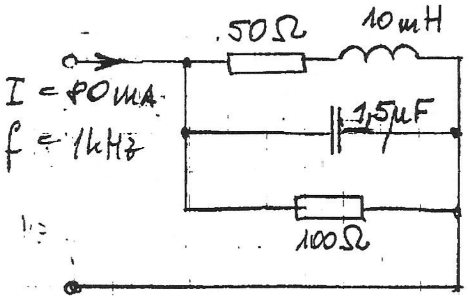
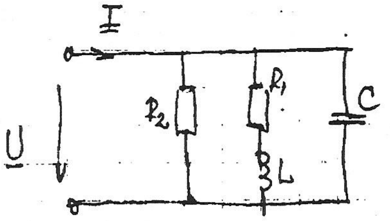


Durch die Schaltung fließt ein 1kHz-Sinusstrom mit angegebenem Effektwert. Berechnen Sie für den eingeschwungenen Zustand den Durchschnittswert der im Kondensator gespeicherten Energie.



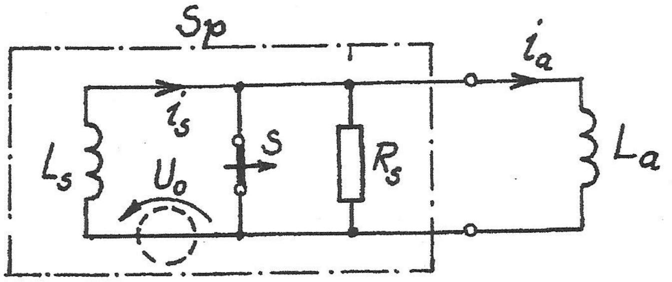
$$Y = \left|\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + j\omega L} + j\omega C\right| = \left|\frac{1}{100} + \frac{1}{50 + j2\pi\cdot 10} + j2\pi\cdot 1{,}5\cdot 10^{-3}\right|$$

$$= 17{,}76\ \mathrm{mS}$$

$$U = I/Y = 4{,}505\ \mathrm{V},$$

$$\underline{W_C} = \frac{1}{2} C U^2 = \underline{15{,}22\ \mu\mathrm{J}}.$$

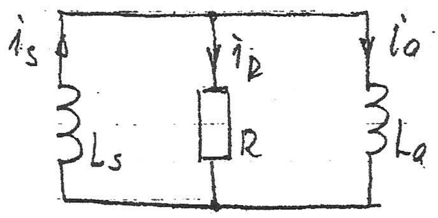
□



Das Bild zeigt - stark vereinfacht - die Schaltung eines supraleitenden Energiespeichers Sp, aus dem möglichst rasch ein großer Energiebetrag entnommen und einem äußeren Magnetsystem, dargestellt durch die Induktivität L_a, zugeführt werden soll. Dazu wird zuerst bei geschlossenem Schalter S durch eine relativ kleine Spannung U_0 (kann im folgenden nullgesetzt werden) ein Strom $i_s(t)$ in der supraleitenden Spule mit der Induktivität L_s erzeugt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei $i_s(0) = I_0$. Jetzt wird S geöffnet.

(i) Bestimmen Sie den äußeren Stromverlauf $i_a(t)$.

(ii) Wie groß ist der insgesamt an L_a übergebene Energiebetrag?



$i_s(0+) = i_R(0+) = I_0, \qquad i_a(0+) = 0$

$i_s(\infty) = i_a(\infty), \qquad i_R(\infty) = 0$

$\Rightarrow i_R(t) = I_0 e^{-t/T}, \qquad \frac{1}{T} = R\left(\frac{1}{L_s} + \frac{1}{L_a}\right)$

(i) $L_s \frac{di_s}{dt} + L_a \frac{di_a}{dt} = 0 \Rightarrow$

$L_s i_s + L_a i_a = const = L_s I_0; \qquad i_s = i_R + i_a,$

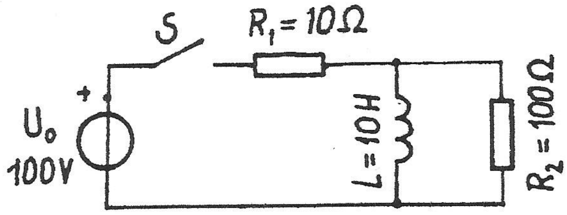
$i_a(t) = \frac{L_s}{L_s + L_a}(I_0 - i_R) = \frac{L_s I_0}{L_s + L_a}\left(1 - e^{-t/T}\right)$

(ii) $W_a = \frac{1}{2} L_a i_a^2(\infty) = \frac{L_s I_0^2}{2} \frac{L_s L_a}{(L_s + L_a)^2}$

Kennzahl	Matrikelnummer	Familienname	Vorname

3 X

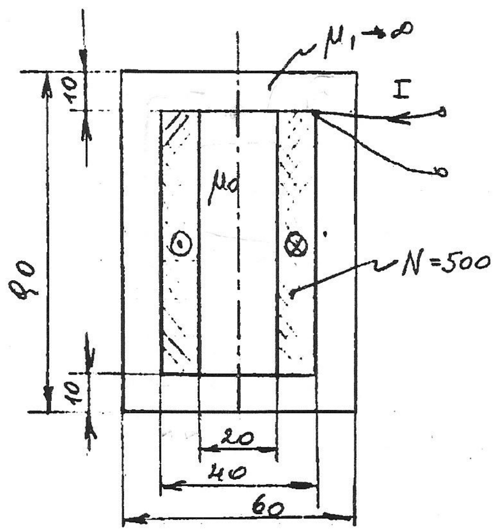
4



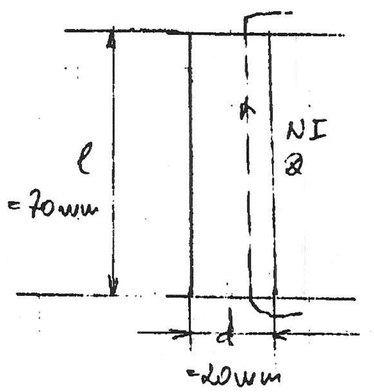
Die dargestellte Ersatzschaltung eines Magnetsystems enthält eine ideale Gleichspannungsquelle und eine Spule mit vernachlässigtem Widerstand. Der Schalter S ist zunächst offen und die ganze Schaltung ist stromlos.

(i) Der Schalter S wird geschlossen und bleibt relativ lange geschlossen. Berechnen Sie die im Widerstand R_2 insgesamt in Wärme umgesetzte Energie.

(ii) Der Schalter wird wieder geöffnet und bleibt geöffnet. Wie groß ist nun die in R_2 umgesetzte Energie?



Die dickwandige, kreiszylindrische Spule ist vollständig von einem ideal permeablen Mantel umgeben. (Maße in mm) Im leeren Innenraum soll die magnetische Energie $W_m = 10\,mJ$ gespeichert werden. Berechnen Sie den dazu erforderlichen Spulenstrom I.



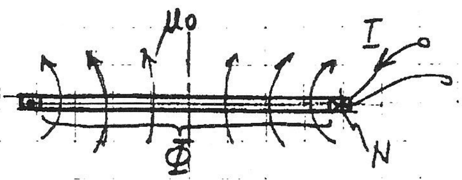
$$NI = \frac{1}{\mu_0} B \cdot \ell \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 N I}{\ell}$$

$$W_m = A \cdot \ell \cdot \frac{B^2}{2\mu_0} \quad , \quad B = \sqrt{\frac{2\mu_0 W_m}{A \cdot \ell}} \quad \Rightarrow$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4}$$

$$\underline{I} = \frac{\ell}{\mu_0 N} \sqrt{\frac{2\mu_0 W_m}{\frac{d^2\pi}{4} \cdot \ell}} = \frac{2}{Nd} \sqrt{\frac{2 W_m \ell}{\mu_0 \pi}} = \underline{3{,}77\ A} . \quad \square$$

G2 5



Eine Luftspule mit relativ kleinem Wicklungsquerschnitt, $\boxed{N=5}$ Windungen und dem Strom $\boxed{I=10\,A}$ erzeugt den magnetischen Fluss $\boxed{\Phi=2{,}5\,mWb}$. Berechnen Sie die im magnetischen Feld gespeicherte Energie.

---

2 2

$$\Phi_v = N\Phi = LI$$

$$W_m = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\frac{N\Phi}{I}I^2 = \frac{1}{2}N\Phi I = \frac{1}{2}5\cdot 2{,}5\cdot 10^{-3}\cdot 10\,J = \underline{62{,}5\,mJ}$$

3 3

2P

Jemand kommt auf die Idee, die Energie für den Antrieb eines kleinen Elektrofahrzeuges (1 kW über 1 Stunde) elektrostatisch zu speichern. Er will dafür eine Kondensatoranordnung mit ~~einem~~ hochwertigem Dielektrikum (Durchbruchsfeldstärke 1,6 MV/cm, Permittivitätszahl 3,2) verwenden. Schätzen Sie das mindestens notwendige Volumen für solch einen Energiespeicher ab.

Zu speichernde Energiemenge $W = P\cdot t = 10^3\,W \cdot 3600\,s = 3{,}6\cdot 10^6\,J$

Erreichbare Energiedichte $w = \frac{\varepsilon}{2}E^2 = \frac{1}{2}\cdot 3{,}2\cdot 8{,}854\cdot 10^{-12}\cdot(1{,}6\cdot 10^8)^2\,\frac{J}{m^3}$

$= 3{,}63\cdot 10^5\,J/m^3$

Erforderliches Volumen $V = \frac{W}{w} \approx \underline{10\,m^3} = 9{,}917\,m^3$

7 X

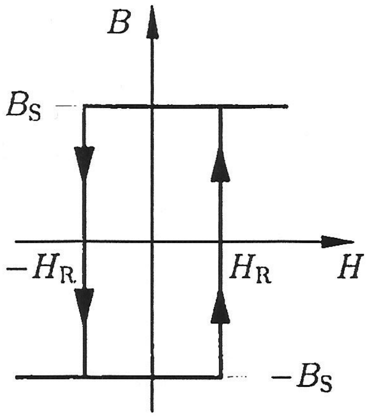
Ein supraleitender magnetischer Energiespeicher soll bei einer magnetischen Flußdichte von $B = 4{,}5\,T$ den Energiebetrag $W = 60\,MJ$ aufnehmen können.

(i) Wie groß ist das dazu erforderliche Feldvolumen?

Angenommen, die gleiche Energiemenge soll in einer elektrostatischen Anordnung gespeichert werden, die ein Dielektrikum mit $\varepsilon_r = 5{,}6$ verwendet und deren elektrische Feldstärke mit dem Durchbruchswert $E_D = 50\,kV/cm$ begrenzt ist.

(ii) Welches Feldvolumen würde dafür benötigt?

8 X



Bei der zyklischen Ummagnetisierung eines ferromagnetischen Materials entlang einer Hystereseschleife geht bekanntlich in jedem Zyklus mit der Periodendauer T der volumenbezogene Energiebetrag

$$w_H = \int_0^T H\dot{B}\,dt$$

durch irreversible Prozesse verloren.

Die Skizze zeigt eine stark vereinfachte Hystereseschleife. Schätzen Sie damit die Dichte der Hystereseverluste bei zyklischer Ummagnetisierung mit einer Frequenz f ab.

Ebene elektromagnetische Wellen im freien Raum genügen bekanntlich der Beziehungen

$$\boxed{\vec{\kappa}\times\vec{E} = Z\vec{H}} \quad \text{bzw.} \quad \vec{E} = Z\,\vec{H}\times\vec{\kappa} \quad \text{mit } Z = \sqrt{\mu/\varepsilon}\,.$$

Leiten Sie für solch ein Wellenfeld den lokalen Zusammenhang ab zwischen der elektromagnetischen Energiedichte und der elektromagnetischen Energieflussdichte (Poynting-Vektor).

Der Poynting-Vektor ist durch

$$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H} = \frac{1}{Z}\vec{E}\times(\vec{\kappa}\times\vec{E}) = \underline{\frac{1}{Z}E^2\vec{\kappa}} = Z(\vec{H}\times\vec{\kappa})\times\vec{H} = \underline{ZH^2\vec{\kappa}}$$

und die elektromagn. Energiedichte durch

$$w = \frac{1}{2}(\varepsilon E^2 + \mu H^2) = \varepsilon E^2 = \mu H^2$$

gegeben. Wegen $Z = \mu c = \frac{1}{\varepsilon c}$, $\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}}$, besteht daher der gesuchte Zusammenhang

$$\boxed{\vec{S} = wc\,\vec{\kappa}}\,.$$

□

(G2)

Bestimmen Sie für eine stehende elektromagnetische Welle der Form

$$\begin{cases} \vec{E} = \hat{E}\cos(kx)\cos(\omega t+\varphi)\,\vec{e}_y\,, \\ \vec{B} = \hat{B}\sin(kx)\sin(\omega t+\varphi)\,\vec{e}_z \end{cases} \quad \begin{matrix} \hat{E} = c\hat{B} \\ \omega = ck \end{matrix}$$

im leeren Raum die zeitlichen Mittelwerte

(i) der elektromagnetischen Energiedichte,

(ii) des Poynting-Vektors

als Funktionen der Ortskoordinate.

(i) $w = \frac{\varepsilon_0}{2}E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2 = \frac{\varepsilon_0}{2}\hat{E}^2\left[\cos^2(kx)\cos^2(\omega t+\varphi) + \sin^2(kx)\sin^2(\omega t+\varphi)\right]$, $\Rightarrow$

$$\underline{\langle w\rangle} = \frac{\varepsilon_0}{2}\hat{E}^2\left[\cos^2(kx)\cdot\frac{1}{2} + \sin^2(kx)\cdot\frac{1}{2}\right] = \underline{\frac{\varepsilon_0}{4}\hat{E}^2 = \frac{1}{4\mu_0}\hat{B}^2}.$$

(ii) $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B} = \frac{1}{\mu_0}\hat{E}\hat{B}\underbrace{\cos(kx)\sin(kx)}_{\frac{1}{2}\sin(2kx)}\underbrace{\cos(\omega t+\varphi)\sin(\omega t+\varphi)}_{\frac{1}{2}\sin(2\omega t+2\varphi)}\,\vec{e}_x \Rightarrow$

$$\underline{\langle\vec{S}\rangle = \vec{0}}\,.$$

□