Année : 2024/2025	Série n° : 1	Classe :pc/tech/svt
ouikrim mohamed	continuite : part 1	fkih ben salah

résumé

- **f est continue en** $a \iff \lim_{x\to a} \mathbf{f}(x) = \mathbf{f}(a)$
- **f est continue en** $a^+ \iff \lim_{x\to a^+} \mathbf{f}(x) = \mathbf{f}(a)$
- **f est continue en** $a^- \iff \lim_{x\to a^-} \mathbf{f}(x) = \mathbf{f}(a)$

s'entraîner

correction en classe

Exercice 1

1. soit la fonction f definie par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x\sqrt{x}-1}{x^2+5x-6} & ,x \neq 1 \\ f(1) = \dfrac{3}{14} \end{cases}$$

- Montrer que f est continue en 1.

2. soit la fonction g définie par

$$\begin{cases} g(x) = \dfrac{x^3+2x^2-5x-6}{\sqrt{1-3x}-2} & ,x < -1 \\ g(x) = \dfrac{x^2+x}{\sqrt{x+1}} & ,x > -1 \\ g(-1) = 0 \end{cases}$$

- étudier la continuité de g en -1

3. soit la fonction h définie par

$$\begin{cases} h(x) = \dfrac{x^2-|x-1|-1}{x-1} & ,x \neq 1 \\ h(1) = 1 \end{cases}$$

- étudier la continuité de h en 1

4. soit la fonction k définie par :

$$\begin{cases} k(x) = \dfrac{\sin(x)-\tan(x)}{x^2} & ,x > 0 \\ k(x) = \dfrac{\sqrt{x^2(x+3)}}{x(x+3)} & ,-3 < x < 0 \\ k(0) = \dfrac{-1}{\sqrt{3}} \quad , \quad k(-3) = 1 \end{cases}$$

a - étudier la continuité de k en 0
b - étudier la continuité de k en $(-3)^+$

5. soit la fonction l définie par

$$\begin{cases} l(x) = \dfrac{x^2+x+b}{x^2-1} & ,x \leq 1 \\ l(x) = \dfrac{9\sin\left(\dfrac{x-1}{3}\right)}{2(x-1)} & ,x \geq 1 \\ l(1) = a \end{cases}$$

- trouver a et b pour que l soit continue en 1.

revision chez soi

Exercice 1

1. soit la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1+x}} & ,x > -1 \\ f(0) = -2 \end{cases}$$

- montrer que f est continue en 0

2. soit la fonction g définie par :

$$\begin{cases} g(x) = \dfrac{x-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2} & ,x \neq 1 \\ g(1) = \dfrac{1}{3} \end{cases}$$

- montrer que g est continue en 1

3. soit la fonction h définie par :

$$\begin{cases} h(x) = \dfrac{2\cos^2(x)-\cos(x)-1}{x^2} & ,x < 0 \\ h(x) = 1 + x\sin\left(\frac{1}{x}\right) & ,x > 0 \\ h(0) = \dfrac{-3}{2} \end{cases}$$

a - montrer que h est continue en 0^-
b - montrer que $\forall x \in \mathbb{R}_+^* : |h(x)-1| \leq x$
c - montrer que h n'est pas continue en 0

4. soit la fonction k définie par :

$$\begin{cases} k(x) = \dfrac{ax^2+bx-1}{3x+c} & ,x \geq 2 \\ k(x) = 3x+c & ,x < 2 \end{cases}$$

- déterminer a, b et c sachant que : $\lim_{x\to+\infty} k(x) = 2$, $\lim_{x\to 0} k(x) = \lim_{x\to 3} k(x)$ et k continue en 2.

5. soient les fonctions l et ϕ définies par :

$$\begin{cases} l(x) = x + \dfrac{\sqrt{x^2}}{x} & ,x \neq 0 \\ l(0) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \phi(x) = \dfrac{1}{x^2-4x+3} + \dfrac{x+a}{x-1} & ,x \neq 1 \\ \phi(1) = \alpha \end{cases}$$

- l est-elle-continue en 0 ?
- trouver a et α pour que ϕ soit continue en 1