Année : 2024/2025	**mini DS**	**2bac sm**
M. Ouikrim	**Fkih Ben Salh**	**biranzarane**

① Soit $f(x) = \left(1 - \dfrac{1}{\tan(x)}\right)^3$ définie sur $I = \left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[$.

a. Montrer que f réalise une bijection de I vers un ensemble J que l'on déterminera.
b. Déterminer $f^{-1}(x)$ pour $x \in J$.

② Soit $\lambda \in \left]-\infty, -5\right]$.

a. Montrer que l'équation $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{5}{2}x^2 + 6x + \lambda = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$.

b. En déduire le signe de $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{5}{2}x^2 + 6x + \lambda$ sur $\mathbb{R}$.

③ Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R},\ |f(x) - f(y)| \leq \arctan(|x - y|).$$

Montrer que $f(\mathbb{R})$ est un intervalle.

---

① Soit $f(x) = \left(1 - \dfrac{1}{\tan(x)}\right)^3$ définie sur $I = \left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[$.

a. Montrer que f réalise une bijection de I vers un ensemble J que l'on déterminera.
b. Déterminer $f^{-1}(x)$ pour $x \in J$.

② Soit $\lambda \in \left]-\infty, -5\right]$.

a. Montrer que l'équation $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{5}{2}x^2 + 6x + \lambda = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$.

b. En déduire le signe de $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{5}{2}x^2 + 6x + \lambda$ sur $\mathbb{R}$.

③ Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R},\ |f(x) - f(y)| \leq \arctan(|x - y|).$$

Montrer que $f(\mathbb{R})$ est un intervalle.

---

① Soit $f(x) = \left(1 - \dfrac{1}{\tan(x)}\right)^3$ définie sur $I = \left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[$.

a. Montrer que f réalise une bijection de I vers un ensemble J que l'on déterminera.
b. Déterminer $f^{-1}(x)$ pour $x \in J$.

② Soit $\lambda \in \left]-\infty, -5\right]$.

a. Montrer que l'équation $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{5}{2}x^2 + 6x + \lambda = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$.

b. En déduire le signe de $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{5}{2}x^2 + 6x + \lambda$ sur $\mathbb{R}$.

③ Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R},\ |f(x) - f(y)| \leq \arctan(|x - y|).$$

Montrer que $f(\mathbb{R})$ est un intervalle.
