Grandeurs & Mesures (périmètre, aires…)

I. Grandeurs usuelles

Définition :

Pour mesurer des longueurs, on utilise une longueur de référence, appelée **mètre**, que l'on peut noter en abrégé « m ».

Pour mesurer des masses, on utilise une masse de référence, appelée **gramme**, que l'on peut noter en abrégé « g ».

Pour mesurer un temps, on utilise un temps de référence, appelée **seconde**, que l'on peut noter en abrégé « s ».

Mètre, gramme et seconde s'appellent des **unités de mesure**.

Principe de base :

Certaines distances peuvent être mesurées grâce aux mètres : distance séparant deux élèves de la classe, taille d'un élève (on peut même utiliser des appareils pour cela, comme le mètre ruban ou le télémètre laser pour les distances un peu plus grandes).

Lorsque les distances sont trop grandes (entre deux villes, deux planètes…) ou trop petites (distance entre deux points A et B, taille d'un microbe…), on doit utiliser d'autres unités plus adaptées.

Comme pour la numération, on fait des paquets de 10 unités ou on découpe en 10 parties égales.
On peut utiliser les tableaux suivants :

Pour les longueurs :
10 mètres donnent 1 décamètre, 10 décamètres donnent 1 hectomètre…

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

Pour les masses :
10 grammes donnent 1 décagramme, 10 décagrammes donnent 1 hectogramme…

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg

> *Remarque :*
> Ce principe de base ne fonctionne pas pour le temps. En effet, les secondes ne sont pas rangées par 10, mais par 60.
> 60 secondes donnent 1 minute, 60 minutes donnent 1 heure, 24 heures donnent 1 journée…

Exemple :

$1\ km = 10\ hm = 100\ dam = 1\ 000\ m$ et $1\ m = 10\ dm = 100\ cm = 1\ 000\ mm.$

$1\ kg = 10\ hg = 100\ dag = 1\ 000\ g$ et $1g\ = 10\ dg = 100\ cg = 1\ 000\ mg.$

II. Périmètre d'une figure

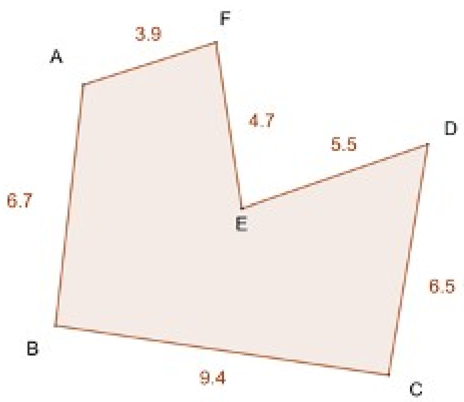
Définition :
La longueur de la distance du contour d'une figure est appelée le **périmètre** de la figure.

1. Périmètre d'un polygone

Définition générale :

Le périmètre d'un polygone est la somme des longueurs de tous ses côtés.

Exemple :



Le périmètre du polygone ABCDEF est :

$\mathcal{P}_{ABCDEF} = AB + BC + CD + DE + EF$

$\mathcal{P}_{ABCDEF} = 6,7\ cm + 9,4\ cm + 6,5\ cm + 5,5\ cm + 4,7\ cm + 3,9\ cm$

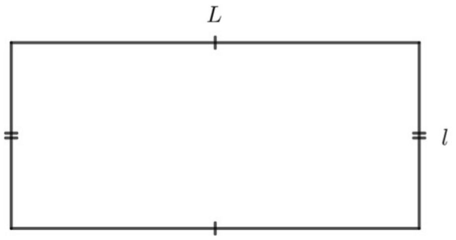
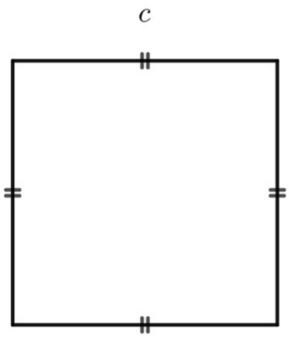
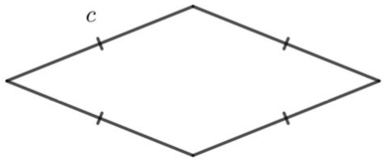
$\mathcal{P}_{ABCDEF} = 36,7\ cm$

Le périmètre du polygone $ABCDEF$ est de $36,7\ cm$

Polygônes usuels :

Pour les polygones usuels, il est utile de connaître des formules permettant un calcul rapide du périmètre.

Remarque :
On note en abrégé les mots « longueurs », « largeur » et « côté ».
Le mot « longueur » sera noté L
Le mot « largeur » sera noté l
Le mot « côté » sera noté c

Rectangle	Carré	Losange
		
$\mathcal{P} = L + L + l + l$ ou alors $\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times l$	$\mathcal{P} = c + c + c + c$ ou alors $\mathcal{P} = 4 \times c$	$\mathcal{P} = c + c + c + c$ ou alors $\mathcal{P} = 4 \times c$

2. Périmètre d'un cercle

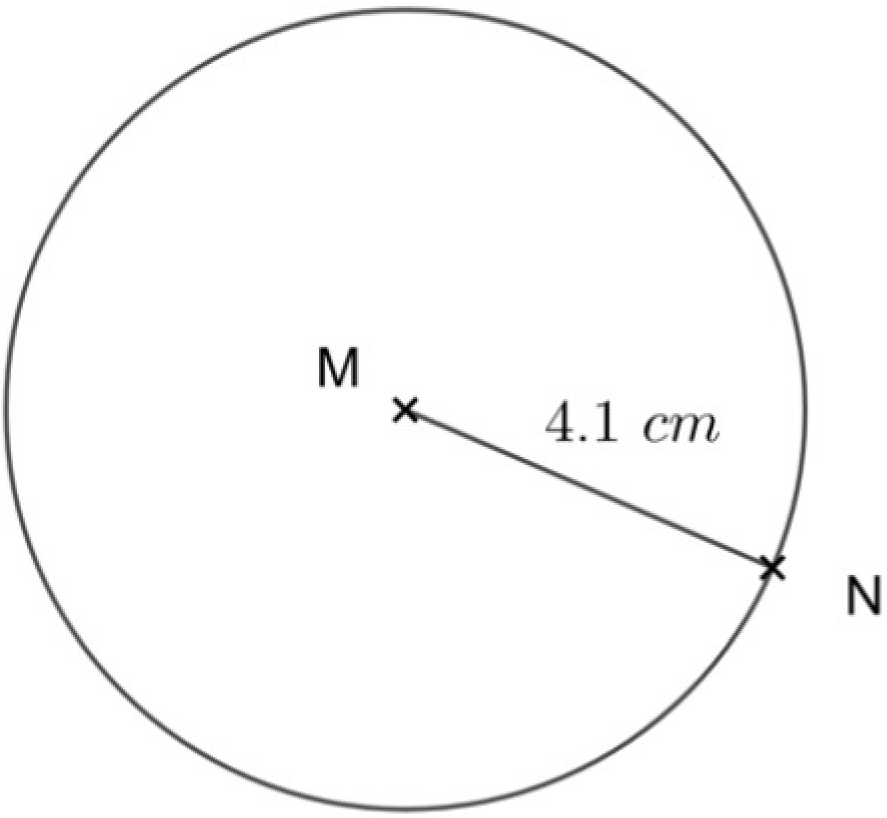
Pour un cercle, c'est assez difficile de placer la règle tout autour.

On utilise alors la formule suivante :

Défintion :
La longueur du contour d'un cercle est donnée par la formule :

$\mathcal{P}_{cercle} = \pi \times diamèttre$

Exemple :
Voici un cercle.



Pour calculer son périmètre, on calcule alors :

$\mathcal{P} = \pi \times diamètre$

$\mathcal{P} = \pi \times (4 \times 2)$

$\mathcal{P} \approx 25,8\ cm$

Le périmètre du cercle est de $25,8\ cm$.

Remarque :

On utilise la calculatrice pour effectuer le calcul.

On a multiplié par 2 dans le calcul précédent car on ne connaissait pas la longueur diamètre mais la longueur du rayon.

III. Aire d'une figure

1. Généralités

Définition :
L'**aire** d'une figure est la mesure de sa surface.

Remarque :

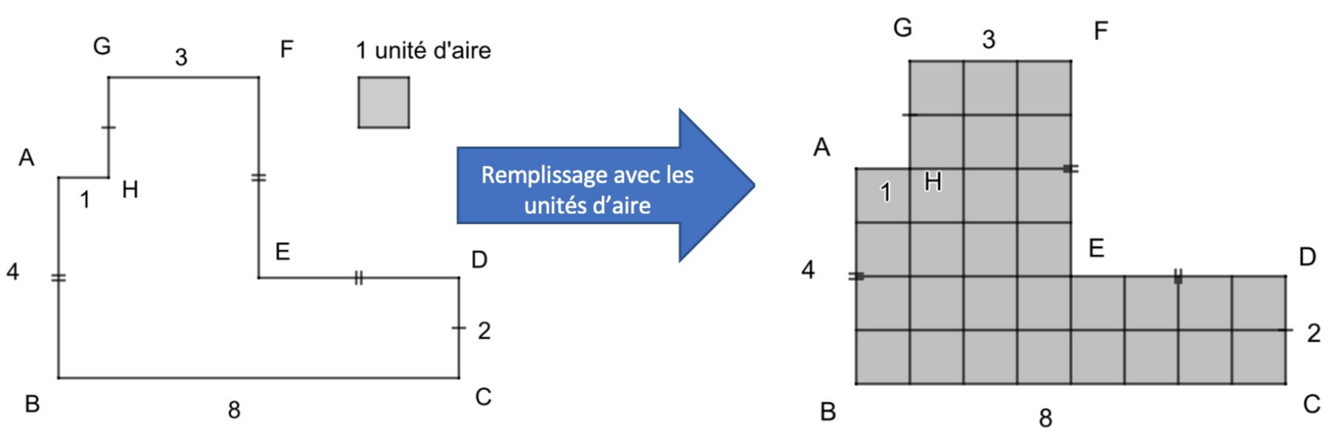
On dit souvent que l'aire d'une figure est « l'intérieur » de la figure.

L'aire d'une figure se mesure à l'aide d'une unité de mesure, appelée **unité d'aire**. Il s'agit d'un carré de 1 unité de côté. Cette unité de mesure dépend de la taille de la figure dont on veut mesurer l'aire. Par exemple :
pour une pièce (salle de classe, chambre, réfectoire…) : on utilise un carré de côté $1\ m$: le **mètre carré** noté m^2 ;

pour une figure sur une feuille du cahier (dans un exercice…) : on utilise un carré de côté $1\ cm$: le **centimètre carré** noté cm^2 ;

pour une ville (Paris, New-Yprk, Tokoy, Dax…) : on utilise un carré de côté $1\ km$: le **kilomètre carré**, noté km^2.

Exemple :
Pour la figure suivante, on se demande :
« Combien de carrés *'unité d'aire'* faut-il pour remplir la figure $ABCDEFG$?

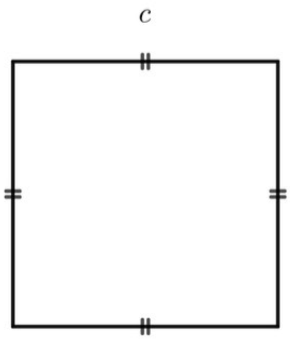
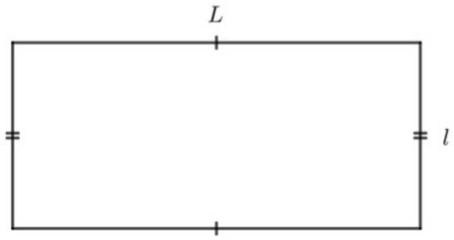
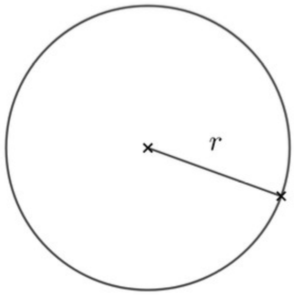


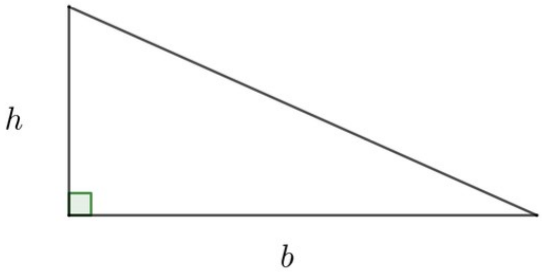
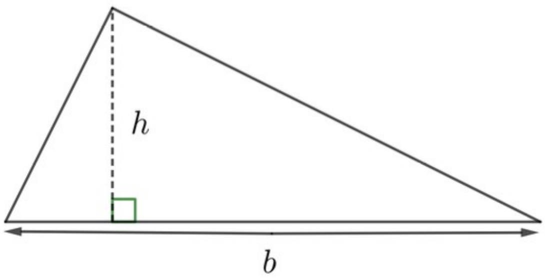
Après comptage, on trouve 30 unités d'aire dans la figure $ABCDEFG$.

Cette stratégie peut s'avérer longue et inefficace.
Que se passe-t-il si la figure ne comporte pas d'angles droit ? ou comporte des arrondis ?
Il nous faut une autre stratégie…

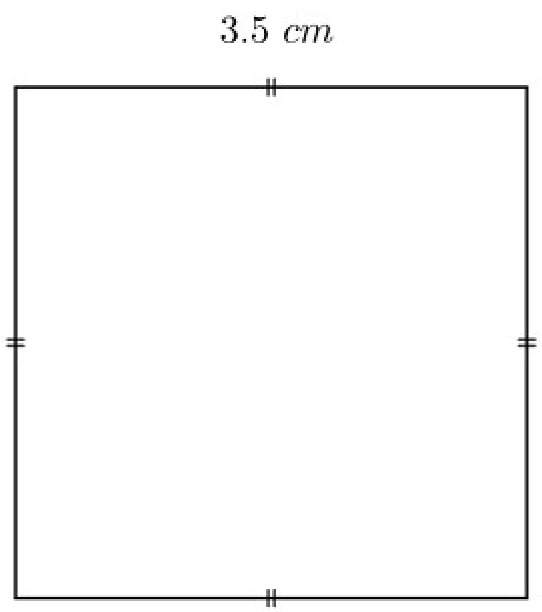
2. Formules usuelles

Comme pour les périmètres, on fait un tableau avec les figures usuelles.

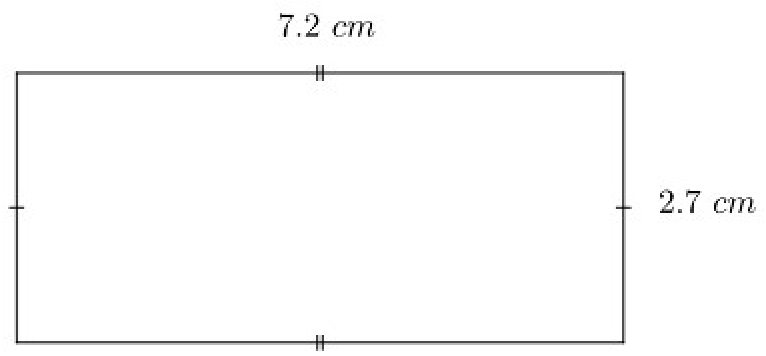
Carré	Rectangle	Disque
		
$\mathcal{A}_{carré} = côté \times côté$ $\mathcal{A}_{carré} = c \times c$ ou alors $\mathcal{A}_{carré} = c^2$	$\mathcal{A}_{rectangle} = longueur \times largeur$ ou alors $\mathcal{A}_{carré} = L \times l$	$\mathcal{A}_{disque} = \pi \times rayon \times rayon$ $\mathcal{A}_{disque} = \pi \times r \times r$ ou alors $\mathcal{A}_{disque} = \pi \times r^2$

Triangle rectangle	Autres triangles
	
$\mathcal{A}_{triangle} = base \times hauteur \div 2$ ou alors $\mathcal{A}_{triangle} = b \times h \div 2$	

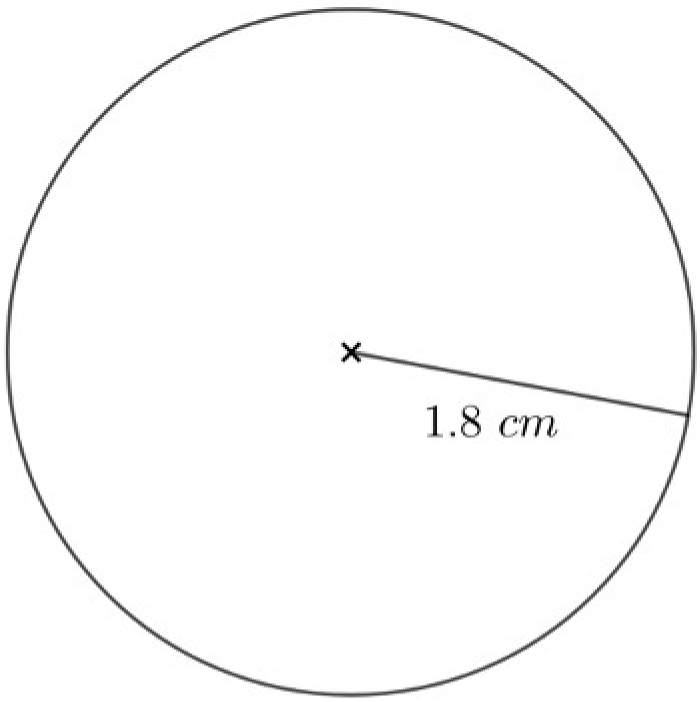
Exemple :



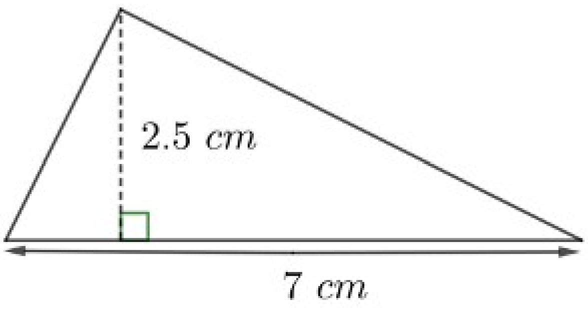
$\mathcal{A}_{carré} = c\hat{o}té \times c\hat{o}té = 3,5\ cm \times 3,5\ cm = 12,25\ cm^2$



$\mathcal{A}_{rectangle} = Longueur \times largeur = 7,2\ cm \times 2,7\ cm = 19,44\ cm^2$



$\mathcal{A}_{disque} = \pi \times rayon \times rayon = \pi \times 1,8\ cm \times 1,8\ cm \approx 10,2\ cm^2$



$\mathcal{A}_{triangle} = base \times hauteur \div 2 = 2,5\ cm \times 7\ cm \div 2 = 8,75\ cm^2$

Posez vos questions

D'autres interrogations sur ce cours ? Démarrez une discussion et obtenez des réponses à des exercices pratiques.

[Accéder au forum]
