Année : 2024/2025	Série n° : 0	Classe : 2ème Bac SM
ouikrim mohamed	révision	fkih ben salah

correction en classe

Exercice 1

calculer les limites suivantes:

1. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-ax-1+a}{x^5-1}$, $a\in\mathbb{R}$
2. $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{\cos(\frac{3x\pi}{5})}{2-\sqrt{x+2}}$
3. $\lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{x^5-2x^3+x^2-2}{\sqrt{x+5}+\sqrt{x+1}-2}$
4. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{(a-1)x^3+bx^2-2}{x-x^2}$. $a,b\in\mathbb{R}$
5. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{|1-x|+2x}{5x-1}$
6. $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \sqrt{x^2-3x-1}-ax+1$, $a\in\mathbb{R}$
7. $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}-\sqrt{x^2+2x-3}}{2\sqrt{x^2+x+1}-2x+1}$
8. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1-\cos(x^2)}}{1-\cos(x)}$
9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos^n(x)}{x\sin(ax)}$,$a\in\mathbb{R}^*$ et $n\in\mathbb{N}$
10. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x\sqrt{\sin(\frac{x\pi}{2})}-1}{\tan(x-1)}$
11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{x}\sum\limits_{k=1}^{k=n}\sin(kx)$
12. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^n(x)-\cos^n(x)}{\sin(\frac{\pi}{4}-x)}$
13. $\lim\limits_{x\to (\sqrt{2})^-} E(3x^2-x+1)$
14. $\lim\limits_{x\to \pm\infty} E(1-\dfrac{1}{x})$
15. $\lim\limits_{x\to 0} x^2\sin(\dfrac{E(x)}{x^2})$
16. $\lim\limits_{x\to 0} E(\dfrac{1}{x}).\sin(x)$

exercice 2

soit les fonctions definies sur $\mathbb{R}$ par:

$\phi(x)=\sin(x)-x+\dfrac{x^3}{6}$, $f(x)=\phi'(x)$

$g(x)=\dfrac{x^4}{24}-\phi'(x)$, $h(x)=\dfrac{x^5}{120}-\phi(x)$

1. Étudier les variations de f, g et h, puis déduire que:
   $\forall x\geq 0:\quad x-\dfrac{x^3}{6}\leq\sin(x)\leq x-\left(\dfrac{x^3}{6}+\dfrac{x^5}{120}\right).$
2. Soit $n\in\mathbb{N}^*$, déterminer :
   $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin(x)}{x^2}$ et $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^n-\sin^n(x)}{x^{n+2}}.$

révision chez soi

Exercice 1

calculer les limites suivantes:

1. $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{\sqrt{2x+5}-5\sqrt{x-1}+2}{2-\sqrt{2x}}$
2. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x-2}}-\dfrac{x}{\sqrt{x+2}}$
3. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sum_{k=1}^{n}(x^k)-2^{n+1}+2}{(3-x)^{n+1}-1}$
4. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^{4n+1}\sqrt{x+3}+2\sqrt{x}-4}{1-x^{3n+2}}$, $n\in\mathbb{N}$
5. $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\tan(x)\sqrt{\sin(x)}-\sin(x)\sqrt{\tan(x)}}{\sqrt{x}}$
6. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{x}(\sqrt{\dfrac{\cos(ax)}{1-\sin(ax)}}-1)$, $a\in\mathbb{R}$
7. $\lim\limits_{x\to a^\pm} x-E(x)$
8. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sin(\pi x)}{x^2-(a+1)x+a}$, $a\in\mathbb{R}$
9. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}} \tan(2x).\tan(x-\dfrac{\pi}{4})$

Exercice 2

soit les fonctions f_n et g_n definies par:
$f_n(x)=\frac{\prod_{k=1}^{k=n}(1-\sin^k(x))}{\cos^{2n}(x)}$, $g_n(x)=\frac{(1-x^2)^n}{\prod_{k=1}^{k=n}(1-x^k)}$

1. montrer que $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{1-\cos^k(t)}{\sin^2(t)}=\dfrac{k}{2}$
2. déduire que $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} f_n(x)=\dfrac{n!}{2}$
3. déterminer le domaine de définition de g_n et montrer que $\lim\limits_{x\to 1} g_n(x)=\dfrac{2^n}{n!}$
4. montrer que $\lim\limits_{x\to -1} g_n(x)=0$
   (utiliser la récurrence)
   ($\prod_{k=1}^{k=n}(a_k)=a_1.a_2...a_n$:symbole du produit)

exercice 3

1. montrer que $\forall x\in\mathbb{R}^+$: $3x\leq 2\sin(x)+\tan(x)$
2. montrer que $(\forall x\in\mathbb{R}^+)(\forall a\in\mathbb{R}^+)$:
   $$\sqrt{x+a}(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{a}})\geq 2\sqrt{2}$$
3. calculer les limites: . $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x\sqrt{x}-1}{3x-2\sin(x)-\tan(x)}$
   .$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(\frac{13x\pi}{12})}{\sqrt{2x+2}(1+\frac{1}{\sqrt{x}})-4}$