I - Pente entre deux points

Exercice 1 : *(Exercice corrigé.)*

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 25x + 36$. Calculer la pente de la droite reliant les points d'abscisses $a = 4$ et $b = -5$.
Correction.

La pente m entre deux points a et b est donnée par la formule :

$$m = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Soit $f(x) = 25x + 36$, calculons $f(a)$ et $f(b)$.

$$f(4) = 25 \times 4 + 36 = 100 + 36 = 136$$

$$f(-5) = 25 \times (-5) + 36 = -125 + 36 = -89$$

Ensuite, nous appliquons la formule de la pente :

$$m = \frac{f(-5) - f(4)}{-5 - 4} = \frac{-89 - 136}{-5 - 4} = \frac{-225}{-9} = 25$$

Ainsi, la pente de la droite reliant les points d'abscisses $a = 4$ et $b = -5$ est 25.

Exercice 2 :

1. Soit $f(x) = 3x + 2$. Calculer la pente de la droite reliant les points d'abscisses $a = 1$ et $b = 4$.
2. Soit $f(x) = -2x + 5$. Calculer la pente de la droite reliant les points d'abscisses $a = -3$ et $b = 2$.
3. Soit $f(x) = x^2 - x$. Calculer la pente de la droite reliant les points d'abscisses $a = 0$ et $b = 3$.
4. Soit $f(x) = 2x^3 - 4x$. Calculer la pente de la droite reliant les points d'abscisses $a = -1$ et $b = 2$.
5. Soit $f(x) = \frac{1}{x}$. Calculer la pente de la droite reliant les points d'abscisses $a = 1$ et $b = 4$.
6. Soit $f(x) = \sqrt{x + 1}$. Calculer la pente de la droite reliant les points d'abscisses $a = 0$ et $b = 3$.

II - Rappels de cours

Définition 1 :
Le taux d'accroissement de la fonction f entre a et x est le quotient :

$$\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Avec $x = a + h$, ce quotient s'écrit aussi :

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

III - Taux d'accroissement

Exercice 3 : *(Exercice corrigé.)*

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 5$, calculer le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$.

Correction.

$$\begin{aligned}\frac{f(a+h)-f(a)}{h} &= \frac{3(a+h)^2+5-(3a^2+5)}{h} \\ &= \frac{3(a^2+2ah+h^2)-3a^2-5}{h} \\ &= \frac{3a^2+6ah+3h^2-3a^2-5}{h} \\ &= 6h+3h^2-5\end{aligned}$$

Donc le taux d'accroissement de la fonction f entre x et $a+h$ est égal à $6h+3h^2-5$.

Exercice 4 :

Dans chacun des cas, calculer le taux d'accroissement entre a et $a+h$. Exprimer le résultat en fonction de a et de h.

1. Soit $f(x) = 2x + 3$. Calculer le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$.
2. Soit $f(x) = -x + 5$. Calculer le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$.
3. Soit $f(x) = x^2 - 4x + 1$. Calculer le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$.
4. Soit $f(x) = 3x^2 + 5$. Calculer le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$.
5. Soit $f(x) = 4x^3 - 2x$. Calculer le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$.
6. Soit $f(x) = \frac{1}{x+5}$. Calculer le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$.
7. Soit $f(x) = \sqrt{x+2}$. Calculer le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$.
8. Soit $f(x) = 5x^3 + x^2 - 7$. Calculer le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$.
9. Soit $f(x) = x^4 - 3x + 1$. Calculer le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$.
10. Soit $f(x) = \frac{2}{x+1}$. Calculer le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$.