

## I - Recherche d'extremum

### Exercice 1 : (Formes canoniques)

★☆☆☆

- (a) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 5\left(x + \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{441}{4}$ .  
Déterminer l'extremum de la fonction  $f$  ainsi que son image.
- (b) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -3(x + 5)^2 + 68$ .  
Déterminer l'extremum de la fonction  $f$  ainsi que son image.
- (c) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 4\left(x + \frac{9}{2}\right)^2 - 84$ .  
Déterminer l'extremum de la fonction  $f$  ainsi que son image.
- (d) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -(x - 5)^2 + 22$ .  
Déterminer l'extremum de la fonction  $f$  ainsi que son image.

### Exercice 2 : (Formes développées)

★★☆☆

- (a) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 5x^2 + 45x - 9$ .  
Déterminer l'extremum de la fonction  $f$  ainsi que son image.
- (b) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -3x^2 - 30x - 7$ .  
Déterminer l'extremum de la fonction  $f$  ainsi que son image.
- (c) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 4x^2 + 36x - 3$ .  
Déterminer l'extremum de la fonction  $f$  ainsi que son image.
- (d) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -x^2 + 10x - 3$ .  
Déterminer l'extremum de la fonction  $f$  ainsi que son image.

### Exercice 3 : (Formes factorisées)

★★★★

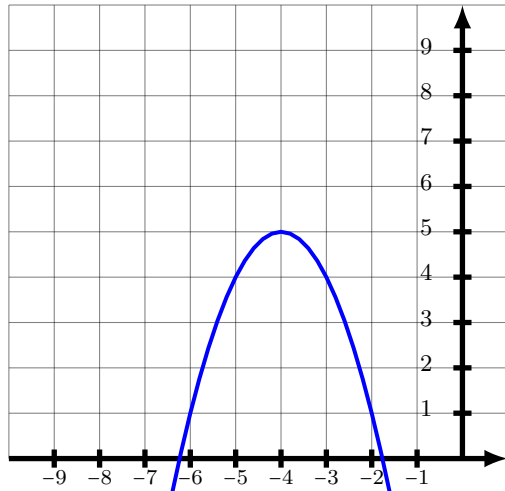
- (a) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -3(x - 5)(x - 9)$ .  
Déterminer l'extremum de la fonction  $f$  ainsi que son image.
- (b) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -2(x - 1)(x - 7)$ .  
Déterminer l'extremum de la fonction  $f$  ainsi que son image.
- (c) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 2(x - 3)(x - 5)$ .  
Déterminer l'extremum de la fonction  $f$  ainsi que son image.
- (d) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 3(x + 1)(x - 1)$ .  
Déterminer l'extremum de la fonction  $f$  ainsi que son image.

## II - Lecture graphique

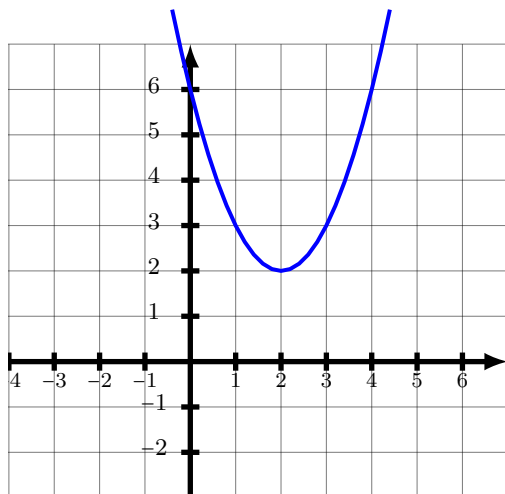
### Exercice 4 : (Répondre à ces questions par lecture graphique.)



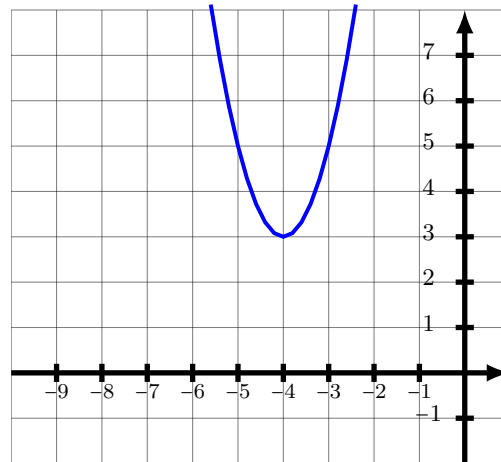
1. Quelles sont les coordonnées du sommet de la fonction polynomiale du second degré représentée ci-dessous ?



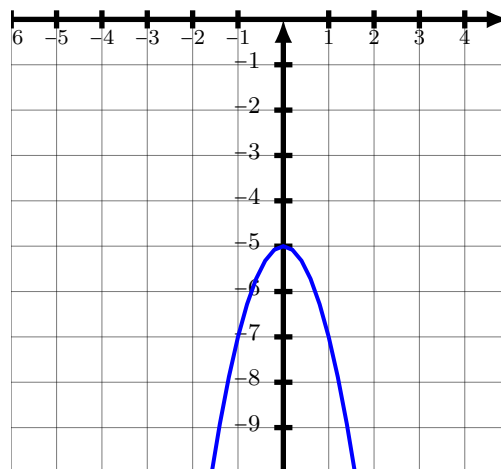
2. Quelles sont les coordonnées du sommet de la fonction polynomiale du second degré représentée ci-dessous ?



3. Quelles sont les coordonnées du sommet de la fonction polynomiale du second degré représentée ci-dessous ?



4. Quelles sont les coordonnées du sommet de la fonction polynomiale du second degré représentée ci-dessous ?



### III - Tableaux de variations

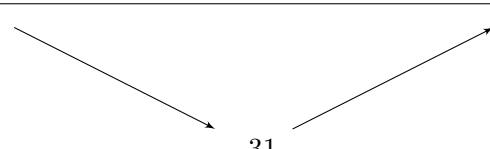
#### Exercice 5 : (Exercice Corrigé.)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 4x^2 - 20x - 6$ .

Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

**Correction.**

- (1) On reconnaît la forme développée d'une fonction polynôme du second degré  $ax^2 + bx + c$  avec  $a = 4$ ,  $b = -20$  et  $c = -6$ .
- (2) Comme  $a > 0$ , la fonction est d'abord décroissante puis croissante.
- (3) Le changement de variation s'opère en  $\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-20)}{2 \times 4} = \frac{5}{2}$ .
- (4) De plus,  $f\left(\frac{5}{2}\right) = 4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 20 \times \frac{5}{2} - 6 = -31$ .
- (5) On en déduit le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  :

$x$	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$f(x)$			

#### Exercice 6 : (Tableaux de variations sur $\mathbb{R}$ )



- (a) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -x^2 - 7x + 4$ .  
Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- (b) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 3x(x + 2)$ .  
Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- (c) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 5\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{41}{4}$ .  
Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- (d) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -5(x - 5)^2 + 119$ .  
Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- (e) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 3(x + 1)(x - 5)$ .  
Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

**Exercice 7 : (Tableaux de variations sur un intervalle borné)**

★★☆☆

- (a) On considère la fonction  $f$  définie sur  $[3; 10]$  par :  $f(x) = -x^2 - 7x + 4$ .  
Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $[3; 10]$ .
- (b) On considère la fonction  $f$  définie sur  $[1; 6]$  par :  $f(x) = 3x(x + 2)$ .  
Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $[1; 6]$ .
- (c) On considère la fonction  $f$  définie sur  $[5; 10]$  par :  $f(x) = 5\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{41}{4}$ .  
Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $[5; 10]$ .
- (d) On considère la fonction  $f$  définie sur  $[0; 7]$  par :  $f(x) = -5(x - 5)^2 + 119$ .  
Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $[0; 7]$ .
- (e) On considère la fonction  $f$  définie sur  $[4; 6]$  par :  $f(x) = 3(x + 1)(x - 5)$ .  
Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $[4; 6]$ .

**Exercice 8 : (Étude d'une fonction polynomiale)**

★★★★

Soit  $f(x) = (x + 3)^2 - 19$  un polynôme du second degré définie sur  $\mathbb{R}$ .

- Déterminer le sens de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Déterminer l'extremum de la fonction  $f$  puis calculer son image.
- Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Dans un repère orthonormé direct, représenter la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-7; 1]$

**Exercice 9 : (Étude d'une fonction polynomiale)**

★★★★

Soit  $f(x) = 2x^2 - 2x - 10$  un polynôme du second degré définie sur  $\mathbb{R}$ .

- Déterminer le sens de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Déterminer l'extremum de la fonction  $f$  puis calculer son image.
- Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Dans un repère orthonormé direct, représenter la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-4; 4]$

**Exercice 10 : (Étude d'une fonction polynomiale)**

★★★★

Soit  $f(x) = -2(x + 1)(x - 1)$  un polynôme du second degré définie sur  $\mathbb{R}$ .

- Déterminer le sens de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Déterminer l'extremum de la fonction  $f$  puis calculer son image.
- Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Dans un repère orthonormé direct, représenter la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-4; 4]$