Année : 2024/2025	DS 1 -S1-	2bac pc 9
fkih ben salah	durée 2h	biranzarane

PROBLÈME

I - soit la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$u(x) = x^3 + x^2 + 4x - 3$$

1. étudier les variations de u sur $\mathbb{R}$
2. montrer que l'équation $u(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et vérifier que $0 \prec \alpha \prec 1$
3. montrer que

$$\begin{cases} \forall x \geq \alpha & : \quad u(x) \geq 0 \\ \forall x \leq \alpha & : \quad u(x) \leq 0 \end{cases}$$

II - soient f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ et g définie sur $\mathbb{R}_+$ par :

$$f(x) = x^2\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x}} + 1 \text{ et } g(x) = 1 - (4+x)\sqrt{x}$$

1. a - montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera

   b - vérifier que $\forall t \in \mathbb{R} : t^3 + 4t - 5 = (t-1)(t^2+t+5)$

   c - déduire $g^{-1}(-4)$

   d - montrer que g^{-1} est dérivable en -4

   e - déterminer l'équation de la tangente á $C_{g^{-1}}$ au point d'abscisse -4

   f - on pose $a = g^{-1}(-1)$ et $h(x) = \tan(g(x))$.

   montrer que h est continue sur $[0, a]$

2. a - montrer que $\forall x \succ 0 : f'(x) = \dfrac{5x^3+3}{2x\sqrt{x}}$

   b - déduire que $\forall x \in]1, +\infty[: f(x) + 1 \succ 0$

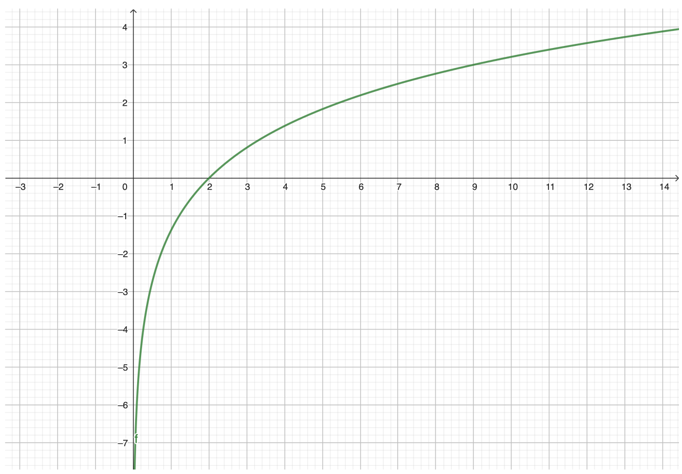
   c - montrer que $f(\sqrt[6]{2}) - 1 = 2^{\frac{5}{12}} - 3.2^{-\frac{1}{12}}$

3. a - montrer que $\forall x \succ 0 : \sqrt{x}\,(f(x) - g(x)) = u(x)$

   b - déduire que la courbe C_f se trouve au dessus de la courbe C_g sur l'intervalle $]\alpha, +\infty[$

EXERCICE

soit f une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$. ci-joins la courbe de f'.



- déterminer les variations de f et le signe de f'' sur $\mathbb{R}_+^*$

m.ouikrim