ESMA 5015: Examen 2

Due on Abril 10, 2025

Damaris Santana

Alejandro Ouslan

Contents

1 Accept-Reject

Suponga que desea general variables aleatorias de una distribucion $Gamma(\alpha, \beta)$ donde α no es necesariamente un entero. Decide usar el algoritmo **Accept-Reject** con la funcion candidata $Gamma(a, b)$.

1.1 Por que es necesario que $a < \alpha$ y $b > \beta$

1.2 Para $a = \lfloor \alpha \rfloor$, demuestre que M ocurre en $x = \frac{\alpha - \lfloor \alpha \rfloor}{\frac{1}{\beta} - \frac{1}{b}}$

1.3 Para $a = \lfloor \alpha \rfloor$, encuentre el valor optimo de b

2 Implementacion del algoritmo

2.1 Describa un algoritmo Accept-Reject para generar una variable aleatoria con distribucion $Gamma(3/2, 1)$

2.2 Algoritmo en Python

2.3 Grafique el histograma de la distribucion obtenida sobreponiendo la distribucion deseada

2.4 Estime $E[X^2]$ y construya la grafica de la convergencia de los running means.

3 Importance Sampling

The function

```
def next_two(x):
lst=[x+i for i in range(3)]
return lst
```

Usando Importance Sampling estime $E_f\left[\frac{X^5}{1+(X-3)^2} I[X \geq 0]\right]$, donde f es la distribucion t con $v = 12$ Utilice las siguientes g:

1. $Cauchy(0, 1)$
2. $Normal(0, \frac{v}{v-2})$
3. $Exponencial(\lambda = 1)$

3.1 Estimador importance Sampling

Para cada una de estas distribuciones presente el estimador que corresponde a la summatoria definida por el metodo de **Importance Sampling** y que converge al valor esperado de interes

3.1.1 $Cauchy(0, 1)$

3.1.2 $Normal(0, \frac{v}{v-2})$

3.1.3 $Exponencial(\lambda = 1)$

3.2 Estimador Monte Carlo

Para cada uno presente el estimador que corresponde a la sumatoria definida por el metodo de Integracion Monte Carlos y que converge al valor esperado de interes.

3.2.1 $Cauchy(0, 1)$

3.2.2 $Normal(0, \frac{v}{v-2})$

3.2.3 $Exponencial(\lambda = 1)$

3.3 Implementacion

3.4 Graficas

Construya un asola graica y presente la convergencia de los running menas para los cuatro estimadores. Compare la varianza empirica de los cuatro estimadores