

$$B2U_w(\vec{x}) \doteq \sum_{i=0}^{w-1} x_i 2^i \quad (1)$$

$$B2T_w(\vec{x}) \doteq -x_{w-1} 2^{w-1} + \sum_{i=0}^{w-2} x_i 2^i \quad (2)$$

对于位模式 \vec{x} ，对比 (1) (2)，计算两者之差，我们就可以得到

$$B2U_w(\vec{x}) - B2T_w(\vec{x}) = x_{w-1} (2^{w-1} - (-2^{w-1})) = x_{w-1} 2^w$$

，这样就得到了

$$B2U_w(\vec{x}) = x_{w-1} 2^w + B2T_w(\vec{x})$$

。若令

$$\vec{x} = T2B_w(x)$$

，则其反函数为

$$x = B2T_w(\vec{x})$$

。由前面三式以及 $T \rightarrow B \rightarrow U$ 变换的传递性，可得：

$$B2U_w(T2B_w(x)) = T2U_w(x) = x_{w-1} 2^w + x \quad (3)$$

这个关系对于理解“有符号数变换得到的无符号数也即补码”很有用。

$$T2U_w(x) = \begin{cases} x + 2^w, & x < 0, x_{w-1} = 1 \\ x, & x \geq 0, x_{w-1} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

下图说明了 $T2U$ 的转换行为：对于非负数 ($x \geq 0$)， $T2U$ 保留原值；

对于负数 ($x < 0$)， $T2U$ 被转换为一个大于 2^{w-1} 的正数。

反过来，我们再来推导无符号数 u 和与之对应的有符号数 $U2T_w(u)$ 之间的关系。

上一节我们已经得到

$$B2T_w(\vec{u}) = B2U_w(\vec{u}) - u_{w-1} 2^w$$

。若令

$$\vec{u} = U2B_w(u)$$

，则其反函数为

$$u = B2U_w(\vec{u})$$

。由前面三式以及 $T \rightarrow B \rightarrow U$ 变换的传递性，可得：

$$B2T_w(U2B_w(u)) = U2T_w(u) = u - u_{w-1}2^w \quad (5)$$

在 u 原始的无符号表示法中，最高位 u_{w-1} 决定了 u 是否大于或等于 2^{w-1} ，无符数 u 到有符数的装换分段表示为：

$$U2T_w(u) = \begin{cases} u, & u < 2^{w-1}, x_{w-1} = 0 \\ u - 2^w, & x \leq 0, x_{w-1} = 1 \end{cases} \quad (6)$$

下图说明了 $U2T$ 转换行为：对于小的数 ($u < 2^{w-1}$)， $U2T$ 保留原值；对于大的数 ($u \geq 2^{w-1}$)， $U2T$ 被装换为一个负数。