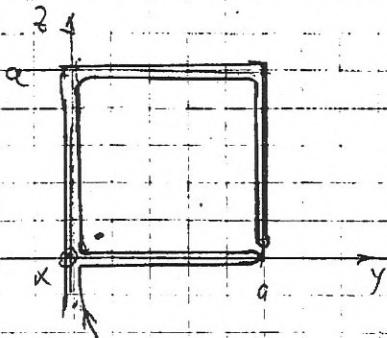


Ein Draht verläuft wie skizziert an der Oberfläche eines Würfels ... (der Seitenlänge $a = 10 \text{ cm}$). In Bezug auf das kartesische Koordinatensystem herrscht außerdem im betrachteten Bereich ein homogenes magnetisches Feld der Flussdichte

$$\vec{B} = (-24 \vec{e}_x + 14 \vec{e}_y + 36 \vec{e}_z) \text{ mT}$$

Berechnen Sie den Verkettungspfeil dieser Spule.



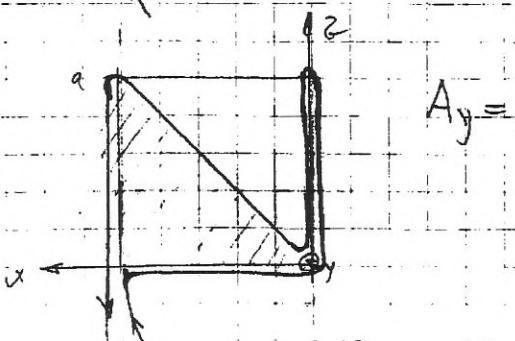
$$A_x = 0$$

$$\begin{aligned}\Phi_x &= B_x A_x + B_y A_y + B_z A_z \\ &= (14 \cdot \frac{1}{2} - 36 \cdot \frac{1}{2}) \text{ mT} \cdot \text{dm}^2\end{aligned}$$

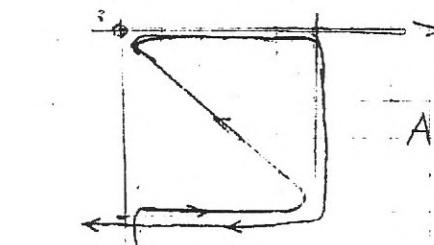
$$\underline{\Phi_x = -0,11 \text{ mVs}}$$

$$-0,11 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}$$

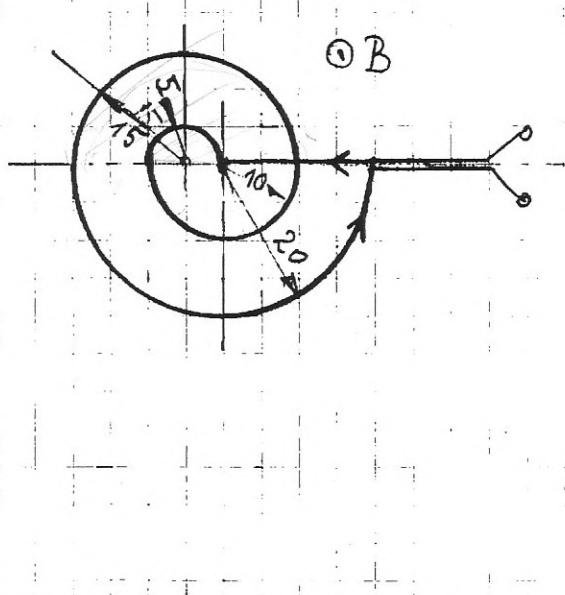
$$-1 \cdot 10^{-6} \text{ Vs}$$



$$A_y = \frac{1}{2} a^2$$



$$A_z = -\frac{1}{2} a^2$$



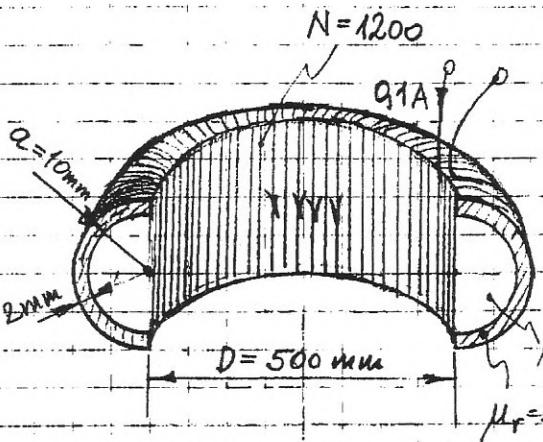
Eine spiralförmige Spule, bestehend aus vier Halbkreisbögen (Radien 15 mm) und den dazwischenliegenden Zuleitungen, liegt transversal in einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte $B = 20 \text{ mT}$. Berechnen Sie den dadurch bedingten Verkettungsfluss der Spule.

Die gesuchte Fläche ergibt sich als Summe aller Einzelsegmente,

$$A = \frac{1}{2}\pi(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2) = \frac{\pi}{2}(5^2 + 10^2 + 15^2 + 20^2) \text{ mm}^2 \\ = 1,18 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Wegen $B = \text{const}$ gilt damit der Verkettungsfluss

$$\underline{\underline{\Phi}}_v = BA = \underline{\underline{23,6 \mu\text{Wb}}} .$$



Die angegebene Ringspule mit $a \ll D$ (Skizze ist die Hälfte) ist auf ein kreisförmig gelegenes Eisenprofil mit halbem Kreisringquerschnitt gleichmäßig gewickelt. Berechnen Sie Ihren Verkettungspfeil.

$$a \ll D : H \cdot D \pi \approx NI, \quad (3)$$

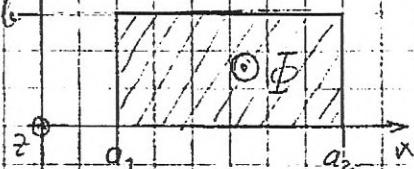
Wegen $\mu_r \gg 1$ verläuft der magn. Fluss nahezu ausschließlich im Eisen

$$B = \mu H \approx \frac{\mu NI}{D\pi} = \frac{5000 \cdot 4 \cdot 10^{-7} \cdot 1200 \cdot 0,1}{0,5\pi} T = 0,48 T$$

$$(2) \quad \Phi_V = N \cdot B \cdot A, \quad A = 10 \text{ mm} \cdot 2 \text{ mm} = 62,8 \text{ mm}^2$$

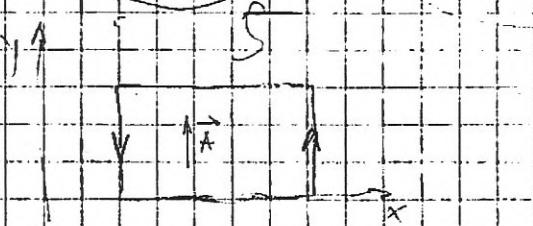
$$\underline{\underline{\Phi_V = 1200 \cdot 0,48 \cdot 62,8 \cdot 10^{-6} Vs = 36,2 mWb}}$$

Eine Stromverteilung entlang einer y -Achse erzeugt in der xy -Ebene das magnetische Vektorpotenzial

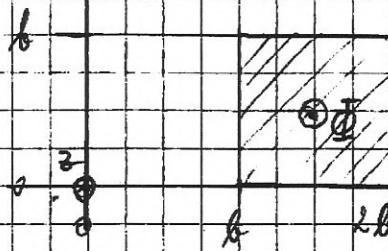
$$\vec{A} = \frac{C}{x^2} \hat{e}_y, \quad C = \text{const.}$$


Berechnen Sie allgemein den magnetischen Fluss durch ein schraffiertes Flächenstück.

$$\underline{(\Phi(\vartheta) = \int_A d\sigma \vec{A}) = -C \frac{B}{a_1^2} + C \frac{B}{a_2^2} = -C \cdot B \left(\frac{1}{a_1^2} - \frac{1}{a_2^2} \right)}$$



Erneut spezielles, 2-gerichtetes Magnetfeld
mit das magnetische Vektorpotential kugel



$$\vec{A} = A_0 \left[\frac{y}{b} \vec{e}_x + \vec{e}_y \right], \quad A_0 \text{ und } b \text{ konst.}$$

zu präzisieren. Berechnen Sie den magnetischen Fluss am der schraffierten Fläche.

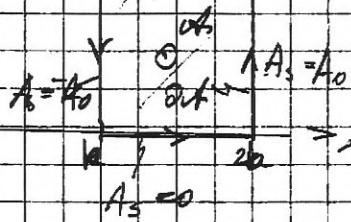
y

$$A_S = -A_0$$

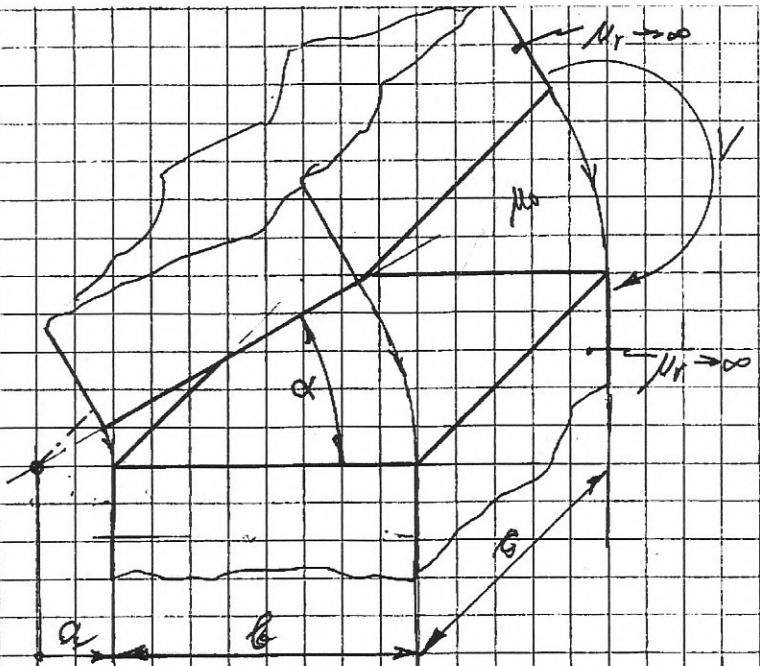
$$\underline{\Phi(A)} = \int_{\partial A} A_S ds = A_0 \cdot b - A_0 \cdot b - A_0 \cdot b = -A_0 \cdot b.$$

□

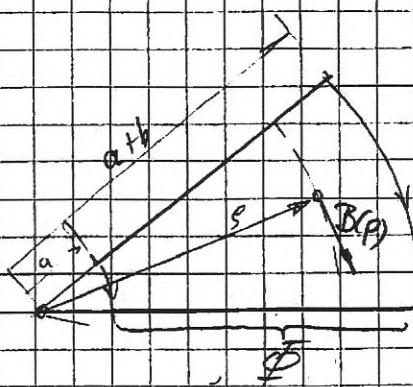
b



$$A_3 = 0$$



In einem magnetischen Kreis ist ein Luftspalt auswärts, dessen Polflächen gegenüberliegen nur den Winkel α geneigt sind. Bestimmen Sie für die erste Entwurfsrechnung einen Näherungsdruck für die Permeanz (die magnetische Leitwert) des Luftspalts. Nehmen Sie dazu die Feldlinien kreisbogenförmig an.



An jedem Kreisbogen innerhalb des Spaltes tritt die magnetische Spannung V auf. Verwendung eines Ausgangspunkts des Feldes außer geraden Liniensektoren

$$B(p) = \frac{\mu_0 V}{\alpha x}$$

Dazu gehört der magn. Spaltfluss

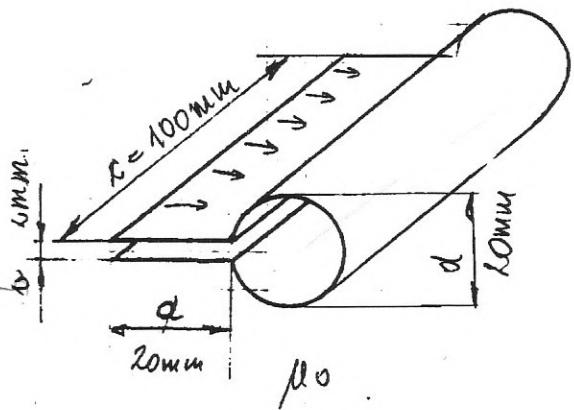
$$\Phi = \int_a^{a+b} B(p) cd\varphi = \frac{\mu_0 V C}{\alpha} \int_a^{a+b} \frac{dp}{x} = \frac{\mu_0 V C}{\alpha} \ln(1 + b/a)$$

und somit die Permeanz

$$G_m = \frac{\Phi}{V} = \frac{\mu_0 C}{\alpha} \ln(1 + b/a).$$

□

G2)

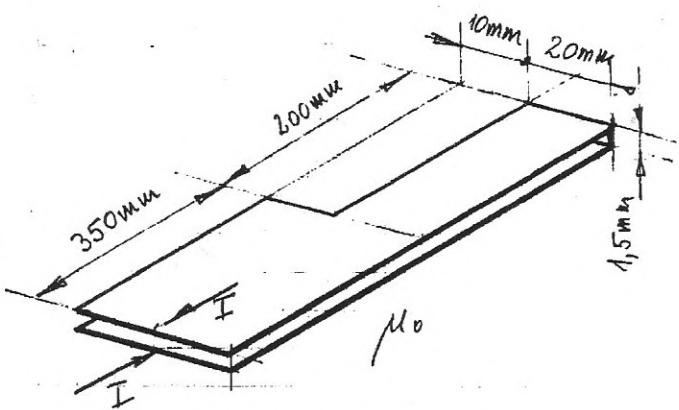


Angenommen, die skizzierte Einwindungsspule trägt einen gleichmäßig verteilten Strom. Berechnen Sie näherungsweise (ohne Berücksichtigung von Randstörungen) den Wert der zugehörigen Induktivität für kleine Frequenzen.

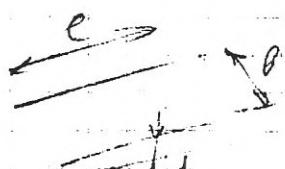
$$B = \mu_0 K = \mu_0 \frac{I}{c}, \quad A = a \cdot b + \frac{\pi}{4} d^2$$

$$\Phi = BA = LI \Rightarrow L = \frac{\mu_0}{c} \left(a \cdot b + \frac{\pi}{4} d^2 \right) = 4,45 \text{ nH}.$$

□

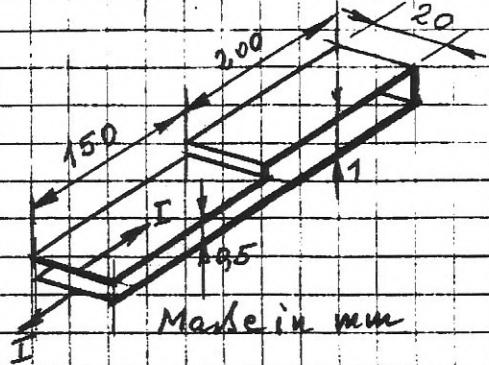


Berechnen Sie näherungsweise die Induktivität der skizzierten Bandleitung.



$$L = \mu_0 d \cdot \left(\frac{l_1}{b_1} + \frac{l_2}{b_2} \right) \quad \text{6}$$

$$L = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \frac{Vs}{A} \left(\frac{350}{30} + \frac{200}{20} \right) = 40,8 \text{ nH.}$$



Berechnen Sie näherungsweise die Induktivität des skizzierten Bügels.

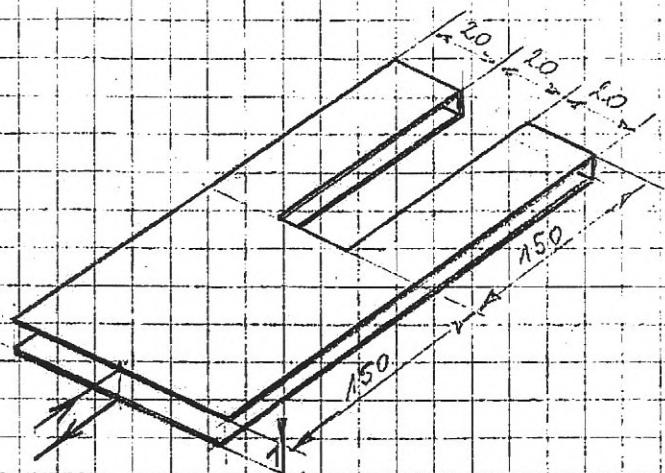
$$\Phi = \frac{I}{b} \mu_0 a_1 l_1 + \frac{I}{b} \mu_0 a_2 l_2 = \frac{\mu_0 I}{b} (a_1 l_1 + a_2 l_2) = L I$$

Diagram illustrating the calculation of inductance:

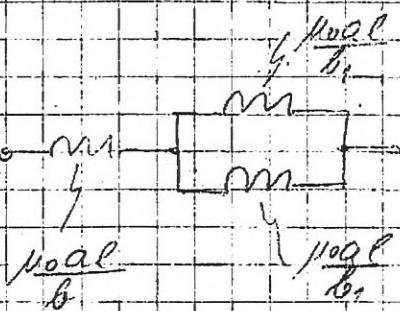
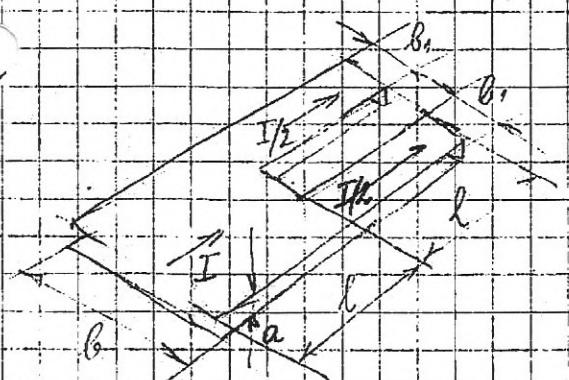
Two parallel conductors of length b carry currents I . The top conductor has a cross-sectional area a_1 and the bottom conductor has a cross-sectional area a_2 .

$$L = \frac{\mu_0}{b} (a_1 l_1 + a_2 l_2) = 17,3 \text{ nH}$$

□



Berechnen Sie näherungsweise die Induktivität des skizzierten Metallbipols, Maßangaben in mm.



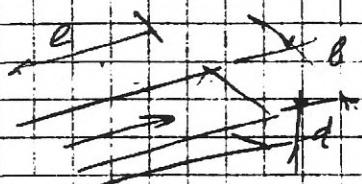
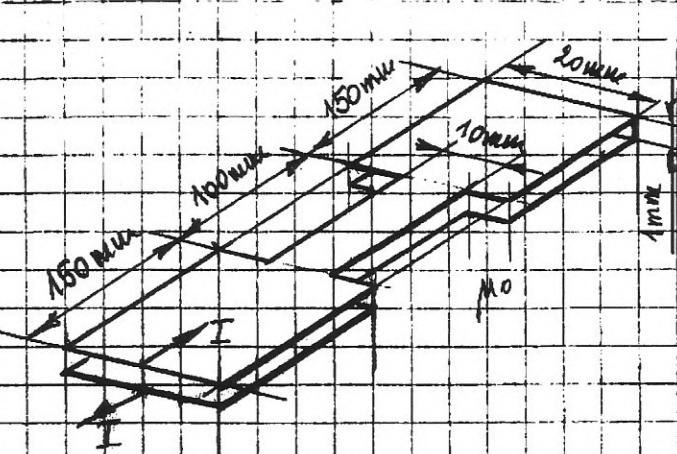
$$\Rightarrow L = \mu_0 a l \left(\frac{1}{b} + \frac{4}{2b_1} \right) = \underline{\underline{7,85 \text{ nH}}}$$

$$\frac{3,14 \cdot 0,7}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,912$$

$$C_1 C_2 \\ C_3 C_2 \\ C_2 C_3 \\ C_1 C_3$$

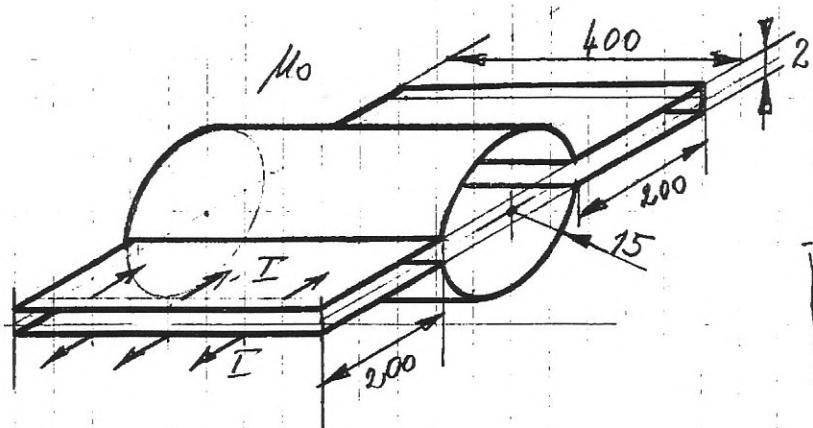
Grundriss

Berechnen Sie näherungsweise
die Induktivität für der skizzierten
Bauausführung.



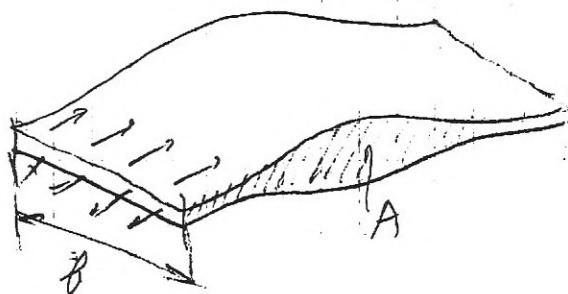
$$L = \text{Mod} \left(\frac{l_1}{b_1} + \frac{l_2}{b_2} + \frac{l_3}{b_3} \right)$$

$$L = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-3} \frac{Vs}{A} \left(\frac{150}{20} + \frac{100}{10} + \frac{150}{20} \right) = 31,4 \text{nH}$$



Maße in mm

Text wie (A4)



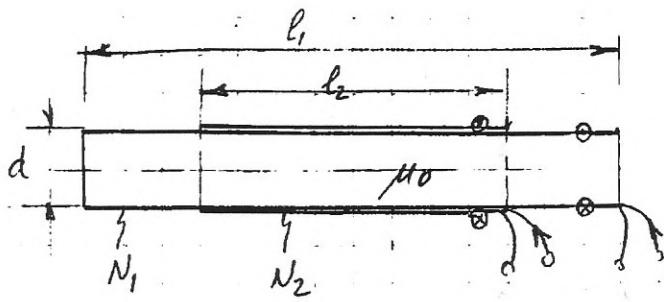
$$L = \frac{\Phi}{V} \approx \frac{B \cdot A}{H \cdot b} = \frac{\mu_0 A}{B}$$

$$A = (2 \cdot 0,2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 15^2 \cdot 10^{-6} \cdot \pi) \text{ m}^2 \\ = 1,51 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2, \quad b = 0,4 \text{ m}$$

$$L \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{1,51 \cdot 10^{-3}}{0,4} \text{ H} \approx 4,73 \text{ nH.}$$

1 D

1,25 Pa H



Zwei dünne, schlanken, kreiszyklindrische Luftspulen mit unveränderlich gleichen Durchmessern \$d\$ aber unterschiedlichen Längen \$l_1 > l_2\$ und Windungszahlen \$N_1, N_2\$ sind wie angegeben übereinandergeschoben. Berechnen Sie ihren Koppelungsgrad.

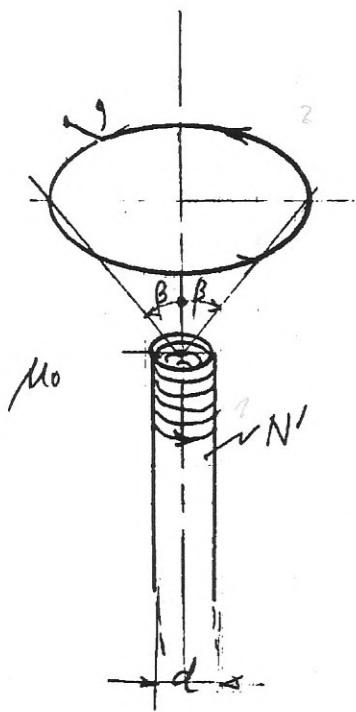
In der Näherung schlanker Spulen gilt:

$$L_1 = \mu_0 N_1^2 A / l_1, \quad L_2 = \mu_0 N_2^2 A / l_2, \quad M = \mu_0 N_1 N_2 A / l_1, \quad l_1 > l_2$$

Damit ist der Koppelungsgrad

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{l_1} \frac{\sqrt{l_1 l_2}}{\mu_0 N_1 N_2 A} = \frac{l_2}{l_1}$$

□



Naher der Öffnung einer langen, dünnwandig gläserförmig mit N' (Windungszahl/Länge) gewickelten Kreiszylinde - Luftspule liegt koaxial zur Kreisschleife mit einem Durchmesser $\gg d$. Von der Spulenöffnung aus geschlossen liegt die Schleife auf einem Kreisbogen mit dem halben Öffnungswinkel β .

Berechnen Sie die gegenseitige Induktivität.

Hinweis: Raumwinkel Ω und halber Öffnungsinkel β eines Kreisbogens hängen über

$$\Omega = 2\pi [1 - \cos(\beta)]$$

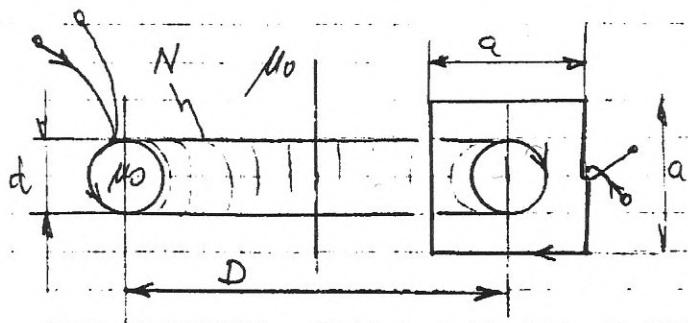
zusammen.

Wegen Schleifendurchmesser $\gg d$ lässt sich die Spulenöffnung als Punktquelle auffassen, die den magnet. Fluss ϕ_0 gleichmäßig über den vollen Raumwinkel verteilt

$$\Rightarrow \phi_0 = \phi_0 \frac{\Omega}{4\pi} = \mu_0 N' I \frac{2\pi}{4\pi} [1 - \cos(\beta)] = M I,$$

$$M = \mu_0 N' \frac{1}{2} [1 - \cos(\beta)] = \mu_0 N' \sin^2(\beta/2)$$

$$\rightarrow \phi_0 = \mu_0 N' I \frac{d^2 \pi / 4}{4}$$



Eine glockenförmig dünn gewickelte Transspule ist von einer quadratischen Schleife umschlossen. Setzen Sie der Einfachheit halber $d^2 \ll D^2$ voraus und berechnen Sie die gegenseitige Induktivität.

In der genannten Näherung ist der Flussdichte über dem Tonusequivalent konstant (Durchflutungssatz)

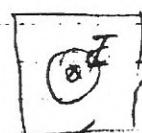
$$\cancel{F_1} \quad \cancel{\Phi} \quad B = \frac{\mu_0 N I_1}{D \pi}$$

$$\Phi = L \cdot I \quad \Phi_1 = \Phi_2$$

ausschließlich gleich Null.

Der magnetische Fluss

$$\Phi = BA = \frac{\mu_0 N d^2}{D^4} I,$$



entsteht dann gleichzeitig die quadratische Schleife, somit gilt für die gegenseitige Induktivität

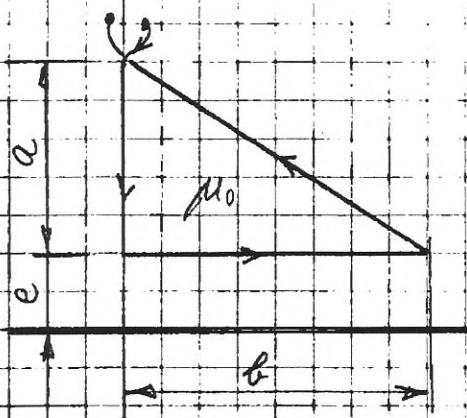
$$M = \mu_0 N \frac{d^2}{4D}$$

unabhängig von der Form der Schleife.

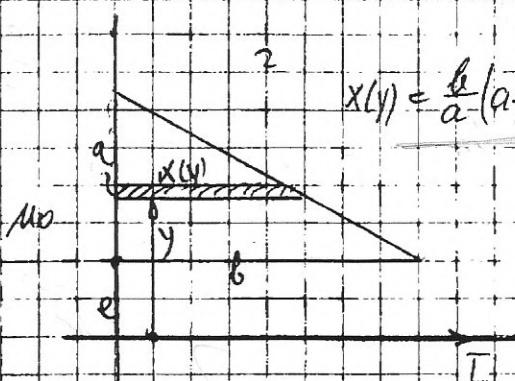


Bei der Bearbeitung eines Be-
anschlussproblems ergibt
sich folgende Aufgabe:

Eine lange gerader Leiterleitung
mit einer Dreieckschleife liegt
in einer Ebene. Berechnen Sie
die gegenseitige Induktivität.



$$x(y) = \frac{b}{a}(a+e-y); \quad y > 0: \vec{B} = B_z(y) \hat{e}_z, \quad B_z(y) = \frac{\mu_0 I}{2\pi y}$$



Der magn. Fluss durch die Dreieck-
schleife zu/über I ist gleich nach

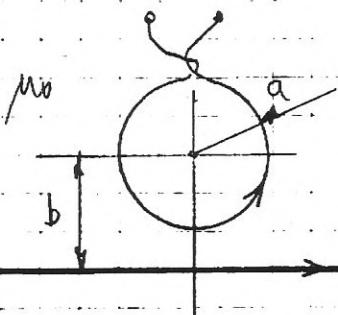
$$\Phi = \int_{-e}^{a+e} B_z(y) x(y) dy = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \int_{-e}^{a+e} \frac{(a+e-y)}{y} dy$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left[(a+e) \ln \left(\frac{a+e}{e} \right) - a \right] = M I$$

Somit erhält man die gesuchte gegenseitige Induktivität zu

$$M = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \left[\left(1 + \frac{e}{a} \right) \ln \left(1 + \frac{e}{a} \right) - 1 \right]$$

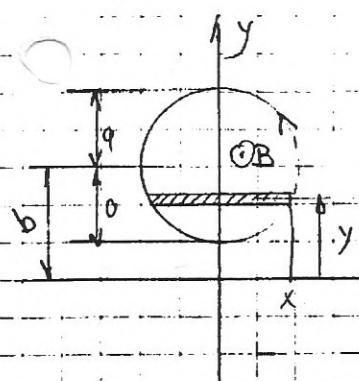
□



$$b > a$$

Eine lange geradlinige Leiter und eine Kreis schleife liegen auf einer Ebene. Berechnen Sie die gesuchte Induktivität.

$$\text{Hinweis: } \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-u^2}}{p-u} du = (p-\sqrt{p^2-1})\pi, \quad p > 1.$$



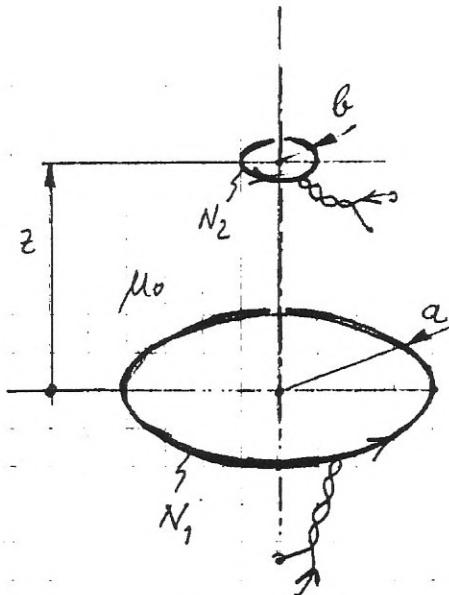
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi y}, \quad \Phi = \int B \cdot 2\pi dy, \quad x = \sqrt{a^2 - (b-y)^2}$$

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{\mu_0 I}{\pi} \int_{b-a}^{b+a} \frac{a^2 - (b-y)^2}{y} dy, \quad u = \frac{b-y}{a} \\ &= \frac{\mu_0 I}{\pi} a \int_{-1}^1 \frac{1+u^2}{p-u} du, \quad p = b/a > 1 \end{aligned}$$

$$-\frac{\mu_0 I}{\pi} a \pi (p - \sqrt{p^2 - 1}) = MI \Rightarrow$$

$$\boxed{M = \mu_0 (b - \sqrt{b^2 - a^2})}, \quad b > a$$

□



Parallel und koaxial mit einer Kreisspule (Radius a , Windungszahl N_1) liegt eine zweite Kreisspule (Radius b , Windungszahl N_2), wobei $b^2 \ll a^2$ vorausgesetzt werden kann. Berechnen und skizzieren Sie den Verlauf der gegenseitigen Induktivität als Funktion von z .

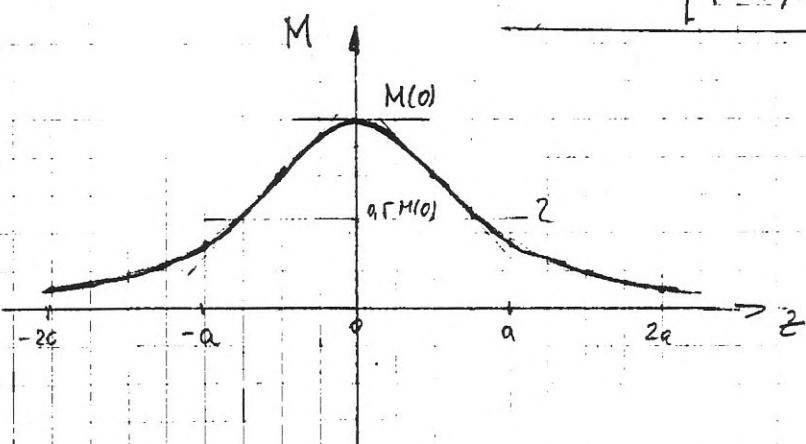
~~4~~

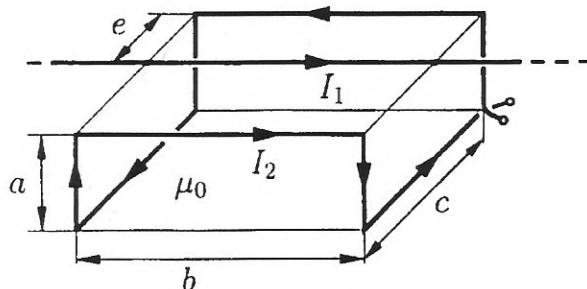
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{4\pi} \int \frac{\cos(\alpha) \vec{e}_z}{r^2} d\varphi = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{2} \frac{\cos(\alpha) \vec{e}_z}{c^2} = B_z \vec{e}_z$$

~~4~~

$\Rightarrow \Phi_{21} \approx N_2 B_z b^2 \pi = \mu_0 \frac{N_1 N_2 I_1}{2a} \frac{a^3}{c^3} \cdot b^2 \pi = M \cdot I_1$

$\Rightarrow M(z) = \frac{M(0)}{[1 + (z/a)^2]^{3/2}}, \quad M(0) = \mu_0 N_1 N_2 \frac{\pi b^2}{2a}$





Für die Beurteilung der elektromagnetischen Beeinflussung in der schematisch dargestellten Anordnung ist die gegenseitige Induktivität des langen, geraden Linienleiters (I_1) und der entlang der Kanten eines Quaders verlaufenden Schleife (I_2) zu berechnen.