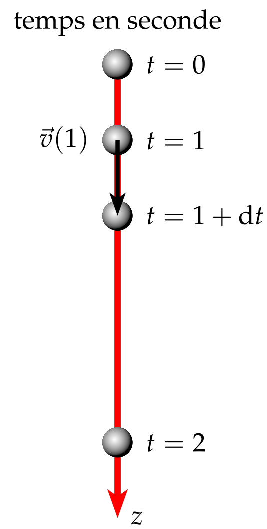
Exercice 1 : *(Une origine Physique.)*

La notion de nombre dérivé ne s'est pas construite en jour.
Tout commence avec une histoire de vitesse instantanée et de chute des corps.
Dès l'antiquité, Galilée démontre que si on lâche d'une hauteur suffisamment grande une pierre, et si on néglige les forces de frottement qu'elle subit, cette dernière aura une cote $z(t)$ qui peut se mettre sous la forme :

$$z(t) = 5t^2$$



Remarquez ici que pour simplifier les calculs, l'axe des cotes est orienté vers le bas.

1. Quelle distance a parcouru la pierre au bout de 10s ?
2. Quelle est alors la vitesse moyenne pendant ces 10 premières secondes ?
3. Quelle distance a parcouru la pierre entre 15 et 20 secondes ?
4. Quelle est alors sa vitesse moyenne entre 15 et 20 secondes ?

L'objectif est maintenant de trouver la vitesse INSTANTANEE à $t = 1s$

5. Proposez une valeur approximative de cette vitesse instantanée ?
6. Proposez une méthode qui permet d'améliorer cette valeur.

26/10/21

PG : Dérivation.

Activité introductive.

1) $z(10) = 5 \times 10^2 = 5 \times 100 = 500\,m$.

2) $v_1 = \frac{d}{\Delta t} = \frac{z(10) - z(0)}{10 - 0} = \frac{500}{10} = 50\,m.s^{-1}$.

3) $z(20) - z(15) = 5 \times 20^2 - 5 \times 15^2 = 2000 - 1125 = 875\,m$.

4) $v_2 = \frac{z(20) - z(15)}{20 - 15} = \frac{875}{5} = 175\,m.s^{-1}$.

5) $v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{z(1) - z(0,5)}{1 - 0,5} = \frac{5 - 5 \times 0,5^2}{0,5} = \frac{5 - 1,25}{0,5} = \frac{3,75}{0,5} = 7,5\,m.s^{-1}$.

6) $v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{z(1) - z(0,8)}{1 - 0,8} = \frac{5 - 5 \times 0,8^2}{0,2} = 9\,m.s^{-1}$.

$v = \frac{z(1) - z(0,99)}{1 - 0,99} = \frac{5 - 5 \times 0,99^2}{0,01} = 9,95\,m.s^{-1}$.

Vitesse instantanée à $t = 1s$.

$$v(1) = \lim_{t \to 1} \frac{z(1) - z(t)}{1 - t} = \lim_{t \to 1} \frac{5 - 5t^2}{1 - t} = \lim_{t \to 1} \frac{5(1 - t^2)}{1 - t}$$

$$= \lim_{t \to 1} \frac{5\cancel{(1-t)}(1+t)}{\cancel{(1-t)}} = \lim_{t \to 1} 5(1+t). = 10\,m.s^{-1}.$$