Durée : 2 heures
Total des points : 30 points
Coefficient: 1
L'usage de la calculatrice est autorisé.
L'utilisation d'un brouillon est vivement conseillée.
Toute forme de recherche ou de raisonnement, même partielle, sera prise en compte et valorisée dans l'évaluation.
Les réponses seront rédigées sur une copie séparée.
Le soin apporté à la présentation (organisation, lisibilité, clarté) sera pris en compte.

Exercice 1 : **... / 4 points**

1. Soit (w_n) une suite définie par $w_6 = 10$ et $w_{n+1} = -15 \times w_n$ pour tout entier naturel n.
   Donner l'expression de w_n en fonction de n.
2. Soit (v_n) une suite arithmétique de raison $r = 5$ telle que $v_1 = 7$.
   Donner l'expression de v_n en fonction de n.
3. Soit (t_n) une suite définie par $t_8 = 6{,}3$ et $t_{n+1} = t_n + 9$ pour tout entier naturel n.
   Donner l'expression de t_n en fonction de n.
4. Soit (v_n) une suite géométrique de raison $q = 11$ telle que $v_6 = -4$.
   Donner l'expression de v_n en fonction de n.

Exercice 2 : **... / 4 points**

1. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que $v_4 = 76$ et $v_{17} = 32$, en détaillant toutes les étapes de votre raisonnement, calculer v_{100}.
2. Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique telle que $v_{32} = 0,14$ et $v_{15} = 0,99$, en détaillant toutes les étapes de votre raisonnement, calculer v_8.

Exercice 3 : **... / 4 points**

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = -1{,}8u_n + 22{,}4$ et $u_0 = -1{,}2$.

1. On pose $v_n = u_n - 8$ pour tout entier naturel n.
   Montrer que (v_n) est une suite géométrique.
   Donner sa raison et son premier terme.
2. Exprimer v_n en fonction de n.
3. En déduire l'expression du terme général de (u_n) en fonction de n.

Exercice 4 : **... / 6 points**

1. Soit u la suite géométrique de premier terme $u_0 = 6$ et de raison $0{,}4$.
   Calculer $S = u_0 + u_1 + ... + u_{12} = \sum_{k=0}^{12} u_k$ et donner un arrondi au millième près.
2. Soit w la suite géométrique de premier terme $w_1 = 4$ et de raison $0{,}5$.
   Calculer $S = w_1 + w_2 + ... + w_{15} = \sum_{k=1}^{15} w_k$ et donner un arrondi au millième près.
3. Soit u la suite terme générale $u_n = \dfrac{3}{4^n}$
   Calculer $S = u_5 + u_2 + ... + u_{15} = \sum_{k=5}^{15} u_k$ et donner un arrondi au millième près.

Exercice 5 : **... / 6 points**

Pour placer un capital de 5 000 euros, une banque propose un placement à taux fixe de 5 % par an. Avec ce placement, le capital augmente de 5 % chaque année par rapport à l'année précédente. Pour bénéficier de ce taux avantageux, il ne faut effectuer aucun retrait d'argent durant les quinze premières années.
On modélise l'évolution du capital disponible par une suite (u_n). On note u_n le capital disponible après n années de placement.
On dépose 5000 euros le 1er janvier 2020. Ainsi $u_0 = 5\,000$.

1. Montrer que $u_2 = 5\,512,5$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
3. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser son premier terme et sa raison.
4. Exprimer u_n en fonction de n.
5. Justifier que le capital aura doublé après 15 années de placement.

Exercice 6 : **... / 6 points**

En 2024, le nombre d'abonnés à une page de réseau social d'un musicien était de $12\,480$.
On suppose que chaque année, il obtient 1040 abonnés supplémentaires.
On désigne par w_n le nombre d'abonnés en $2024 + n$ pour tout entier naturel n.

1. Calculer le nombre d'abonnés en 2025 et 2026.
2. Exprimer w_{n+1} en fonction de w_n, pour tout entier naturel n et en déduire la nature de la suite (w_n). Préciser sa raison et son premier terme.
3. Exprimer, pour tout entier n, w_n en fonction de n.
4. En quelle année le nombre d'abonnés aura triplé par rapport à l'année 2024 ?