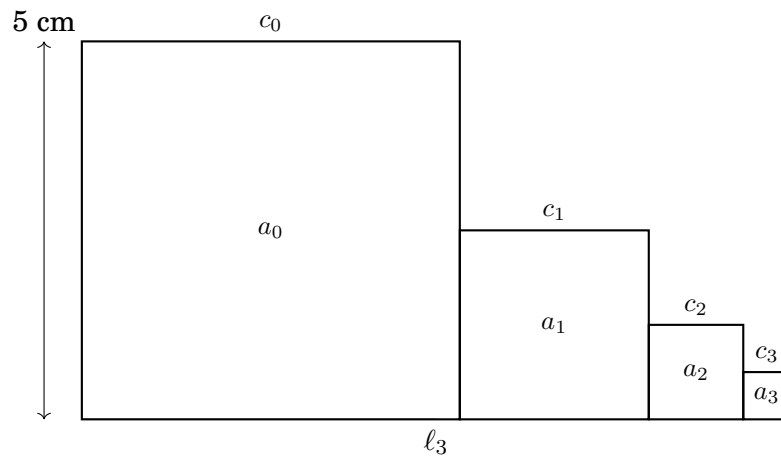


Exercice 1 : (Carrés successifs.)

n carrés sont disposés comme l'indique la figure ci-dessous (réalisé avec 5 carrés). Le côté d'un carré vaut la moitié du précédent.

Le premier carré a pour côté $c_0 = 5$ cm et pour aire a_0 .

On pose $\ell_n = c_0 + c_1 + \dots + c_n$ et $s_n = a_0 + a_1 + \dots + a_n$.



1. Calculer les cinq premiers termes des suites (ℓ_n) et (s_n) . On pourra s'aider éventuellement d'un algorithme.
2. (a) Exprimer ℓ_n et s_n en fonction de n .
 (b) Existe-t-il un entier p tel que $\ell_p \geq 10$?
 (c) Donner la limite (éventuelle) de chacune des suites (ℓ_n) et (s_n) .

Exercice 2 : (Négociation.)

Pierre essaie de vendre sa vieille voiture 1000 € à Paul. Paul trouve ce prix trop cher et lui propose 500 €. Pierre décide de couper la poire en deux et lui propose alors 750 €. Paul tient alors le même raisonnement et lui propose 625 €.

Et ainsi de suite... Vont-ils finir par se mettre d'accord ?

On pose $u_0 = 1000$ la 1re proposition de Pierre et $u_1 = 500$ la 1re proposition de Paul.

1. Exprimer la proposition u_{n+2} en fonction des 2 propositions précédentes u_{n+1} et u_n .
2. Vers quel prix Pierre et Paul vont-ils tomber d'accord ?

Exercice 3 : (Évolution de la population française.)

On souhaite modéliser l'évolution de la population française sur 10 ans à l'aide d'une suite arithmético-géométrique.

Les données suivantes sont issues de l'INSEE :

- Population de la France au 1er janvier 2025 : 68,606 millions d'habitants.
- Nombre de naissances en 2024 : 663 000, en baisse de 2,2% par rapport à 2023.
- Nombre de décès en 2024 : 667 000, en hausse de 1,2% par rapport à 2023.
- Solde migratoire estimé en 2024 : +100 000 personnes.

1. Calculer le solde naturel de la population en 2024 et en déduire le taux d'accroissement naturel t .
2. Exprimer la population P_{n+1} en fonction de P_n sous la forme d'une suite arithmético-géométrique.
3. Déterminer la nature de la suite et proposer une méthode pour obtenir son expression explicite.
4. Calculer la population estimée en 2035 (P_{10}) en supposant que les tendances actuelles restent constantes.