Année : 2024/2025	DS 1——S1	2bac pc
ouikrim	fkih ben salh	ecole les nations

PROBLÈME

I - soient les fonctions f et g definies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 1 - \frac{9}{8}x^3 \quad \text{et} \quad g(x) = x^5 + x.$$

1. montrer que g est impaire.

2. a - soit n entier naturel impaire. et $a \in \mathbb{R}$.resoudre dans $\mathbb{R}$ l'equation $x^n = a$.
   b - montrer que f admet une fonction reciproque f^{-1} definie sur un intervalle J qu'on detreminera.
   c - dresser le tableau de variation de f^{-1}.
   d - determiner $f^{-1}(x)$ pour $x \in J$
   e - representer une allure de la courbe de f^{-1} dans le meme repere orthonormé .(on vous donne la courbe de f)

3. a - montrer que l'equation $f(x) = g(x)$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et verifier que $\frac{1}{2} < \alpha < 1$
   b - deduire que $\forall x < \alpha \quad f(x) > g(x)$ et interpreter graphiquement ce resultat
   c - deduire que $\forall x < \alpha \quad g(-x) + f(x) > 0$

4. soit la fonction h definie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} h(x) = \sqrt{1 - x^5} & \text{si} \quad x \prec \alpha \\ h(x) = \sqrt{x + \frac{9}{8}x^3} & \text{si} \quad x \succ \alpha \end{cases}$$

   a - montrer que h est continue sur $]-\infty, \alpha[$ et $]\alpha, +\infty[$
   b - montrer que h est continue en α
   c - deduire que $h(\mathbb{R})$ est un intervalle.
   d - comparer les nombres $h\left(\frac{1}{\sqrt[5]{2}}\right)$ et $h\left(\sqrt[3]{2}\right)$ (justifier)
   e - calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} xh\left(\frac{1}{x}\right) - h\left(x\right)$

---

ci-joint la courbe de f:

`Desktop/dr.png`