I - Sens de variation

Définition 1 : *(Suite croissante)*
(u_n) croissante $\iff u_{n+1} \geq u_n, \forall n \geq n_0$

Définition 2 : *(Suite décroissante)*
(u_n) décroissante $\iff u_{n+1} \leq u_n, \forall n \geq n_0$

Définition 3 : *(Suite constante)*
(u_n) constante $\iff u_{n+1} = u_n, \forall n \geq n_0$

II - Suites arithmétiques

Propriété 1 :
Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r ;

- Si $r > 0$ la suite est strictement croissante ;
- Si $r < 0$ la suite est strictement décroissante ;
- Si $r = 0$ la suite est constante.

Théorème 1 : *(Terme général.)*
Soit une suite arithmétique de raison r définie à partir d'un certain rang n_0.
$\forall n \geq 0$:

$$u_n = u_p + (n-p)r$$

En particulier si $p = 0$, on a :

$$u_n = u_0 + n \times r$$

III - Suites géométriques

Propriété 2 :
Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $q > 0$;

- Si $q > 1$ la suite est strictement croissante ;
- Si $0 < q < 1$ la suite est strictement décroissante ;
- Si $q = 1$ la suite est constante.

Théorème 2 : *(Terme général.)*
Soit une suite géométrique de raison q définie à partir d'un certain rang n_0.
$\forall n \geq 0$:

$$u_n = u_p \times q^{(n-p)}$$

En particulier si $p = 0$, on a :

$$u_n = u_0 \times q^n$$

IV - Déterminer la raison

Propriété 3 :
Soit (u_n) une suite arithmétique, étant donné n_1 et n_2 deux rangs de la suite tels que u_{n_1} et u_{n_2}, on à :

$$r = \frac{u_{n_2} - u_{n_1}}{n_2 - n_1}$$

Propriété 4 :
Soit (u_n) une suite géométrique, étant donné n_1 et n_2 deux termes de la suite tels que $u_{n_1} = a$ et $u_{n_2} = b$, on à:

$$q = \sqrt[k]{\frac{u_{n_2}}{u_{n_1}}} = \left(\frac{u_{n_2}}{u_{n_1}}\right)^{\frac{1}{k}}, \text{ Avec : } k = n_2 - n_1$$

V - Séries

Théorème 3 : *(Suite arithmétique.)*
Soit (u_n) une suite arithmétique :

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}$$

Plus généralement, pour tout entier naturel $p < n$:

$$S_n = u_p + u_1 + u_2 + \ldots + u_n = \sum_{k=p}^{n} u_k = \frac{(n-p+1)(u_p + u_n)}{2}$$

Théorème 4 : *(Suites géométrique.)*
Soit (u_n) une suite géométrique :

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

Plus généralement, pour tout entier naturel $p < n$:

$$S_n = u_p + u_1 + u_2 + \ldots + u_n = \sum_{k=p}^{n} u_k = u_p \times \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}$$