Introduction

Ce projet est l'objet d'une étude d'installation industrielle au bord d'une rivière. Ainsi, l'écoulement des crues (de débit aléatoire Q) peut provoquer une hauteur d'eau importante H susceptible d'inonder l'installation si la cote atteinte pendant un épisode de crue (Zc) déborde par dessus la digue de protection (supposée établie à la cote Zd). Pour ce faire, grâce aux critère de type sûreté et sûreté plus valeur nette nous essayerons de résoudre le problème à travers trois approches consistant à minimiser le risque d'inondation, le risque de surverse, le risque économique lié à la surverse.

Importation des données

```
data_q_h=read.csv("data_fiabilite_Q_H.csv",sep = ";",dec = ",", fileEncoding="CP1252")
```

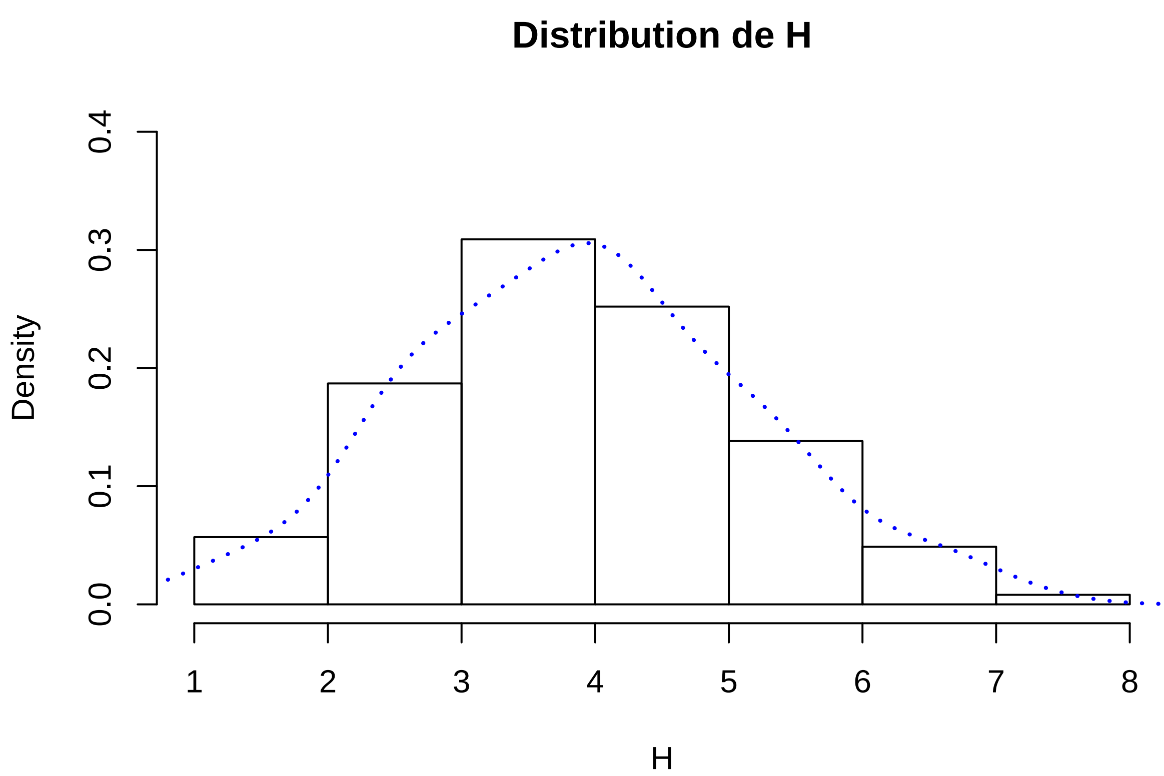
```
data_ccm=read.csv("data_cout_cons_maint.csv",sep = ";",dec = ",",fileEncoding="CP1252")
data_cds=read.csv("data_cout_dom_surverse.csv",sep = ";",dec = ",",fileEncoding="CP1252")
```

Études Descriptives

```
data_2=data_q_h
data_2[data_2 == "" ] <- NA
data_2<-data_2 %>% drop_na()
data_lean<-data_2%>%
            mutate_if(sapply(data_2, is.factor), as.numeric)
```

variable Hauteur

```
H=data_2[,3]
hist(H,prob=T,ylim = c(0, 0.4),main = 'Distribution de H')
lines(density(H),col="blue",lwd=2,lty=3)
```



Test de Kolmogorov de H

```
ks.test(H,"pnorm",mean= 3.89674797,sd=1.26715448)
```

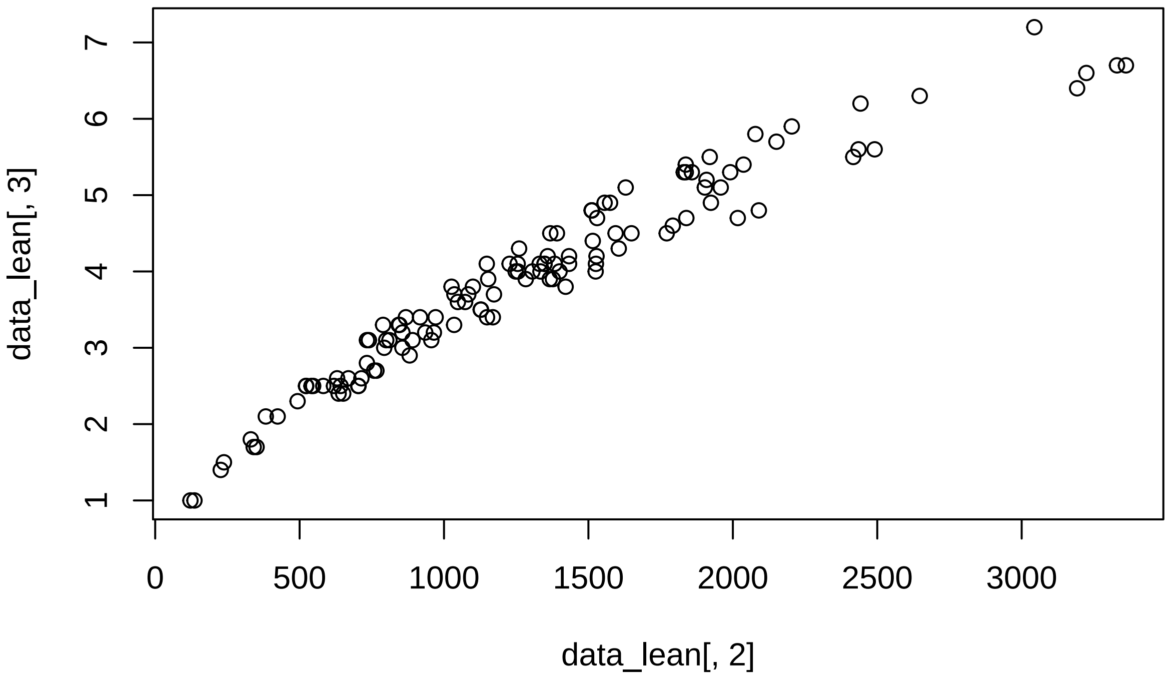
```
## Warning in ks.test(H, "pnorm", mean = 3.89674797, sd = 1.26715448): ties
## should not be present for the Kolmogorov-Smirnov test
```

```
##
##  One-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data:  H
## D = 0.062299, p-value = 0.7263
## alternative hypothesis: two-sided
```

p-value = 0.7263>0.05 alors on déduit qu'il suit la loi normale. Ainsi, la dissimétrie des données de la hauteur H peut être expliquée par la présence de données manquantes.

Analyse correlative entre la hauteur H et le débit Q

```
plot(data_lean[,2],data_lean[,3])
```




```
cor(data_lean[,2],data_lean[,3])
```

```
## [1] 0.9649509
```

D'apres le graphe on constate que la hauteur de l'eau dépend fortement du débit Q avec une forte corrélation de 96% . Donc par la methode de regression on déduit les valeurs manquantes.

Estimations les données manquantes par la méthode de régression linéaire

```
lm.fit<-lm(Hauteur.associee.mesuree..en.m.~.,data=data_2[-1])
lm.summary<-summary(lm.fit)
```

selectionner les lignes de cellules vides

```
data_3 <-data_q_h%>%
  filter(is.na(Hauteur.associee.mesuree..en.m.))
```

```
lm.pred.test<-predict(lm.fit,data_3[,-3]) #calcul des valeurs ajustees
lm.pred.test
```

```
##        1        2        3        4        5        6        7        8
## 8.493051 3.575423 3.175381 4.182693 2.229337 3.764631 3.618670 2.937518
##        9       10       11       12       13       14       15       16
## 4.665626 4.952142 7.530789 2.182485 3.142945 2.915894 2.865439 4.631388
##       17       18       19       20       21       22       23       24
## 4.982776 4.328654 3.903385 3.845721 6.424367 4.602556 3.773641 4.168277
##       25       26
## 6.224347 2.820389
```

```
data_3$Hauteur.associee.mesuree..en.m.<-lm.pred.test
```

```
data_4=bind_rows(data_2,data_3)
```

données complétes

```
data_4=data_4[order(data_4$Annee, decreasing = F),]
```

I- Première Approche de résolution du cas d'étude :

Pour dimmensionner au mieux la hauteur de la digue H_d à partir de l'historique de mesures jointes du débit Q et de la hauteur H, nous allons minimiser le risque d'inondation, c'est à dire la probabilité H- H_d soit positive. Ainsi, afin d'illustrer cette proposition faisons l'études suivante de cette probabilité en fixant un seuil α :

$$
\begin{aligned}
P(H - H_d \geq 0) = \alpha \iff & P(H \geq H_d) = \alpha \\
\iff & 1 - P(H \leq H_d) = \alpha \\
\iff & 1 - P(\tfrac{H-\mu}{\sigma} \leq \tfrac{H_d-\mu}{\sigma}) = \alpha \\
\iff & 1 - P(N(0,1) \leq \tfrac{H_d-\mu}{\sigma}) = \alpha \\
\iff & 1 - F_X(\tfrac{H_d-\mu}{\sigma}) = \alpha \\
\iff & H_d = \sigma {F_X}^{-1}(1-\alpha) + \mu \\
\iff & H_d = \sigma q_{1-\alpha} + \mu
\end{aligned}
$$

Avec $q_{1-\alpha}$ le quantile d'ordre $1-\alpha$ de la loi normale centrée réduite.

```
q=2.326
H_rect = data_4$Hauteur.associee.mesuree..en.m.
H_d <- sd(H_rect)*q + mean(H_rect)
vect <- H_rect-H_d
proba1 <- length(vect[vect>0])/length(vect)
proba1
```

```
## [1] 0.02013423
```

```
H_d
```

```
## [1] 7.028834
```

Avec un risque minimal d'environs 0.02 on a $H_d = 7.028834$ peut être prise comme étant la hauteur de la digue. Donc avec ce risque on a une sûreté de 98%.

II- Deuxième Approche de résolution du cas d'étude :

Equation 1 : formule de la hauteur maximale de la crue H

$$H = \left(\frac{Q}{K_s\sqrt{\frac{Z_m - Z_v}{L}}B}\right)^{3/5}$$

Equation 2 : la hauteur de surverse

$$S = Z_c - Z_d = Z_v + H - H_d - Z_b$$

À partir du modèle hydraulique, caracterisé par les équations ci-dessus, proposons une hauteur de digue $H_d $ de façon à minimiser le risque de surverse c'est à dire que la probabilité définit par l'équation 2 soit positive. En effet, évaluons le H_d qui minimise $P(S \geq 0)$ en fonction d'une erreur α.

$$
\begin{aligned}
P(S \geq 0) = \alpha \iff & P(Z_c - Z_d \geq 0) = \alpha \\
\iff & P(Z_v + H - H_d - Z_b \geq 0) = \alpha
\end{aligned}
$$

$$\iff P(Z_v + H \geq H_d + Z_b) = \alpha$$
$$\iff P(Z_v + H \leq H_d + Z_b) = 1 - \alpha$$
$$\iff F_T(H_d + Z_b) = 1 - \alpha \text{ avec } T = Z_v + H$$

Comme on ne connait pas la loi explicite de T, approximons la fonction de répartition de T par sa fonction répartition empirique.

$\hat{F}_n(t) = \sum_{k=1}^{n} p(k) \mathbb{1}_{T_k \leq t}$

$\hat{F}_n^{-1}(t) = \sum_{k=1}^{n} T_k \mathbb{1}_{\bar{p}(k-1) \leq t \leq \bar{p}(k)}$

avec $\bar{p}(k) = \sum_{k=1}^{N} p(k)$

$\hat{F}_n^{-1}(1-\alpha) = \sum_{k=1}^{n} T_k \mathbb{1}_{\frac{k-1}{n} \leq 1-\alpha \leq \frac{k}{n}}$

Donc avec $p(k) = \frac{1}{n}$ pour tout k.

Ainsi, on obtient :

$H_d = \hat{F}_n^{-1}(1-\alpha) - Z_b$

Comme on a maintenant une formule explicite de H_d, procédons à la simulation de $T = H + Z_v$.

Fixons maintenant les constantes présentes dans l'équation 1 que sont :

— La longueur du tronçon (m)
— La largeur du cours d'eau (m)
— La côte berge (m NGF)

```
L = 5000
B = 300
Z_b = 55.5
```

Procédons ensuite à la simulation des variables aléatoires $Q, \quad K_s, \quad Z_m$ et Z_v.

Pour illustrer les paramètre des lois triangulaire Z_m et Z_v, On effectue les opérations suivantes :

Pour Z_m on a :

-Demi-étendu $= \frac{b-a}{2} = 1$

-Mode $= c = \frac{b+a}{2}$

-Moyenne $= \frac{a+b+c}{3} = 55$

Ce qui nous donne à la fin : $a = 54, \quad b = 56$ et $c = 55$

Pour Z_v on a :

-Demi-étendu $= \frac{b-a}{2} = 1$

-Mode $= c = \frac{b+a}{2}$

-Moyenne $= \frac{a+b+c}{3} = 55$

Ce qui nous donne à la fin : $a = 49, \quad b = 51$ et $c = 50$

```
n=1000
m=1013
S=558
U=runif(n,0,1)
Q_bis = -S*log(-log(U)) + m
k=1
Q=c()
```

```
for(i in 1:n){
  if(Q_bis[i]>0){
    Q[k]=Q_bis[i]
    k=k+1
  }
}
n=length(Q)
```

```
K_s=rnorm(n,30,7.5)
Z_m=rtriangle(n,54,56 ,55)
Z_v=rtriangle(n,49,51 ,50)
H = (Q/(K_s*sqrt((Z_m-Z_v)/L)*B))^(3/5)
```

```
summary(Q)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   11.01  840.00 1227.00 1364.00 1726.00 8799.00
```

```
mean(H)
```

```
## [1] 2.570311
```

Simulation de $Te = H + Z_1$

```
alpha=0.01
Te=H+Z_v
indic<-function(alpha,x,y){
  if(alpha>=x & alpha<=y)
    return(1)
  else
    return(0)
}
F_n=0
for(i in 1:4){
  k_1=(i-1)/4
  k=i/4
  F_n =  F_n + Te[i]*indic(1-alpha,k_1,k)
}
```

```
min(H)
```

```
## [1] 0.14777
```

```
H_d1 = F_n - Z_b
H_d1
```

```
## [1] -2.224621
```

```
S <- Z_v + H - H_d1 - Z_b
proba <- length(S[S>0])/length(S)
H_d1
```

```
## [1] -2.224621
```

```
proba
```

```
## [1] 0.2359438
```

Après calcul, la hauteur de la digue H_{d1} minimisant $P(S \geq 0)$ à une probabilité 0.2359438 vaut -2.2246206.

Dans cette approche, la hauteur de la dique H_{d1} est très faible voir même négative comparée à celle de la première approche vallant 7.02.

Le fait que H_{d1} soit négatif peut nous permettre d'avancer l'idée selon laquelle même si on supprimer la digue il n'y aurait pas de surverse à environ 76.4056225%. Dans ce cas l'installation est "hautement protégée" contre le risque de surverse.

III- Troisième approche :

A partir du modèle hydrolique et du modèle économique représenté par les équations (3) à 6 en paragrphe I.6 et des hypothèses de travail précisées dans le meme paragraphe (confère sujet), notre objectif sera de trouver une hauteur H_d de façon à minimiser le risque économique lié à la surverse. Ce qui revient à minimiser le coût $C_{c,moyenné}$ défini par l'équation (6).

$C_t(T) = C_i(H_d) + T.C_m(H_d) \;\; sur \;\; la \;\; durée \;\; T$ équation (3)

$C_d = C_s + C_g = C_s(S) + C_g(S, H_d) \;\; sur \;\; une \;\; année$ équation (4)

$C_c(T) = C_t(T) + \sum_{j=1}^{T} C_{d,j}(S_j, H_d) \;\; sur \;\; la \;\; durée \;\; T(j \;\; est \;\; l'indice \;\; de \;\; l'année)$ équation (5)

$C_{c,moyenné} = \frac{C_t(T)}{T}$ équation (6)

```
colnames(data_ccm)
```

```
## [1] "H_d" "C_l" "L_d" "C_i" "C_m" "C_t"
```

```
colnames(data_cds)
```

```
## [1] "S"                "C_s"              "C_g"              "C_d"
## [5] "C_i"              "C_s_en_millions"
```

Calculons les couts et la hauteur H_d minimisant le $C_{c,moyenné}$.

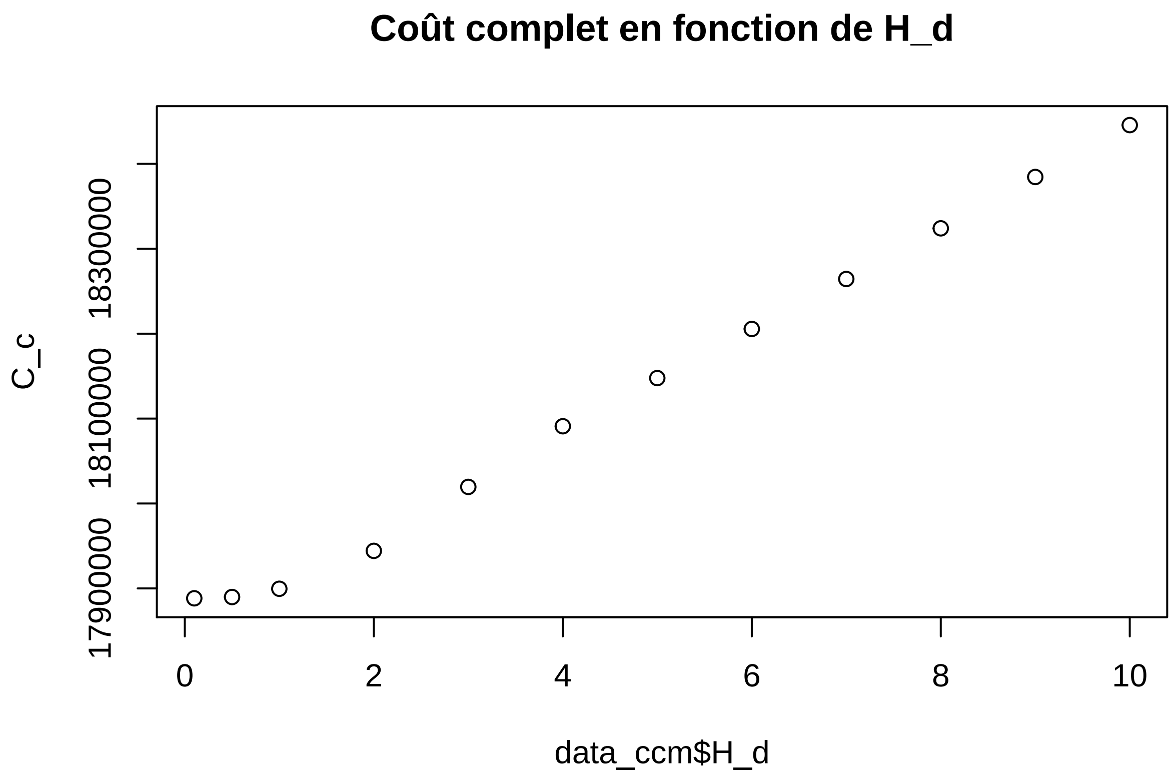
```
c_d_total=sum(data_cds$C_d)
C_c=data_ccm$C_t + c_d_total
i <- which(C_c==min(C_c))
data_ccm$H_d[i]
```

```
## [1] 0.1
```

```
a<-data_cds$S[i]
a
```

```
## [1] -0,1
## Levels:  -0,1 >2 0 0,5 1 1,5
```

```
plot(data_ccm$H_d,C_c, main = "Coût complet en fonction de H_d")
```



Après calcul, $H_{d,min} = 0.1$ minimise le cout lié à la surverse. En effet, en appliquant le modèle hydraulique avec $H_{d,min}$, on constate que la surverse S est égale à -0.1. Donc dans le modèle hydrolique, $P(S \geq 0) = 0$. On conclut ainsi que $H_{d,min}$ minimise en même temps le cout $C_{c,moyenné}$ et $P(S \geq 0)$.

Tableau récapitulatifs des trois approches

Le tableau ci-dessous regroupe l'ensemble des resultats des méthodes du projet.

```
resultats<-data.frame(Haut_d=c(7.02,H_d1,0.1),Risque=c(0.01,proba,0),Accurency =c(99, (1-proba)*100, 10
# Créer un tableau formattable
resultats
```

```
##                               Haut_d    Risque Accurency Surverse
## Inondation                  7.020000 0.0100000  99.00000        -
## Surverse                   -2.224621 0.2359438  76.40562       <0
## économie lié à la surverse  0.100000 0.0000000 100.00000     -0.1
```

```
#widget_formattable = formattable(resultats)
# Afficher dans un navigateur web ou dans RStudio (si vous l'utilisez)
#widget_formattable
```

Conclusion

Après l'études de l'ensemble des méthodes qui nous ont été proposées, on observe que l'approche 2 assure une protection de 95 % de succés(sans surverse ni innondation) sans coûts financier par contre celui de l'approche 3 assure 100% mais demande des coûts énormes. Alors pour mieux sécuriser l'entreptise financièrement avec moins de risque nous proposons l'approche 2.