

## 1 - Rappels

**Propriété des quotients égaux** Propriété n°1 :

On ne change pas la valeur d'un nombre en écriture fractionnaire si l'on multiplie ou si l'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul. Autrement dit, pour tout  $a$ ,  $b$ , et  $k$  des nombres relatifs avec  $b$  et  $k$  non nuls, on a :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{ou} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

Exemples :

$$A = -\frac{4}{9} = -\frac{4 \times 3}{9 \times 3} = -\frac{12}{27}$$

$$B = \frac{28}{-35} = \frac{28 \div 7}{-35 \div 7} = \frac{4}{-5}$$

Définition :

Simplifier une fraction revient à écrire une fraction égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petit.

**Egalité des produits en croix** Propriété n°2 :

Soient  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , et  $d$  quatre nombres relatifs non nuls.

Si on a  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , alors  $ad = cb$  ;

Si on a  $ad = cb$ , alors  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

La propriété précédente porte parfois le nom de propriété des produits en croix. Elle peut s'avérer très utile dans les exercices, notamment en géométrie.

Exemple :

Comparons  $\frac{125}{213}$  et  $\frac{1126}{811}$ .

Résolution :

Comme  $125 \times 117 = 146484$  et que  $13 \times 11268 = 146484$ , les produits en croix sont égaux. Donc  $\frac{125}{213} = \frac{1126}{811}$ .

## 2 - Addition et soustraction de fractions

**Avec le même dénominateur** Règle n°1 :

Pour additionner (ou soustraire) deux nombres en écriture fractionnaire ayant le même dénominateur :

On additionne (ou on soustrait) les numérateurs. On garde le dénominateur commun.

Autrement dit, pour  $a$ ,  $b$ , et  $c$  étant trois nombres relatifs avec  $c \neq 0$  :

$$\frac{ac + bc}{c} = \frac{a + b}{c} \quad \text{ou} \quad \frac{ac - bc}{c} = \frac{a - b}{c}$$

Exemple :

$$A = -\frac{4}{9} + \frac{17}{9} = \frac{-4 + 17}{9} = \frac{13}{9}$$

$$B = \frac{4}{7} - \frac{9}{7} = \frac{4 - 9}{7} = \frac{-5}{7}$$

**Avec des dénominateurs différents Règle n°2 :**

Pour additionner (ou soustraire) deux nombres en écriture fractionnaire qui n'ont pas le même dénominateur on doit d'abord les réduire au même dénominateur, puis les additionner (ou les soustraire) en utilisant la règle n°1.

Exemples :

$$C = -\frac{3}{4} + \frac{7}{8} = -\frac{3 \times 2}{4 \times 2} + \frac{7 \times 1}{8 \times 1} = -\frac{6}{8} + \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$$

$$D = \frac{5}{6} - \frac{7}{4} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} - \frac{7 \times 3}{4 \times 3} = \frac{10}{12} - \frac{21}{12} = -\frac{11}{12}$$

Le but est de trouver le plus petit multiple commun, qu'on appelle PPCM en mathématiques.

### 3 - Multiplication de fractions

**Règle n°3** Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire :

On multiplie les numérateurs entre eux. On multiplie les dénominateurs entre eux.

Autrement dit, pour  $a, b, c$ , et  $d$  quatre nombres relatifs, avec  $b \neq 0$  et  $d \neq 0$  :

$$\frac{ab \times cd}{b \times d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemples :

$$A = -\frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{-2 \times 3}{7 \times 5} = \frac{-6}{35}$$

$$B = \frac{7}{-6} \times \frac{11}{1} = \frac{7 \times 11}{-6 \times 1} = \frac{77}{-6} = -\frac{77}{6}$$

### 4 - Division de fractions

**Inverse d'un nombre relatif** Définition : Dire que deux nombres relatifs non nuls sont inverses l'un de l'autre signifie que leur produit est égal à 1. Si  $a$  est un nombre relatif non nul, son inverse est  $\frac{1}{a}$ . Si  $a$  et  $b$  sont deux nombres relatifs non nuls, l'inverse de  $\frac{a}{b}$  est  $\frac{b}{a}$ .

Notation : L'inverse de  $a$  se note aussi  $a^{-1}$ .

Exemples :

L'inverse de 5 est  $\frac{1}{5}$  car :  $5 \times \frac{1}{5} = 1$ .

L'inverse de  $-8$  est  $\frac{1}{-8}$  car :  $-8 \times \frac{1}{-8} = 1$ .

L'inverse de  $\frac{5}{3}$  est  $\frac{3}{5}$  car :  $\frac{5}{3} \times \frac{3}{5} = 1$ .

**Quotient de deux nombres relatifs** Propriété n°3 : Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre. Autrement dit, si  $a, b, c$ , et  $d$  sont des nombres relatifs (avec  $b, c$ , et  $d$  non nuls), alors on a :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Exemple :

$$A = \frac{13}{3} \div \frac{26}{9} = \frac{13}{3} \times \frac{9}{26} = \frac{117}{78} = \frac{39}{26}$$