

Approche de Résolution Approche : Diviser pour régner

Définition :

La méthode de **diviser pour régner** (en anglais, "Divide and Conquer") est une technique algorithmique qui résout un problème en le décomposant en sous-problèmes plus petits, en les résolvant indépendamment, puis en combinant leurs solutions pour obtenir la solution finale. Cette méthode est particulièrement utile pour les problèmes complexes où une approche directe pourrait être inefficace ou difficile à implémenter. Voici les étapes clés de cette méthode :

Étapes de la méthode de Diviser pour Régner

1. **Diviser** : Le problème initial est divisé en plusieurs sous-problèmes plus petits et indépendants. Ces sous-problèmes sont souvent de taille similaire, mais cela peut varier en fonction du problème.
2. **Régner** : Chaque sous-problème est résolu de manière récursive. Cela signifie que la même méthode de diviser pour régner est appliquée à chaque sous-problème jusqu'à ce qu'ils soient suffisamment petits pour être résolus directement (souvent appelés cas de base).
3. **Combiner** : Les solutions des sous-problèmes sont ensuite combinées pour obtenir la solution du problème initial. Cette étape peut impliquer des opérations telles que la fusion, l'addition, la multiplication, ou d'autres combinaisons en fonction du problème spécifique.

Exemples de la Méthode de Diviser pour Régner

- **Tri Fusion (Merge Sort)** : Un algorithme de tri qui divise un tableau en moitiés, trie chaque moitié récursivement, puis fusionne les moitiés triées pour obtenir le tableau final trié.
- **Tri Rapide (Quick Sort)** : Un autre algorithme de tri qui choisit un pivot, partitionne le tableau en deux sous-tableaux (éléments inférieurs et supérieurs au pivot), trie chaque sous-tableau récursivement, et combine les résultats.
- **Multiplication de Matrices de Strassen** : Un algorithme d'optimisation pour la multiplication de grandes matrices en les divisant en sous-matrices plus petites, réduisant ainsi le nombre total de multiplications nécessaires.

Avantages et Inconvénients

- **Avantages :**
 - Permet de traiter des problèmes de grande taille de manière plus efficace.
 - Les sous-problèmes sont souvent plus simples et plus faciles à résoudre.
 - Peut offrir des améliorations significatives en termes de complexité temporelle pour certains problèmes.
- **Inconvénients :**
 - Peut entraîner une consommation mémoire importante en raison des appels récursifs.
 - La phase de combinaison peut parfois être complexe et coûteuse en termes de calcul.

Etude de cas : le problème du point de rendez-vous

Imaginons un scénario où plusieurs personnes doivent se rencontrer à un point central tout en minimisant la distance totale parcourue ou le temps total.

Exemple Concret

Imaginons que nous ayons dix amis, A, B, C,...J situés à des coordonnées différentes sur une carte (par exemple, un plan de la ville).

- A : (2, 3)
- B : (6, 8)
- C : (10, 4)
- D : (1, 7)
- E : (9, 2)
- F : (5, 5)
- G : (8, 6)
- H : (3, 9)
- I : (7, 1)
- J : (4, 4)

Le but est de trouver un point de rencontre (R) qui minimise la somme des distances qu'ils doivent parcourir pour se rencontrer.

Utilisation de la Méthode de Diviser pour Régner

1. **Diviser** : On divise le groupe de 10 personnes en deux sous-groupes de 5 personnes chacun.
 - Groupe 1 : A, B, C, D, E
 - Groupe 2 : F, G, H, I, J
2. **Régner** : on résout le problème pour chaque sous-groupe individuellement.

Pour le Groupe 1 (A, B, C, D, E) :

- Coordonnées x : $(2 + 6 + 10 + 1 + 9) / 5 = 5.6$
- Coordonnées y : $(3 + 8 + 4 + 7 + 2) / 5 = 4.8$
- Point de rencontre optimal pour le Groupe 1 : (5.6, 4.8)

Pour le Groupe 2 (F, G, H, I, J) :

- Coordonnées x : $(5 + 8 + 3 + 7 + 4) / 5 = 5.4$
 - Coordonnées y : $(5 + 6 + 9 + 1 + 4) / 5 = 5$
 - Point de rencontre optimal pour le Groupe 2 : (5.4, 5)
3. **Combinaison** : Nous allons maintenant trouver le point de rencontre optimal entre les deux points optimaux des sous-groupes.
 - Point 1 : (5.6, 4.8)
 - Point 2 : (5.4, 5)

Trouvons le point médian entre ces deux points :

- Coordonnée x : $(5.6 + 5.4) / 2 = 5.5$
- Coordonnée y : $(4.8 + 5) / 2 = 4.9$
- Point de rencontre global : (5.5, 4.9)

Le point (5.5, 4.9) est donc le point de rencontre optimal pour les 10 amis en utilisant la méthode du diviser pour régner. Ce point minimise la somme des distances que chaque ami doit parcourir.

Questions :

1. Ecrire un algorithme permettant de résoudre ce problème avec la méthode diviser pour régner, traduire en C.
2. Ecrire un algorithme permettant de résoudre ce problème avec la méthode Force Brute.
3. Comparer la complexité temporelle des deux algorithmes (théorique et expérimentale).

Résultat attendu :

