Année : 2024/2025	Série n° : 0	Classe : 2 pc/tech/svt
ouikrim mohamed	calcul de limites	fkih ben salah

en classe

Exercice 1

1. Calculer les limites suivantes :
   - $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^3+x^2+5x-8}{x^2+2x-3}$
   - $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x+\sqrt{x}-8}{x^2-4x}$
   - $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{x}-1}$
   - $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x-2}{6-3\sqrt{x+3}}$
   - $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{\sqrt{x+3}+\sqrt{2x+5}-2}{x+2}$
   - $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{xE(x)}{x+1}$
   - $\lim\limits_{x\to 0^+} x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^3$
   - $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$
   - $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2\sqrt{x}+\sqrt{x^3}-2x+1}{2\sqrt{x^5}-x^3+2\sqrt{x}-3}$ (poser $t=\sqrt{x}$)
   - $\lim\limits_{x\to -\infty} x\sqrt{\dfrac{x^2}{1-x^3}}$
   - $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(2x)-\tan(x)}{3x}$
   - $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\sin^2(x)}{1+\cos(x)}$
   - $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sin(2x)}{x}$

Exercice 2

soit les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x)=\frac{2x+\cos(x)}{x+1} \quad , \quad g(x)=\frac{x\,(1+\sin(x))}{x-\sqrt{1+x^2}}$$

1. montrer que $\forall x \succ 0 : |f(x)-2| \leq \dfrac{3}{x}$
2. a - montrer que $\forall x \in \mathbb{R} : \dfrac{1}{x-\sqrt{x^2+1}} \leq -2x$
   b - déduire que $\forall x \geq 0 : g(x) \leq -4x^2$
3. déduire $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$

Exercice 3

soit f une fonction numérique vérifiant

$$(\forall x \in \mathbb{R}) 1+x-x^2 \leq f(x) \leq 1+x-x^2+x^4$$

- calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to +\infty} \left(f(x)+x^2\right), \lim_{x\to 0} \frac{f(x)-1}{x}, \lim_{x\to 0} \frac{f(x)-1-x}{x^2}$$

Exercice 4

Soit la fonction g définie par $g(x)=x\sqrt{x}-2x+1$.

1. Déterminer D_g et calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$.
2. a - Montrer que $\forall x \succ 0 : g^{'}(x)=\dfrac{3\sqrt{x}-4}{2}$
   b - dresser le tableau de variation de g

chez soi

Exercice 1

1. calculer les limites:
   - $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^2+x-6}{x\sqrt{x-1}-2}$
   - $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2+2|x|}{x}$
   - $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^2+x-6}{x\sqrt{x-1}-2}$
   - $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin(x)-1}{2x-\pi}$
   - $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan(x)-\sin(x)}{(\sin(x))(\cos(2x)-\cos(x))}$
   - $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x}\right)\left(x^3+1\right)$
   - $\lim\limits_{x\to (-1)^-} \dfrac{x^3-1}{\sqrt{x^2-1}}$
   - $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{(x-2)^n}{(x^2-4)^n}, n \in \mathbb{N}^*$
   - $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{|x-1|+x-1}$

Exercice 2 (questions indépendantes)

1. résoudre l'inéquation $\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-2} \geq 2$
2. calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} 2x-E(x)$
3. montrer que la fonction $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{x-1}$ est décroissante sur $]1,+\infty[$
4. a - étudier les variations de la fonction ϕ définie par $\phi(x)=\sin(x)-x$ sur $\mathbb{R}$
   b - simplifier l'expression $\sqrt{(\sin(x)-x)^2}$ sur $\mathbb{R}^+$ et sur $\mathbb{R}^-$
   c - étudier la limite : $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x+\sqrt{(\sin(x)-x)^2}}{\sqrt{1-\cos(x)}}$
5. a - montrer que
   $$\forall x \in \mathbb{R}^- : \frac{1}{x-2} \leq \frac{2\sin(x)-1}{x-2} \leq \frac{-3}{x-2}$$
   b - déduire $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{2\sin(x)-1}{x-2}$
6. calculer les limites suivantes:
   $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \left(x-\frac{\pi}{2}\right)\cdot\tan(x) \quad , \quad \lim\limits_{x\to \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \dfrac{\tan(x)}{x-\frac{\pi}{2}}$