

# Module : Probabilités 1

A.U: 2022-2023

Code	Cours intégré	HNE	ECTS
MS-70	42h	68h	4

<b>Responsable Module</b>	Marwa KHALIL
<b>Enseignants Intervenants</b>	Achref LEMEJID/ Emna GHORBEL/ Khadija BESSADAK/ Marwa KHALIL/ Meriem BEL HAJKHALIFA/ Mohamed Anis BELASMER/Mohsen CHEBBI/ Rim BEN ELOUFI/ Souhir GLIOUEZ.
<b>Unité pédagogique</b>	Mathématiques
<b>Unité d'enseignement</b>	Probabilités et Statistique
<b>Pré-requis</b>	MS-40, MS-04, MS-03, MS-33, MS-07
<b>Niveaux et Options</b>	4ème année Data Science (DS)

## Objectif du module :

L'objectif majeur de ce module est de maîtriser les concepts probabilistes que chaque Data Scientist doit avoir, ainsi que de savoir modéliser correctement des expériences aléatoires simples en utilisant un mode de raisonnement probabiliste.

## Mode d'évaluation :

L'étudiant est évalué par :

- ✓ Une note d'examen théorique.
- ✓ Une note du contrôle continu CC.

La moyenne est calculée comme suit :

$$\text{Moyenne} = \text{contrôle continu} * 40\% + \text{Examen} * 60\%$$

*\*N.B : La note du contrôle continu est attribuée à travers un devoir surveillé (DS).*

## **Acquis d'apprentissage : Niveau d'approfondissement (\*)**

À l'issue du cours de probabilités 1, les étudiants doivent être capables de :

<b>AA1</b>	Se rappeler des notions de base de la théorie de probabilités et d'identifier les lois usuelles.	<b>1</b>
<b>AA2</b>	Illustrer à l'aide des exemples les aspects aléatoires de certains phénomènes.	<b>2</b>
<b>AA3</b>	Exprimer la loi d'une variable aléatoire réelle à l'aide de la notion de la fonction génératrice et caractéristique.	<b>2</b>
<b>AA4</b>	Classer les différents modes de convergence d'une suite des variables aléatoires.	<b>2</b>
<b>AA5</b>	Découvrir la notion d'un vecteur aléatoire réel.	<b>3</b>
<b>AA6</b>	Traiter le cas d'un vecteur aléatoire gaussien.	<b>3</b>
<b>AA7</b>	Manipuler une expérience aléatoire grâce aux variables aléatoires bivariées.	<b>3</b>
<b>AA8</b>	Analyser le comportement asymptotique d'une suite des variables aléatoires.	<b>4</b>

\* : (1 : Mémoriser, 2 : Comprendre, 3 : Appliquer, 4 : Analyser, 5 : évaluer, 6 : Créer).

## **Contenu détaillé**

### ***Chapitre 1 : Outils fondamentaux pour les probabilités***

- Rappel sur les notions classiques de probabilités et vocabulaire probabiliste.
- Probabilités conditionnelles: formule des probabilités totales, théorème de Bayes, indépendance.
- Espace de probabilités fini.
- Variables aléatoires réelles: loi de probabilités d'une variable aléatoire réelle, fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle...

<b>Cours</b>	Cours intégré
<b>Durée</b>	6 h
<b>TD</b>	Série d'exercices

## Chapitre 2 : Fonctions génératrice et caractéristique

- Fonction génératrice d'une variable aléatoire discrète: définition et propriétés élémentaires.
- Moments d'ordre «  $p$  » d'une variable aléatoire réelle.
- Fonction caractéristique d'une variable aléatoire réelle: définition et propriétés élémentaires,
- Lien entre la fonction caractéristique et les moments d'ordre «  $p$  » d'une variable aléatoire réelle
- Application sur les lois usuelles.

Cours	Cours intégré
Durée	9 h
TD	Série d'exercices

## Chapitre 3 : Vecteurs aléatoires réels

- Notion d'un vecteur aléatoire réel.
- Moments d'un vecteur aléatoire réel.
- Lois de probabilités d'un vecteur aléatoire: lois marginales, loi conjointe, formule de changement de variables.
- Notion d'indépendance.

Cours	Cours intégré
Durée	9 h
TD	Série d'exercices

## Chapitre 4 : Vecteurs gaussiens réels

- Notion d'un vecteur gaussien: définition et propriétés élémentaires
- Caractérisation d'un vecteur gaussien.

Cours	Cours intégré
Durée	9h
TD	Série d'exercices

## Chapitre 5 : Modes de convergence d'une suite des variables aléatoires

- Convergence presque sûre.
- Convergence en probabilités.
- Convergence en norme  $L^p$ ,  $p > 0$ .
- Convergence en loi.
- Théorèmes limites: Loi faible & Forte des Grands Nombres (LfGN / LFGN), Théorème Central Limite (TCL).

Cours	Cours intégré
Durée	9h
TD	Série d'exercices

## Évaluation :

	Oral assessment	Written exam/ MCQ	Report/ Homework	TD
Se rappeler des notions de base de la théorie des probabilités et identifier les lois usuelles.	X	X		X
Illustrer à l'aide des exemples les aspects aléatoires de certains phénomènes.	X	X	X	X
Exprimer la loi d'une variable aléatoire réelle à l'aide de la notion de la fonction génératrice et caractéristique.		X	X	X
Classer les différents modes de convergence d'une suite des variables aléatoires.	X		X	X
Découvrir la notion d'un vecteur aléatoire réel.		X	X	X
Traiter le cas d'un vecteur aléatoire gaussien.	X	X	X	X
Manipuler une expérience aléatoire grâce aux variables aléatoires bivariées.		X	X	X
Analyser le comportement asymptotique d'une suite des variables aléatoires.	X	X	X	X

## Matrice de compétences :

	L'acquisition des connaissances scientifiques et techniques et la maîtrise de leur mise en œuvre						L'adaptation aux exigences propres de l'entreprise et de la société				prise en compte de la dimension organisationnelle personnelle, et culturelle			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Probabilités 1		X	X	X		X	X			X				

**Compétence n° 1 :** La connaissance et la compréhension d'un large champ de sciences fondamentales et la capacité d'analyse et de synthèse qui leur est associée.

**Compétence n° 2 :** L'aptitude à mobiliser les ressources d'un champ scientifique et technique liées à une spécialité.

**Compétence n° 3 :** La maîtrise des méthodes et des outils de l'ingénieur.

**Compétence n° 4 :** La capacité à concevoir, concrétiser, tester et valider des solutions, des méthodes, produits, systèmes et services innovants.

**Compétence n°5 :** La capacité à effectuer des activités de recherche, maîtriser les dispositifs expérimentaux et le travail collaboratif.

**Compétence n°6 :** La capacité à trouver l'information pertinente, à l'évaluer et à l'exploiter : compétence informationnelle.

**Compétence n° 7 :** L'aptitude à prendre en compte les enjeux de l'entreprise : dimension économique, respect de la qualité, compétitivité et productivité, exigence commerciales, intelligence économique.

**Compétence n° 8 :** L'aptitude à prendre en compte les enjeux des relations au travail, d'éthique, de sécurité et de santé au travail.

**Compétence n° 9 :** L'aptitude à prendre en compte les enjeux environnementaux, notamment par application des principes du développement durable.

**Compétence n° 10 :** L'aptitude à prendre en compte les enjeux et les besoins de la société.

**Compétence n° 11 :** La capacité à s'insérer dans la vie professionnelle, à s'intégrer dans une organisation, à l'animer et à la faire évoluer : exercice de responsabilité, esprit d'équipe, engagement et leadership, management de projets, maîtrise d'ouvrage, communication avec des spécialistes comme avec des non-spécialistes.

**Compétence n° 12 :** La capacité à entreprendre et innover, dans le cadre de projets personnels ou par l'initiative et l'implication au sein de l'entreprise dans des projets entrepreneuriaux.

**Compétence n° 13 :** l'aptitude à travailler en contexte international : maîtrise d'une ou plusieurs langues étrangères et ouverture culturelle associée, capacité d'adaptation aux contextes internationaux.

**Compétence n° 14 :** La capacité à se connaître, à s'autoévaluer, à gérer ses compétences à opérer ses choix professionnels.

## R é f é r e n c e s

:

**Textbook :**

Fourni par l'enseignant

## R é f é r e n c e s bibliographiques :

- Pierre Priouret : Probabilité. Cours disponible en ligne à l'adresse suivante : [http://www.proba.jussieu.fr/cours/proba\\_L\\_priouret.pdf](http://www.proba.jussieu.fr/cours/proba_L_priouret.pdf).
- Pierre Priouret : Introduction aux processus de diffusion. Cours disponible en ligne à l'adresse suivante : <http://www.proba.jussieu.fr/cours/dea/priouret.dea.pdf>.
- J.Jacod et P.Protter: Probability essentials. Springer 2000.
- Yves Coudène : Cours de probabilités, Master 1. Cours disponible en ligne à l'adresse suivante : <http://www.math.univ-brest.fr/perso/yves.coudene/probabilites.pdf>.