إصلاح اختبار الرّياضيات دورة 2004

التّمرين الأوّل :

1) $A=3x-1$ حيث $x\in IR$.

أ- $x=0$ إذن $A=3\times 0-1=0-1=-1$

$x=\frac{1}{3}$ إذن $A=3\times\frac{1}{3}-1=1-1=0$

ب- $3x-1\leq 0$ يعني $3x\leq 1$ يعني $x\leq\frac{1}{3}$ و بالتالي $S_{IR}=\left]-\infty,\frac{1}{3}\right]$.

2) $B=3x^2-4x+1$ حيث $x\in IR$.

$(3x-1)(x-1)=3x\times x-3x\times 1-1\times x+1\times 1=3x^2-3x-x+1=3x^2-4x+1=B$

و بالتالي $B=(3x-1)(x-1)$.

3) أ- $A+B=3x-1+(3x-1)\times(x-1)=(3x-1)\times 1+(3x-1)\times(x-1)=(3x-1)\times(1+x-1)$
$=(3x-1)\times x$

ب- $x\times(3x-1)=0$ يعني $x=0$ أو $3x-1=0$ يعني $x=0$ أو $3x=1$ يعني $x=0$ أو $x=\frac{1}{3}$

و بالتالي : $S_{IR}=\left\{0,\frac{1}{3}\right\}$.

التّمرين الثّاني :

$a=\sqrt{9}+\sqrt{98}-\sqrt{50}$

1) أ- $a=\sqrt{9}+\sqrt{98}-\sqrt{50}=3+\sqrt{49\times 2}-\sqrt{25\times 2}=3+7\sqrt{2}-5\sqrt{2}=3+2\sqrt{2}$

ب- $a-5=3+2\sqrt{2}-5=2\sqrt{2}+3-5=2\sqrt{2}-2=2\times\sqrt{2}-2\times 1=2\times(\sqrt{2}-1)$

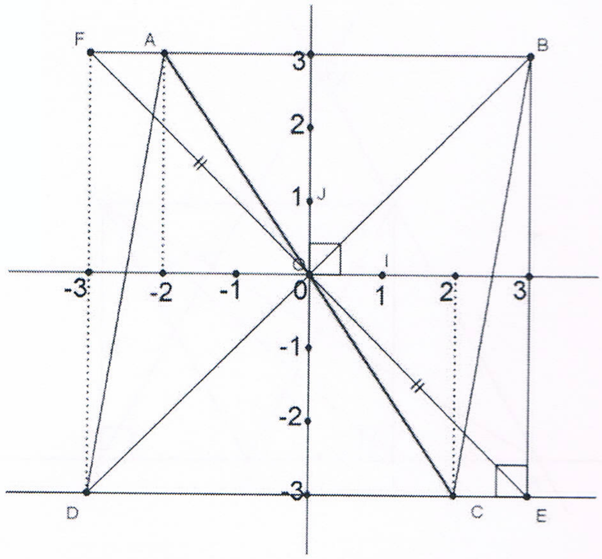
ج- $\sqrt{2}>1$ يعني $\sqrt{2}-1>0$ يعني $2\times(\sqrt{2}-1)>0$ يعني $a-5>0$ يعني $a>5$

2) أ- $(1+\sqrt{2})^2=1^2+2\times 1\times\sqrt{2}+\sqrt{2}^2=1+2\sqrt{2}+2=3+2\sqrt{2}=a$

ب- $a>5$ يعني $(1+\sqrt{2})^2>5$ يعني $1+\sqrt{2}>\sqrt{5}$.

التّمرين الثّالث :

1) أ-



ب- $x_A=-x_C$ و $y_A=-y_C$ إذن فالنّقطتان A و C متناظرتان بالنسبة إلى O و بالتالي O هي منتصف قطعة المستقيم $[AC]$.

2) أ-

ب- $x_B=-x_D$ و $y_B=-y_D$ إذن فالنّقطتان B و D متناظرتان بالنسبة إلى O و بالتالي O هي منتصف قطعة المستقيم $[BD]$.

قطرا الرباعي $ABCD$ يتقاطعان في منتصفهما O إذن فهو متوازي أضلاع.

3) أ- $y_C=y_D$ إذن : $(CD)//(OI)$ و بالتّالي فكلّ نقاط المستقيم (CD) لها نفس التّرتيبة إذن : $y_E=y_C=-3$.

E هي المسقط العمودي لـ B على (CD) إذن : $(BE)\perp(CD)$ و بما أنّ $(OI)//(CD)$ فإنّ : $(OI)\perp(BE)$.

$\begin{cases}(BE)\perp(OI)\\(OJ)\perp(OI)\end{cases}$ إذن : $(BE)//(OJ)$ و بالتّالي فكلّ نقاط المستقيم (BE) لها نفس الفاصلة إذن : $x_E=x_B=3$ وبالتّالي : $E(3,-3)$.

ب-

ج- **طريقة أولى :**

النّقاط E و C و D على استقامة واحدة.

مناظرة E بالنّسبة إلى O هي F .

مناظرة C بالنّسبة إلى O هي A .

مناظرة D بالنّسبة إلى O هي B .

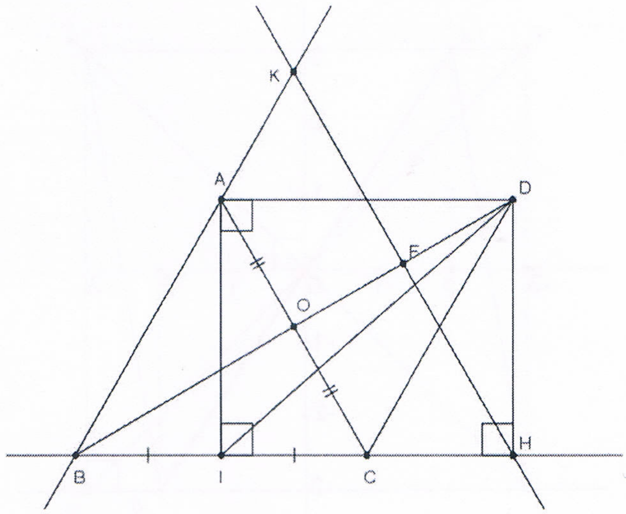
إذن : F و A و B على استقامة واحدة لأنّ التّناظر المركزيّ يحافظ على الاستقامة.

طريقة ثانية : $S_O(E)=F$ إذن $F(-3,3)$

$y_A=y_B=y_F$ إذن فالنّقاط A و B و F على استقامةٍ واحدةٍ.

المسألة :

1) أ-



ب- ABC هو مثلّث متقايس الأضلاع و I هي منتصف الضلع $[BC]$ إذن $[AI]$ هو الموسّط الموافق لـ $[BC]$ و بالتالي $[AI]$ هو الارتفاع الموافق لـ $[BC]$ إذن $AI=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4=2\sqrt{3}$.

2) أ-

ب- $S_O(B)=D$ يعني O هي منتصف $[BD]$

قطرا الرباعي $ABCD$ يتقاطعان في منتصفهما إذن فهو متوازي أضلاع و بما أنّ له ضلعان متتاليان متقايسان $\{AB=BC\}$ فهو معيّن.

3) أ- $ABCD$ هو متوازي أضلاع إذن $(AD)//(BC)$

$\begin{cases}(AD)//(BC)\\(AI)\perp(BC)\end{cases}$ إذن $(AI)\perp(AD)$ و بالتالي فالمثلّث AID قائم الزاوية في A .

ب- $ABCD$ هو معيّن إذن $AD=4$.

المثلّث AID قائم الزاوية في A إذن حسب نظرية بيتاغور فإنّ :

$ID^2=AI^2+AD^2=(2\sqrt{3})^2+4^2=12+16=28$ و بالتالي $ID=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$.

4) أ- $D\hat{A}I=A\hat{I}H=I\hat{H}D=90°$. للرباعي $ADHI$ ثلاث زوايا قائمة إذن فهو مستطيل.

ب- $BH=BI+IH=\frac{BC}{2}+AD=2+4=6$

5) أ- في المثلّث ABC ، $K\in(BA)$ و $H\in(BC)$ و $(KH)//(AC)$ إذن بتطبيق نظرية طالس في هذا المثلّث فإنّ : $\frac{KH}{AC}=\frac{BH}{BC}=\frac{BK}{BA}$ و بالتالي $\frac{BH}{BC}=\frac{BK}{BA}$ و بما أنّ $BA=BC$ فإنّ $BK=BH$.

ب- المثلّث ABC متقايس الأضلاع إذن $A\hat{B}C=60°$ و بالتّالي $K\hat{B}H=60°$.

$BK=BH$ إذن فالمثلّث KBH متقايس الضّلعين و بما أنّ له زاوية قيسها 60 درجة فهو متقايس الأضلاع {مثلّث متقايس الضّلعين له زاوية قيسها 60 درجة هو مثلّث متقايس الأضلاع}

ج- المثلّث ABC متقايس الأضلاع و O هي منتصف $[AC]$ إذن $[BO]$ هو الموسّط الموافق لـ $[AC]$ و بالتالي $[BO]$ هو الارتفاع الموافق لـ $[AC]$.

$\begin{cases}(AC)//(KH)\\(BO)\perp(AC)\end{cases}$ إذن $(BO)\perp(KH)$ و بالتالي $[BF]$ هو الارتفاع الموافق للضلع $[KH]$ في المثلّث KBH و بما أنّ المثلّث KBH متقايس الأضلاع فإنّ $[BF]$ هو الموسّط الموافق للضّلع $[KH]$.

في المثلّث BFH ، $O\in(BF)$ و $C\in(BH)$ و $(OC)//(FH)$ إذن بتطبيق نظرية طالس في هذا المثلّث فإنّ : $\frac{BO}{BF}=\frac{BC}{BH}=\frac{OC}{FH}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ {لأنّ $BC=4$ و $BH=6$ }

$\frac{BO}{BF}=\frac{2}{3}$ يعني $BO=\frac{2}{3}BF$. في المثلّث KBH ، توجد النقطة O في ثلثي الموسّط $[BF]$ انطلاقا من الرّأس B إذن فهي مركز ثقله.