

Лабораторная работа №8

Модель конкуренции фирм

Губина О. В.

31 марта 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Губина Ольга Вячеславовна
- студент(-ка) уч. группы НПИбд-01-20
- Российский университет дружбы народов
- 1032201737@pfur.ru
- <https://github.com/ovgubina>

Вводная часть

- Необходимость навыков моделирования реальных математических задач, построение графиков.

- Простейшая модель конкуренции двух фирм
- Языки для моделирования:
 - Julia
 - OpenModelica

- Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для двух случаев

- Языки для моделирования:
 - Julia
 - OpenModelica

Процесс выполнения работы

Уравнения динамики оборотных средств:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) p - k$$

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}M_0^1 &= 2.5, \quad M_0^2 = 1.8, \\p_{cr} &= 20, \quad N = 23, \quad q = 1, \\ \tau_1 &= 16, \quad \tau_2 = 19, \\ \tilde{p}_1 &= 13, \quad \tilde{p}_2 = 11\end{aligned}$$

Первый случай - Julia

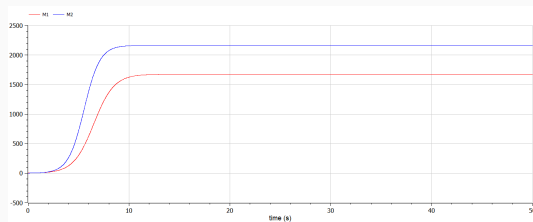
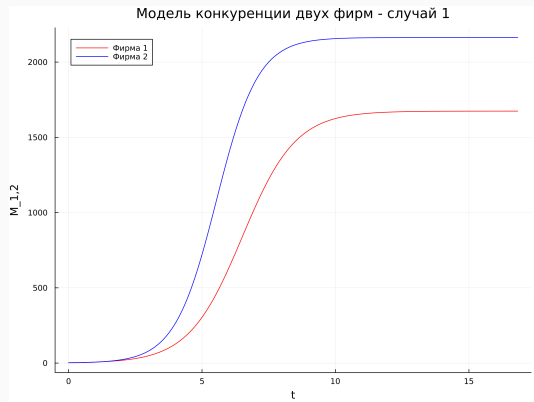
```
1 using Plots
2 using DifferentialEquations
3
4 "Условия:"
5 M_01 = 2.5
6 M_02 = 1.8
7 p_cr = 20
8 N = 23
9 q = 1
10 tau_1 = 16
11 tau_2 = 19
12 tilde_p_1 = 13
13 tilde_p_2 = 11
14
15 u_0 = [M_01, M_02]
16
17
18 a1 = p_cr / (tau_1 * tau_1 * tilde_p_1 * tilde_p_1 * N * q)
19 a2 = p_cr / (tau_2 * tau_2 * tilde_p_2 * tilde_p_2 * N * q)
20 b = p_cr / (tau_1 * tau_1 * tau_2 * tau_2 * tilde_p_1 * tilde_p_1 * tilde_p_2 * tilde_p_2 * N * q)
21 a1 = p_cr / (tau_1 * tau_1 * tilde_p_1 * tilde_p_1 * N * q)
22 c1 = (p_cr - tilde_p_1) / (tau_1 * tilde_p_1)
23 c2 = (p_cr - tilde_p_2) / (tau_2 * tilde_p_2)
24
25 T = (0.0*c1, 500.0*c1) # отслеживаемый промежуток времени - нормировка по времени
26
27
28 function F!(du, u, p, t)
29     theta = t / c1
30     du[1] = (c1 / c1) * u[1] - (b / c1) * u[1] * u[2] - (a1 / c1) * u[1] * u[1];
31     du[2] = (c2 / c1) * u[2] - (b / c1) * u[1] * u[2] - (a2 / c1) * u[2] * u[2];
32
33 end
34
35 prob = ODEProblem(F!, u_0, T)
36 sol = solve(prob, saveat = 0.001) # обозначили шаг
```

```
38 const M1 = Float64[]
39 const M2 = Float64[]
40
41 for u in sol.u
42     m1 = u[1]
43     m2 = u[2]
44     push!(M1, m1)
45     push!(M2, m2)
46 end
47
48 plt = plot(
49     dpi = 300,
50     size = (800, 600),
51     title = "Модель конкуренции двух фирм - случай 1"
52 )
53
54 plot!(
55     plt,
56     sol.t,
57     M1,
58     color = :red,
59     xlabel="t",
60     ylabel="M_1,2",
61     label = "фирма 1"
62 )
63
64 plot!(
65     plt,
66     sol.t,
67     M2,
68     color = :blue,
69     xlabel="t",
70     ylabel="M_1,2",
71     label = "фирма 2"
72 )
```

Первый случай - код на OpenModelica

```
1 model lab08_1
2   constant Integer N = 23;
3   constant Real M01 = 2.5;
4   constant Real M02 = 1.8;
5   constant Integer p_cr = 20;
6   constant Integer q = 1;
7   constant Integer tau1 = 16;
8   constant Integer tau2 = 19;
9   constant Integer p1 = 13;
10  constant Integer p2 = 11;
11  Real a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
12  Real a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
13  Real b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
14  Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
15  Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);
16  Real M1(start=M01);
17  Real M2(start=M02);
18  Real t = time;
19  equation
20    der(M1) = (c1/c1)*M1-(a1/c1)*M1*M1-(b/c1)*M1*M2;
21    der(M2) = (c2/c1)*M2-(a2/c1)*M2*M2-(b/c1)*M1*M2;
22  annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 50.0),
23    Documentation);
24 end lab08_1;
```

Первый случай - графики



Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно, коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.0017 \right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \end{cases}$$

Второй случай - код на Julia

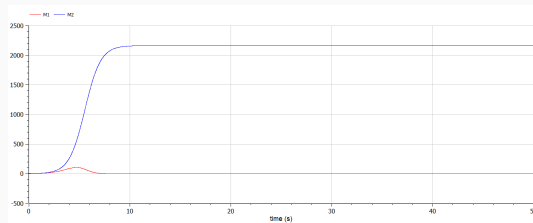
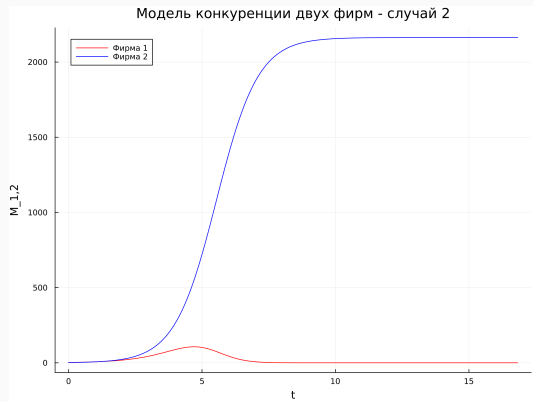
```
1 using Plots
2 using DifferentialEquations
3
4 "Условия:"
5 M_01 = 2.5
6 M_02 = 1.8
7 p_cr = 20
8 N = 23
9 q = 1
10 tau_1 = 16
11 tau_2 = 19
12 tilde_p_1 = 13
13 tilde_p_2 = 11
14
15 u_0 = [M_01, M_02]
16
17 a1 = p_cr / (tau_1 * tau_1 * tilde_p_1 * tilde_p_1 * N * q)
18 a2 = p_cr / (tau_2 * tau_2 * tilde_p_2 * tilde_p_2 * N * q)
19 b = p_cr / (tau_1 * tau_1 * tau_2 * tau_2 * tilde_p_1 * tilde_p_1 * tilde_p_2 * tilde_p_2 * N * q)
20 a1 = p_cr / (tau_1 * tau_1 * tilde_p_1 * tilde_p_1 * N * q)
21 c1 = (p_cr - tilde_p_1) / (tau_1 * tilde_p_1)
22 c2 = (p_cr - tilde_p_2) / (tau_2 * tilde_p_2)
23
24 T = (0.0*c1, 500.0*c1) # отслеживаемый промежуток времени - нормировка по времени
25
26 function F(du, u, p, t)
27     theta = t / c1
28     du[1] = (c1 / c1) * u[1] - (b / c1 + 0.0017) * u[1] * u[2] - (a1 / c1) * u[1] * u[1];
29     du[2] = (c2 / c1) * u[2] - (b / c1) * u[1] * u[2] - (a2 / c1) * u[2] * u[2];
30 end
31
32
33 prob = ODEProblem(F, u_0, T)
34 sol = solve(prob, saveat = 0.001) # обозначили шаг
35
36 const M1 = Float64[]
```

```
37 const M2 = Float64[]
38
39 for u in sol.u
40     m1 = u[1]
41     m2 = u[2]
42     push!(M1, m1)
43     push!(M2, m2)
44 end
45
46 plt = plot(
47     dpi = 300,
48     size = (800, 600),
49     title = "Модель конкуренции двух фирм - случай 2"
50 )
51
52 plot!(
53     plt,
54     sol.t,
55     M1,
56     color = :red,
57     xlabel="t",
58     ylabel="M_1,2",
59     label = "Фирма 1"
60 )
61
62 plot!(
63     plt,
64     sol.t,
65     M2,
66     color = :blue,
67     xlabel="t",
68     ylabel="M_1,2",
69     label = "Фирма 2"
70 )
71
72 savefig(plt, "julia 2.png")
```

Второй случай - код на OpenModelica

```
1 model lab08_2
2   constant Integer N = 23;
3   constant Real M01 = 2.5;
4   constant Real M02 = 1.8;
5   constant Integer p_cr = 20;
6   constant Integer q = 1;
7   constant Integer tau1 = 16;
8   constant Integer tau2 = 19;
9   constant Integer p1 = 13;
10  constant Integer p2 = 11;
11  Real a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
12  Real a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
13  Real b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
14  Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
15  Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);
16  Real M1(start=M01);
17  Real M2(start=M02);
18  Real t = time;
19  equation
20    der(M1) = (c1/c1)*M1-(a1/c1)*M1*M1-(b/c1+0.0017)*M1*M2;
21    der(M2) = (c2/c1)*M2-(a2/c1)*M2*M2-(b/c1)*M1*M2;
22  annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 50.0),
23    Documentation);
24 end lab08_2;
```

Второй случай - графики



Результаты работы

- Построила графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для двух случаев

Вывод

Создала модель конкуренции двух фирм по средством языков программирования Julia и OpenModelica.