

Exercice 1

1. D'après la formule des probabilités totales,

$$\begin{aligned}P(\overline{B}) &= P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap \overline{B}) \\&= P(A) \times P_A(\overline{B}) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(\overline{B}) \\&= 0,3 \times 0,6 + 0,7 \times 0,7 \\&= 0,67\end{aligned}$$

2. D'après la formule des probabilités totales,

$$\begin{aligned}P(B) &= P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) \\&= P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B) \\&= 0,4 \times 0,9 + 0,6 \times 0,8 \\&= 0,84\end{aligned}$$

3. D'après la formule des probabilités totales,

$$\begin{aligned}P(\overline{B}) &= P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap \overline{B}) \\&= P(A) \times P_A(\overline{B}) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(\overline{B}) \\&= 0,7 \times 0,9 + 0,3 \times 0,1 \\&= 0,66\end{aligned}$$

4. D'après la formule des probabilités totales,

$$\begin{aligned}P(B) &= P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) \\&= P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B) \\&= 0,1 \times 0,2 + 0,9 \times 0,8 \\&= 0,74\end{aligned}$$

5. D'après la formule des probabilités totales,

$$\begin{aligned}P(B) &= P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) \\&= P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B) \\&= 0,3 \times 0,3 + 0,7 \times 0,6 \\&= 0,51\end{aligned}$$

6. D'après la formule des probabilités totales,

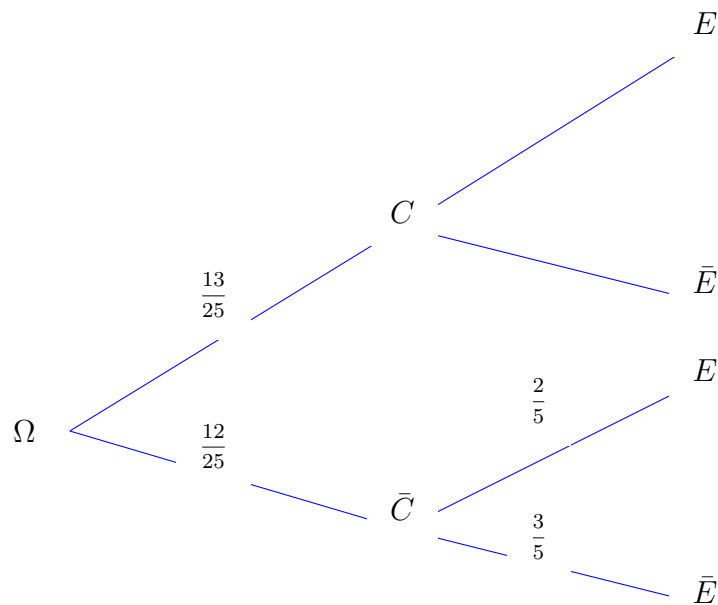
$$\begin{aligned}P(\overline{B}) &= P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap \overline{B}) \\&= P(A) \times P_A(\overline{B}) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(\overline{B}) \\&= 0,2 \times 0,6 + 0,8 \times 0,3 \\&= 0,36\end{aligned}$$

Exercice 2

1. D'après l'énoncé, on a :

- $P(C) = \frac{13}{25}$
- $P(C \cap E) = \frac{9}{50}$
- $P_{\overline{C}}(E) = \frac{2}{5}$

Ce qui permet de construire cet arbre de probabili-



$P(C \cap E)$

tés :

2. L'événement : le client ne souhaite ni une « couleur-soin » , ni un « effet coup de soleil » correspond à $\bar{C} \cap \bar{E}$.

On a $P(\bar{C} \cap \bar{E}) = P(\bar{C}) \times P_{\bar{C}}(\bar{E}) = P(\bar{C}) \times (1 - P_{\bar{C}}(E)) = 0,48 \times 0,6 \approx 0,288$.

3. La probabilité qu'un client choisisse l'« effet coup de soleil » sachant qu'il a pris une « couleur-soin » est $P_C(E)$.

On a alors d'après l'arbre pondéré :

$$P(C) \times P_C(E) = 0,52 \times P_C(E) = 0,18.$$

On en déduit que $P_C(E) = \frac{0,18}{0,52} \approx 0,346$.

4. On cherche $P(E)$ qui est une probabilité totale.

Comme C et \bar{C} forment une partition de l'univers, on peut appliquer la loi des probabilités totales :

$$P(E) = P(E \cap C) + P(E \cap \bar{C})$$

$$P(E) = 0,18 + 0,48 \times 0,4$$

$$P(E) \approx 0,372$$

5. Pour savoir si les événements C et E sont indépendants, on calcule séparément $P(C \cap E)$ et $P(C) \times P(E)$, pour tester si elles sont égales.

On a $P(C \cap E) = 0,18$ et $P(C) \times P(E) \approx 0,193$.

On en déduit que les événements C et E ne sont pas indépendants.