

# 基于三阶贝塞尔曲线的 AGV 轨迹规划研究

## Feasible Trajectory Generation for AGV Based on Cubic Bézier Curve

刘学问 陶 钧 徐海巍 (上海大学机电工程与自动化学院, 上海 200072)

**摘要:**随着钢铁行业对物流的无人化程度要求的不断提高,钢材的无人化运输技术得到越来越多的重视。而工业无人化运输中使用最多的工具就是 AGV。在 AGV 相关技术的研究中,AGV 的轨迹规划是一个重要的研究方向。使用一种基于三阶贝塞尔曲线的轨迹规划方法,并考虑初始状态约束、目标状态约束、运动学约束。为了使 AGV 转向更平稳,采用优化算法,使得规划出的轨迹曲率变化最小。

**关键词:**AGV, 贝塞尔曲线, 轨迹规划, 曲率

**Abstract:**With the degree of unmanned logistics requirements continue to improve in the iron and steel industry, steel unmanned transport technology has been more and more attention. AGV is the most used vehicle in the industrial world. In this paper, a trajectory planning method based on Cubic Bézier curve is used, and the initial state constraints, target state constraints and kinematic constraints are considered. In order to make AGV steering more stable, this paper uses the optimization algorithm, making the planned change in the track curvature of the smallest.

**Keywords:**AGV, Bézier Curve, feasible trajectory generation, curvature

在宝钢自主研发的 AGV 钢材运输系统中,使 AGV 从初始状态到目标状态生成一条满足要求的运动轨迹是其自动导航的基础。本文的轨迹规划目标为对已经运动到仓库附近的 AGV 规划出一条满足要求的平滑曲线使得 AGV 能沿着规划出来的曲线平稳的运动到仓库停车位上的框架正前方。针对此问题提出一种基于贝塞尔曲线的轨迹规划的优化模型。

### 1 背景知识

#### 1.1 问题描述

宝钢采用的六轮 AGV,前后四个轮为转向轮,中间两个轮为驱动轮。车身参考点选择车身中点即两驱动轮的中间点。对于 AGV 来说,其位姿状态包括其二维坐标  $(x, y)$ , 航向角  $\psi$  以及曲率  $k$ , 其结构及位姿如图 1 所示。

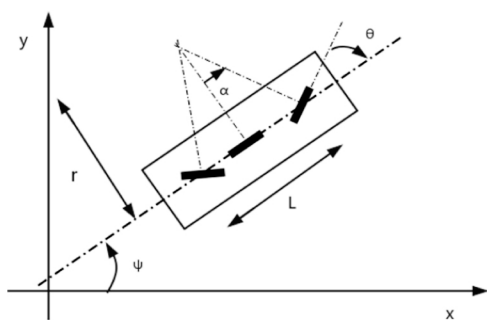


图 1 AGV 转向模型

其中:

$L$ : 前后轮轴距  $r$ : 转弯半径  $\theta$ : 航向角  $\alpha$ : 前后轮转向角

$$k = \frac{1}{r} = \frac{\tan(\alpha)}{\frac{1}{2}L} \quad (1)$$

依据车身中心参考点的最大转弯半径为  $R$ , 因此规划的曲线最大曲率必须小于  $1/R$ 。

本文主要解决的是由仓库附近到仓库停车位这一段路程的轨迹规划, 规划路径示意图如图 2 所示。

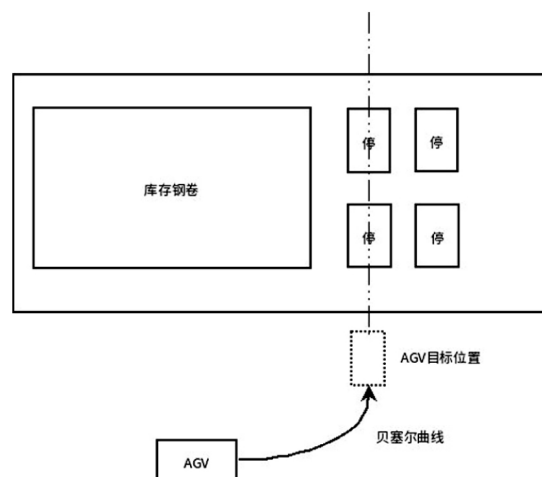


图 2 贝塞尔曲线规划图

#### 1.2 三阶贝塞尔曲线

贝塞尔曲线是由法国 Renault 汽车公司工程师 Bézier P E 在 1962 年提出的一种新的参数曲线表示方法<sup>[2]</sup>。

本文提出的方法是基于三阶贝塞尔曲线的, 本节仅对其相关的特性进行介绍。如图 3 所示, 三阶贝塞尔曲线由四个控制点  $P_0, P_1, P_2, P_3$  唯一确定, 其具有如下特性:

1) 参数化表达式为:

$$P(t) = P_0(1-t)^3 + 3P_1(1-t)^2t + 3P_2(1-t)t^2 + P_3t^3 \quad (2)$$

2) 曲线经过两端的控制点, 即:

$$P(0) = P_0$$

$$P(1) = P_3 \quad P'(0) = 3(P_1 - P_0)$$

3) 起点和终点的一阶导数只与最近的两个控制点相关, 起点和终点的切向量为:

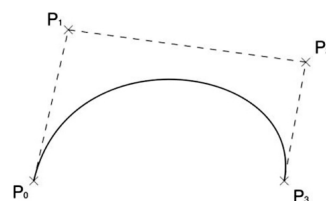


图 3 三阶贝塞尔曲线

$$P'(1)=3(P_3-P_2)$$

4) 曲线在任意一点的曲率为:

$$k(t)=\frac{x'(t)y''(t)-y'(t)x''(t)}{(x'^2(t)+y'^2(t))^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

5) 曲线具有仿射变换不变的特性<sup>[3]</sup>。

## 2 轨迹规划算法

### 2.1 初始位姿与目标位姿获取

AGV 的定位由路面铺设的磁钉与车载惯导系统决定, 环境探测数据由车载激光获取。AGV 初始位姿可由定位系统直接获取, 而目标状态的位姿可由车载激光扫描停车位上的框架两侧钢板, 通过聚类等一系列算法得到框架的中线以及框架入口终点坐标。通过框架的中线和入口中点坐标便确定目标状态的位姿。

### 2.2 多轨迹生成

AGV 轨迹规划需要满足轨迹曲率的连续性, 而贝塞尔曲线的初始状态与 AGV 上一段轨迹规划的终点状态重合, 因此贝塞尔曲线  $t=0$  时刻的曲率应考虑 AGV 此时的位姿状态。目标位姿的状态要求为车身, 前转向轮两轮中线及停车位里框架中线三线合一。

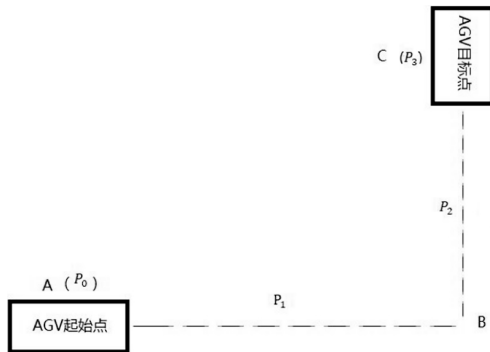


图4 控制点位置图

如图4所示, 点  $P_0, P_3$  唯一确定且分别与 AGV 起始位置和目标位置车身中点(A,B)重合。点  $P_1$  可以是线段 AB 上任一点但不可与点 A、B 重合, 点  $P_2$  可以是线段 BC 上任一点但不可与 B、C 重合。由于  $P_0, P_3$  可变以此就可以得到一系列贝塞尔曲线。

### 2.3 最优轨迹选择

通过以上方法, 固定三阶贝塞尔曲线两端点  $P_0, P_3$ , 变化三阶贝塞尔曲线中间两点, 最终可以得到满足运动学约束、初始位姿状态约束、目标位姿状态约束以及曲率连续性约束的轨迹。本文通过选择一种最优算法来求解满足以上条件的最优参数, 从而选择出最优轨迹, 本文采用的优化函数为:

$$J(P_1, P_2)=k_{\max}(t_1)-k_{\min}(t_2), t_1, t_2 \in (0, 1) \quad (4)$$

其中  $t_1, t_2$  为贝塞尔曲线取得最大曲率半径与最小曲率半径时的  $t$  值, 优化函数的所表示的物理意义为优化参数  $P_1, P_2$  使得所规划出来的曲线最大曲率半径减最小曲率半径差最小, 从而保证得到的曲线曲率变化较小, 使得选择的轨迹较为平滑<sup>[4]</sup>。

## 3 计算仿真

本次实验程序基于 Python 开发, Python 是一门高级编程语言, 简单易学, 具有丰富和强大的功能库, 有很强的可移植性和可嵌入性, 可以把程序嵌入到 C/C++ 库中。AGV 控制系统主体为 C++ 编写, 为缩短开发周期, 故选择 Python。仿真实验所采用电脑 CPU 为 Inter Core i5-4210 内存为 4GB, 仿真环境在 Ubuntu 16.04(64 位) 系统下进行。

### 3.1 轨迹规划

对于 AGV 来说, 轨迹规划需先确定初始位姿状态和目标位姿状态, 依据上文中提到的规划规则开始轨迹规划, 再从该轨迹

规划的多条贝塞尔曲线中选择最优的轨迹。

此次仿真以初始位置 AGV 中心为原点, 以车身中线为  $x$  轴建立坐标系。因此 AGV 初始位姿可以描述为  $[0, 0, 0]$ , 目标位姿描述为  $[20, 30, \pi/2]$ ,  $\pi/2$  表示 AGV 运动到目标点时, 车身中线与  $y$  轴平行。从初始点到目标点的 64 条三阶贝塞尔曲线, 如图 5 所示。

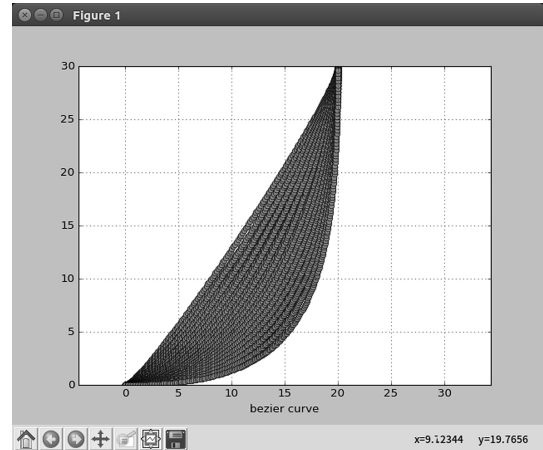


图5 规划的 64 条三阶贝塞尔曲线

### 3.2 选择最优轨迹

进一步将 64 条三阶贝塞尔曲线的最大曲率与最小曲率差计算并输出, 由计算数据可选择出满足要求的最优三阶贝塞尔曲线。如图 6 所示为计算差值散点图。

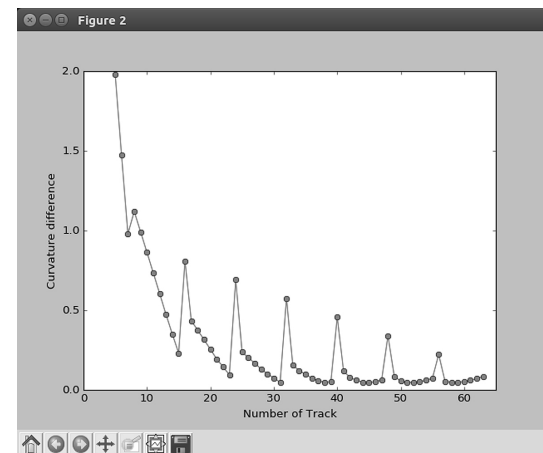


图6 最大曲率与最小曲率差值

从输出数据可以得到最优轨迹的四个控制点坐标:  $(P_0=(0, 1), P_1=(10, 0), P_2=(20, 12), P_3=(20, 30))$ , 以及其最大曲率值:  $0.0614 < 1/R$

因此, 此次仿真结果满足条件。

## 参考文献

- [1] 朱从民. AGV AGENT 控制系统研究[D]. 西安: 西安理工大学, 2009
- [2] 朱东伟, 毛晓波, 陈铁军. 基于改进粒子群三次 Bézier 曲线优化的路径规划[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(5): 1710-1712
- [3] 陈成, 何玉庆, 卜春光, 等. 基于四阶贝塞尔曲线的无人车可行轨迹规划[J]. 自动化学报, 2015, 41(3): 486-496
- [4] 李宝磊, 吕丹桔, 张钦虎, 等. 基于多元算法的路径规划[J]. 电子学报, 2016, 44(9): 2243-2247

[收稿日期: 2017.10.31]