

Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Губина О. В.

4 марта 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Губина Ольга Вячеславовна
- студент(-ка) уч. группы НПИбд-01-20
- Российский университет дружбы народов
- 1032201737@pfur.ru
- <https://github.com/ovgubina>

Вводная часть

- Необходимость навыков моделирования реальных математических задач, построение графиков.

- Модель гармонических колебаний
- Языки для моделирования:
 - Julia
 - OpenModelica

- Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для трех случаев:
 - Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы
 - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы
 - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы
- Выполнить задачу на заданном интервале

- Языки для моделирования:
 - Julia
 - OpenModelica

Процесс выполнения работы

$$\ddot{x}(t) + a\dot{x}(t) + bx = F(t)$$

$$y = \frac{dx}{dt} = \dot{x}(t)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{dy}{dt} + ay(t) + bx(t) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -ay - bx \end{cases}$$

- Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 1.5x = 0$$

Общий вид первого случая: $\ddot{x} + bx = 0$, где $b = \omega_0^2 = 1.5$.

Тогда система ОДУ первого порядка для решения задачи:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -1.5x \end{cases}$$

- Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + \dot{x} + 10x = 0$$

Общий вид второго случая: $\ddot{x} + ay + bx = 0$, где $a = 2\gamma = 1$ и $b = \omega_0^2 = 10$.

Тогда система ОДУ первого порядка для решения задачи:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -y - 10x \end{cases}$$

- Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + \dot{x} + 11x = 2 \cos(t)$$

Общий вид третьего случая: $\ddot{x} + ay + bx = F(t)$, где $a = 2\gamma = 1$, $b = \omega_0^2 = 11$ и $F(t) = 2 \cos(t)$.

Тогда система ОДУ первого порядка для решения задачи:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = 2 \cos(t) - y - 11x \end{cases}$$

Код на Julia

```
using Plots
using DifferentialEquations

"Условие:"
x_0 = 0
y_0 = 0

u_0 = [x_0, y_0]
T = (0.0, 60.0) # отслеживаемый промежуток времени

b = 1.5

function F!(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -b*u[1]
end

prob = ODEProblem(F!, u_0, T)
sol = solve(prob, saveat = 0.05) # обозначили шаг

const X = Float64[]
const Y = Float64[]

for u in sol.u
    x, y = u
    push!(X, x)
    push!(Y, y)
end

plt = plot(
    dpi = 300,
    size = (800, 600),
    title = "Случай 1"
)
```

```
using Plots
using DifferentialEquations

"Условие:"
x_0 = 0
y_0 = 0

u_0 = [x_0, y_0]
T = (0.0, 60.0) # отслеживаемый период времени

a = 1.0
b = 10.0

function F!(du, u, p, t) # система уравнений
    du[1] = u[2]
    du[2] = -a*u[2] - b*u[1]
end

prob = ODEProblem(F!, u_0, T)
sol = solve(prob, saveat=0.05) # в saveat обозначили шаг

const X = Float64[]
const Y = Float64[]

for u in sol.u
    x, y = u
    push!(X, x)
    push!(Y, y)
end

plt = plot(
    dpi = 300,
    size = (800, 600),
    title = "Случай 2"
)
```

```
using Plots
using DifferentialEquations

"Условие:"
x_0 = 0
y_0 = 0

u_0 = [x_0, y_0]
T = (0.0, 60.0) # отслеживаемый период времени

a = 1.0
b = 10.0

function F(t)
    return 2*cos(t)
end

function Ful(du, u, p, t) # система уравнений
    du[1] = u[2]
    du[2] = F(t) - a*u[2] - b*u[1]
end

prob = ODEProblem(Ful, u_0, T)
sol = solve(prob, saveat=0.05) # в saveat обозначили шаг

const X = Float64[]
const Y = Float64[]

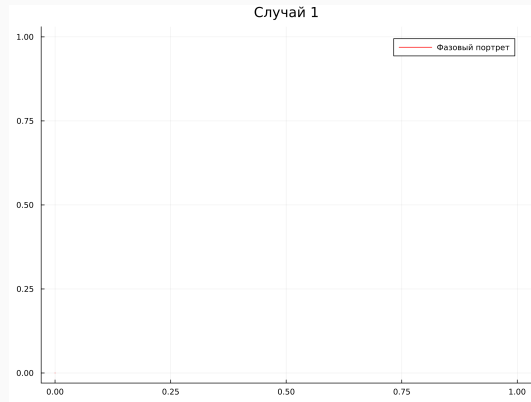
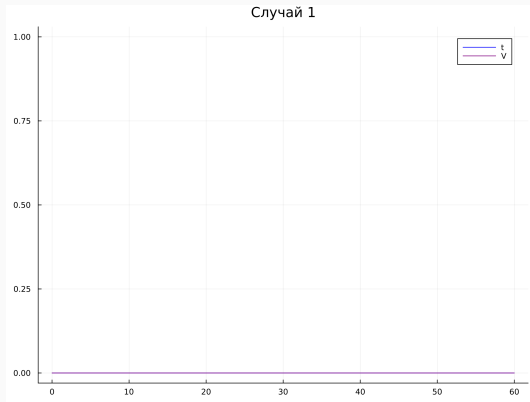
for u in sol.u
    x, y = u
    push!(X, x)
    push!(Y, y)
end
```

```
model lab04_case01
  constant Integer x_0 = -2;
  constant Integer y_0 = 0;
  constant Real b = 1.5;
  Real x(start=x_0);
  Real y(start=y_0);
  Real t = time;
equation
  der(x) = y;
  der(y) = -b*x;
  annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 60.0),
    Documentation);
end lab04_case01;
```

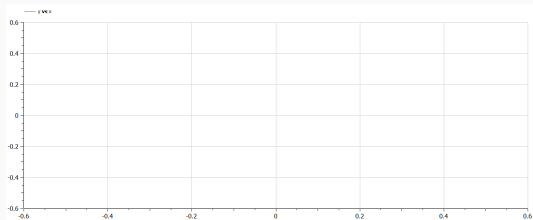
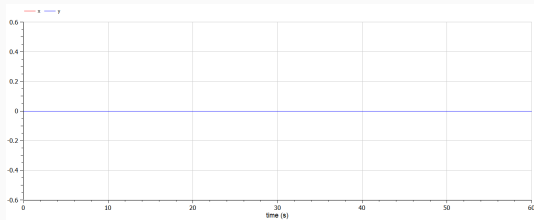
```
model lab04_case02
  constant Integer x_0 = -2;
  constant Integer y_0 = 0;
  constant Real a = 1.0;
  constant Real b = 10.0;
  Real x(start=x_0);
  Real y(start=y_0);
  Real t = time;
equation
  der(x) = y;
  der(y) = -a*y-b*x;
  annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 60.0),
    Documentation);
end lab04_case02;
```

```
model lab04_case03
  constant Integer x_0 = -2;
  constant Integer y_0 = 0;
  constant Real a = 1.0;
  constant Real b = 11.0;
  Real x(start=x_0);
  Real y(start=y_0);
  Real t = time;
equation
  der(x) = y;
  der(y) = 2*cos(t)-a*y-b*x;
  annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 60.0),
    Documentation);
end lab04_case03;
```

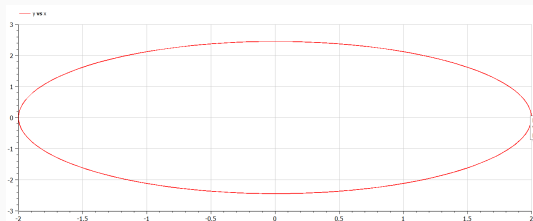
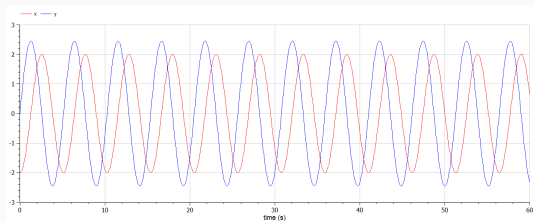
Графики Julia - случай 1

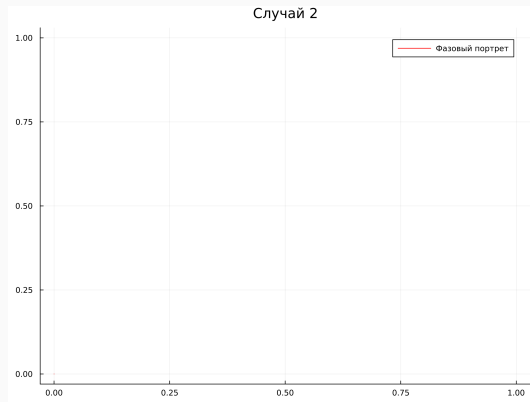
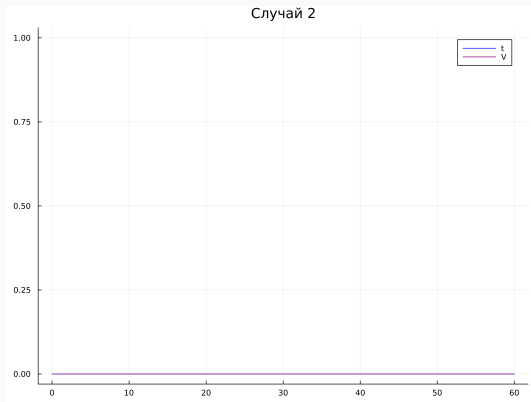


Графики OpenModelica - случай 1

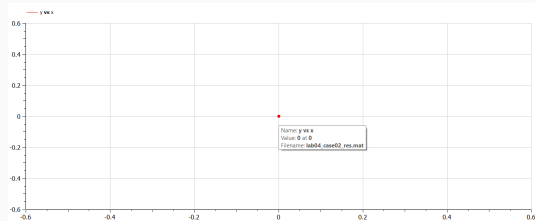
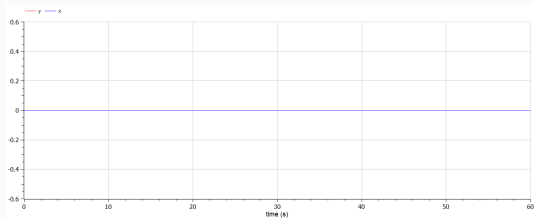


Графики OpenModelica - другие значения - случай 1

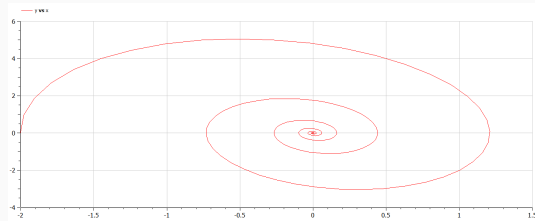
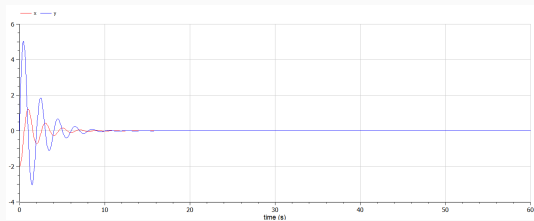




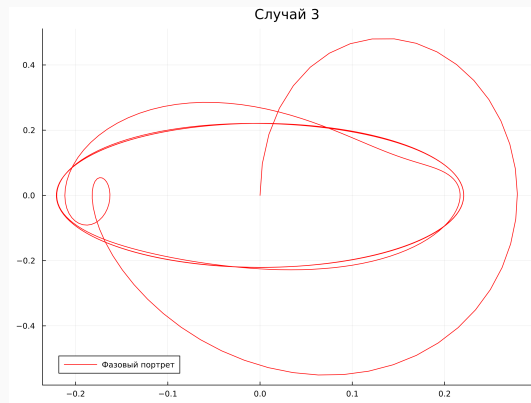
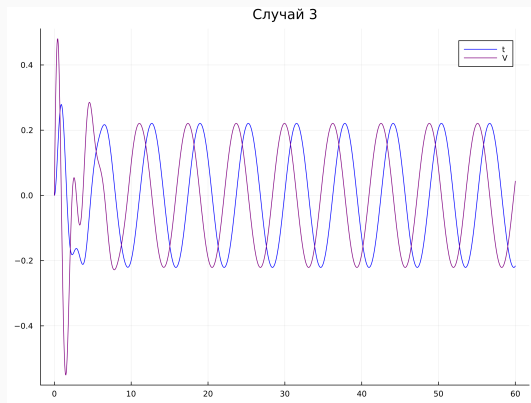
Графики OpenModelica - случай 2



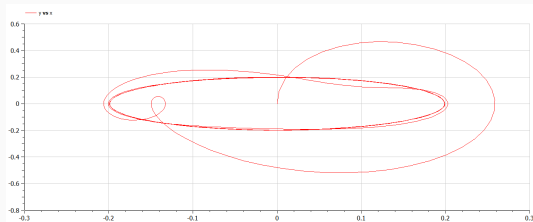
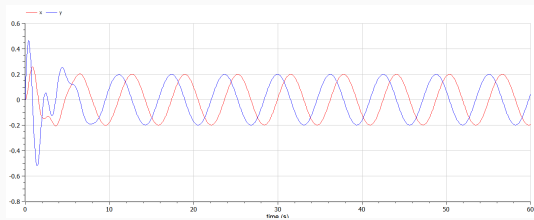
Графики OpenModelica - другие значения - случай 2



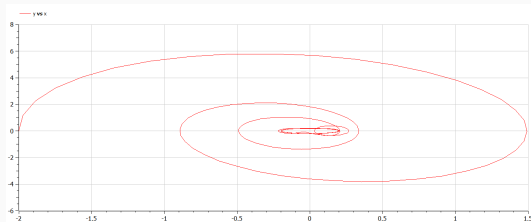
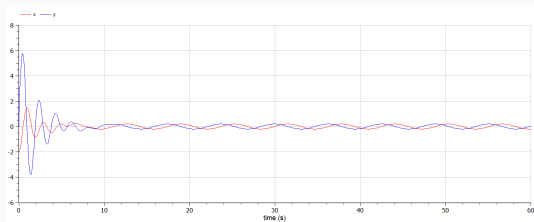
Графики Julia - случай 3



Графики OpenModelica - случай 3



Графики OpenModelica - другие значения - случай 3



Результаты работы

- Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для трех случаев:
 - Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы
 - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы
 - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы
- Выполнить задачу на заданном интервале

Вывод

Создала модель гармонических колебаний по средствам языков Julia и OpenModelica.