

## I - Exercice résolu

### Exercice 1 : (Résolution d'équation trigonométrique.)

Énoncé :

Résoudre l'équation  $\sin(x) = -\frac{1}{2}$  :

1. Sur l'intervalle  $[-\pi; \pi[$ .
2. En écrivant l'ensemble des solutions dans  $\mathbb{R}$ .

Correction :

#### 1. Solutions dans $[-\pi; \pi[$

Nous cherchons les angles  $x \in [-\pi; \pi[$  tels que  $\sin(x) = -\frac{1}{2}$ .

On sait que  $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

Or la fonction sinus est impaire donc  $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$

Et on sait que  $\sin(x) = \sin(\pi + x)$

Donc,  $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\pi + \frac{-\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$

**Conclusion :** Les solutions dans  $[-\pi; \pi[$  sont :

$$x \in \left\{ -\frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6} \right\}.$$

#### 2. Ensemble solutions dans $\mathbb{R}$

La fonction  $\sin(x)$  est  $2\pi$ -périodique.

- Si  $x_1 = -\frac{5\pi}{6}$  est une solution, alors toutes les solutions associées sont données par :

$$x = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

- Si  $x_2 = -\frac{\pi}{6}$  est une solution, alors toutes les solutions associées sont données par :

$$x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

**Conclusion :** L'ensemble des solutions dans  $\mathbb{R}$  est :

$$x \in \left\{ -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi; -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

## II - Exercices d'application

### Exercice 2 : (Résolution d'équation trigonométrique.)

★★☆☆

Résoudre les équations suivantes sur l'intervalle  $[-\pi; \pi[$ .

1.  $\cos(x) = -\frac{1}{2}$

3.  $\sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

2.  $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

4.  $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

### Exercice 3 : (Résolution d'équation trigonométrique.)

★★☆☆

Résoudre les équations trigonométriques suivantes sur l'intervalle  $[-\pi; \pi[$  puis en déduire les solutions générales sur  $\mathbb{R}$ .

1.  $\sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,

3.  $\sin(x) = -\frac{1}{2}$ ,

2.  $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,

4.  $\cos(x) = \frac{1}{2}$ .

### Exercice 4 : (Résolution d'équation trigonométrique.)

★★★☆☆

Résoudre les équations trigonométriques suivantes sur l'intervalle  $[-\pi; \pi[$  puis en déduire les solutions générales sur  $\mathbb{R}$ .

1.  $2 \sin(x) = 1$ ,

3.  $\sqrt{2} \sin(x) = -2$ ,

2.  $2 \cos(x) = -\sqrt{3}$ ,

4.  $10 \cos(x) = 5$ .

### Exercice 5 : (Résolution d'équation trigonométrique.)

★★★★

Résoudre les équations trigonométriques suivantes sur l'intervalle  $[-\pi; \pi[$  puis en déduire les solutions générales sur  $\mathbb{R}$ .

1.  $\cos(2x) = \frac{1}{2}$ ,

3.  $\cos(-3x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,

2.  $\sin(4x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,

4.  $\sin(10x) = \frac{1}{2}$ .

### Exercice 6 : (Résolution d'équation trigonométrique.)

★★★★

Résoudre les équations trigonométriques suivantes sur l'intervalle  $[-\pi; \pi[$  puis en déduire les solutions générales sur  $\mathbb{R}$ .

1.  $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0$

3.  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

2.  $1 - \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0$

4.  $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$