

# ESMA 5015: Homework 1

## Table of contents

|          |                   |          |
|----------|-------------------|----------|
| <b>1</b> | <b>Problema 1</b> | <b>1</b> |
| 1.1      | Parte 1 . . . . . | 1        |
| 1.2      | Parte 2 . . . . . | 2        |
| <b>2</b> | <b>Problema 2</b> | <b>2</b> |
| 2.1      | Parte 1 . . . . . | 2        |
| 2.2      | Parte 2 . . . . . | 2        |

## 1 Problema 1

### 1.1 Parte 1

- Demuestre que la distribución Exponencial cumple la propiedad de falta de memoria (*memoryless property*) que estudiamos para la distribución Geométrica.  $P(X > x+t|X > t) = P(X > x)$

$$\begin{aligned}P(X > x+t|X > t) &\Rightarrow \frac{P(X > x+t)}{P(X > t)} \\&\Rightarrow \frac{P(X > x)P(X > t)}{P(X > t)} \\&\Rightarrow \frac{e^{-\lambda(x+t)}}{e^{-\lambda t}} \\&\Rightarrow e^{-\lambda x} \\&\Rightarrow P(X > x)\end{aligned}$$

## 1.2 Parte 2

- Describa cómo compara la distribución Weibull con la distribución Exponencial.

La distribución Weibull es una generalización de la distribución Exponencial. La distribución Weibull tiene dos parámetros, mientras que la distribución Exponencial tiene un solo parámetro.

## 2 Problema 2

Considere el problema de muestrear en una población de moscas fruteras hasta encontrar 100 moscas fruteras con cierto tipo de alas. Suponga que la probabilidad de que una mosca frutera particular tenga ese tipo de ala es 0.5.

### 2.1 Parte 1

- Calcule la probabilidad de que se deba examinar al menos 180 moscas fruteras lograrlo.

```
import scipy.stats as stats

p = 0.5
n = 180
k = 100

print(1 - stats.binom.cdf(k, n, p, loc=1))
```

0.07826573478907561

### 2.2 Parte 2

- Aproxime esta probabilidad usando simulaciones. Lleve a cabo la simulación y presente la probabilidad empírica que obtiene y una gráfica de la convergencia de su aproximación a la probabilidad que calculó en la parte a.

```
import numpy as np

rng = np.random.default_rng(seed=787)
n_sims = 10000
n = 180
k = 100
p = 0.5

simulations = rng.binomial(n, p, n_sims)
print(np.mean(simulations >= k))
```

0.0781