Problem A 红绿灯

考察知识

模拟,思维

解题思路

可以发现由于红绿灯的周期,我们只需要关心 $t \mod B$ 的值,令这个值为t。

之后我们记录当前时刻,初始为0。每次将其加上t并对B取模。若当前时刻处于红灯范围,即 $A\dots B-1$ 。我们需要将当前时刻置为0,表示等红灯的过程。

经过模拟k个路口之后输出当前的时刻即为答案。

示例代码

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef long long LL;
int A,B,t,k;
int main()
   int T;
    scanf("%d",&T);
    while (T--)
       scanf("%d%d%d%d", &A, &B, &t, &k);
       int cur=0;
       t%=B;
        for (int i=1;i<=k;i++)
            cur=(cur+t) %B;
            if (i==k) break;
            if (cur>=A) cur=0;
       printf("%d\n",cur);
   return 0;
```

Problem B 露营

考察知识

枚举,暴力,数学

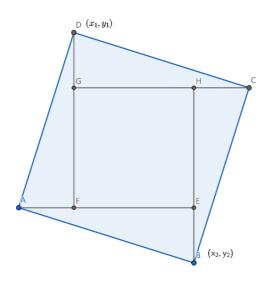
解题思路

在排列成 $n \times n$ 的格点中找到最大的格点正方形,满足四个格点中至少3个点为空地,且不能出现石头。可以通过枚举所有格点正方形的方式判断条件是否满足并更新答案。

1. 枚举对角线

假设对角线两端的坐标分别为 (x_1,y_1) , (x_2,y_2) ,我们只考虑 $x_1 \leq x_2$, $y_1 \leq y_2$ 的情况。(显然这样可以不遗漏地枚举出所有格点正方形)。

不妨设 $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta y = y_2 - y_1$, 当 $\Delta x > \Delta y$ 时, 如下图:



由几何关系可得:

$$\Delta x = DF + EB$$

$$\Delta y = EF = AE - AF = DF - EB$$

联立方程

$$\left\{ egin{aligned} \Delta x &= DF + EB \ \Delta y &= DF - EB \end{aligned}
ight.$$

解得:

$$\begin{cases} DF = \frac{\Delta x + \Delta y}{2} \\ EB = \frac{\Delta x - \Delta y}{2} \end{cases} (1)$$

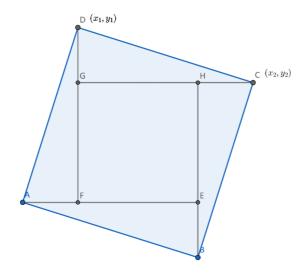
由方程(1)可知,只有当 Δx , Δy 奇偶性相同时,正方形的另外两个顶点坐标为整数。 再结合上图得到的几何关系可以计算出另外两点的坐标。通过四点的坐标判断可行性 并更新答案。

根据菱形面积公式可得到此时正方形面积:

$$S=rac{\Delta x^2+\Delta y^2}{2}$$

当 $\Delta x < \Delta y$, $\Delta x = \Delta y$ 时,推导方法同上。

2. 枚举边



枚举边时对于另外两点坐标的推导方法与枚举对角线时基本相同。注意,虽然每一条边同时属于两个正方形内,在枚举时统一只考虑其中一种情况也可以得出正确答案。上述两种方法时间复杂度均为 $O(n^4)$

示例代码

```
#include <cmath>
#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <iostream>
using namespace std;
string s[120];
int n,ans=0;
int f(int x,int y)
    if (x<0||y<0||x>=n||y>=n||s[x][y]=='*') return -10;
    return s[x][y]=='I'?1:0;
void chk(int x,int y)
    for(int i=n-1; i>=x; i--)
        for (int j=n-1; j>=y; j--)
            if(i==x && j==y) continue;
            if(s[i][j]=='*') continue;
            int ret=f(x,y)+f(i,j);
            int dx=i-x;
            int dy=j-y;
            if (dx*dx+dy*dy<=ans) continue;
            if ((dx+dy) %2==1) continue;
            int mn = abs(dy-dx)/2, mx = (dy+dx)/2;
            if(dx \le dy)
               ret+=f(x+mx,y+mn)+f(x-mn,y+mx);
            else
```

Problem C 西人保级路

考察知识

动态规划、预处理

解题思路

因为题解过长且有很多的公式和图片,所以我直接用博客的形式来写题解了,请点击下面的网址查看: https://www.cnblogs.com/fried-chicken/p/13736254.html。

幕后花絮



从结果来看,很多同学在这道题上给出了正确的DP定义,甚至给出了正确的状态转移方程,但没有想到那个优化导致了TLE,出题人表示很抱歉。

事实上,出题人在出这道题的时候自己也没有想到这一优化,出题人也是写完了题面和程序之后进行自测的时候超时了,才发现这样直接DP的时间复杂度过大,于是重新写了现在这个加有优化的程序。

另外,本题有一支队伍在比赛时通过排列组合的纯数学方法求出了答案,但因为比较复杂 (指出题人看不懂)就不过多介绍了。

Problem D 虚假的树状数组

考察知识

建图, dfs, 排序

解题思路

首先建立有向树,我们发现空间复杂度和时间复杂度都允许邻接矩阵的建图方式。也可以用二维数组或C++的vector存储每个点都能够指向哪些点,再将这些点按照编号从小到大进行排序。

之后要找到有向树的根结点,没有边指向的点即为根结点。

dfs的过程中,按照排好的顺序进行dfs,用二维数组或c++的vector存储每个点的生成数组,每次将dfs的那个儿子结点的生成数组拼接到父亲结点的生成数组后面。如果有排序标记就直接排序。

示例代码

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef long long LL;
const int maxn = 1010;
int n;
int a[maxn],flag[maxn];
vector<int> v[maxn],g[maxn];
int du[maxn];
int rt;
void dfs(int x)
    v[x].push back(a[x]);
    for (int i=0; i < g[x].size(); i++)
       int q=g[x][i];
        dfs(q);
        for (int j=0; j < v[q].size(); j++) v[x].push back(v[q][j]);
    if (flag[x]) sort(v[x].begin(),v[x].end());
}
int main()
    scanf("%d",&n);
    for (int i=1;i<=n;i++) scanf("%d",&a[i]);
    for (int i=1;i<=n;i++) scanf("%d",&flag[i]);</pre>
    for (int i=1;i<n;i++)</pre>
        int x, y;
        scanf("%d%d",&x,&y);
        g[x].push back(y);
        du[y]++;
    for (int i=1;i<=n;i++)
        if (du[i]==0) rt=i;
    for (int i=1;i<=n;i++)
        sort(g[i].begin(),g[i].end());
    dfs(rt);
    printf("[");
    printf("%d",v[rt][0]);
    for (int i=1;i<v[rt].size();i++) printf(",%d",v[rt][i]);</pre>
    printf("]\n");
    return 0;
}
```