(AO)$ و (AO) و (AD) هما مستقيمان متقاطعان من المستوي (AOD)

إذن : $(AB)\perp(AOD)$.