إصلاح اختبار الرّياضيات دورة 2015

التّمرين الأوّل :

1) ب : $A(1-\sqrt{2};2)$ و $C(\sqrt{2}-1;2)$ إذن : $\begin{cases} x_A=-x_C \\ y_A=y_C \end{cases}$ و بالتّالي فهما متناظرتان بالنّسبة إلى محور التّرتيبات المستقيم (OJ).

2) أ : مهما يكن الرّقم الفردي a فإنّ العدد $a1a1a4$ لا يقبل القسمة على 15 لأنّه لا يقبل القسمة على 5 و إذا كان يقبل القسمة على 12 فهو يقبل القسمة على 6 في حين هناك إجابة واحدة صحيحة إذن مهما يكن الرّقم الفردي a فإنّ العدد $a1a1a4$ يقبل القسمة على العدد 6.

3) أ : $\frac{10\times 220+30\times 490+50\times 210+70\times 60+90\times 20}{20+60+210+490+220}=\frac{33400}{1000}=33.4$ إذن 33 هي قيمة تقريبية لمعدّل أعمار سكّان هذا الحي بالسّنة.

التّمرين الثّاني :

1)
$$a=\frac{(1+\sqrt{13})^2-8}{4}=\frac{1^2+2\times1\times\sqrt{13}+\sqrt{13}^2-8}{4}=\frac{1+2\sqrt{13}+13-8}{4}=\frac{2\sqrt{13}+6}{4}=\frac{2\times\sqrt{13}+2\times3}{2\times2}$$
$$=\frac{2\times(\sqrt{13}+3)}{2\times2}=\frac{\sqrt{13}+3}{2}$$

$$b=\frac{\sqrt{52}-6}{4}=\frac{\sqrt{4\times13}-6}{4}=\frac{\sqrt{4}\times\sqrt{13}-6}{4}=\frac{2\sqrt{13}-6}{4}=\frac{2\times\sqrt{13}-2\times3}{2\times2}=\frac{2\times(\sqrt{13}-3)}{2\times2}=\frac{\sqrt{13}-3}{2}$$

2) أ- $b-a=\frac{\sqrt{13}-3}{2}-\frac{\sqrt{13}+3}{2}=\frac{\sqrt{13}-3-(\sqrt{13}+3)}{2}=\frac{\sqrt{13}-3-\sqrt{13}-3}{2}=\frac{-6}{2}=-3$

ب- $b\times a=\frac{\sqrt{13}-3}{2}\times\frac{\sqrt{13}+3}{2}=\frac{\sqrt{13}^2-3^2}{4}=\frac{13-9}{4}=\frac{4}{4}=1$ و بالتّالي a و b مقلوبان إذن : $\frac{1}{a}=b$ و $\frac{1}{b}=a$.

ج- $(b-a)^2=b^2-2\times b\times a+a^2=b\times b-2\times b\times a+a\times a=b\times\frac{1}{a}-2\times1+a\times\frac{1}{b}$
$$=\frac{b}{a}-2+\frac{a}{b}=\frac{b}{a}+\frac{a}{b}-2$$

و بالتّالي : $\sqrt{\frac{b}{a}+\frac{a}{b}-2}=\sqrt{(a-b)^2}=|a-b|=|3|=3$.

3) أ- المثلّث ABE قائم الزّاوية في A إذن حسب نظريّة بيتاغور :
$BE^2=AB^2+AE^2=3^2+2^2=9+4=13$ و بالتّالي : $BE=\sqrt{13}$.

ب- $[BE]$ و $[BD]$ هما شعاعان لنفس الدّائرة إذن : $BE=BD=\sqrt{13}$.

$AD=AB+BD=3+\sqrt{13}$ و بما أنّ I هي منتصف $[AD]$ فإنّ : $AI=\frac{AD}{2}=\frac{\sqrt{13}+3}{2}$

$BI=AI-AB=\frac{\sqrt{13}+3}{2}-3=\frac{\sqrt{13}+3}{2}-\frac{6}{2}=\frac{\sqrt{13}-3}{2}$.

التّمرين الثّالث : $E=x^2-10x+9$ حيث $x\in IR$.

1) أ- $x=9$ إذن : $E=9^2-10\times9+9=81-90+9=90-90=0$.

2) أ- $(x-5)^2-16=x^2-2\times x\times 5+5^2-16=x^2-10x+25-16=x^2-10x+9=E.$

ب- $E=(x-5)^2-16=(x-5)^2-4^2=(x-5-4)\times(x-5+4)=(x-9)\times(x-1).$

ج- $x^2-10x+9=0$ يعني $E=0$ يعني $(x-9)\times(x-1)=0$ يعني $x-9=0$ أو $x-1=0$ يعني $x=9$ أو $x=1$: $S_{IR}=\{1;9\}$.

3) أ- المثلّث BCM قائم الزّاوية في C إذن حسب نظرية بيتاغور :

$BM^2=CB^2+CM^2=3^2+(10-x)^2=9+10^2-2\times 10\times x+x^2=9+100-20x+x^2=x^2-20x+109$

ب- المثلّث ADM قائم الزّاوية في D إذن حسب نظرية بيتاغور :

$AM^2=DA^2+DM^2=3^2+x^2=x^2+9$ و بالتّالي:

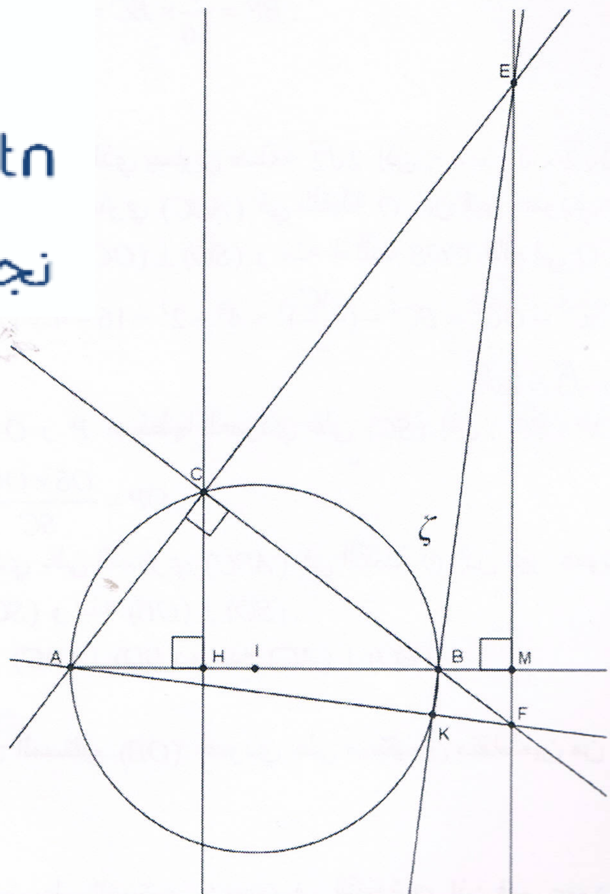
$AM^2+BM^2=x^2+9+x^2-20x+109=2x^2-20x+118$

ج- $(AM)\perp(BM)$ يعني المثلّث ABM قائم في M يعني $AB^2=MA^2+MB^2$ يعني $10^2=2x^2-20x+118$ يعني $2x^2-20x+118=100$ يعني $2x^2-20x+118-100=0$ يعني $2x^2-20x+18=0$ يعني $2\times(x^2-10x+9)=0$ يعني $x^2-10x+9=0$ يعني $E=0$ يعني $x=1$ أو $x=9$.

إذا كان $x=1$ أو $x=9$ فإنّ $(AM)\perp(BM)$.

التّمرين الرّابع :

1) أ-



ب- لقد قبل المثلّث ABC الارتسام في الدّائرة ζ التي قطرها $[AB]$ أحد أضلاعه إذن فهو قائم الزّاوية في C .

ج- المثلّث ABC قائم الزّاوية في C إذن حسب نظرية بيتاغور : $AB^2=CA^2+CB^2$ يعني $CB^2=AB^2-CA^2=5^2-3^2=25-9=16$ إذن : $CB=\sqrt{16}=4$.

المثلّث ABC قائم الزّاوية في C و H مسقطها العمودي على (AB) إذن : $CA\times CB=AB\times CH$ يعني

$CH = \frac{CA\times CB}{AB} = \frac{3\times 4}{5} = \frac{12}{5}$.

د- المثلّث BCH قائم في H إذن حسب نظرية بيتاغور : $BC^2 = HC^2 + HB^2$ يعني :

$HB^2 = BC^2 - HC^2 = 4^2 - (\frac{12}{5})^2 = 16 - \frac{144}{25} = \frac{400}{25} - \frac{144}{25} = \frac{256}{25}$ إذن : $HB = \sqrt{\frac{256}{25}} = \frac{16}{5}$.

2) أ- في المثلّث AEF ، المستقيم (AM) هو الحامل للارتفاع الصّادر من A و المستقيم (FC) هو الحامل للارتفاع الصّادر من F إذن نقطة تقاطعهما B هي مركزه القائم.

ب- بما أنّ B هي المركز القائم للمثلّث AEF فإنّ (EB) هو الحامل للارتفاع الصّادر من E و بالتّالي $(EB)\perp(AF)$ إذن المثلّث ABK قائم في K و منه الدّائرة المحيطة به هي الدّائرة التي قطرها وتره $[AB]$ أي الدّائرة ζ و بالتّالي $K\in\zeta$.

3) $\begin{cases}(MF)\perp(AB)\\(CH)\perp(AB)\end{cases}$ إذن : $(MF)//(CH)$.

في المثلّث BCH ، $M\in(BH)$ و $F\in(BC)$ و $(MF)//(CH)$ إذن حسب مبرهنة طالس :

$\frac{BM}{BH} = \frac{BF}{BC} = \frac{MF}{CH} = \frac{1}{\frac{16}{5}} = \frac{5}{16}$ لأنّ : $BM = 1$ و $BH = \frac{16}{5}$.

$\frac{BF}{BC} = \frac{5}{16}$ يعني $BF = \frac{5}{16}\times BC = \frac{5}{16}\times 4 = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$.

التّمرين الخامس :

1) $[AC]$ هو قطر للمربّع $ABCD$ الذي يساوي ضلعه $2\sqrt{2}$ إذن : $AC = 2\sqrt{2}\times\sqrt{2} = 4$.

2) المستقيم (SO) عمودي على المستوي (ABC) في النّقطة O إذن فهو عمودي على كلّ مستقيماته المارّة من O و بالتّالي : $(SO)\perp(AC)$ إذن $(SO)\perp(OC)$ و منه المثلّث COS قائم في O . حسب نظرية بيتاغور :

$SC^2 = OS^2 + OC^2$ يعني $OS^2 = SC^2 - OC^2 = SC^2 - (\frac{AC}{2})^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$ إذن :

$OS = \sqrt{12} = \sqrt{4\times 3} = \sqrt{4}\times\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

3) أ- المثلّث COS قائم في O و P مسقطها العمودي على (SC) إذن : $OS\times OC = OP\times SC$ يعني

$OP = \frac{OS\times OC}{SC} = \frac{2\sqrt{3}\times 2}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$.

ب- المستقيم (SO) عمودي على المستوي (ABC) في النّقطة O إذن فهو عمودي على كلّ مستقيماته المارّة من O و بالتّالي $(SO)\perp(BD)$ و منه $(SO)\perp(OB)$.

قطرا المربّع متعامدان إذن : $(BD)\perp(AC)$ و منه $(BO)\perp(AC)$.

$\begin{cases}(OB)\perp(SO)\subset(SAC)\\(OB)\perp(AC)\subset(SAC)\\(SO)\cap(AC)=\{O\}\end{cases}$: المستقيم (OB) عمودي على مستقيمين متقاطعين من المستوي (SAC) إذن :

$(OB)\perp(SAC)$.

ج- المستقيم (OB) عمودي على المستوي (SAC) في النّقطة O إذن فهو عمودي على كلّ مستقيماته المارّة من O و بالتّالي : $(OB)\perp(OP)$ و منه المثلّث POB قائم الزّاوية في O . حسب نظريّة بيتاغور :

$BP^2 = OB^2 + OP^2 = (\frac{BD}{2})^2 + OP^2 = (\frac{AC}{2})^2 + OP^2 = 2^2 + \sqrt{3}^2 = 4 + 3 = 7$ إذن : $BP = \sqrt{7}$.