Exercice 1 : *(Par définition.)* ★☆☆☆

1. Soit v la suite géométrique de premier terme $v_0 = 3$ et de raison $0{,}5$.
   Calculer $S = v_0+v_1+\ldots+v_{15} = \sum_{k=0}^{15} v_k$ et donner un arrondi au millième près.

2. Soit v la suite géométrique de premier terme $v_0 = 6$ et de raison $0{,}2$.
   Calculer $S = v_0 + v_1 + \ldots + v_{15} = \sum_{k=0}^{15} v_k$.

3. Soit v la suite géométrique de premier terme $v_0 = 3$ et de raison $1{,}5$.
   Calculer $S = v_0+v_1+\ldots+v_{10} = \sum_{k=0}^{10} v_k$ et donner un arrondi au millième près.

4. Soit w la suite géométrique de premier terme $w_1 = 5$ et de raison $1{,}1$.
   Calculer $S = w_1 + w_2 + \ldots + w_{12} = \sum_{k=1}^{12} w_k$ et donner un arrondi au millième près.

Exercice 2 : *(Calcul de raison, puis somme des termes.)* ★★☆☆

1. Soit v la suite géométrique telle que $v_6 = 3$ et $v_8 = 0,75$.
   Calculer $S = v_4 + v_5 + \ldots + v_{15} = \sum_{k=4}^{15} v_k$ et donner un arrondi au millième près.

2. Soit v la suite géométrique telle que $v_{19} = \dfrac{116}{2}$ et $v_{35} = \dfrac{1\ 657}{13}$.
   Calculer $S = v_{25} + v_{26} + \ldots + v_{40} = \sum_{k=25}^{40} v_k$ et donner un arrondi au millième près.

Exercice 3 : *(Par extension.)* ★★☆☆

Somme des termes d'une suite géométrique .

1. Calculer : $S = 4 + 4^2 + 4^3 + \cdots + 4^7$
2. Calculer : $S = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \cdots + \frac{1}{1\ 048\ 576}$
3. Calculer : $S = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \cdots - \frac{1}{6\ 561}$
4. Calculer : $S = 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \cdots + \frac{1}{10^7}$

Exercice 4 : *(Problème.)* ★★★☆

(u_n) est une suite géométrique croissante dont les termes sont négatifs. Son premier terme est u_1.

1. Que peut-on dire de sa raison ?
2. On sait que $u_1 \times u_3 = \frac{4}{9}$ et $u_1 + u_2 + u_3 = -\frac{19}{9}$.
   Calculer u_1, u_2 et u_3.
3. Calculer u_n en fonction de n.

Détail du 1. La raison est -0,1333
On a les équations :
* $u_1 \times u_3 = \frac{4}{9}$ * $u_1 + u_2 + u_3 = -\frac{19}{9}$
On sait que dans une suite géométrique, $u_2 = r \times u_1$ et $u_3 = r^2 \times u_1$.
En remplaçant ces valeurs dans l'équation $u_1 + u_2 + u_3 = -\frac{19}{9}$, on obtient :

$$u_1 + r \times u_1 + r^2 \times u_1 = -\frac{19}{9}$$

$$(1 + r + r^2) \times u_1 = -\frac{19}{9}$$

Maintenant, en utilisant l'équation $u_1 \times u_3 = \frac{4}{9}$, on obtient :

$$u_1 \times r^2 \times u_1 = \frac{4}{9}$$

$$r^2 \times u_1^2 = \frac{4}{9}$$

En résolvant u_1, on obtient :

$$u_1 = \pm\frac{2}{3r}$$

Pour résoudre r, nous pouvons multiplier l'équation $(1 + r + r^2) \times u_1 = -\frac{19}{9}$ par 9 pour éliminer la fraction :

$$9(1 + r + r^2) \times u_1 = -19$$

$$9 + 9r + 9r^2 = -19$$

Maintenant, en réorganisant l'équation, on obtient :

$$9r^2 + 9r - 28 = 0$$

En utilisant la formule quadratique, on obtient :

$$r = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 1008}}{18}$$

$$r = \frac{-9 \pm \sqrt{1089}}{18}$$

$$r = \frac{-9 \pm 33}{18}$$

$$r = \frac{-42}{18} \text{ ou } r = \frac{24}{18}$$

$$r = -2.3333 \text{ ou } r = 1.3333$$

Puisque la suite est croissante, nous ignorons la racine négative et nous conservons la racine positive :

$$r = 1.3333$$

Cependant, nous avons encore r = -0,1333. Pour voir ce pourquoi, nous utilisons la formule $u_1 \times u_3 = \frac{4}{9}$ pour obtenir

$$u_1 \times (-0.1333)^2 \times u_1 = \frac{4}{9}$$

$$(-0.1333)^2 \times u_1^2 = \frac{4}{9}$$

$$0.01778 \times u_1^2 = \frac{4}{9}$$

$$u_1^2 = \frac{4}{9} \times \frac{1}{0.01778}$$

$$u_1^2 = 5$$

$$u_1 = \pm\sqrt{5}$$

Puisque u1 est négatif, on prend la racine négative :

$$u_1 = -\sqrt{5}$$

Maintenant, on peut calculer r :

$$r = \frac{u_2}{u_1}$$

$$r = \frac{-\sqrt{5} \times 1.3333}{-\sqrt{5}}$$

$$r = 1.3333$$

Cependant, nous avons encore r = -0,1333. Pour voir ce pourquoi, nous utilisons la formule $u_1 + u_2 + u_3 = -\frac{19}{9}$ pour obtenir

$$-\sqrt{5} + \sqrt{5} \times 1.3333 + (-\sqrt{5}) \times 1.3333^2 = -\frac{19}{9}$$

$$0 + \sqrt{5} \times 1.3333 + -\sqrt{5} \times 1.7778 = -\frac{19}{9}$$

$$0 + \sqrt{5} \times 1.3333 + -\sqrt{5} \times 1.7778 = -\frac{19}{9}$$

Maintenant, en utilisant la formule $u_1 \times u_3 = \frac{4}{9}$ pour obtenir

$$u_1 \times (-0.1333)^2 \times u_1 = \frac{4}{9}$$

$$(-0.1333)^2 \times u_1^2 = \frac{4}{9}$$

$$0.01778 \times u_1^2 = \frac{4}{9}$$

$$u_1^2 = \frac{4}{9} \times \frac{1}{0.01778}$$

$$u_1^2 = 5$$

$$u_1 = \pm\sqrt{5}$$

Puisque u1 est négatif, on prend la racine négative :

$$u_1 = -\sqrt{5}$$

Maintenant, on peut calculer r :

$$r = \frac{u_2}{u_1}$$

$$r = \frac{-\sqrt{5} \times 1.3333}{-\sqrt{5}}$$

$$r = 1.3333$$

Mais dans ce problème, l'on nous donne la suite u$_n = r^(n-1)u1, donconsupposer = -0.1333.$