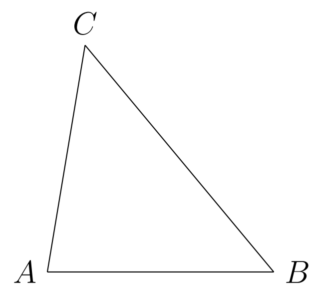
Construction de triangles

1 - Rappels

Vocabulaire :

Soit ABC le triangle quelconque ci-contre, on a :

- A, B et C sont les sommets du triangle ABC ;
- $[AB]$, $[BC]$ et $[CA]$ sont les côtés du triangle ABC ;
- $\widehat{BAC}$, $\widehat{CBA}$ et $\widehat{ACB}$ sont les angles du triangles ABC.



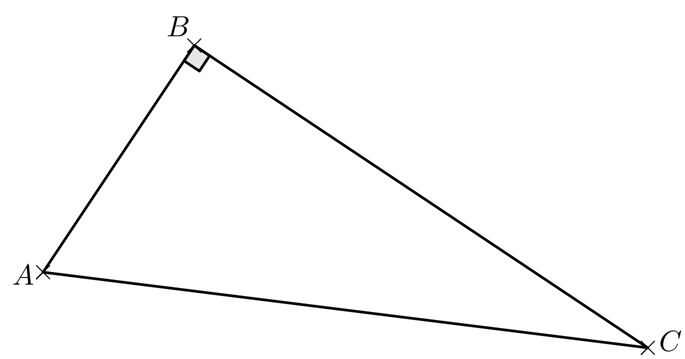
2 - Triangles particuliers

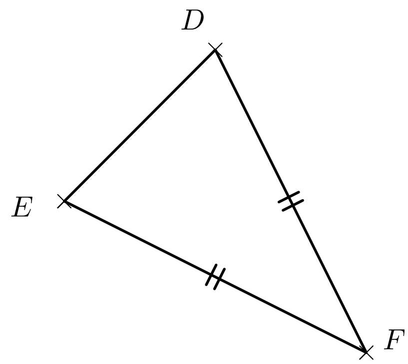
Définition 1 :

Un triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit.

Exemple 1 :

Le triangle ABC ci-contre est rectangle en B.





Définition 2 :

Un triangle isocèle est un triangle qui a au moins deux côtés égaux.

Exemple 2 :

Le triangle DEF ci-contre est isocèle en F et le segment DE est une base de ce triangle isocèle.

Remarque :

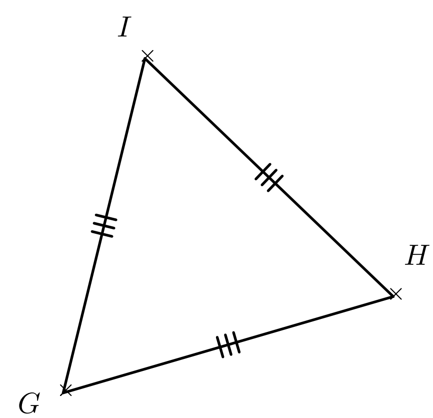
Un triangle peut être à la fois rectangle et isocèle.

Définition 3 :

Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur (*equi-*).

Exemple 3 :

Le triangle GHI ci-contre est équilatéral.



3 - Inégalité triangulaire

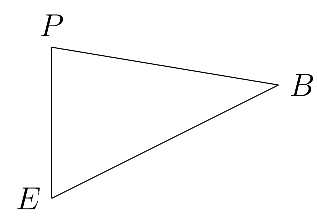
Propriété 1 :

Dans un triangle, la longueur d'un côté est inférieure ou égale à la somme des longueurs des deux autres côtés

Exemple 4 :

Dans le triangle EBP ci-contre, on a les égalités triangulaires suivantes :

- $EP \leq BE + BP$
- $EB \leq EP + BP$
- $BP \leq BE + EP$



Propriété 2 :

On dit qu'un triangle est constructible **si et seulement si** sa plus grande longueur est inférieure ou égale à la somme des deux autres.

Exemple 5 :

Peut-on construire un triangle CHU tel que $CH = 3$ cm, $CU = 8$ cm et $UH = 4$ cm ?

Étape 1 : On identifie le plus grand côté ;

Ici, CU est le plus grand côté et mesure 8 cm

Étape 2 : On calcule la somme des deux autres côtés ;

On a, $CH + UH = 3 + 4$ donc $CH + UH = 7$ cm

Étape 3 : On compare nos résultats ;

On a donc, $8 > 7$ *i.e.* $CU > CH + UH$

Étape 4 : Conclusion.

On ne peut pas construire le triangle CHU.

4 - Égalité triangulaire

Propriété 3 :

Soit A, B et C trois points distincts :

(a) Si B appartient au segment $[AC]$ alors $AC = AB + BC$;

(b) Si $AC = AB + BC$ alors B appartient au segment $[AC]$ et les trois points sont alignés.

Exemple 6 :

Soit A, B et C trois points tels que : $AB = 1,5$ cm, $BC = 2,5$ cm et $AC = 4$ cm.

Que peut-on dire des points A, B et C ?

$AC = 4$ cm et $AB + BC = 1,5 + 2,5$ donc $AB + BC = 4$ cm

On a bien $AB + BC = AC$, les points A, B et C sont alignés.

Définition 4 :

On appelle triangle aplatit un triangle vérifiant l'égalité triangulaire.

5 - Construction d'un triangle

Exemple 7 :

Construire un triangle ABC tel que AB = 6cm ; AC = 5 cm et BC = 4 cm.

(a) Je commence par faire un schéma à main levée du triangle ABC.

(b) Avec la règle, tracer un segment [AB] tel que AB = 6 cm.

(c) Avec le compas, tracer un arc de cercle de centre A et de rayon 5 cm (car AC = 5 cm).

(d) Avec le compas, tracer un arc de cercle de centre B et de rayon 4 cm (car BC = 4 cm).

(e) Placer le point C à l'intersection de ces deux arcs de cercle.

(f) Avec la règle, relier les points A, B et C afin de finir le tracé du triangle.

6 - Périmètre d'un triangle

Propriété 4 :

Pour calculer le périmètre d'un triangle, on fait la somme des longueurs des trois côtés.

Exemple 8 :

Soit ABC le triangle ci-contre, tel que $AB =$ cm, $BC =$ cm et $AC =$ cm.

Calculer le périmètre du triangle ABC.

On calcule $AB + BC + AC = 3 + 2,5 + 2$

donc $\mathcal{P}_{ABC} = 7,5$ cm