

I - Comprendre la notation de puissance

1 - Puissances d'exposant positif

Définition 1 :

Soit a un nombre relatif et n un entier naturel. La puissance de a d'exposant n est définie par :

$$a^n = a \times a \times a \times \cdots \times a \quad (n \text{ facteurs}).$$

Exemple 1 :

$$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343.$$

$$(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 625.$$

Remarque 1 :

$a^0 = 1$ par convention.

0^0 n'existe pas.

a^2 se lit « a au carré » et a^3 se lit « a au cube ».

2 - Puissances d'exposant négatif

Définition 2 :

Pour tout nombre relatif a et tout entier n , on définit :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Exemple 2 :

$$3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{81}.$$

$$6^{-5} = \frac{1}{6^5} = \frac{1}{7776}.$$

Remarque 2 :

Une puissance d'exposant négatif est toujours l'inverse d'une puissance d'exposant positif.

L'inverse de a se note en général $\frac{1}{a}$, et peut maintenant s'écrire a^{-1} .

II - Propriétés générales

Propriété 1 :

Soient a et b deux nombres relatifs et m, n deux entiers :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

Exemple 3 :

$$6^2 \times 6^5 = 6^{2+5} = 6^7.$$

$$\frac{3^4}{3^8} = 3^{4-8} = 3^{-4}.$$

$$(4 \times 7)^2 = 4^2 \times 7^2.$$

$$(11^2)^4 = 11^{2 \times 4} = 11^8.$$

III - Cas particulier : les puissances de 10**1 - Principe de base****Exemple 4 :**

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000.$$

La particularité est que 10^n s'écrit comme un 1 suivi de n zéros.

Exemple 5 :

$$10^6 = 1\,000\,000.$$

$$10^9 = 1\,000\,000\,000.$$

Les puissances négatives :

Exemple 6 :

$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\,000} = 0,0001.$$

$$10^{-9} = 0,000\,000\,001.$$

2 - Définition**Définition 3 :**

L'écriture scientifique d'un nombre décimal non nul est une écriture de la forme $a \times 10^n$ où :
- a est un nombre décimal compris entre 1 et 10 (exclu), - n est un entier relatif.

Exemple 7 :

$$150\,000\,000 = 1,5 \times 10^8.$$

$$0,00651 = 6,51 \times 10^{-3}.$$

3 - Les notations avec préfixes

Préfixe	Symbole	10^n
giga	G	10^9
méga	M	10^6
kilo	k	10^3
unité		$10^0 = 1$
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}

Exemple 8 :

$$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m.}$$

$$1 \text{ }\mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m.}$$

4 - Application**Exemple 9 :**

$$\text{Grain de sable : } 0,000232 = 2,32 \times 10^{-4}.$$

$$\text{Fil de toile d'araignée : } 6690 \text{ nm} = 6,69 \times 10^{-6} \text{ m.}$$

$$\text{Particule de fumée : } 0,27 \text{ }\mu\text{m} = 2,7 \times 10^{-7} \text{ m.}$$

Comparaison :

$$2,7 \times 10^{-7} < 6,69 \times 10^{-6} < 2,32 \times 10^{-4}$$