

# Zadanie N10 - Sprawozdanie

Jakub Dziurka

Celem zadania N10 było znalezienie wszystkich wartości własnych macierzy  $A$  za pomocą metod numerycznych: bisekcji, reguła fałsi (metoda fałszywej pozycji) oraz metoda siecznych.

## Metodyka

**Wprowadzenie:** Zadanie polega na znalezieniu miejsc zerowych równania charakterystycznego  $\det(A - \lambda I) = 0$  dla podanej macierzy  $A$ . Równanie to zostało przekształcone do postaci wielomianu trzeciego stopnia

$$-\lambda^3 + 12\lambda^2 - 46\lambda + 56 = 0$$

### Implementacja metod:

- Metoda bisekcji: metoda polegająca na dzieleniu przedziału na pół i wyborze podprzedziału, w którym funkcja zmienia znak.
- Metoda reguła fałsi: metoda polegająca na użyciu liniowej interpolacji do znalezienia punktu przecięcia z osią  $X$  i wyborze nowego przedziału na podstawie znaku funkcji.
- Metoda siecznych: metoda polegająca na przybliżeniu funkcji linią i znalezieniu punktu przecięcia z osią  $X$ , następnie aktualizacji punktów startowych.

### Wyznaczanie przedziałów:

- W celu wyznaczenia przedziałów, w których funkcja zmienia znak, zastosowano skanowanie wartości funkcji charakterystycznej w równomiernie rozłożonych punktach i poszukiwano miejsc, gdzie funkcja zmienia znak. Znajdowanie przedziałów, w których funkcja zmienia znak, opiera się na twierdzeniu o wartościach pośrednich, które mówi, że jeśli funkcja jest ciągła na zamkniętym przedziale  $[a, b]$  i przyjmuje tam wartości o przeciwnych znakach, czyli  $f(a) \cdot f(b) < 0$ , to istnieje taki punkt  $c \in (a, b)$ , że  $f(c) = 0$ .

## Wyniki

Wyniki uzyskane dla każdej z metod przedstawiono poniżej. Wartości własne macierzy  $A$  zostały znalezione z dokładnością do  $10^{-8}$ .

### **Znalezione przedziały, w których funkcja zmienia znak:**

(2.5815815815815815, 2.5865865865865865)

(3.997997997997998, 4.003003003003003)

(5.40940940940941, 5.414414414414415)

**Przedział: (2.5815815815815815, 2.5865865865865865)**

**Metoda bisekcji:** korzeń = 2.58578645, liczba iteracji = 18

**Metoda reguła falsi:** korzeń = 2.58578644, liczba iteracji = 4

**Metoda siecznych:** korzeń = 2.58578644, liczba iteracji = 3

**Przedział: (3.997997997997998, 4.003003003003003)**

**Metoda bisekcji:** korzeń = 4.00000000, liczba iteracji = 18

**Metoda reguła falsi:** korzeń = 4.00000000, liczba iteracji = 2

**Metoda siecznych:** korzeń = 4.00000000, liczba iteracji = 2

**Przedział: (5.40940940940941, 5.414414414414415)**

**Metoda bisekcji:** korzeń = 5.41421357, liczba iteracji = 18

**Metoda reguła falsi:** korzeń = 5.41421356, liczba iteracji = 3

**Metoda siecznych:** korzeń = 5.41421356, liczba iteracji = 3

## **Analiza**

- Z przeprowadzonej analizy wynika, że metody reguła falsi i metoda siecznych są zdecydowanie szybsze niż metoda bisekcji, wymagają mniej iteracji do osiągnięcia porównywalnej dokładności.

- Metoda bisekcji, choć wolniejsza, gwarantuje zbieżność i jest bardziej stabilna, szczególnie w przypadkach, gdy początkowe przedziały nie są bliskie rzeczywistemu rozwiązaniu.
- Metoda siecznych i reguła fałsi wymagają mniej iteracji, ale ich skuteczność zależy od dobrze wybranych punktów startowych.