إصلاح اختبار الرّياضيات دورة 2009

التّمرين الأوّل :

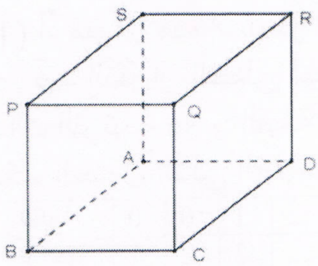
1) في معيّن متعامد (O,I,J) من المستوي، النّقطتان $A(-2,\sqrt{2}-1)$ و $B(2,1-\sqrt{2})$ متناظرتان بالنسبة إلى : النّقطة O (أ)

2) إذا كان x عددًا حقيقيًّا بحيث $\frac{x}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ فإنّ : $x=1$ (ج)

{ $\frac{x}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ يعني $x\times 2=\sqrt{2}\times\sqrt{2}$ يعني $2x=2$ يعني $x=\frac{2}{2}=1$ }

3) العدد 11133557796 قابل للقسمة على : 12 (ب)

4) يمثّل الشّكل المقابل مكعّبًا $ABCDSPQR$. المستقيم (BD) عمودي على المستوي : (ACQ) (ج)



ملاحظة :

لا يمكن أن يكون المستقيم (BD) عموديّا على المستوي (BCQ) لأنّه لو كان عموديّا عليه فسيكون عموديّا على كلّ مستقيماته المارّة من B و بالتّالي فسيكون (BD) عموديّا على (BC) و هو ما ليس صحيحًا { $D\hat{B}C=45°$ } كما أنّ المستقيم (BD) لا يمكن أن يكون عموديّا على المستوي (BAS) لأنّه لو كان عموديًّا عليه فسيكون عموديًّا على كلِّ مستقيماته المارة من B و بالتّالي فسيكون (BD) عموديًّا على (BA) و هو ما ليس صحيحا { $D\hat{B}A=45°$ } و بناءًا على ما سبق نستنتج أنّ $(BD)\perp(ACQ)$.

التّمرين الثّاني :

1) $a=5\sqrt{2}-7$

أ- $\begin{cases}(5\sqrt{2})^2=25\times 2=50\\ 7^2=49\end{cases}$ إذن : $(5\sqrt{2})^2 > 7^2$ يعني $5\sqrt{2} > 7$.

ب- $5\sqrt{2} > 7$ يعني $5\sqrt{2}-7 > 0$ يعني $a > 0$.

2) $b=\sqrt{200}-\sqrt{50}+\sqrt{49}$

أ- $b=\sqrt{100\times 2}-\sqrt{25\times 2}+7=10\sqrt{2}-5\sqrt{2}+7=5\sqrt{2}+7$

ب- $a\times b=(5\sqrt{2}-7)\times(5\sqrt{2}+7)=(5\sqrt{2})^2-7^2=50-49=1$ و بالتّالي b هو مقلوب a .

ج- $[b(a-1)-1]+b=ba-b-1+b=1-b-1+b=1-1-b+b=0$ و بالتّالي $b(a-1)-1$ و b متقابلان.

التّمرين الثّالث :

$A=3x^2+2$ حيث $x\in IR$.

1) $x=0$ إذن $A=3\times 0^2+2=3\times 0+2=0+2=2$.

$x=-\sqrt{2}$ إذن $A=3\times(-\sqrt{2})^2+2=3\times 2+2=8$.

2) أ- $A-1202=3x^2+2-1202=3x^2-1200=3\times x^2-3\times 400=3\times(x^2-400)$

$=3\times(x^2-20^2)=3\times(x-20)\times(x+20)$.

ب- $A=1202$ يعني $A-1202=0$ يعني $3\times(x-20)\times(x+20)=0$ يعني $x-20=0$ أو $x+20=0$ يعني $x=20$ أو $x=-20$ و بما أنّ x عدد صحيح طبيعي فإنّ $x=20$.

3) أ- $(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=x^2-2x+1+x^2+x^2+2x+1=3x^2-2x+2x+1+1=3x^2+2=A$

ب- إذا كان $x\geq 1$ فإنّ $x-1$ و x و $x+1$ هي ثلاثة أعداد صحيحة طبيعية متتاليّة.
مجموع مربّعاتها يساوي 1202 يعني $(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=1200$ يعني $A=1202$ و حسب السّؤال 2) ب- فإنّ $x=20$ و بالتّالي فالأعداد الصّحيحة الطبيعية الثلاثة المتتالية التي مجموع مربّعاتها يساوي 1202 هي 19 أي $x-1$ و 20 أي x و 21 أي $x+1$.

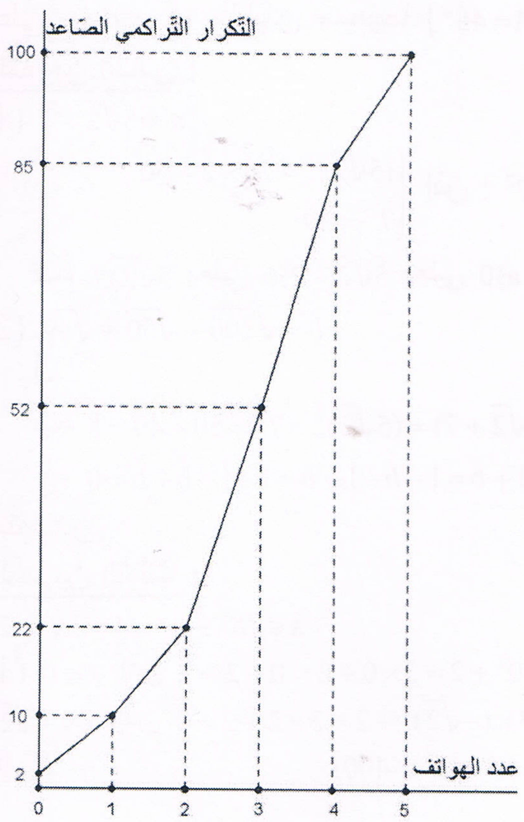
التّمرين الرّابع :

عدد الهواتف (القيمة)	0	1	2	3	4	5
عدد العائلات (التّكرار)	2	8	12	30	33	15
التكرار التراكمي الصّاعد	2	10	22	52	85	100

1) أ- منوال هذه السلسلة الإحصائية هو 4.
ب- التّكرار الجملي لهذه السلسلة الإحصائيّة هو 100 إذن فموسّطها هو نصف مجموع القيمة ذات الترتيب 50 و القيمة ذات التّرتيب 51.
يقدّم الجدول التّالي القيم مرتّبة تصاعديّا :

القيمة	0	0	1	....	1	2	....	2	3	....	**3**	**3**	3	4	....	4	5	....	5
ترتيبها	1	2	3	....	10	11	....	22	23	....	**50**	**51**	52	53	....	85	86	....	100

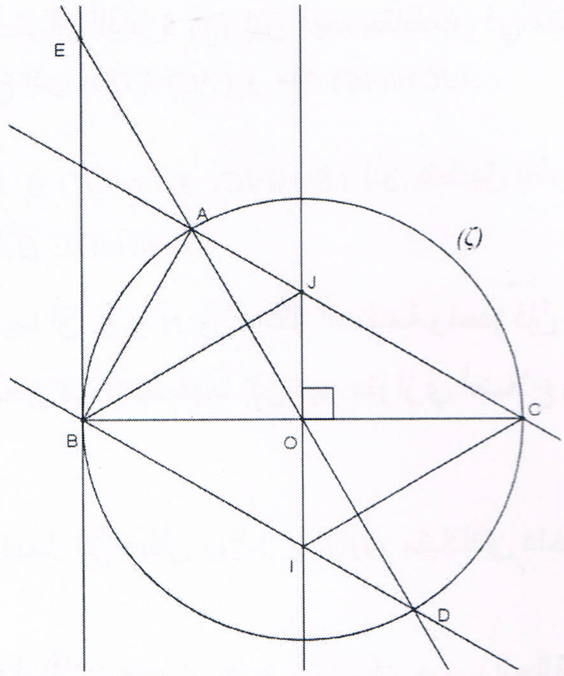
القيمة التي ترتيبها 50 هي 3 و كذلك القيمة التي ترتيبها 51 و بما أنّ نصف مجموعهما يساوي 3 فموسّط هذه السّلسلة الإحصائيّة يساوي 3.
2) مضلّع التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة.



3) عدد العائلات التي تملك أكثر من ثلاثة هواتف محمولة يساوي 48 فإذا اخترنا، بصفة عشوائيّة، عائلة من بين العائلات المائة فاحتمال أن يكون لها أكثر من ثلاثة هواتف محمولة هو $\frac{48}{100}$ أي 0.48

التّمرين الخامس :

1) أ-



ب- $[OA]$ و $[OB]$ هما شعاعان لنفس الدّائرة إذن : $OA = OB$.

$\begin{cases} OA = OB \\ OB = BA \end{cases}$ إذن : $OA = OB = BA$ و بالتّالي فالمثلّث OAB متقايس الأضلاع.

2) أ- المثلّث OAB متقايس الأضلاع إذن : $B\hat{O}A = O\hat{A}B = A\hat{B}O = 60°$.

المستقيم (BE) هو المماسّ للدّائرة (ζ) في النّقطة B و بالتّالي $E\hat{B}O = 90°$ إذن :

$E\hat{B}A = 90° - 60° = 30°$

المثلّث EBO قائم الزّاوية في B و $B\hat{O}E = 60°$ إذن : $O\hat{E}B = 90° - 60° = 30°$ و بالتّالي :

$A\hat{E}B = 30°$.

$A\hat{E}B = E\hat{B}A = 30°$: للمثلّث AEB زاويتان متقايستان إذن فهو متقايس الضّلعين و قمّته الرّئيسية هي النقطة A رأس الزّاوية الثّالثة.

ب- $\begin{cases} AE = AB \\ AO = AB \end{cases}$ إذن : $AE = AO$ و بما أنّ O و A و E على استقامة واحدة فإنّ A هي منتصف $[OE]$.

ج- $OE = 2OA = 6$ و $OB = 3$ و المثلّث OBE قائم الزّاوية في B إذن حسب نظريّة بيتاغور فإنّ : $OE^2 = BO^2 + BE^2$ يعني $BE^2 = OE^2 - BO^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$ و بالتّالي $BE = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$.

3) أ- $\begin{cases} (OI) \perp (BC) \\ (BE) \perp (BC) \end{cases}$ إذن : $(OI) // (BE)$.

في المثلّث DBE ، $I \in (DB)$ و $O \in (DE)$ و $(OI) // (BE)$ إذن بتطبيق نظريّة طالس في هذا المثلّث فإنّ : $\frac{OI}{BE} = \frac{DO}{DE} = \frac{DI}{DB}$.

$\frac{OI}{BE}=\frac{DO}{DE}$ يعني $OI=BE\times\frac{DO}{DE}=3\sqrt{3}\times\frac{3}{9}=\frac{9\sqrt{3}}{9}=\sqrt{3}$.

ب- $[AD]$ و $[BC]$ هما قطران للدّائرة (ζ) إذن فهما يتقاطعان في منتصفهما و بالتّالي فالرباعي $ABDC$ هو متوازي أضلاع إذن $(AC)//(BD)$ و منه $(JC)//(BI)$.

طريقة أولى :

في المثلّث OJC ، $B\in(OC)$ و $I\in(OJ)$ و $(BI)//(JC)$ إذن بتطبيق نظريّة طالس في هذا المثلّث فإنّ : $1=\frac{IB}{JC}=\frac{OI}{OJ}=\frac{OB}{OC}$ لأنّ $OB=OC$.

$\frac{OI}{OJ}=1$ يعني $OI=OJ$ و بما أنّ J و O و I على استقامة واحدةٍ فإنّ O هي منتصف $[IJ]$.

قطرا الرّباعي $CIBJ$ يتقاطعان في منتصفهما إذن فهو متوازي أضلاع و بما أنّهما متعامدان فهو معيّن.

طريقة ثانية :

$(JC)//(BI)$ و (BC) قاطع لهما. الزّاويتان $J\hat{C}O$ و $O\hat{B}I$ متبادلتان داخليًّا إذن : $J\hat{C}O=O\hat{B}I$.

$\begin{cases} J\hat{C}O=O\hat{B}I \\ J\hat{O}C=I\hat{O}B=90° \\ OC=OB \end{cases}$ إذن فالمثلّثان JOC و IOB متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلّثات

و بالتّالي $OJ=OI$ لأنّ $[OI]$ و $[OJ]$ نظيران في تقايس المثلثين JOC و IOB و بما أنّ J و O و I على استقامة واحدةٍ فإنّ O هي منتصف $[IJ]$.

قطرا الرّباعي $CIBJ$ يتقاطعان في منتصفهما إذن فهو متوازي أضلاع و بما أنّهما متعامدان فهو معيّن.

مساحة المعيّن :

بما أنّ $OI=\sqrt{3}$ فإنّ $IJ=2\sqrt{3}$ و بما أنّ $BC=6$ فإنّ مساحة المعيّن تساوي $\frac{2\sqrt{3}\times6}{2}=6\sqrt{3}\ cm^2$.