

# 概率论与数理统计课期中报告

中文标题：从样本数量的角度识破矿石  
骗局

英文标题：Detecting Mining Scams from  
the Perspective of Sample Size

姓名：王鸣一

学号：2023211475

专业：网络空间安全

班级：2023211804 班

任课老师：黎淑兰

2024 年 11 月 1 日

# 目 录

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| 摘要 · · · · ·                   | (1) |
| 关键词 · · · · ·                  | (1) |
| 正文 · · · · ·                   | (1) |
| 1、 矿石骗局的具体内容 · · · · ·         | (1) |
| 2、 买矿人的心理活动和不同选择的后果 · · · · ·  | (2) |
| 3、 用概率论与数理统计所学样本空间知识破解骗局 · · · | (3) |
| 结论 · · · · ·                   | (4) |
| 参考文献 · · · · ·                 | (5) |

# 从样本数量的角度识破矿石骗局

## 摘要

矿石骗局（概率的真相）是一个经典的思维实验，源自丹尼尔·卡尼曼的《思考，快与慢》一书。通过构建一个涉及概率和决策的场景来揭示人们可能犯的错误。在这个骗局中，一个角色（如独眼老乔）向另一个人提出以低价购买一块初步检测显示可能含有超导元素的矿石。然而，这个交易背后隐藏着概率的误解和样本数量的误导。

**关键词：**矿石骗局；样本空间；概率；心理学。

## 正文

矿石骗局（概率的真相）是一个经典的思维实验，它源自于著名心理学家丹尼尔·卡尼曼的畅销书《思考，快与慢》。这个实验通过一个具体的情境，揭示了人们在面对概率和不确定性时，常常会受到直觉和情绪的影响，从而做出非理性的判断。下面我将会对这个骗局进行详细描述，并用这学期所学的概率论与数理统计的知识破解这个骗局。

### 一、矿石骗局的具体内容

你发现一种矿石，它里面含有常温超导元素，不过这种矿石极其稀有，只占矿井中矿石总含量的 1%，也就是 100 个矿石当中只有一个矿石是含有超导元素的。

你的伙伴“狡猾的独眼老乔”拥有一个探测器，能够探测出矿石里面是

否含有超导元素，如果矿石里含有超导元素，则此探测枪一定会探测出来，即使检测的矿石里不含超导元素，那他检测的准确率也能高达 90%。

你与独眼老乔进入矿井不久就发现了一块矿石，经设备检测里面含有超导元素。你们需要把矿石运到营地后经专业设备检测百分百确定里面含有超导元素才行。当你们离开矿山返回营地之时，独眼老乔跟你说，作为朋友，他想把这块矿石以 200 刀的价格便宜卖给你。你心想，如果这块矿石里含有超导元素，那么至少也能卖到 1000 刀，但如果矿石里不含超导元素，那么它将一文不值！这笔交易划算吗，你最终会如何决定？

## 二、买矿人的心理活动和不同选择的后果

在面对独眼老乔的提议时，买矿人可能会经历一系列复杂的心理活动。首先，由于探测器的高准确率，买矿人可能会过分自信地认为这块矿石确实含有超导元素，从而倾向于接受交易。然而，这种直觉判断忽略了样本数量的重要性。尽管探测器的准确率高达 90%，但这个准确率是建立在大量检测的基础上得出的统计结果。在单次检测中，即使探测器显示矿石含有超导元素，实际含有超导元素的概率仍然是 1%。因此，买矿人需要意识到，即使探测器显示为阳性，矿石实际含有超导元素的可能性仍然非常低。

如果你接受了独眼老乔的交易，并支付了 200 元购买这块矿石，那么你可能面临以下结果：

**1、矿石确实含有超导元素：**在这种情况下，你将以远低于市场价的价格获得一块有价值的矿石，从而获得利润。然而，这种情况发生的概率可能并不高，取决于样本数量和超导元素的分布。

2、矿石不含超导元素：在这种情况下，你将损失 200 元。由于你没有对矿石进行进一步检测，因此无法确定其真实价值。在这种情况下，你可能会感到失望和后悔。

### 三、用概率论与数理统计所学样本空间知识破解骗局

看似是一笔很划算的交易，毕竟老乔的探测枪有 90% 的准确率，只要不是运气太差，那就不会有什麼问题，其实则不然，千万不要被表象所迷惑，我们需要看清内在的原理。

假设你有 1000 个矿石，那么 1% 的概率就是 1000 个矿石中只有 10 个矿石含有超导元素，可以确定的是这 10 个矿石都能触发探测枪的响应，那剩下的 990 个普通矿石会是什么情况呢：

这些普通矿石中有 90%，也就是 891 个矿石不会触发探测枪的响应，剩下的 10% 也就是 99 个矿石触发了探测枪的错误响应，相当于增加了 99 个假的超导元素矿石，这种情况可以称之为“假阳性”这就意味着有 109 个矿石触发了探测枪的响应，而独眼老乔打算买给你的那个可以是这些矿石里的任意一个，可以是含有超导元素的真矿石，也可以是不含有超导元素的假矿石，这也就意味着真正含有超导元素的真矿石占比为  $10/109$ ，概率约为 9%，也就是说你花了 200 元的价格购买了 9% 的概率能获得 1000 元的可能，这就很不划算了。结果让人出乎意料，那为什么独眼老乔和你做的这笔交易看起来很划算呢，原因就在于统计学上的“基本比率谬误”，人们往往会通过代表性来评估概率，从而忽视“基本比率”，此时我们的注意力都集中在探测枪的高准确率上面，脑中就只有这个概率，是我们的直觉让我们忽略了其他因素，告诉自己不用去思考，常温超导元素本身是

稀缺资源，但由于检测设备有 10% 的错误率，远高于矿石 1% 的超导元素出现率，只要设备响应，大概率就会出现假阳性，而不是真正的含有超导元素，这个谜题是条件概率中的一个例子，答案并不在于找到超导元素的总体概率，也不在于收到设备误报的总体概率，在事件发生之前，我们仅仅依赖于主观上的经验估计，实现根据已有的知识推断出结果，甚至带有自身的偏见和主观臆断，我们把这些情况称之为“先验概率”或“无条件概率”，我们寻求的真相是我们接受到正确设备信息时获得超导元素的概率，也就是“后验概率”或“条件概率”，先透过观察，将几率缩减之后再决定其结果。

## 结论

这个骗局揭示了人们在面对概率和决策时可能犯的错误。具体来说，它提醒我们**不要轻信初步检测结果**：初步检测结果可能具有误导性，不足以确定矿石的真实价值。因此，在做出决策之前，我们需要进行更深入的分析和检测。并且要**保持理性思考**：在面对诱惑或潜在利益时，我们不要被情绪或偏见所左右，而是基于事实和逻辑做出决策。在一个，从样本空间的角度去看待矿石骗局，最终计算出这个矿石含有超导元素的概率只有 9%，所以我们再进行交易之前也可以运用所学的《概率论与数理统计》知识计算收益和风险。

## 参考文献

- [1] 《思考，快与慢》 [美国]丹尼尔·卡尼曼
- [2] Bilibili 矿石骗局（概率的真相）《思考，快与慢》（up 主）幻想奇术师