

Année : 2024/2025	Série n° : 1	Classe :pc/tech/svt
ouikrim mohamed	continuite : part 1	fkih ben salah

### résumé

- $f$  est continue en  $a \iff \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$
- $f$  est continue en  $a^+ \iff \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$
- $f$  est continue en  $a^- \iff \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$

### s'entraîner

#### correction en classe

##### Exercice 1

1. soit la fonction  $f$  définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x\sqrt{x}-1}{x^2+5x-6} & , x \neq 1 \\ f(1) = \frac{3}{14} \end{cases}$$

- Montrer que  $f$  est continue en 1.

2. soit la fonction  $g$  définie par

$$\begin{cases} g(x) = \frac{x^3+2x^2-5x-6}{\sqrt{1-3x}-2} & , x < -1 \\ g(x) = \frac{x^2+x}{\sqrt{x+1}} & , x > -1 \\ g(-1) = 0 \end{cases}$$

- étudier la continuité de  $g$  en -1

3. soit la fonction  $h$  définie par

$$\begin{cases} h(x) = \frac{x^2-|x-1|-1}{x-1} & , x \neq 1 \\ h(1) = 1 \end{cases}$$

- étudier la continuité de  $h$  en 1

4. soit la fonction  $k$  définie par :

$$\begin{cases} k(x) = \frac{\sin(x) - \tan(x)}{x^2} & , x > 0 \\ k(x) = \frac{\sqrt{x^2(x+3)}}{x(x+3)} & , -3 < x < 0 \\ k(0) = \frac{-1}{\sqrt{3}} & , k(-3) = 1 \end{cases}$$

- a - étudier la continuité de  $k$  en 0

- b - étudier la continuité de  $k$  en  $(-3)^+$

5. soit la fonction  $l$  définie par

$$\begin{cases} l(x) = \frac{x^2+x+b}{x^2-1} & , x \leq 1 \\ l(x) = \frac{9 \sin\left(\frac{x-1}{3}\right)}{2(x-1)} & , x \geq 1 \\ l(1) = a \end{cases}$$

- trouver  $a$  et  $b$  pour que  $l$  soit continue en 1.

#### correction sur la chaine youtube : ouikrimath

##### Exercice 1

1. soit la fonction  $f$  définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1+x}} & , x > -1 \\ f(0) = -2 \end{cases}$$

- montrer que  $f$  est continue en 0

2. soit la fonction  $g$  définie par :

$$\begin{cases} g(x) = \frac{x-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2} & , x \neq 1 \\ g(1) = \frac{1}{3} \end{cases}$$

- montrer que  $g$  est continue en 1

3. soit la fonction  $h$  définie par :

$$\begin{cases} h(x) = \frac{2\cos^2(x) - \cos(x) - 1}{x^2} & , x < 0 \\ h(x) = 1 + x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , x > 0 \\ h(0) = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

- a - montrer que  $h$  est continue en  $0^-$

- b - montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}_+^* : |h(x) - 1| \leq x$

- c - montrer que  $h$  n'est pas continue en 0

4. soit la fonction  $k$  définie par :

$$\begin{cases} k(x) = \frac{ax^2+bx-1}{3x+c} & , x \geq 2 \\ k(x) = 3x+c & , x < 2 \end{cases}$$

- déterminer  $a$ ,  $b$  et  $c$  sachant que :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = 2 \quad \text{et} \quad k \text{ continue en } 2.$$

5. soient les fonctions  $l$  et  $\phi$  définies par :

$$\begin{cases} l(x) = x + \frac{\sqrt{x^2}}{x} & , x \neq 0 \\ l(0) = 0 \\ \phi(x) = \frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{x+a}{x-1} & , x \neq 1 \\ \phi(1) = \alpha \end{cases}$$

- $l$  est-elle-continue en 0 ?

- trouver  $a$  et  $\alpha$  pour que  $\phi$  soit continue en 1