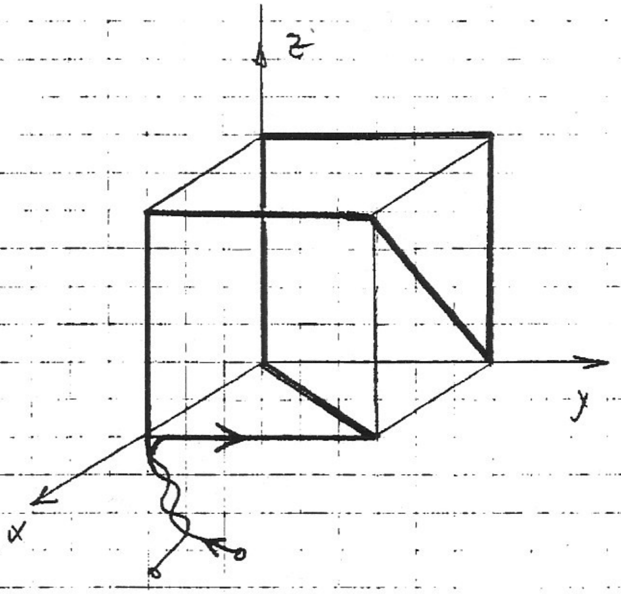
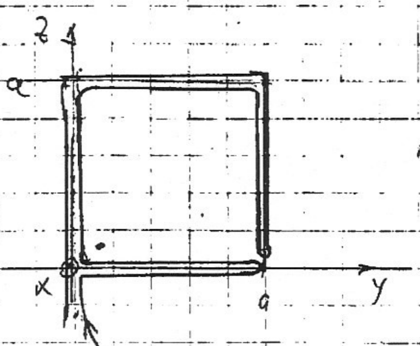


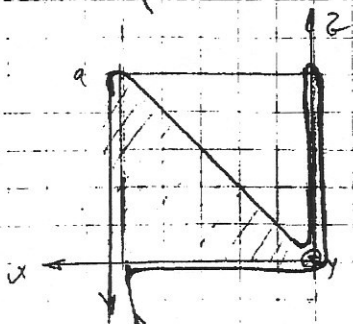
Ein Draht verläuft wie skizziert an der Oberfläche eines Würfels ... der Seitenlänge $a = 10$ cm. In bezug auf das kartesische Koordinatensystem herrscht außerdem im betrachteten Bereich ein homogenes magnetisches Feld der Flußdichte

$$\vec{B} = (-24\,\vec{e}_x + 14\,\vec{e}_y + 36\,\vec{e}_z)\,\mathrm{mT}.$$

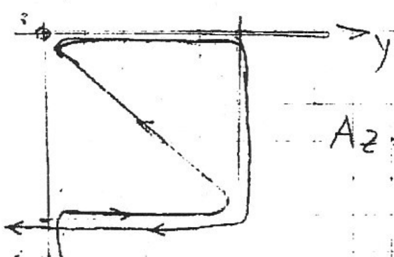
Berechnen Sie den Verkettungsfluß dieser Spule.



$A_x = 0$



$A_y = \frac{1}{2}a^2$



$A_z = -\frac{1}{2}a^2$

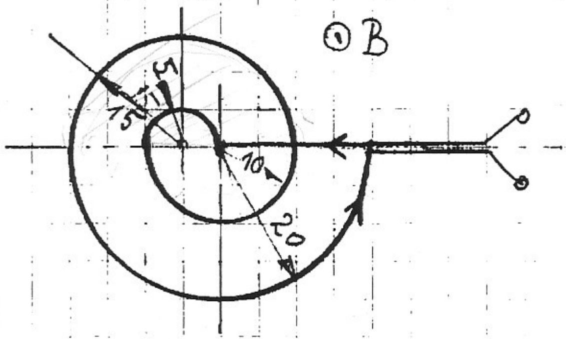
$$\Phi_v = B_x A_x + B_y A_y + B_z A_z$$

$$= \left(14 \cdot \frac{1}{2} - 36 \cdot \frac{1}{2}\right) \mathrm{mT} \cdot \mathrm{dm}^2$$

$$\underline{\Phi_v = -0{,}11\ \mathrm{mVs}}$$

$$= -0{,}11 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Vs} =$$

$$-110 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{Vs}$$



Eine spiralartige Spule, bestehend aus vier Halbkreisbogen (Radien in mm) und den geraden Zuleitungen, liegt transversal in einem homogenen Magnetfeld der Flußdichte B = 20 mT. Berechnen Sie den dadurch bedingten Verkettungsfluß der Spule.

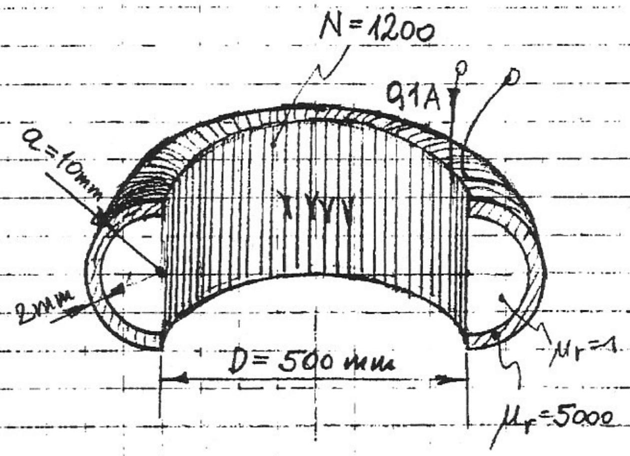
Die gesamte Fläche ergibt sich als Summe der Einzelflächen,

$$A = \frac{1}{2}\pi(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2) = \frac{\pi}{2}(5^2 + 10^2 + 15^2 + 20^2)\,mm^2$$
$$= 1{,}18 \cdot 10^{-3}\,m^2$$

Wegen B = const ist damit der Verkettungsfluß

$$\Phi_v = BA = \underline{23{,}6\ \mu Wb}.$$

□



Die angegebene Ringspule mit $a \ll D$ (skizziert ist die Hälfte) ist auf ein kreisförmig gebogenes Eisenprofil mit halbem Kreisringquerschnitt gleichmäßig gewickelt. Berechnen Sie ihren <u>Verkettungsfluss</u>.

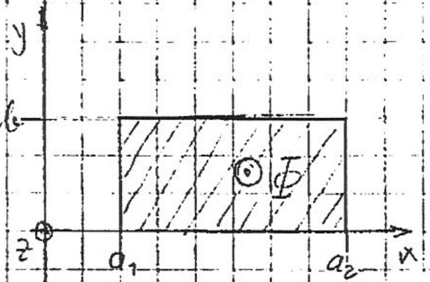
$a \ll D$: $\quad H \cdot D\pi \approx NI$, 3

Wegen $\mu_r \gg 1$ verläuft der magn. Fluss nahezu ausschließlich im Eisen

$$B = \mu H \approx \frac{\mu N I}{D\pi} = \frac{5000 \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 1200 \cdot 0{,}1}{0{,}5\pi}\,T = 0{,}48\,T$$

2 $\quad \Phi_v = N \cdot B \cdot A, \quad A = 10\,mm \cdot \pi \cdot 2\,mm = 62{,}8\,mm^2$

$$\underline{\underline{\Phi_v}} = 1200 \cdot 0{,}48 \cdot 62{,}8 \cdot 10^{-6}\,Vs = \underline{\underline{36{,}2\,mWb}}$$

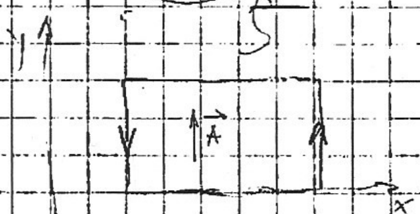


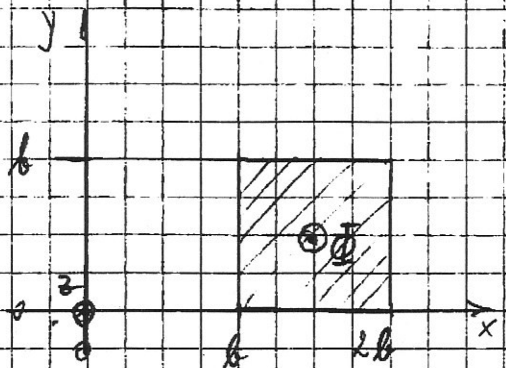
Eine Stromverteilung entlang der y-Achse erzeugt in der xy-Ebene das magnetische Vektorpotential

$$\vec{A} = \frac{C}{x^2}\,\vec{e}_y\,, \quad C = \text{const.}$$

Berechnen Sie allgemein den magnetischen Fluß an dem schraffierten Flächenstück.

$$\underline{\Phi(A)} = \oint_{\partial A} A_s\,ds = -b\,\frac{C}{a_1^2} + b\,\frac{C}{a_2^2} = \underline{-C\cdot b\left(\frac{1}{a_1^2} - \frac{1}{a_2^2}\right)}$$

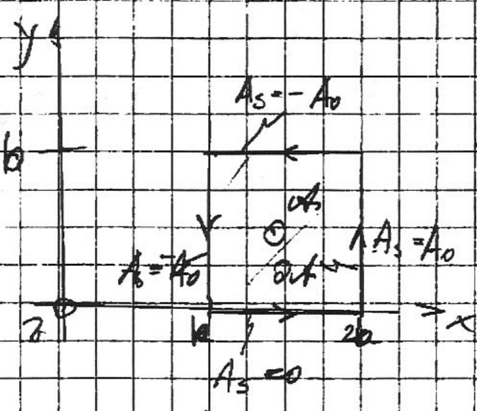




Einem speziellen, z-gerichteten Magnetfeld ist das magnetische Vektorpotential

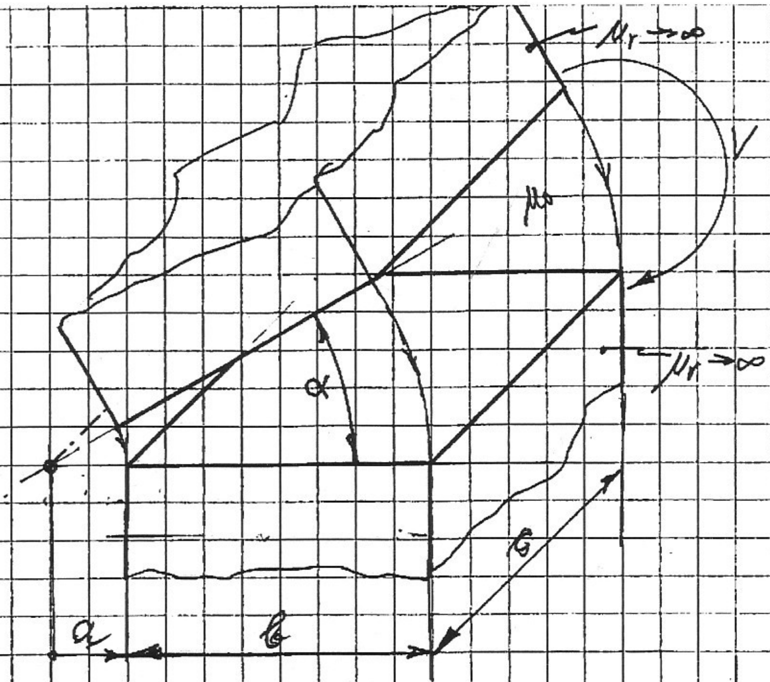
$$\vec{A} = A_0\left[\frac{y}{b}\vec{e}_x + \vec{e}_y\right],\quad A_0 \text{ und } b \text{ konst.,}$$

zugeordnet. Berechnen Sie den magnetischen Fluss an der schraffierten Fläche.

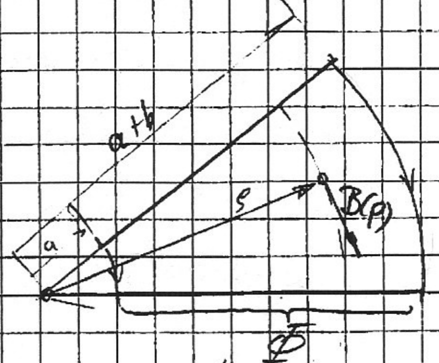


$$\underline{\Phi(A)} = \oint_{\partial A} A_0\, ds = A_0 b - A_0 b - A_0 b = \underline{-A_0 b}$$

□



In einem magnetischen Kreis ist ein Luftspalt anzuordnen, dessen Polflächen gegeneinander um den Winkel $\boxed{\alpha}$ geneigt sind. Bestimmen Sie für eine erste Entwurfsrechnung einen Näherungsausdruck für die Permeanz (den magnetischen Leitwert) des Luftspalts. Nehmen Sie dazu die Feldlinien kreisbogenförmig an.



An jedem Kreisbogen innerhalb des Spaltes tritt die magnetische Spannung V auf. Verwendung eines Ausschnitts des Feldes eines geraden Linienleiters

$$B(\rho) = \frac{\mu_0 V}{\alpha \rho}$$

Dazu gehört der magn. Spaltfluss

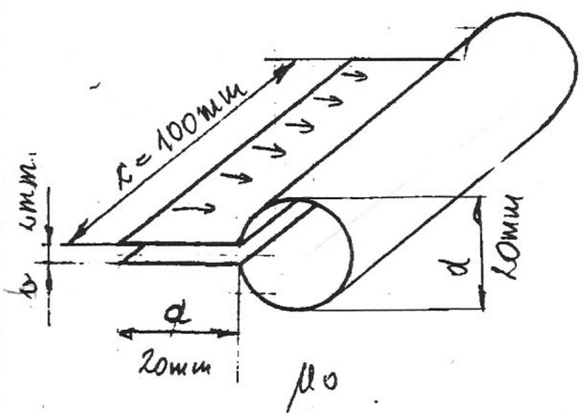
$$\Phi = \int_a^{a+b} B(\rho)\, c\, d\rho = \frac{\mu_0 V c}{\alpha} \int_a^{a+b} \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\mu_0 V c}{\alpha} \ln(1+b/a)$$

und somit die Permeanz

$$\underline{G_m = \frac{\Phi}{V}} = \underline{\frac{\mu_0 c}{\alpha} \ln(1+b/a)}\,.$$

□

62

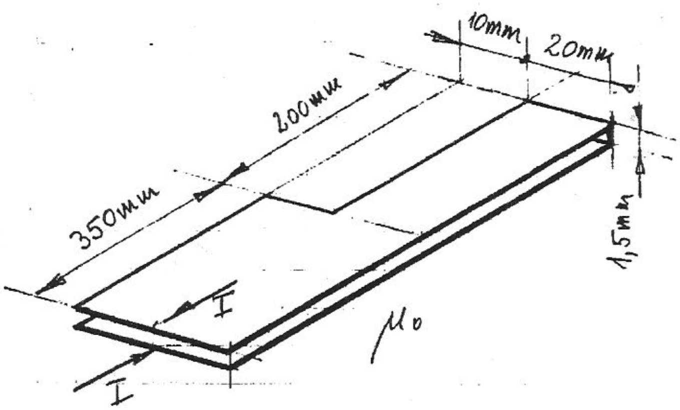


Angenommen, die skizzierte Einwindungsspule trägt einen gleichmäßig verteilten Strom. Berechnen Sie näherungsweise (ohne Berücksichtigung von Randstörungen) den Wert der zugehörigen Induktivität für kleine Frequenzen.

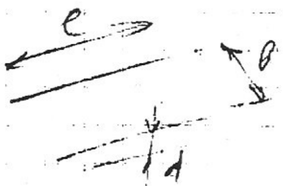
$$B = \mu_0 K = \mu_0 \frac{I}{c}, \qquad A = a \cdot b + \frac{\pi}{4} d^2$$

$$\Phi = BA = LI \quad \Rightarrow \quad \underline{L} = \frac{\mu_0}{c}\left(a \cdot b + \frac{\pi}{4} d^2\right) = \underline{4{,}45\,nH}.$$

□

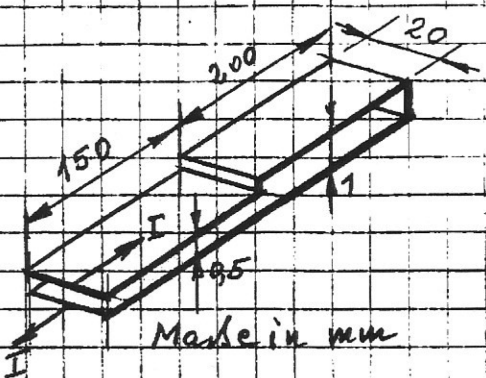


Berechnen Sie näherungsweise die Induktivität der skizzierten Bandleitung.

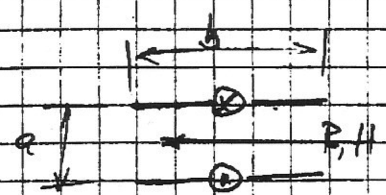


$$L = \mu_0 d \cdot \left(\frac{l_1}{b_1} + \frac{l_2}{b_2} \right)$$

$$\underline{L} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} \, \frac{Vs}{A} \left(\frac{350}{30} + \frac{200}{20} \right) = \underline{40{,}8\, nH}.$$

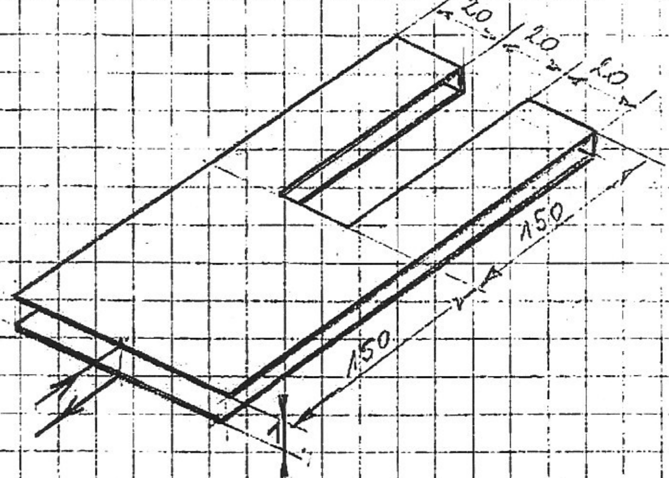


Berechnen Sie näherungsweise die Induktivität des skizzierten Bügels.

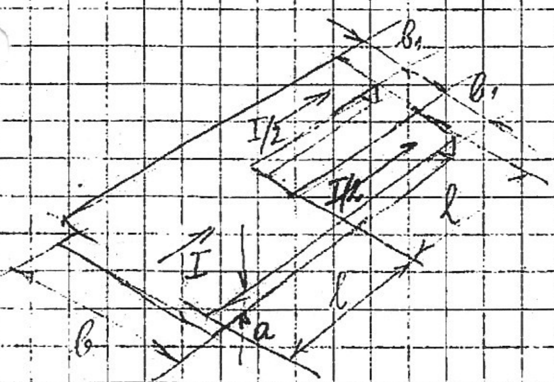


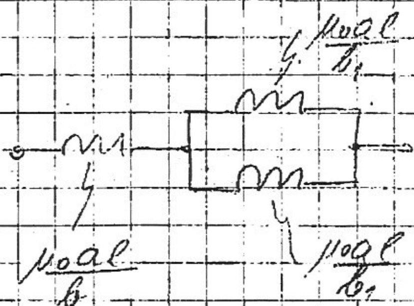
$$\Phi = \frac{I}{b}\mu_0 a_1 l_1 + \frac{I}{b}\mu_0 a_2 l_2 = \frac{\mu_0 I}{b}(a_1 l_1 + a_2 l_2) = LI$$

$$\underline{L} = \frac{\mu_0}{b}(a_1 l_1 + a_2 l_2) = \underline{17{,}3\,nH}$$



Berechnen Sie näherungsweise die Induktivität des skizzierten Metallbügels. Maßangaben in mm.





$$\Rightarrow \underline{L} = \mu_0 a l\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{2b_1}\right) = \underline{\underline{7{,}85\,nH}} \qquad \square$$

3,14 nH $\frac{1}{2}$ · 9,4 nH

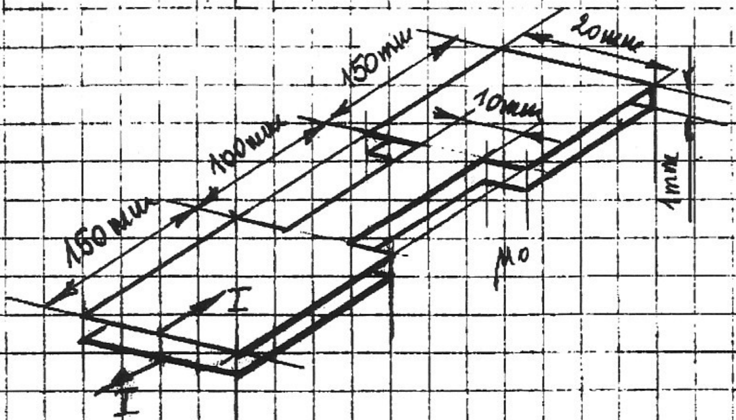
L_1 ?

L_2 ?

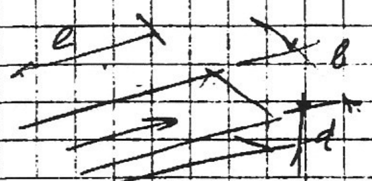
L_3 ?

$L_2 + L_3$?

4cm ?



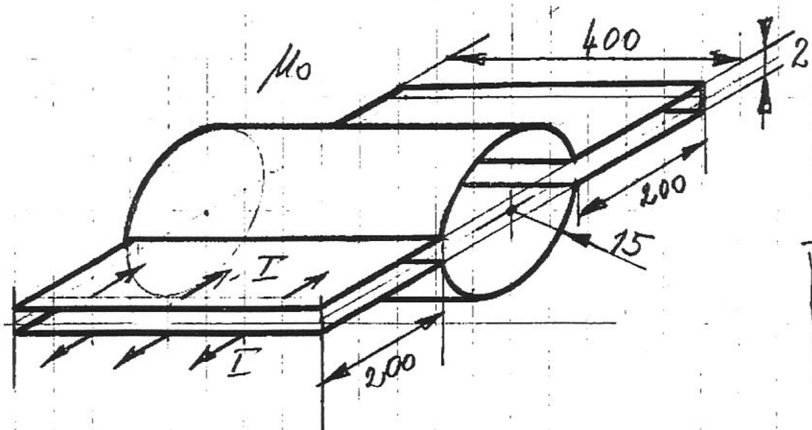
Berechnen Sie näherungsweise die Induktivität der skizzierten Bandleitung.



$$L = \mu_0 d\left(\frac{l_1}{b_1} + \frac{l_2}{b_2} + \frac{l_3}{b_3}\right)$$

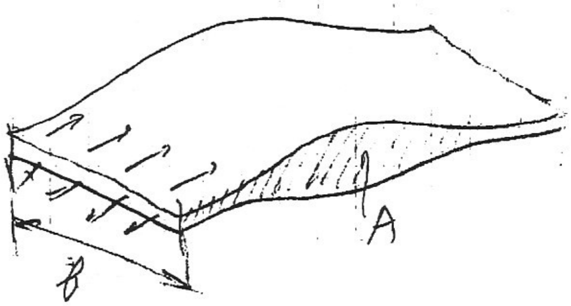
$$\underline{L} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-3}\,\frac{Vs}{A}\left(\frac{150}{20} + \frac{100}{10} + \frac{150}{20}\right) = \underline{31{,}4\,nH}$$

□



Maße in mm

Text wie A4



$$L = \frac{\Phi}{I} \approx \frac{B \cdot A}{H \cdot b} \approx \frac{\mu_0 A}{b},$$

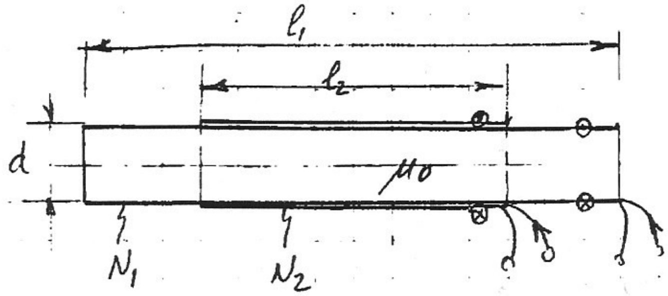
$$A = \left(2 \cdot 0{,}2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 15^2 \cdot 10^{-6} \cdot \pi\right) m^2$$

$$= 1{,}51 \cdot 10^{-3}\, m^2, \quad b = 0{,}4\, m$$

$$\underline{L} \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{1{,}51 \cdot 10^{-3}}{0{,}4} H \approx \underline{4{,}73\, nH}.$$

□

1,257 μH



Zwei dünne, schlanke, kreiszylindrische Luftspulen mit ungefähr gleichem Durchmesser d aber unterschiedlichen Längen $l_1 > l_2$ und Windungszahlen N_1, N_2 sind wie angegeben übereinandergeschoben. Berechnen Sie ihren Kopplungsgrad.

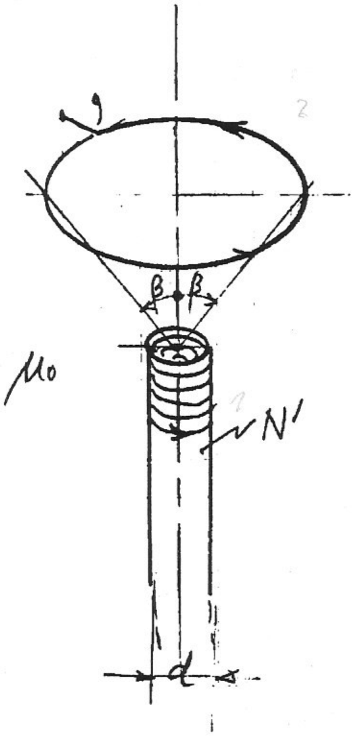
In der Näherung schlanker Spulen gilt

$$L_1 = \mu_0 N_1^2 A/l_1, \quad L_2 = \mu_0 N_2^2 A/l_2, \quad M = \mu_0 N_1 N_2 A/l_1, \quad l_1 > l_2.$$

Damit ist der Kopplungsgrad

$$\underline{k} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{l_1} \frac{\sqrt{l_1 l_2}}{\mu_0 N_1 N_2 A} = \underline{\sqrt{l_2/l_1}}.$$

□



Nahe der Öffnung einer langen, dünnwandig gleichförmig mit N' (Windungszahl/Länge) gewickelten Kreiszylinder-Luftspule liegt koaxial eine Kreisschleife mit einem Durchmesser $\gg d$. Von der Spulenöffnung aus gesehen liegt die Schleife auf einem Kreiskegel mit dem halben Öffnungswinkel β.

Berechnen Sie die gegenseitige Induktivität.

Hinweis: Raumwinkel Ω und halber Öffnungswinkel β eines Kreiskegels hängen über

$$\boxed{\Omega = 2\pi[1-\cos(\beta)]}$$

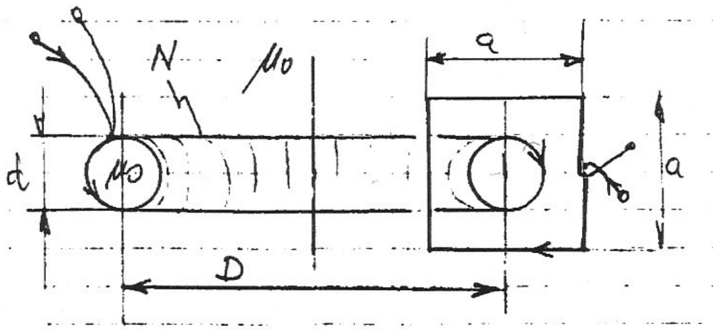
zusammen.

Wegen Schleifendurchmesser $\gg d$ lässt sich die Spulenöffnung als Punktquelle auffassen, die den magn. Fluss Φ_0 gleichmäßig über den vollen Raumwinkel verteilt

$$\Rightarrow \Phi_v = \Phi_0 \frac{\Omega}{4\pi} = \mu_0 N' I \frac{d^2\pi}{4} \frac{2\pi}{4\pi}[1-\cos(\beta)] \doteq M I,$$

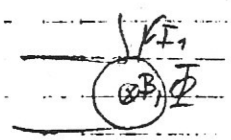
$$\underline{M = \mu_0 N' \frac{d^2\pi}{4} \frac{1}{2}[1-\cos(\beta)] = \mu_0 N' \frac{d^2\pi}{4} \sin^2(\beta/2)}$$

$$\Phi_0 \approx \mu_0 N' I \frac{d^2\pi}{4}$$



Eine gleichförmig dünn gewickelte Torusspule ist von einer quadratischen Schleife umschlungen. Setzen Sie der Einfachheit halber $d^2 \ll D^2$ voraus und berechnen Sie die gegenseitige Induktivität.

In der genannten Näherung ist die Flussdichte über den Torusquerschnitt konstant (Durchflutungssatz)



$$B = \frac{\mu_0 N I_1}{D\pi}, \qquad \Phi = L \cdot I \qquad \Phi_1 = \Phi_2$$

außerhalb gleich Null.

Der magnetische Fluss

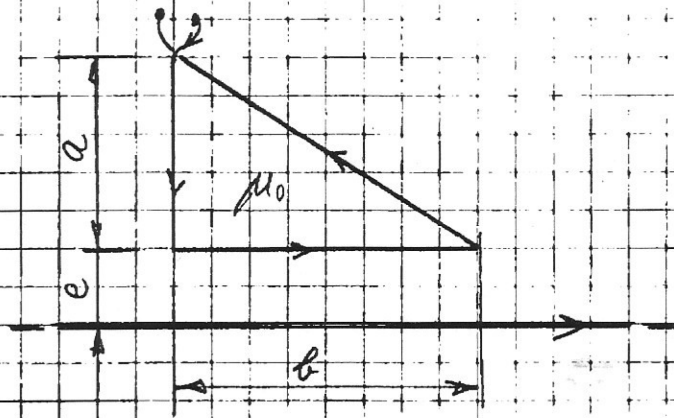
$$\Phi = BA = \frac{\mu_0 N}{D}\frac{d^2}{4} I_1$$

durchsetzt dann gleichermaßen die quadratische Schleife. Somit gilt für die gegenseitige Induktivität

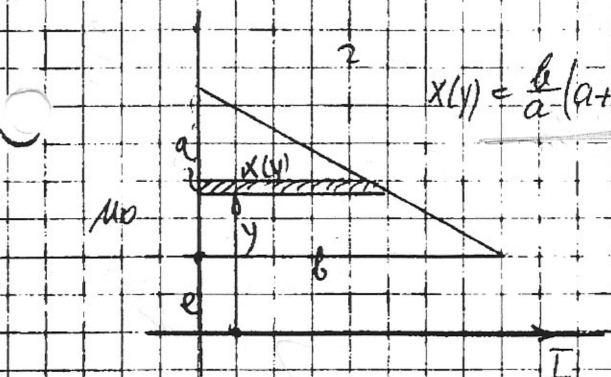
$$M = \mu_0 N \frac{d^2}{4D}$$

unabhängig von der Form der Schleife.

□



Bei der Behandlung eines Beeinflussungsproblems ergibt sich folgende Aufgabe:
Ein langer gerader Linienleiter und eine Dreieckschleife liegen in einer Ebene. Berechnen Sie die gegenseitige Induktivität.



$x(y) = \frac{b}{a}(a+e-y)$; $y>0: \vec{B} = B_z(y)\vec{e}_z, \; B_z(y) = \frac{\mu_0 I}{2\pi y}$ 2

Der magn. Fluss durch die Dreieckschleife zufolge I ist demnach

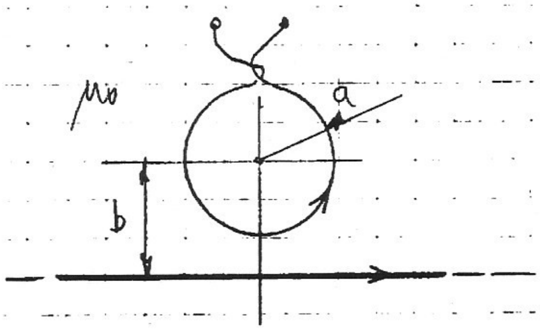
$$\Phi = \int_e^{a+e} B_z(y)\,x(y)\,dy = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\cdot\frac{b}{a}\int_e^{a+e}\frac{a+e-y}{y}\,dy$$ 2

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{b}{a}\left[(a+e)\ln\left(\frac{a+e}{e}\right) - a\right] \stackrel{!}{=} M I$$ 2

Somit ist die gesuchte gegenseitige Induktivität

$$\underline{M} = \frac{\Phi}{I} = \underline{\frac{\mu_0 b}{2\pi}\left[\left(1+\frac{e}{a}\right)\ln\left(1+\frac{a}{e}\right) - 1\right]}.$$ 2

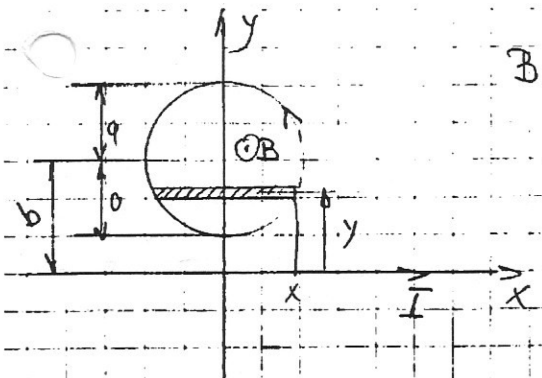
G2



$b > a$

Ein langer gerader Linienleiter und eine Kreisschleife liegen in einer Ebene. Berechnen Sie die gegenseitige Induktivität.

Hinweis: $\int_{-1}^{1} \frac{\sqrt{1-u^2}}{p-u}\,du = (p-\sqrt{p^2-1})\pi, \quad p>1.$



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi y}, \quad \Phi = \int_{b-a}^{b+a} B \cdot 2x\,dy, \quad x = \sqrt{a^2-(b-y)^2}$$

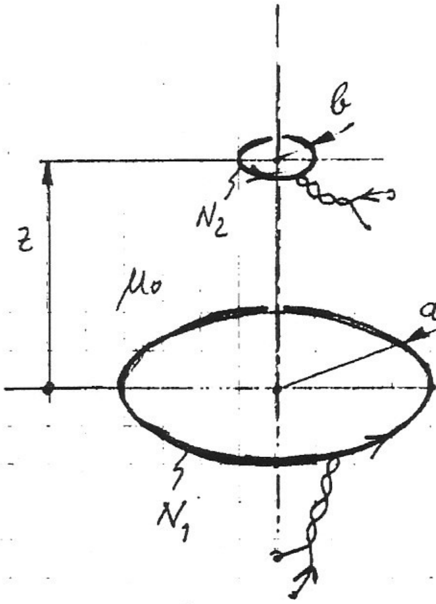
$$\Phi = \frac{\mu_0 I}{\pi} \int_{b-a}^{b+a} \frac{\sqrt{a^2-(b-y)^2}}{y}\,dy, \quad u = \frac{b-y}{a}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{\pi} a \int_{-1}^{1} \frac{\sqrt{1-u^2}}{p-u}\,du, \quad p = b/a > 1$$

$$= \frac{\mu_0 I}{\pi} a \pi \left(p - \sqrt{p^2-1}\right) = MI \quad \Rightarrow$$

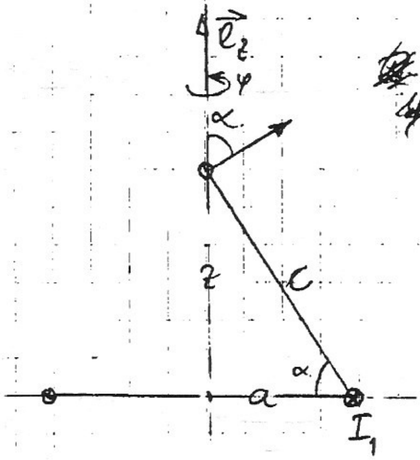
$$\underline{M = \mu_0\left(b - \sqrt{b^2-a^2}\right), \quad b > a}$$

$\square$



Parallel und koaxial mit einer Kreisspule (Radius a, Windungszahl N_1) liegt im Abstand z eine zweite Kreisspule (Radius b, Windungszahl N_2), wobei $b^2 \ll a^2$ vorausgesetzt werden kann. Berechnen und skizzieren Sie den Verlauf der gegenseitigen Induktivität als Funktion von z

---



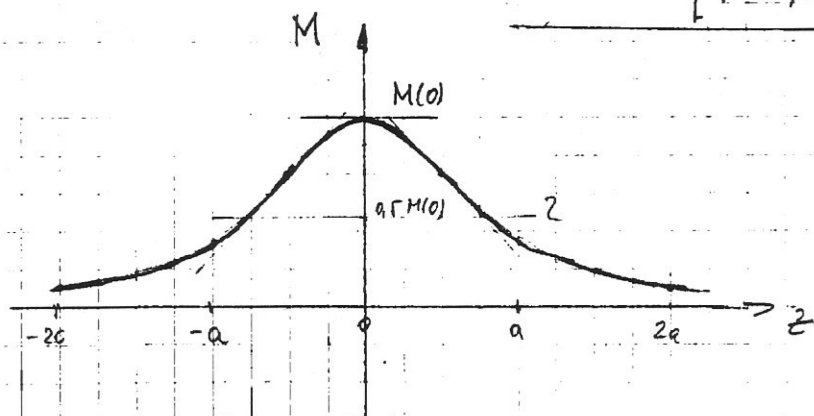
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos(\alpha)\,\vec{e}_z}{c^2}\, a\, d\varphi = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{2} \frac{a \cos(\alpha)}{c^2} \vec{e}_z = B_z \vec{e}_z$$

mit $\cos(\alpha) = \frac{a}{c}$, $c = \sqrt{a^2 + z^2}$

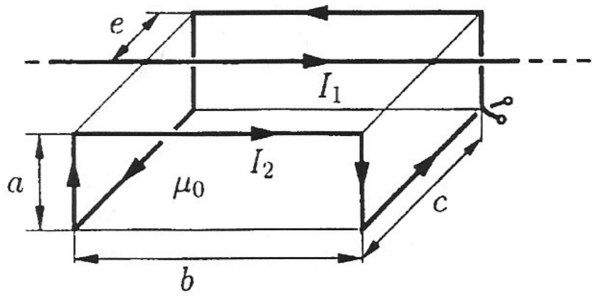
Wegen $b^2 \ll a^2$ ist

$$\Phi_{v21} \approx N_2 B_z b^2 \pi = \mu_0 \frac{N_1 N_2 I_1}{2a} \cdot \frac{a^3}{c^3} \cdot b^2 \pi = M \cdot I_1$$

$$\Rightarrow M(z) = \frac{M(0)}{\left[1 + (z/a)^2\right]^{3/2}}, \quad M(0) = \mu_0 N_1 N_2 \frac{\pi b^2}{2a}$$



□



Für die Beurteilung der elektromagnetischen Beeinflussung in der schematisch dargestellten Anordnung ist die gegenseitige Induktivität des langen, geraden Linienleiters (I_1) und der entlang der Kanten eines Quaders verlaufenden Schleife (I_2) zu berechnen.