

# Université Mohammed Premier - Faculté des Sciences **Département d'Informatique Oujda**



# ALGORITHMIQUE

Pr. Hamid **MRAOUI** 

2

SMI S3 2018/2019

fso.umpoujda.com

# **Algorithmique 2**

### DESCRIPTIF DU MODULE ALGORITMIQUE II

- · Chapitre 1 : Fonctions et procédures.
- Chapitre 2 : La récursivité.
- Chapitre 3 : Enregistrements et fichiers.
- Chapitre 4 : La complexité.
- Chapitre 5 : Preuves d'algorithmes.

### **VOLUME HORAIRE**

✓ Cours: 1H 30 MIN
✓ TD: 1H 30 MIN

# **Rappel: Algorithmique 1**

H. Mraoui

### Qu'est ce qu' un algorithme?

Un algorithme est une suite finie d'instructions à appliquer dans un ordre déterminé à un nombre fini de données pour arriver, en un nombre fini d'étapes, à un certain résultat, et cela indépendamment des données

### Pourquoi utiliser un algorithme?

Un algorithme décrit ce qui doit faire l'ordinateur pour arriver un but bien précis. Ce sont les instructions qu'on doit lui donner. Donc l'algorithme est un moyen pour le programmeur de présenter son approche d'un problème donné à d'autres personnes, dans un langage clair et compréhensible par l'être humain.

H. Mraoui

### Définition d'un algorithme

C'est un pseudo-langage qui est conçu pour résoudre les problèmes et applications sans aucune contrainte due aux langages de programmation et aux spécificités de la machine. Ce pseudo-langage sera ensuite traduit et codé dans le langage de programmation désiré.

### Structure générale d'un algorithme

- **4** Titre du Problème
  - **↓** Déclaration des Objets
- **✓ Déclaration des Constantes**
- **✓** Déclaration des Variables
- **✓** Déclaration des Tableaux
- ✓ Déclaration des Procédures et Fonctions

**♣ Manipulation**Début

Actions

FIN

H. Mraoui

### Conception d'un algorithme

- Les étapes de conception d'un algorithme :
- **♣** Comprendre le problème;
- **↓** Identifier les données du départ (entrées) et celle(s) qu'il faut obtenir (sorties);
- **♣** Structurer les données (variables ou constantes, type...);
- **♣** Déterminer les transformations nécessaires à faire pour obtenir les résultats (traitements/développements) ;
- Présenter les résultats.

### Caractéristiques d'un algorithme

Un bon algorithme doit être

- **Lisibles** (Compréhensible).
- **♣De haut niveau** (être traduit en un langage).
- **♣ Précis** (Pas de confusion).
- **Les Concis** (ne doit pas dépasser une page).
- **4 Structuré** (Parties facilement identifiables).

H. Mraoui

### L'algorithme sous forme de texte

Algorithme Nom\_de\_algorithme

Variable /\* Déclariation des variables \*/

- DEBUT
- Instruction 1
- Instruction 2
- •
- •
- Instruction n
- FIN

### Déclaration des variables

Pour exister une variable doit être déclarée, c'est –à- dire que vous devez indiquer au début de l'algorithme comment elle s'appelle et ce qu'elle doit contenir. Les variables se déclarent au début de l'algorithme, avant le programme lui-même mais après le mot

«Variable »

Variable

Variable1: type

variable2,variable3,...: type

H. Mraoui

Les types

- Les <u>constantes</u> : désignent des références à des valeurs invariantes dans le programme
- Les entiers: nombres sans virgule, négatifs ou positifs.
- Les <u>réels</u> : nombres à virgule, positifs ou négatifs.
- Les <u>booléens</u>: Pour déterminer si une affirmation vraie ou fausse
- Les caractères : pour représenter un seul caractère.
- Les chaînes: ce sont une suite de caractères.
- Les <u>tableaux</u>: permettent de représenter un ensemble de valeurs appartenant toutes au même type.

### Les types Syntaxe de la déclaration : **Constante Nom\_Constante** ← **Valeur** Variable variable1, variable2, ... : Entier Variable variable1, variable2, ... : Réel Variable variable1, variable2, ...: Caractère Variable variable1, variable2, ... : Chaîne Variable Tab1,...: tableau[0..nbelement-1] d'entiers Variable Tab1,...: tableau[0..dim1-1] [0..dim2-1] de réels H. Mraoui

### Saisie et affichage

Pour afficher un message à l'écran, il faut utiliser la pseudo-instruction « Afficher ».

```
Algorithme Afficher
Début
Afficher ("Bonjour")
Fin
```

### Saisie et affichage

Pour inviter un utilisateur à rentrer au clavier une valeur, utiliser le mot « Lire ».

```
Algorithme Lire
Variable x : Entier
Début
Afficher("Saisir un entier x ")
Lire (x)
Afficher (" x vaut :", x )
Fin
```

H. Mraoui 15

# Opérateurs et calculs

Symbole d'affectation

Pour affecter une valeur à une variable, on écrit :

# Opérateurs et calculs

Opérateur	Signification
+	Addition
-	Soustraction
*	Multiplication
/	Division
% ou mod	Modulo : le reste de la division de 2 valeurs entières

H. Mraoui

# Opérateurs et calculs

Signification
Égal
Inférieur
Supérieur
Inférieur ou égal
Supérieur ou égal
différent

# **Opérateurs et calculs**

Opérateur	Signification
et	Et logique
ou	Ou logique
non	Négation logique

H. Mraoui 19

### **Tests et conditions**

• L'instruction Si:

```
Si Booléen alors

Bloc d'instructions

[ Sinon

Bloc d'instructions | Option Facultative

Finsi
```

### **Tests et conditions**

- Algorithme Structure\_Alrenative\_1
- Variable x : entier
- Début
- Afficher ("Saisir un entier x ")
- **Lire** (x)
- Si (x > 0) alors
- Afficher("x est un nombre positif ")
- Finsi
- Fin

H. Mraoui 2

### **Tests et conditions**

- Algorithme Structure\_Alrenative\_2
- Variable x : Entier
- Début
- Afficher ("Saisir un entier x ")
- **Lire** (x)
- Si (x > 0) alors
- Afficher (" x est un nombre positif ")
- Sinon
- Afficher (" x est un nombre négatif ou nul")
- Finsi
- Fin

```
Tests et conditions

• Algorithme Maximum
• Variable
a ,b, max : Entier
• Début
• Afficher ("Saisir deux entiers a et b ")
• Lire(a, b)
• Si (a > b) alors
• max ← a
• Sinon
• max ← b
• Finsi
• Afficher ("le maximum de " , a , " et de " , b, " est : " , max)
• Fin
```

### **Choix multiples**

Suivant Cas variable Faire
Cas Valeur 1 : Actions 1; sortir
Cas Valeur 2 : Action 2; sortir
...
Autre : Action par défaut

**Fin Suivant** 

# • L'instruction Pour :

<Initialisation>

Pour variable allant de valeur1 à valeur2 faire

**Bloc d'instructions** 

**Fin Pour** 

H. Mraoui 2

### Les boucles

```
Algorithme Factoriel
Variable
N: Entier
i: Entier
Fact: Entier
Début
Afficher (" Saisir une valeur entière N > 0: ")
Lire (N)
Fact ← 1
Pour i allant de 1 à N Faire
Fact← Fact*i
Fin Pour
Afficher (" Le factoriel de ", N, " est : ", Fact)
```

• L'instruction Tant que :



H. Mraoui

### Les boucles

```
    Variable
```

- i : Entier
- Début
- i  $\leftarrow$  0 // Initialisation
- Tant que (i < 300) Faire
- **Afficher**(" Bonjour tout le monde ")
- $i \leftarrow i+1$
- Fin tant que
- Fin

# L'instruction Faire jusqu'à :

<Initialisation>

**Faire** 

bloc d'instructions

Jusqu'à Condition

H. Mraoui

### Les boucles

```
Titre: Boucle3

Variable

i, y: Entier

Début

i \leftarrow 2

y \leftarrow 0

Faire

i \leftarrow i+1

y \leftarrow y+i

Afficher (" y = ", y)

Jusqu'à (i = 7)
```

H. Mraoui

30

```
\begin{tabular}{llll} Variable & N,S,i:Entier \\ D\'ebut & Afficher ("Saisir une valeur enti\`ere positive:") \\ Lire (N) & S & \longleftarrow 0 \\ & i & \longleftarrow 0 \\ & Faire & i & \longleftarrow i+1 \\ & S & \longleftarrow S+i \\ & jusqu'\grave{a} & (i>=N) \\ & Afficher ("La somme: S=",S) \\ \hline FIN & \\ \end{tabular}
```

H. Mraoui 3

### Les fonctions

```
Variable
   a,b, c : Réel
   max2,max3: Réel
Début
    Afficher ("Saisir 3 nombre réels : ")
   Lire (a,b,c)
    Si(a > b) alors
                    max2 \leftarrow a
    Sinon
                    max2←—b
    Finsi
      Si (c>max2) alors
                    max3 \leftarrow c
       Sinon
                    max3←—max2
         Afficher ("Le maximum est = ", max3)
FIN
```

```
Variable
   a,b, c : Réel
   max2,max3: Réel
   Afficher ("Saisir 3 nombre réels : ")
   Lire (a,b,c)
   Si(a > b) alors
                   max2 \leftarrow a
   Sinon
                    max2←—b
   Finsi
      Si (c>max2 ) alors
                   max3 \leftarrow c
       Sinon
                    max3←—max2
       Finsi
        Afficher ("Le maximum est = ", max3)
```

H. Mraoui 3

### **Les fonctions**

- Problème : Dès qu'on commence à écrire des programmes, il devient difficile d'avoir une vision globale sur son fonctionnement.
- **4** Difficulté de trouver des erreurs.
- **Redondance**
- 4
- Solution : Décomposer le problème en sous problèmes

```
Fonction Maximum2(x : Réel, y : Réel) : Réel

Variable

max2 : Réel

DébutFonction

Si (x > y) alors

max2 ← x

Sinon

max2← y

Finsi

Retourne max2

FinFonction
```

### Les fonctions

```
Algorithme Maximum_de_trois_variable_1
Variable
    a,b, c : Réel
    max2,max3 : Réel
Début
    Afficher ("Saisir 3 nombre réels : ")
    Lire (a,b,c)
    max2 ← Maximum2(a,b)
    max3 ← Maximum2(max2,c)
    Afficher ("Le maximum est = ", max3)
FIN
```

```
Fonction Maximum3(x : Réel, y : Réel, z: Réel) : Réel
Variable
max3 : Réel
DébutFonction

max3 ← Maximum2(Maximum2(x ,y) ,z)
Retourne max3

FinFonction
```

H. Mraoui 3

### Les fonctions

```
Algorithme Maximum_de_trois_variable_2
Variable
    a,b, c : Réel
    max3 : Réel
Début
    Afficher ("Saisir 3 nombre réels : ")
    Lire (a,b,c)
    max3 ← Maximum3(a,b,c)
    Afficher ("Le maximum est = ", max3)
FIN
```

Une fonction est un sous programme particulier, accomplissant une tâche particulière et qui ne renvoie, dans l'algorithme principal, qu'un et un seul résultat.

# Pourquoi on l'utilise :

- **♣** Décomposer l'algorithme en de parties appelées par le programme principal.
- **♣** Eviter la répétition inutile les mêmes instructions plusieurs fois.

H. Mraoui 39

### Les fonctions

### Une fonction est un sous-programme qui :

- ♣ A un nom.
- **♣** Peut avoir des paramètres ou arguments.
- **4** Retourne une valeur d'un certain type.
- **Peut avoir besoin de variables.**
- **Lest composé d'instructions.**

**Remarque :** une fonction peut ne pas avoir de paramètres.

# La fonction peut être déclarée de la manière suivante :

**Fonction** Nom\_de\_fonction(Liste des arguments) : type\_de\_retour

Variable /\* Déclariation des variables \*/

- DébutFonction
- Liste des instructions de la fonction
- Retourne (Résultat)
- FinFonction

H. Mraoui

### Les fonctions

# **Exemple :** Fonction qui retourne le carré d'un entier :

Fonction carré\_d'un\_entier(a : Entier) : Entier

Variable

Résultat : Entier

**DébutFonction** 

Résultat ←—a\*a

Retourne (Résultat)

**FinFonction** 

### **Variables locales**

- L'endroit où les variables sont déclarées est très important. Selon cet endroit les variables ont une portée différente. La portée d'une variable est sa visibilité au sein des différentes parties du programme.
- Les variables accessibles uniquement par le programme ou sous-programme dans lesquels elles sont déclarées, sont appelées des variables locales.

H. Mraoui 4

### Variables globales

- Il serait pourtant très pratique de pouvoir accéder à une variable depuis n'importe quel endroit du programme, qu'il soit principal ou un sous-programme. La portée d'une telle variable s'étendrait à tout le code. Ce type de variable s'appelle une variable globale.
- Les variables globales sont déclarées de cette manière (en dehors des sous-programmes et du programme) : Variable Globales

a: Entier

### Appel d'une fonction

• L'appel: c'est l'utilisation d'une fonction à l'intérieur d'une autre fonction ou de l'algorithme principal.

# **Voici deux exemples:**

```
var ← Nom_de_fonction(var1, var2, .....)

Afficher (Nom_de_fonction(var1, var2, .....))
```

H. Mraoui 44

### **Arguments d'une fonction**

- Les arguments servent à échanger des données entre l'algorithme principal et les fonctions.
- Les arguments placés dans la déclaration d'une fonction sont des variables locales du sousprogramme.
- Les arguments, placés dans l'appel d'une fonction, contiennent les valeurs pour effectuer le traitement.
- Le nombre d'arguments dans l'appel d'une fonction doit être égal au nombre d'arguments d'entrée. L'ordre et le type des arguments doivent correspondre.

### Fonctions: cas des tableaux

- On propose d'écrire une fonction qui renvoie l'indice de la valeur maximale d'un tableau.
- Écrire une fonction qui prend en argument un tableau et permet le trier par ordre décroissant.
- Écrire l'algorithme principal.

H. Mraoui 4

# Fonctions : cas des tableaux Fonction indice\_val\_max (T: tableau[] d'entiers, taille: Entier, k: Entier): Entier Variable i, imax, max2: Entier **DébutFonction** $max2 \leftarrow T[k]$ $imax \longleftarrow k$ Pour i allant de k+1 à taille-1 Faire **DébutPour** Si (T[i]>max2) Alors $max2 \longleftarrow T[i]$ $imax \longleftarrow i$ FinSi **FinPour** Retourne imax **FinFonction**

```
Fonctions: cas des tableaux
Fonction Tri_décroissant (T: tableau[] d'entiers, taille: Entier): tableau d'entiers
     i, imax, a,k: Entier
    DébutFonction
     Pour i allant de taille à 2 (Pas -1) Faire
    DébutPour
          imax \leftarrow indice\_val\_max(T,taille,k)
          \mathbf{a} \longleftarrow T[\mathbf{k}]
          T[k] \longleftarrow T[imax]
          T[imax] \ ] \longleftarrow \ a
          k \,\longleftarrow\, k{+}1
    FinPour
                          Retourne T
     FinFonction
H. Mraoui
                                                                                                                 49
```

### Fonctions: cas des tableaux Algorithme Programme\_Pricipal $\begin{array}{ccc} \textbf{Constante} & \textbf{n} \longleftarrow 6 \end{array}$ Variable i: Entier T: tableau[ 0..n-1] d'entiers Début Pour i allant de 0 à n-1 Faire DébutPour Lire (T[i]) **FinPour** $T \longleftarrow \underline{Tri\_d\acute{e}croissant} \ (T,n)$ Pour i allant de 0 à n-1 Faire **DébutPour** Afficher (T[i]) FinPour H. Mraoui 50

### **Procédures**

- Dans certains cas, on peut avoir besoin de répéter une tâche dans plusieurs endroits, mais que dans cette tâche on ne calcule pas de résultats ou qu'on calcule plusieurs résultats à la fois. Dans ce cas on ne peut pas utiliser une fonction, on utilise une procédure.
- Une procédure est un sous programme semblable à une fonction mais qui retourne rien.

H. Mraoui

### **Procédures**

La procédure s'écrit en dehors de l'algorithme principal sous la forme :

**Procédure** Nom\_de\_procédure(Liste des arguments)

Variable /\* Déclariation des variables \*/

- DébutProcédure
- Liste des instructions de la procédure
- FinProcédure

Un sous-programme récursif est un sousprogramme qui peut s'appeler lui-même.

Il existe deux types de récursivité :

- **Directe ou simple : le sous-programme s'appelle lui-même.**
- **↓ Indirecte ou croisée :** deux sousprogrammes s'appellent l'un l'autre : le premier appelle le second, qui appelle le premier, etc.

H. Mraoui 5

### La récursivité

La récursivité peut être appliquée tant aux fonctions qu'aux procédures.

Modèle de fonction récursive directe :

```
Fonction recursive ()
```

Variable /\* Déclariation des variables \*/

DébutFonction

```
/* instructions */
recursive ( )
```

/\* instructions \*/

FinFonction

Modèle de fonction récursive indirecte :

Fonction recursiveA ( )

DébutFonction

/\*instructions \*/

recursiveB( )

/\*instructions \*/

recursiveA( )

/\*instructions \*/

FinFonction

FinFonction

Fonction recursiveB( )

/\*instructions \*/

FinFonction

H. Mraoui 5

### La récursivité

Une fonction récursive contient un ou plusieurs paramètres qui évoluent lorsqu' on appelle la fonction jusqu'à satisfaire un test qui nous permettra de sortir de la fonction. La récursivité solutionne un problème en résolvant le même problème mais donne une solution plus simple. Le processus de simplification se poursuit jusqu'à l'atteinte d'un cas où la solution est connue.

### Fonction recursive ()

Variable /\* Déclariation des variables \*/

DébutFonction

Sinon

recursive ()

**Finsi** 

/\* instructions \*/

FinFonction

H. Mraoui

### La récursivité

Une factorielle est l'exemple classique d'application d'un algorithme récursif.

# Calcul de la factorielle :

$$Fact(n) = \begin{cases} 1 & \text{Si } n=0, \\ \\ Fact(n-1)*n & \text{Si } n>0 \end{cases}$$

```
Fonction Fact (n: Entier): Entier

• DébutFonction

Si (n = 0) Alors

Retourne 1

Sinon

Retourne n*Fact(n-1)

Finsi

• FinFonction
```

H. Mraoui 59

### La récursivité

```
Algorithme Factorielle_d'_un_nombre
Variable
    n : Entier
Début
    Afficher ("Saisir un nombre entier : ")
    Lire (n)
    Afficher ("La factorielle de ",n, " est " , Fact(n))
FIN
```

# Calcul de la suite de Fibonacci:

$$Fib(n) = \begin{cases} 1 & \text{Si } n=0, \\ 1 & \text{Si } n=1, \\ & \text{Fib(n-1)+Fib(n-2)} & \text{Si } n>1 \end{cases}$$

H. Mraoui 6

# La récursivité Fonction Fib (n : Entier ) : Entier • DébutFonction Si (n = 0) Alors Retourne 1 Sinon Si (n = 1) Alors Retourne 1 Sinon Retourne Fib(n-1)+Fib(n-2) Finsi • FinFonction H. Mraoui 62

```
Algorithme Appel_Fonction_Fibonacci
Variable
    n: Entier
Début
    Afficher ("Saisir un nombre entier:")
    Lire (n)
    Afficher ("La factorielle de ",n, " est ", Fib(n))
FIN
```

H. Mraoui 63

### La récursivité : Exemple

- Produit des éléments d'un tableau T.
- La taille du problème est liée à la taille du tableau : n.
- Multiplier les éléments d'un tableau de taille n revient à multiplier T[ind\_initial] avec le produit du reste (tableau de taille n-1.
- Le produit s'arrête si on vérifie que ind\_initial>ind\_final

### La récursivité : Exemple

H. Mraoui 65

### La récursivité

# **Recherche dichotomique:**

On suppose qu'on dispose d'un tableau et on se donne un élément quelconque et on cherche si cet élément est dans le tableau ou non.

**<u>Attention</u>**: uniquement si le tableau est déjà trié.

### A chaque étape :

- Tester si le tableau est vide (Arrêt des appels récursifs avec échec)
- Calculer l'indice moyen (indice\_max+indice\_min)/2
- Comparer la valeur présente à l'indice moyen avec l'élément recherché :
  - 1) Si l'élément recherché est à l'indice moyen (arrêt succès).
  - 2) Si l'élément est supérieur à la valeur tableau[indice\_moyen] relancer la recherche avec le tableau supérieur.
  - 3) Sinon relancer la recherche avec le tableau inférieur.

H. Mraoui 67

# La récursivité

```
Fonction Recherche_Dicho(T: tableau[] d'entiers, taille: Entier, x: Entier): booléen
Variable
    ind_min, ind_max, ind_moyen: Entier
    trouvé : Booléen
    DébutFonction
                        \operatorname{ind}_{\min} \longleftarrow 0
                         ind_max \leftarrow taille-1
                         trouvé ← Faux
     Tant que (ind_min<ind_max) et (trouvé= Faux) Faire
                         ind\_moyen \longleftarrow (ind\_min+ind\_max) div 2
                        Si ( T[ind_moyen]=x) Alors
                                    trouvé← Vrai
                              Si (T[ind_moyen]>x) Alors
                                       ind_max=ind_moyen-1
                              Sinon
                                        ind_min=ind_moyen+1
```

FSO.UMPOUJDA.COM

**Finsi** 

**Finsi** 

**FinTantque** 

Retourne trouvé

FinFonction

H. Mraoui 69

### La récursivité

Algorithme Appel\_Fonction\_RechercheDicho

Constante  $n \leftarrow 6$ 

Variable

i,x: Entier

T: tableau[ 0..n-1] d'entiers

Début

Afficher (" Donner un tableau ordonné de taille " , n)

- Pour i allant de 0 à n-1 Faire
- DébutPour
- Lire (T[i])
- FinPour
- Afficher (" Donner un entier : " )
- Lire (
- $\bullet \qquad \textbf{Afficher} \; (\texttt{"Résultat de la recherche est "}, \\ \textbf{Recherche\_Dicho}(T,n,x))$

Fin

```
La récursivité
Fonction Recherche Dicho(T: tableau[] d'entiers, ind min: Entier, ind max: Enteier ,x: Entier): booléen
    ind_moyen: Entier
    DébutFonction
                       Si (ind\_min <= ind\_max) alors
                                 ind\_moyen \longleftarrow (ind\_min+ind\_max) \; div \; 2
                           Si ( T[ind_moyen]=x) Alors
                                  retourne Vrai
                            Sinon
                                 Si (T[ind_moyen]>x) Alors
                                     retourne Recherche_Dicho(T,ind_min,ind_moy-1,x)
                                 Sinon
                                     retourne Recherche_Dicho(T,ind_moy+1,ind_max,x)
                                  Finsi
                          Finsi
                      Sinon
                                retourne Faux
  H. Mraoui
```

```
La récursivité
              Finsi
      FinFonction
Algorithme Appel_Fonction_RechercheDicho
     i,x: Entier
    T: tableau[0..n-1] d'entiers
 Afficher (" Donner un tableau ordonné de taille " , \mathbf{n})
     Pour i allant de 0 à n-1 Fair
        DébutPour
             Lire (T[i])
        FinPour
     Afficher (" Donner un entier : " )
        Lire (x)
      Afficher (" Résultat de la recherche est ", Recherche_Dicho(T,0,n-1,x))
H. Mraoui
                                                                                                                72
```

# • Exercice 1:

Nous voulons un sous-algorithme récursif

Difference(A,k,B,C) qui nous renvoie la

différence des deux tableaux qui lui sont
passés en argument (La différence de A et de
B, est le tableau des éléments de A
n'appartenant pas à B). Distinguer :

- 1. Cas des tableaux non triés.
- 2. Cas des tableaux triés.

H. Mraoui

## La récursivité : Exercices

```
Procédure Différence(A,B,C: tableau[] d'entiers, k,n,m: Entier)

/* n la taille de A et m la taille de B*. Cas des tableaux non triés */

DébutProcédure

Si k< n Alors

Si Recherche(B, m, A[k])=Faux Alors

Taille(C) ← Taille(C)+1

C[Taille(C)-1] ← A[k]

Finsi

Différence(A,B,C,k+1,n,m)

Finsi

FinProcédure
```

H. Mraoui 7.

74

```
La récursivité : Exercices

Fonction Différence(A,B,C : tableau[] d'entiers, a,b,n,m: Entier) : tableau d'entiers

/* n la taille de A et m la taille de B*. Cas des tableaux triés /

DébutFonction

Si a>=n Alors
    retourne C

Finsi

Si A[a]=B[b] Alors
    retourne Différence(A,B,C,a+1,b+1,n,m)

Sinon

Si A[a]<B[b] Alors

Taille(C) ← Taille(C)+1

H. Mraoui

C[Taille(C)-1] ← A[a] 75
```

```
La\ r\'ecursivit\'e: Exercices
Retourne\ Diff\'erence(A,B,C,a+1,b,n,m)
Sinon
Retourne\ Diff\'erence(A,B,C,a,b+1,n,m)
Finsi
Finsi
Finsi
FinFonction
Remarque:
L'appel initial est\ Diff\'erence(A,B,C,0,0,n,m)\ ou\ C\ est
un\ tableau\ ne\ contenant\ initialement\ aucun\ \'el\'ement
(taille(C)=0).
H. Mraoui
```

# • Exercice 2:

Nous voulons un sous-algorithme récursif qui permet de trier un tableau. Son principe est de parcourir le tableau T en la divisant systématiquement en deux sous-tablaeux T1 et T2 L'un est tel que tous ses éléments sont inférieurs à tous ceux de l'autre tableau et en travaillant séparément sur chacun des deux sous-tableaux en réappliquant la même division à chacun des deux sous-tableaux jusqu'à obtenir uniquement des sous-tableaux à un seul élément.

H. Mraoui 7

#### La récursivité : Exercices

- Pour partitionner un tableau en deux sous-tableaux T1 et T2 :
  - on choisit une valeur quelconque dans le tableau L (la dernière par exemple) que l'on dénomme pivot,
  - puis on construit le sous-tableau T1 comme comprenant tous les éléments de T dont la valeur est inférieure ou égale au pivot,
  - et l'on construit le sous-tableau T2 comme constitué de tous les éléments dont la valeur est supérieure au pivot.

- T = [ 4, 23, 3, 42, 2, 12, 45, 18, 38, 15 ]
   prenons comme pivot la dernière valeur
   pivot = 15
- Nous obtenons par exemple :

T1 = [4, 12, 3, 2] T2 = [23, 45, 18, 38, 42]

A cette étape voici l'arrangement de T :

T = T1 + pivot + T2 = [4, 12, 3, 2, 15, 23, 45, 18, 38, 42]

H. Mraoui 79

#### La récursivité : Exercices

- Il est proposé de **choisir arbitrairement le pivot** que l'on cherche à placer.
- Si le tableau est de longueur nulle, il n'y a rien à faire.
- Sinon, on parcourt le tableau, une fois de gauche à droite, et une autre de droite à gauche, à la recherche d'éléments mal placés, que l'on permute. Si les deux parcours se croisent, on arrête.

# Appliquons cette démarche à l'exemple précédent :

T = [4, 23, 3, 42, 2, 12, 45, 18, 38, 15]

Choix arbitraire du pivot : l'élément le plus à droite ici 15

H. Mraoui

## La récursivité : Exercices

- Balayage à gauche :
- =a.a.ya.go a gaao...o
  - 4 < 15 => il est dans la bonne sous-liste, on continue
- liste en cours de construction : [ 4,15 ]
- 23 > 15 => il est mal placé il n'est pas dans la bonne sous-liste, on arrête le balayage gauche,
- liste en cours de construction :[ 4,23, 15 ]
- Balayage à droite :

,

38 > 15 => il est dans la bonne sous-liste, on continue

- liste en cours de construction : [ 4,23, 15, 38 ]
- 18 > 15 => il est dans la bonne sous-liste, on continue
- liste en cours de construction : [ 4,23, 15, 18, 38 ]
- 45 > 15 => il est dans la bonne sous-liste, on continue

liste en cours de construction : [ 4,23, 15, 45, 18, 38 ]

H. Mraoui 82

FSO.UMPOUJDA.COM

- 12 < 15 => il est mal placé il n'est pas dans la bonne sous-liste, on arrête le balayage droit,
- liste en cours de construction : [ 4,23, 15, 12, 45, 18, 38 ]
- Echange des deux éléments mal placés :

[4, <u>12</u>, 3, 42, 2, <u>23</u>, 45, 18, 38, 15]

[ **4**, **23**, **15**, **12**, **45**, **18**, **38** ] ----> [ **4**, **12**, **15**, **23**, **45**, **18**, **38** ] On reprend le balayage gauche à l'endroit où l'on s'était arrêté :

- 3 < 15 => il est dans la bonne sous-liste, on continue
- liste en cours de construction : [4,12, 3,15, 23, 45, 18, 38]
- 42 > 15 => il est mal placé il n'est pas dans la bonne sous-liste, on arrête de nouveau le balayage gauche,
- liste en cours de construction : [4,12, 3, 42, 15, 23, 45, 18, 38]
- On reprend le balayage droit à l'endroit où l'on s'était arrêté :

H. Mraoui 83

#### La récursivité : Exercices

- 2 < 15 => il est mal placé il n'est pas dans la bonne sous-liste, on arrête le balayage droit,
- · liste en cours de construction :

[ 4,<u>12</u>, 3, 42, <u>15</u>, 2, <u>23</u>, 45, 18, 38 ]

- On procède à l'échange :
- [4, <u>12</u>, 3, <u>2</u>, 15, <u>42</u>, <u>23</u>, 45, 18, 38]

#### Donc;

le pivot : 16

- la sous-liste de gauche : T1 = [4, 12, 3, 2]
- la sous-liste de droite : **T2 = [23, 45, 18, 38, 42]**
- la liste réarrangée : [ 4,12, 3, 2, 15, 42, 23, 45, 18, 38 ]

**Procédure echanger**(T: tableau[] d'entiers, a: Entier, b: Entier)

Variable temp: Entier

**DébutProcédure** 

$$temp \longleftarrow T[a]$$

$$T[a] \longleftarrow T[b]$$

$$T[b] \longleftarrow temp$$

**FinProcédure** 

H. Mraoui 85

## La récursivité : Exercices

**Procédure TriRapide** (T : tableau[] d'entiers, g: Entier, d: Entier)

Variable i,j,pivot : Entier

**DébutProcédure** 

$$\begin{array}{l} \mathbf{i} \longleftarrow \mathbf{g} \\ \mathbf{j} \longleftarrow \mathbf{d} \\ \mathbf{pivot} \longleftarrow \mathbf{T[g]} \end{array}$$

```
Faire

Tant que T[i]<pivot Faire i \leftarrow i+1 FinTantque

Tant que T[j]>pivot Faire j \leftarrow j-1 FinTantque

Si (i <= j) Alors

echanger(T, i, j)

i \leftarrow i+1

j \leftarrow j-1

FinSi

Jusqu'à (i > j)
```

H. Mraoui

## La récursivité : Exercices

```
La récursivité Terminale : Exemple 1

Fonction Fact_T (n : Entier, k : Entier ) : Entier

/* le nombre k est un accumulateur */

• DébutFonction

Si (n = 0) Alors

Retourne k

Sinon

Fact_T(n-1, n*k)

Finsi

• FinFonction

/* Appel initial est Fac_T(n, 1) */
```

```
Fonction Fib_T (n: Entier, a: Entier, b: Entier): Entier

• DébutFonction

Si (n = 0) Alors

Retourne a

Sinon

Retourne Fib_T(n-1,b,a+b)

Finsi

• FinFonction

/* Appel initial est Fib_T(n,0,1)*/
```

## Structures et enregistrements

La faculté des sciences d'oujda organise les informations concernant la filière SMI-S3 dans une liste identique à la suivante :

	Nom & Prénom	Moyenne	Observation
1	Idrissi Hassan	12	Validé
2	Salhi Yahia	80	Non Validé

H. Mraoui 9

## **Structures et enregistrements**

Problème: Le chef de filière veut créer un programme permettant la saisie et le traitement de cette liste sachant qu'elle comporte au maximum 200 étudiants.

- **♣** Donnez la structure de données nécessaire pour les objets à utiliser.
- **♣** Donnez une déclaration algorithmique de ces objets.

## Structures et enregistrements

Objet	Type / Nature	Rôle
Num	Tableau de 200 entiers	Tableau des numéros des étudiants
Nom	Tableau de 200 chaînes	Tableau contenant les noms & prénoms
Moy	Tableau de 200 réels	Tableau des moyennes
Obser	Tableau de 200 chaînes	Tableau des observations

H. Mraoui

## Structures et enregistrements

# **Problème :** Cette approche est totalement ingérable dès qu'il s'agit de :

- **4** trier les moyennes.
- **↓** rechercher la liste des étudiants ayant validé le semestre
- **↓** rechercher la liste des étudiants autorisés à passer l'examen de rattrapage.

Cela devient difficile.

#### Structures et enregistrements

Pour proposer une solution pratique, il faudrait une sorte de type particulier qui pourrait regrouper en une seule liste des variables de types différents. Ces types existent. Ils s'appellent des structures et permettent de décrire des enregistrement. les enregistrements sont des structures de données dont les éléments peuvent être de type différent et qui se rapportent à la même entité.

Les éléments qui composent un enregistrement sont appelés champs.

H. Mraoui 9

## Déclaration : type structuré

- **♣** Avant de déclarer une variable structure, il faut avoir au préalable définit son type, c'est à dire le nom et le type
- **↓** Un type structuré doit être déclaré et défini avant les variables pour qu'il puisse être utilisé pour définir des variables de type structuré.
- **4** Vous devez déclarer les types structurés hors de l'algorithme et des sous-algorithmes.

#### Déclaration : type structuré

<u>Définition</u>: Une structure est un type de données défini par l'utilisateur et qui permet de grouper un nombre fini d'éléments (ou champs) de types éventuellement différents.

**Type** 

**Structure** nom\_type

champ1: type\_champ1

champn: type\_champn

**FinStructure** 

H. Mraoui

## Déclaration : type structuré

- **♣** Chaque structure porte un nom. Ce nom sera utilisé pour déclarer des enregistrements.
- **↓** Une structure peut contenir 1 à n champs, du même type ou de types différents.
- **4** Une structure a un seul champ est en soi totalement inutile.

Déclaration : type structuré

# **Exemple:**

**Type** 

**Structure** tetudiant

Num: Entier

Nom : chaîne de caractères

Moy: Réel

**Oberv : chaîne de caractères** 

**FinStructure** 

H. Mraoui

Déclaration : type structuré

Une fois qu'on a défini un type structuré, on peut déclarer des variables enregistrements exactement de la même façon que l'on déclare des variables d'un type primitif.

**Syntaxe:** 

Variable

nom\_var: nom\_type

**Syntaxe:** 

Variable

étudiant1, étudiant2 : tétudiant

## Accès aux champs d'un enregistrement

Alors que les éléments d'un tableau sont accessibles au travers de leur indice, les champs d'un enregistrement sont accessibles à travers leur nom, grâce à l'opérateur '.', i.e., vous accédez aux champs d'un enregistrement en passant par le nom de l'enregistrement et le nom du champ séparé par le caractère '.', le point, selon la forme suivant :

nom\_enreg.nom\_champ

H. Mraoui

## Accès aux champs d'un enregistrement

# Reprenons l'exemple précédent :

```
étudiant.Num ← 1

étudiant.Nom ← Idrissi Hassan

étudiant.Moy ← 15

étudiant.Obser ← Validé
```

## Manipulation d'un enregistrement

Les champs d'un enregistrement se manipulent exactement comme des variables. Ils peuvent recevoir des valeurs et leur valeur peut être affectée à une autre variable. Les champs peuvent être utilisés partout où les variables sont utilisées, y compris comme paramètres de de sous-programmes, en saisie, en affichage, etc.

H. Mraoui

## Manipulation d'un enregistrement

Exemple: Prendre un catalogue de produits dans un magasin. Un article est décrit par une référence, un nom et un prix.

Type

Structure tarticle

ref : chaîne de caractère

nom : chaîne de caractère

prix: Réel

**FinStructure** 

## Manipulation d'un enregistrement

#### Variable

```
article1, article2: tarticle
```

reponse : booléen

#### Début

Afficher (" Référence du premier article ? ")

Lire (article1.ref)

Afficher (" Nom du premier article ? ")

Lire (article1.nom)

H. Mraoui

## Manipulation d'un enregistrement

```
Afficher (" Prix du premier article ? ")
```

Lire (article1.prix)

Afficher (article1.ref, article1.nom, article1.prix)

Afficher (" Copier le premier article dans le second ? ")

Lire (reponse)

Si reponse= "oui " Alors

article2 ← article1

FinSi

## Manipulation d'un enregistrement

```
article2.prix ← 15.25

Si article2.prix = article1.prix Alors

Afficher (" Les deux articles ont le même prix ")

FinSi

Fin
```

H. Mraoui

## L'imbrication d'enregistrements

Un type structuré peut être utilisé comme type pour des champs d'un autre type structuré.

## **Exemple:**

Type

Structure tfabricant

ref : chaîne de caractère

nom : chaîne de caractère tel : chaîne de caractère

FinStructure

## L'imbrication d'enregistrements

Un type structuré peut être utilisé comme type pour des champs d'un autre type structuré.

```
Type

Structure tarticle

ref : chaîne de caractère

nom_art : chaîne de caractère

prix : Réel

fab : tfabricant

FinStructure
```

H. Mraoui

## L'imbrication d'enregistrements

```
Maintenant déclarez un enregistrement de type article : Variable article1 : tarticle

Pour accéder aux champs de l'enregistrement article1, il faut utiliser :

article1.ref 	— "article11_11 "

article1.nom 	— "ABC "

article1.prix 	— "200 "

article1.fab.ref 	— "Fab110 "

article1.fab.nom 	— "Nom_fab_art "

article1.fab.tel 	— "043534 "
```

H. Mraoui

FSO.UMPOUJDA.COM

110

#### Tableau dans une structure

On peut ajouter un tableau comme champ de structure :

```
Type
Structure nom_type
.....
Champ_t: tableau[0..nbelement-1] de type
....
FinStructure
```

Pour accéder au tableau : nom\_enreg. Champ\_t[indice]

H. Mraoui

## Tableau dans une structure

Exemple: Nous voulons connaître le nombre d'articles vendus sur les 12 mois de l'année.

```
Type

Structure bilanart

art : tarticle

vente : tableau[0..11] de réels

FinStructure
```

#### Tableau dans une structure

Déclarer bart: bilanart

Donc

```
Pour i allant de 1 jusqu'à 12 Faire

Afficher (" Vente du mois ",i, " ?")

Lire (bart.vente[i-1])

total ← total+bart.vente[i]

FinPour
```

H. Mraoui

## Passage d'un enregistrement en paramètre

Il est possible de passer tout un enregistrement en paramètre d'une fonction ou d'une procédure (on n'est pas obligé de passer tous les champs uns à uns, ce qui permet de diminuer le nombre de paramètres à passer), exactement comme pour les

```
tableaux. Procédure Proc_afficher (article1 : tarticle)

DébutProcédure

Afficher (article1.ref, article1.nom, article1.prix)

FinProcédure
```

## Les tableaux d'enregistrement (ou tables)

Il arrive souvent que l'on veuille traiter non pas un seul enregistrement mais plusieurs. Par exemple, on veut pouvoir représenter plusieurs articles. On va créer un tableau regroupant toutes les articles d'un catalogue. Il s'agit alors d'un tableau d'enregistrements.

H. Mraoui

## Les tableaux d'enregistrement (ou tables)

# Soit la structure tarticle :

Type

**Structure** tarticle

ref : chaîne de caractère

nom : chaîne de caractère

prix : Réel

**FinStructure** 

Vous voulez créer une table de dix articles Variable articles : tableau[0..9] de tarticles

## Les tableaux d'enregistrement (ou tables)

Chaque élément du tableau est un enregistrement, contenant plusieurs variables de type différent.

On accède à un enregistrement par son indice dans le tableau.

- articles[1] représente le deuxième article du catalogue
- articles[1].nom représente le nom de deuxième article du catalogue

H. Mraoui

## Les tableaux d'enregistrement (ou tables)

Pour accéder aux dix enregistrements, le mieux est d'utiliser une boucle :

```
Début

Pour i allant de 1 jusqu'à 10 Faire

Afficher (" Saisir ref article ",i)

Lire (articles[i-1].ref)

FinPour

Fin
```

## **Définition:**

Un fichier est un ensemble structuré de données de même type, nommé et enregistré sur un support lisible par l'ordinateur (disque dur, disquette, flash disque, CD Rom, ..etc). Un fichier peut contenir des caractères (fichier textes), des programmes, des valeurs (fichier de données).

H. Mraoui

#### Les Fichiers

# **Organisation des fichiers:**

Un fichier se distingue des autres par quelques attributs dont son nom et sa catégorie. Ils se distinguent aussi entre eux par l'organisation de leurs données ce qui définit leur format.

<u>Catégories de fichiers</u>: Deux catégories de fichiers sont distinguables :

♣ Les fichiers organisés sous forme de lignes de texte successives, qui s'appellent des fichiers texte. Cela signifie vraisemblablement que ce fichier contient le même genre d'information à chaque ligne. Ces lignes sont alors appelées des enregistrements.

H. Mraoui

#### Les Fichiers

<u>Catégories de fichiers</u>: Deux catégories de fichiers sont distinguables :

♣ Le second type de fichier : il rassemble les fichiers qui ne possèdent pas de structure de lignes (d'enregistrement). Ces fichiers contenant des données variées dont des nombres représentés sous forme binaire. Ces fichiers sont appelés des fichiers binaires

Structure des enregistrements: les fichiers peuvent être structurés en enregistrement. Il y a deux grandes possibilités pour structurer ces enregistrements :

**♣** La structure n°1 est dite délimitée ; Elle utilise un caractère spécial, appelé caractère de séparation ou délimitation, qui permet de repérer quand finit un champ et quand commence le suivant.

H. Mraoui

#### Les Fichiers

# **Exemple:**

# Structure n°1

```
"Idrissi1";"Hassane1";0123;"Hassane1@yahoo.fr"
"Idrissi2";"Hassane2";0456;"Hassane2@yahoo.fr"
"Idrissi3";"Hassane3";0789;"Hassane3@yahoo.fr"
"Idrissi4";"Hassane4";0978;"Hassane4@yahoo.fr"
```

Remarque: Le caractère de délimitation ne doit pas se retrouver à l'intérieur de chaque champ.

**La structure n°2** est dite à champs de largeur fixe, il n'y a pas de délimiteurs. Chaque champ a une longueur prédéfinie et occupe toute cette longueur, quitte à être complété par des espaces.

Idrissi1	Hassane1		Hassane1@yahoo.fr
Idrissi2	Hassane2	0456	Hassane2@yahoo.fr
Idrissi3	Hassane3	0789	Hassane3@yahoo.fr
Idrissi4	Hassane4	0978	Hassane4@yahoo.fr

H. Mraoui 12

#### Les Fichiers

Remarque: Contrairement au format limité, le format à largeur fixe consomme bien plus de mémoire. Cependant, la récupération de tels champs est bien plus simple car vous connaissez à l'avance la taille de chaque champ et donc toutes les positions pour découper vos enregistrements.

# Types d'accès:

Le type d'accès est la manière dont la machine va pouvoir aller rechercher les informations contenues dans le fichier.

# On distingue:

 L'accès séquentiel : Pour lire une information particulière, il faut lire toutes les informations situées avant.

H. Mraoui

## Les Fichiers

# Types d'accès:

 L'accès direct: Nous pouvons accéder directement à l'information désirée, en précisant le numéro d'emplacement (le numéro d'ordre) de cette information.

# Les fichiers à accès séquentiel

Pour travailler avec des fichiers, vous devez respecter un certain ordre. Il vous faudra :

- **♣ Ouvrir le fichier : c'est-à-dire indiquer à quel** fichier vous voulez accéder.
- **♣** Traiter le contenu du fichier : le lire, y écrire bref toutes les opérations désirées et manipuler son contenu.
- **Fermer le fichier : quand tous les traitements sont terminés**

H. Mraoui

#### Les Fichiers

Remarque: Si l'on veut travailler sur un fichier, la première chose à faire est de l'ouvrir. Cela se fait en attribuant au fichier un numéro de canal. On ne peut ouvrir qu'un seul fichier par canal, mais quel que soit le langage, on dispose toujours de plusieurs canaux. Donc, l'accès à un fichier passe par l'utilisation d'un canal. Un canal permet de faire transiter un flux d'informations d'un programme vers un fichier.

<u>Les modes d'ouverture</u> L'important est que lorsqu'on ouvre un fichier, on souhaite lire son contenu, y écrire, ou ajouter des lignes à la fin.

♣ Si on ouvre un fichier pour lecture, on pourra uniquement récupérer les informations qu'il contient, sans les modifier en aucune manière.

H. Mraoui

#### Les Fichiers

♣ Si on ouvre un fichier pour écriture, on pourra mettre dedans toutes les informations que l'on veut. Mais les informations précédentes, si elles existent, seront intégralement écrasées Et on ne pourra pas accéder aux informations qui existaient précédemment.

**♣Si** on ouvre un fichier **pour ajout**, on ne peut ni lire, ni modifier les informations existantes. Mais on pourra, comme vous commencez à vous en douter, ajouter de nouvelles lignes.

H. Mraoui

## Les Fichiers

# Déclaration

La structure fichier se déclare comme un type prédéfini :

nom\_fichier : fichier séquentiel
Pour ouvrir un fichier texte, on écrira par
exemple :

Ouvrir "Toto.txt" dans nom\_fichier en Lecture

## Algorithme Ouvre

Variable

**fic** : fichier séquentiel **nom** : chaîne de caractères

Début

 $nom \leftarrow Toto.txt$ 

Ouvrir nom dans fic en Lecture

/\* traitements \*/

Fermer fic

Fin

H. Mraoui

## Les Fichiers

# Lire des enregistrements (lignes)

La lecture d'une ligne se fait via l'instruction Lire. Lire lit l'enregistrement présent à la position actuelle du fichier, puis se place sur l'enregistrement suivant.

La syntaxe est la suivante

Lire(nom\_fichier, variable)

```
Algorithme Lire_fichier

Variable

fic: fichier séquentiel

Ligne, Nom, Prénom, Tel, Mail: chaîne de caractères

• Début

Ouvrir "Toto.txt" dans fic en Lecture

Lire (fic,Ligne)

Nom ← Milieu(Ligne, 1, 20)

Prénom ← Milieu(Ligne, 21, 15)

Tel ← Milieu(Ligne, 36, 10)

Mail ← Milieu(Ligne, 46, 20)

Fermer fic

• Fin

H. Mraoui
```

#### Les Fichiers

Lire un fichier séquentiel de bout en bout suppose de programmer une boucle. Comme on sait rarement à l'avance combien d'enregistrements comporte le fichier, la combine consiste à utiliser la fonction FinFichier(). Cette fonction prend en paramètre le nom du fichier. Elle retourne Vrai si la fin du fichier a été atteinte.

```
Les Fichiers
 Algorithme Lire_fichier
Variable
 fic: fichier séquentiel
Ligne: chaîne de caractères
i: Entier
Nom, Prénom, Tel, Mail: tableau[] de chaîne de caractères

    Début

    Ouvrir "Toto.txt" dans fic en Lecture
     \mathtt{i} \leftarrow \mathtt{-1}
H. Mraoui
                                                                            139
```

```
Tantque Non FinFichier(fic) Faire
        Lire (fic,Ligne)
                       \mathtt{i} \leftarrow \mathtt{i+1}
                       \textcolor{red}{\textbf{Taille}(\texttt{Nom})} \longleftarrow \textcolor{red}{\textbf{Taille}(\texttt{Nom})} + 1
                       Taille(Prénom) \leftarrow Taille(Prénom)+1
                       \textcolor{red}{\textbf{Taille}(\texttt{Tel})} \longleftarrow \textcolor{red}{\textbf{Taille}(\texttt{Tel})} + 1
                       Taille(Mail) \leftarrow Taille(Mail)+1
                      Nom[i] \leftarrow Milieu(Ligne, 1, 20)
                       Prénom[i] ← Milieu(Ligne, 21, 15)
                      Tel[i] \leftarrow Milieu(Ligne, 36, 10)
                      Mail[i] \leftarrow Milieu(Ligne, 46, 20)
FinTantque
Fermer fic
                                                                                                                    140
```

```
Algorithme Lire_fichier

Type

Structure Personne

Nom, Prénom, Tel, Mail: chaîne de caractères
FinStructure

Variable

fic: fichier séquentiel

Ligne: chaîne de caractères

i: Entier

Base: tableau[] de Personne
```

## Les Fichiers

```
Début

Ouvrir "Toto.txt" dans fic en Lecture

i ← -1

Tantque Non FinFichier(fic) Faire

i ← i+1

Taille(Base) ← Taille(Base)+1

Lire (fic,Base[i])

FinTantque

Fermer fic

Fin

H. Mraoui
```

#### Les Fichiers

### **Ecrire**

L'écriture utilise l'instruction Ecrire, une fonction qui prend comme paramètre le nom du fichier et l'enregistrement (la ligne).

La syntaxe est la suivante

Ecrire(nom\_fichier, ligne)

H. Mraoui 143

#### Les Fichiers

## **Ajouter**

Ajout utilise l'instruction Ecrire, une fonction qui prend comme paramètre le nom du fichier et l'enregistrement (la ligne).

La syntaxe est la suivante

Ecrire(nom\_fichier, ligne)

Avec

Ouvrir "Toto.txt" dans nom\_fichier en Ajout

- Quand on tente à résoudre un problème, la question qui se pose c'est le choix du meilleur algorithme parmi les algorithmes qui permettent de décrire des méthodes de résolution de ce problème.
- Certains algorithmes sont complexes et le traitement peut nécessiter beaucoup de temps et de ressources de machine, c'est qu'on appelle le "coût " (efficacité ou complexité) de l'algorithme.

Mraoui 14

#### La complexité

 L' analyse de la complexité des algorithmes étudie formellement la quantité de ressources en temps et en espace nécessitée par l'exécution d'un <u>algorithme</u> donnée.

## Le temps d'exécution dépend de

- **♣** Le problème à résoudre
- **La taille des données**
- **L'algorithme de résolution**
- **♣** L'expertise du programmeur
- L'habilité du programmeur
- **La rapidité de la machine**
- **♣** Le langage de programmation
- **Le compilateur**

117

### La complexité

- Dans ce cours nous intéressons au coût des actions résultant de l'exécution d'un algorithme, en fonction de la taille des données traitées.
- Ceci nous permet de comparer des algorithmes traitant le même algorithme.

## Définition (Complexité)

La complexité d'un algorithme désigne le nombre d'opérations fondamentales ( affectation, comparaison, opérations arithmétiques, ...).

La complexité s'exprime en fonction de la taille n des données.

H. Mraoui

### La complexité

## Mesure de la complexité

On s'intéresse généralement

- **4** Meilleur cas (cas favorable).
- **♣ Pire cas** (cas défavorable).
- **Cas moyen** (complexité moyen pour toutes les entrées possibles).

Par exemple pour la recherche d'un élément dans une liste :

12 32 22 10 5 45

- **Le meilleur cas** est que l'on trouve l'élément à la première comparaison.
- **Le pire cas** est qu'on parcours tous les éléments de la liste et que l'élément recherché ne s' y trouve pas.

H. Mraoui 15

### La complexité

**Le moyen cas** est que l'élément recherché se trouve à la 2ème, 3ème position par exemple

Remarque: Dans la suite nous intéressons particulièrement au pire cas.

# Mesure de la complexité

Le choix de l'unité de mesure ne dépend pas de la nature précise des données mais de leur taille *n*.

H. Mraoui 153

#### La complexité

- On désigne par C(n) le nombre d'opérations effectuées pour exécuter un algorithme donné dont la taille de données est n.
- C(n)=O(f(n)): "Complexité en f(n) "
   Généralement la fonction f est une combinaison de polynômes, logarithmes, ou exponentielle

C(n)=O(f(n)): "Complexité en f(n) "
signifie que le nombre d'opérations
effectuées est borné K\*f(n) lorsque n tend
vers l'infini, c'est-à-dire
Il existe K>0 et n<sub>0</sub> telles que pour tout n> n<sub>0</sub>,
C(n)<K\*f(n).</li>

H. Mraoui 155

### La complexité

# Pourquoi étudier le comportement à l'infini

On se préoccupe surtout de la croissance de la complexité en fonction de la taille des données.

## Classes de complexité

- + O(1): complexité constante.
- + O(log(n)): complexité logarithmique.
- +O(n): complexité linéaire.
- +O(n\*log(n)): complexité quasi-linéaire.
- $+ O(n^2)$ : complexité quadratique.
- $+ O(n^p)$ : complexité polynomiale.
- $+ O(2^n)$ : complexité exponentielle.

H. Mraoui

#### La complexité

O(n!): complexité factorielle.

Sur Intel Pentium 4 à 3.2 GHz, si vous traitez 20 données dans un algorithme de complexité O(n!) le temps d'exécution est autour de 25 ans.

### Calcul de la complexité

- Opération de base comme par exemple affectation, lecture, écriture,.. la complexité dans ce cas est O(1).
- Instruction séquentielle

$$C(I_1; ...; I_p) = max(C(I_1), ..., C(I_p))$$

Instructions conditionnelles

C(si cond alors 
$$I_1$$
 sinon  $I_2$ ))=  
C(cond)+max(C( $I_1$ ),C( $I_2$ ))

H. Mraoui 159

### Calcul de a complexité

Instruction itératives

C(pour 
$$i=i_1$$
 jusqu'à  $i_2$  faire  $T_i$ )=
$$(i_2-i_1+1) * \max(C(T_i)).$$

## Calcul de la complexité

<u>Exemple</u>: Exprimer la complexité de cet Algorithme:

H. Mraoui 16

### Calcul de la complexité

Exemple: Exprimer la complexité des algorithmes qui permettent de chercher un élément dans un tableau.

```
Calcul de la complexité
Fonction R1(T: tableau[] d'entiers, x: Entier) : booléen
Variable
    i: Entier
    DébutFonction
                    Faire
                               Si (T[i]=x)
                                         Retourner Vrai
                              Sinon
                                         i← i+1
                              FinSi
                     Jusqu'à (i>=Tialle(T)-1)
                     Retourner Faux
    FinFonction
                                    C(n)=O(n^2)
H. Mraoui
```

```
Calcul de la complexité
Fonction R2(T: tableau[] d'entiers, x: Entier) : booléen
Variable
    i,k: Entier
    DébutFonction
                      i \longleftarrow 1
                      k \leftarrow Taille(T)
                       Pour i allant de 0 à k-1 Faire
                                  Si (T[i]=x)
                                            Retourner Vrai
                                  FinSi
                      Fin Pour
                      Retourner Faux
    FinFonction
                                        C(n) = O(n)
H. Mraoui
                                                                                                164
```

### Comment calculer la complexité d'un algorithme ?

- ightharpoonup Si C(n+1)=C(n) alors C(n)=O(1).
- $\bot$  Si C(2n)=C(n)+1 alors  $C(n)=O(\log(n))$ .
- + Si C(n+1)=C(n)+1 alors C(n)=O(n).
- $+ C(n) = 2 * C(n/2) + n \text{ alors } C(n) = O(n \times log(n))$
- + Si C(n+1)=C(n)+n alors  $C(n)=O(n^2)$ .
- + Si C(n+1)=2\*C(n) alors  $C(n)=O(2^n)$ .

H. Mraoui 16

### Evaluation de C(n) (Fonctions récursives)

# Fonction FunctionRecursive (n: Entier)

- 1. Si (n > 1) alors
- 2. FunctionRecursive(n/2), coût C(n/2)
- 3. Traitement(n), coût T(n)
- 4. FunctionRecursive(n/2), coût C(n/2)

# **Equation récursive**

$$C(n) = 2 * C(n/2) + T(n)$$

Si 
$$T(n) = 1$$
 alors  $C(n) = O(n)$ 

Si 
$$T(n) = n$$
 alors  $C(n) = O(n \times log n)$ 

```
- Problème: : calculer x^n
données: x: réel, n: entier

Méthode 1: x^0 = 1; x^i = x^* x^{i-1} i > 0

Méthode 2: x^0 = 1;

x^i = x^{i/2} * x^{i/2}, \quad \text{si } i \text{ est pair;}

x^i = x^* x^{i/2} * x^{i/2} \text{ si } i \text{ est impair}

...

résultats: y = x^n

- Laquelle choisir? et pourquoi?
```

H. Mraoui

### Evaluation de C(n) (Fonctions récursives)

## **Recherche dichotomique:**

On suppose qu'on dispose d'un tableau et on se donne un élément quelconque et on cherche si cet élément est dans le tableau ou non.

<u>Attention</u>: uniquement si le tableau est déjà trié.

<u>Question</u>: Exprimer la complexité de la recherche dichotomique.

```
Fonction Recherche Dicho(T: tableau[] d'entiers, ind min: Entier, ind max: Enteier ,x: Entier): booléen
     ind_moyen: Entier
                                       /* Le tableau est trié dans un ordre croissant */
    DébutFonction
                         Si (ind_min<=ind_max) alors
                                    \textbf{ind\_moyen} \longleftarrow (\text{ind\_min+ind\_max}) \; \textbf{div} \; 2
                             Si (T[ind_moyen]=x) Alors
                                    retourne Vrai
                               Sinon
                                   Si (T[ind_moyen]>x) Alors
                                        retourne Recherche_Dicho(T,ind_min,ind_moy-1,x)
                                         retourn Recherche_Dicho(T,ind_moy+1,ind_max,x)
                                     Finsi
                             Finsi
                        Sinon
                               retourne Faux
                                                Finsi FinFonction
```

### Evaluation de *C*(*n*) (Fonctions récursives)

## **Recherche dichotomique:**

A Chaque appel, on divise le tableau de recherche en 2. Soit k tel que  $n=2^k$ 

Donc 
$$C(n)=1+C(n/2)$$
  
 $=1+C(2^{k-1})$   
 $=2+C(2^{k-2})$   
 $=...$   
 $=k+C(1)=log_2(n)+C(1)$ 

Donc la complexité est en  $log_2(n)$ .

```
Procédure TriRapide (T: tableau[] d'entiers, g: Entier, d: Entier)

Variable i,j,pivot: Entier DébutProcédure i ← g j← d

ind_moyen ← (g+d) div 2 pivot← T[ind_moyen]

Faire

Tant que T[i]<pivot Faire i ← i+1 FinTantque

Tant que T[j]>pivot Faire j ← j-1 FinTantque

Si (i<=j) Alors echanger(T, i, j) i ← i+1 j ← j-1 FinSi

Jusqu'à (i>j)

Si (g<j) Alors TriRapide(T,g,j) Finsi

Si (i<d) Alors TriRapide(T,i,d)

Finsi

FinProcédure

Question: Exprimer la complexité de cette

procédure.

H. Mraoui 171
```

## Evaluation de C(n) (Fonctions récursives)

Si on prend pivot=T[p] avec  $0 \le p \le n-1$ . La taille des données est évidemment le cardinal n du tableau à trier. La formule de récurrence suivante somme respectivement le coût du calcul du partitionnement et du test, soit O(1) + O(n) = O(n) et des deux appels récursifs :

$$C(n) = O(n) + C(p+1) + C(n - p-1)$$
  
avec  $C(1) = O(1)$ .

H. Mraoui 1/2

Dans le cas idéal, on a p+1=n/2, donc

$$C(n)=O(n)+2\times C(n/2)=O(n\times log_2(n))$$

Soit  $n=2^k$ 

**Donc** 

$$C(2^{k})=2^{k}+2 \times C(2^{k-1})$$

$$=2^{k}+2 \times (2^{k-1}+2 \times C(2^{k-2}))$$

$$=2^{k}+2^{k}+2^{2} \times C(2^{k-2})$$

$$= ....$$

$$= k \times 2^{k}+2^{k} \times C(1)$$

$$= O(n \times \log_{2}(n))$$

H. Mraoui 173

## Evaluation de *C(n)* (Fonctions récursives)

Dans le cas pire, on a p=0, donc

$$C(n) = O(n) + C(1) + C(n - 1) = O(n^{2})$$

$$C(n) = n + C(1) + C(n - 1)$$

$$= n + (n-1) + 2 \times C(1) + C(n - 2)$$

$$= \dots$$

$$= O(n^{2})$$

### Preuves d'algorithmes

- **4** Une preuve algorithmique est en général assez délicate.
- **♣** Souvent nos algorithmes sont très simples, et la preuve ressemble à une paraphrase de l'algorithme

H. Mraoui

### Preuves d'algorithmes

Prouver un algorithme est deux choses :

- **♣** Prouver sa terminaison : un algorithme doit effectuer un nombre fini d'étapes et s'arrêter.
- **♣** Prouver sa correction : un algorithme doit faire ce qu'on attend de lui

## Preuves d'algorithmes

# **Terminaison:**

On dit qu'un algorithme *P* termine, si et seulement si, tout état initial *E* donne une exécution terminante de *P*.

H. Mraoui

### Preuves d'algorithmes

# **Terminaison:**

L'algorithme suivant ne termine pas :

Tant que V Faire

**Fintantque** 

### Preuves d'algorithmes

# **Terminaison:**

L'algorithme suivant ne termine pas :

```
Si (a<=b) Alors

max ← b

Sinon

Tant que (a <> b) faire

max ← a

FinTantque

FinSi
```

H. Mraoui 17

### Preuves d'algorithmes

## **Correction:**

Soit l'algorithme P dont la correction est exprimée par une condition C, On dit que P est correct si et seulement si, pour tout état initial E qui donne une exécution terminante

$$F = P(E)$$
 on a  $F(C) = Vrai$ .

#### Correction d'une fonctions récursive

## **Invariant:**

Une condition vérifiée sur l'état des données traitées par la récurrence.

## **Respect Invariant:**

L'invariant doit être vérifié par chaque étape (appel) de la résolution récursive.

H. Mraoui

### Preuve par invariant de boucle

Montrer que Cet algorithme se termine et en sortie R contient  $x^n$ 

$$A \longleftarrow x N \longleftarrow n \quad R \longleftarrow 1$$

Tant que N > 0 faire

Si N pair alors

$$A \longleftarrow A * A \qquad N \longleftarrow N/2$$

Sinon

$$R \longleftarrow R * A$$
  $N \longleftarrow N - 1$ 

**FinSi** 

FinTantque