

# MATE 5150: Asignacion #1

Due on Septiembre 5, 2024

*Dr. Pedro Vasquez*

Alejandro Ouslan

## Problem 1

Dadas las matrices

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -\alpha & -1 \\ 3 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} \beta & -2 & 1 \\ 2 & \beta & \beta \\ \alpha & 0 & \beta \end{bmatrix}$$

- Hallar  $A + C$
- Para cual valor de  $\alpha$  la matriz  $A$  es simétrica?
- Para cuales valores de  $\alpha$  y  $\beta$  la matriz  $A + B$  es antisimétrica?
- Para cuales valores de  $\alpha$  y  $\beta$  la matriz  $A + B$  es triangular?

## Problem 2

Pruebe que el elemento neutro para la suma en  $\mathbb{R}_{m \times n}$  es único. Es decir, si  $[0]$  y  $[0]^T$  son tales que para toda matriz  $A \in \mathbb{R}_{m \times n}$ ,  $A + 0 = 0 + A = A$  y  $A + 0' = 0' + A = A$  entonces  $0 = 0'$ .

## Problem 3

Pruebe que para cada matriz  $A \in \mathbb{R}_{m \times n}$ , el inverso aditivo de  $A$  es unico. Es decir, si  $A + B = B + A = 0$  y  $A + C = C + A = 0$  entonces  $B = C$ .

## Problem 4

Sea  $A$  y  $B$  matrixes de orden  $m \times n$  y  $\gamma$  un escalar. Pruebe que:

- (a)  $(A^T)^T = A$
- (b)  $(A + B)^T = A^T + B^T$
- (c)  $(\gamma A)^T = \gamma A^T$ .

## Problem 5

Para cada condicion dada hallar una matriz  $A$  que la satisfaga:

1.  $A$  es a la vez triangular superior y triangular inferior.
2.  $A$  es a la vez simetrica y antisimetrica.
3.  $A^T = A$
4.  $A^T = -A$

## Problem 6

Sean  $A$  y  $B$  matrices cuadradas de orden  $n$ . Probar:

- (a) Si  $A$  es simetrica entonces, para todo escalar  $\gamma$ ,  $\gamma A$  es matriz simetrica.
- (b) Si  $A$  es antisimetrica entonces, para todo escalar  $\gamma$ ,  $\gamma A$  es antisimetrica.
- (c) Si  $A$  y  $B$  son simetricas entonces  $A + B$  es simetrica.

## Problem 7

Probar que para toda matriz cuadrada  $A$ ,

- (a) La matriz  $A + A^T$  es simetrica y la matriz  $A - A^T$  es antisimetrica.
- (b) La matriz  $A$  puede expresarse de manera unica como la suma de una matriz simetrica y una matriz antisimetrica.
- (c) Sea  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ . Descomponer la matriz  $A$  como la suma de una matriz simetrica y una matriz antisimetrica.