إصلاح اختبار الرّياضيات دورة 2007

التّمرين الأوّل :

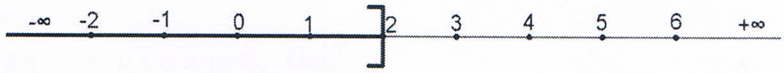
1) $A=\frac{1}{2}(2x-1)+x-\frac{7}{2}$ حيث $x\in IR$.

أ- $A=\frac{1}{2}(2x-1)+x-\frac{7}{2}=\frac{1}{2}\times 2x-\frac{1}{2}\times 1+x-\frac{7}{2}=x-\frac{1}{2}+x-\frac{7}{2}=x+x-\frac{1}{2}-\frac{7}{2}=2x-\frac{8}{2}=2x-4$

ب- $x=0$ إذن $A=2\times 0-4=0-4=-4$.

$x=-1$ إذن $A=2\times(-1)-4=-2-4=-6$.

ج- $2x-4\leq 0$ يعني $2x\leq 4$ يعني $x\leq\frac{4}{2}$ يعني $x\leq 2$ و بالتّالي $S_{IR}=]-\infty,2]$.



2) $B=(2x-4)(2x+2)+x(2x-4)$

أ- $B=(2x-4)(2x+2)+x(2x-4)=(2x-4)(2x+2+x)=(2x-4)(3x+2)$

ب- $B=(2x-4)(3x+2)=(2\times x-2\times 2)(3x+2)=2(x-2)(3x+2)$

ج- $(x-2)(3x+2)=0$ يعني $x-2=0$ أو $3x+2=0$ يعني $x=2$ أو $3x=-2$ يعني $x=2$ أو $x=-\frac{2}{3}$ وبالتالي $S_{IR}=\left\{-\frac{2}{3},2\right\}$.

التّمرين الثّاني :

1) $a=\sqrt{50}-\sqrt{8}(\sqrt{2}+1)$

أ- $a=\sqrt{50}-\sqrt{8}\times\sqrt{2}-\sqrt{8}=\sqrt{25\times 2}-\sqrt{16}-\sqrt{4\times 2}=5\sqrt{2}-4-2\sqrt{2}=3\sqrt{2}-4$

ب- $\begin{cases}4^2=16\\(3\sqrt{2})^2=18\end{cases}$ إذن $(3\sqrt{2})^2>4^2$ يعني $3\sqrt{2}>4$

ج- $3\sqrt{2}>4$ يعني $3\sqrt{2}-4>0$ إذن $a>0$.

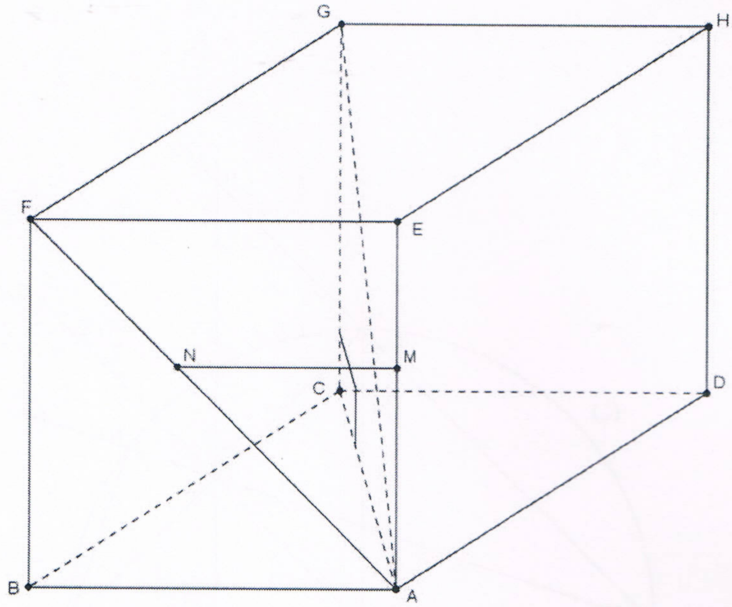
2) $x=\frac{7}{\sqrt{2}+1}$ و $y=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

أ- $x-y=\frac{7}{\sqrt{2}+1}-\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{7\times(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}-\frac{1\times(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\frac{7\sqrt{2}-7-(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2})^2-1^2}$

$=\frac{7\sqrt{2}-7-\sqrt{2}-1}{2-1}=\frac{6\sqrt{2}-8}{1}=6\sqrt{2}-8=2\times 3\sqrt{2}-2\times 4=2\times(3\sqrt{2}-4)=2a$

ب- $x-y=2a>0$ يعني $x>y$.

التّمرين الثّالث :



1) $[AC]$ هو قطر للمربّع $ABCD$ الذي طول حرفه يساوي 5 إذن : $AC=5\sqrt{2}$.
$(GC)\perp(CD)$ و $(GC)\perp(BC)$ و (BC) و (CD) هما مستقيمان متقاطعان من المستوي (ABC)
إذن : $(GC)\perp(ABC)$.
المستقيم (GC) عمودي على المستوي (ABC) في النّقطة C إذن فهو عمودي على كلّ مستقيمات المستوي (ABC) المارّة من C و بالتّالي $(GC)\perp(AC)$ {إذا كان مستقيمٌ عموديًّا على مستوٍ في نقطة فهو عمودي على كلّ مستقيمات ذلك المستوي المارّة من تلك النّقطة} و منه فالمثلّث ACG قائم الزّاوية في C و بالتّالي حسب نظريّة بيتاغور فإنّ :
$AG^2=CG^2+CA^2=5^2+(5\sqrt{2})^2=25+50=75$ و منه $AG=\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=5\sqrt{3}$

2) أ- $[AF]$ هو قطر للمربّع $ABFE$ الّذي طول حرفه يساوي 5 إذن : $AF=5\sqrt{2}$.
ب- في المثلّث AEF ، $M\in(AE)$ و $N\in(AF)$ و $(MN)//(EF)$ إذن بتطبيق نظريّة طالس في هذا المثلّث فإنّ : $\frac{AN}{AF}=\frac{AM}{AE}=\frac{MN}{EF}$ و بالتّالي $\frac{AN}{AF}=\frac{AM}{AE}$.
ج- $\frac{AN}{AF}=\frac{AM}{AE}$ يعني $AN=AF\times\frac{AM}{AE}=5\sqrt{2}\times\frac{3}{5}=3\sqrt{2}$.

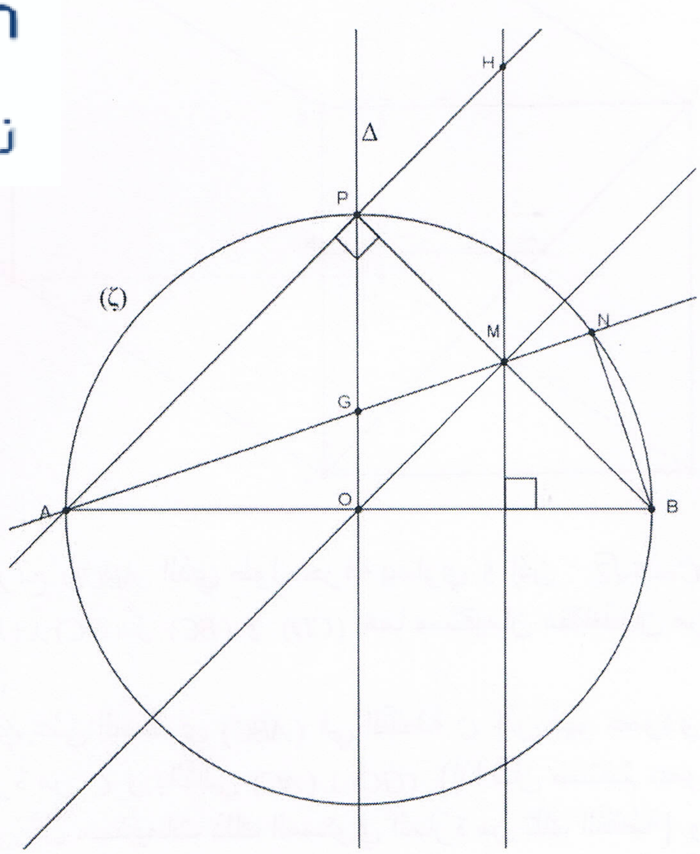
3) $(DA)\perp(AB)$ و $(DA)\perp(AE)$ و (AB) و (AE) هما مستقيمان متقاطعان من المستوي (ABE)
إذن : $(DA)\perp(ABE)$.
المستقيم (DA) عمودي على المستوي (ABE) في النّقطة A إذن فهو عمودي على كلّ مستقيمات المستوي (ABE) المارّة من A و بالتّالي $(DA)\perp(AN)$ و منه فالمثلّث ADN قائم الزّاوية في A و بالتّالي حسب نظريّة بيتاغور فإنّ : $DN^2=AD^2+AN^2=5^2+(3\sqrt{2})^2=25+18=43$ إذن : $DN=\sqrt{43}$.

المسألة :

1) أ-

ب-

ج-



2) أ- المثلّث AOP قائم الزّاوية في O إذن حسب نظريّة بيتاغور فإنّ :

$AP^2 = OA^2 + OP^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$ و بالتالي $AP = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

ب- P تنتمي إلى الموسّط العمودي لـ$[AB]$ إذن $PA = PB = 4\sqrt{2}$ و بالتالي فالمثلّث PAB متقايس الضلعين.

$\begin{cases} PA^2 = PB^2 = 32 \\ AB^2 = 8^2 = 64 \end{cases}$ إذن $AB^2 = PA^2 + PB^2$ و بالتالي حسب عكس نظريّة بيتاغور فالمثلّث PAB قائم الزّاوية في P .

استنتاج : المثلّث PAB متقايس الضلعين و قائم الزاوية في P .

ج- (ζ) هي الدائرة التي مركزها O و شعاعها 4 و بما أنّ $OP = 4$ فإنّ $P \in (\zeta)$.

3) أ- في المثلّث BAP ، المستقيم المارّ من O منتصف $[AB]$ و الموازي لـ (AP) يقطع الضّلع $[BP]$ في منتصفه و بالتّالي M هي منتصف $[BP]$.

ب- في المثلّث BAP ، O هي منتصف $[AB]$ و M هي منتصف $[BP]$ إذن :

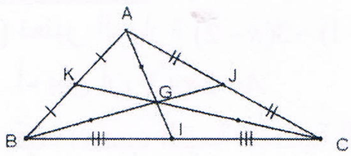
$OM = \dfrac{AP}{2} = \dfrac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.

4) أ- في المثلّث BAP ، $[PO]$ هو الموسّط الصّادر من P و $[AM]$ هو الموسّط الصّادر من A إذن فنقطة تقاطعهما G هي مركز ثقله.

ب- $\begin{cases}\Delta \perp (AB)\\ (HM)\perp (AB)\end{cases}$ إذن $(HM)//\Delta$ و بالتّالي $(PG)//(HM)$.

في المثلّث AMH ، $G\in (AM)$ و $P\in (AH)$ و $(PG)//(HM)$ إذن بتطبيق نظريّة طالس في هذا المثلّث فإنّ $\frac{AP}{AH}=\frac{AG}{AM}=\frac{GP}{HM}$.

G هي مركز ثقل المثلّث BAP و $[AM]$ هو الموسّط الصّادر من A إذن $AG=\frac{2}{3}AM$ يعني $\frac{AG}{AM}=\frac{2}{3}$.



ملاحظة : يوجد مركز ثقل مثلّث في ثلثي كلّ موسّط انطلاقًا من الرّأس

$AG=\frac{2}{3}AI$ و $BG=\frac{2}{3}BJ$ و $CG=\frac{2}{3}CK$

$\begin{cases}\frac{AP}{AH}=\frac{AG}{AM}\\ \frac{AG}{AM}=\frac{2}{3}\end{cases}$ إذن $\frac{AP}{AH}=\frac{2}{3}$.

ج- $\frac{AP}{AH}=\frac{2}{3}$ يعني $AH=\frac{AP}{\frac{2}{3}}=AP\times\frac{3}{2}=4\sqrt{2}\times\frac{3}{2}=6\sqrt{2}$

5) أ- في المثلّث ABM ، المستقيم (AP) هو الحامل للارتفاع الصّادر من A و المستقيم (MH) هو الحامل للارتفاع الصّادر من M و بما أن $(MH)\cap(AP)=\{H\}$ فإنّ H هي مركزه القائم.

ب- لقد قبل المثلّث ABN الارتسام في الدّائرة (ζ) التي قطرها $[AB]$ أحد أضلاعه إذن فهو قائم الزّاوية في N {إذا قبل مثلّث الارتسام في دائرة قطرها أحد أضلاعه فهو قائمٌ و وتره هو هذا الضّلع} و بالتّالي $(BN)\perp(AN)$.

في المثلّث ABM ، (BN) هو الحامل للارتفاع الصّادر من B و بما أنّ H هي مركزه القائم فإنّ $H\in(BN)$ {تتقاطع **المستقيمات** الحاملة لارتفاعات مثلّث في مركزه القائم} و بالتّالي فالنّقاط B و N و H على استقامةٍ واحدةٍ.