

Лабораторная работа №5

Модель “хищник-жертва”

Губина О. В.

8 марта 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Губина Ольга Вячеславовна
- студент(-ка) уч. группы НПИбд-01-20
- Российский университет дружбы народов
- 1032201737@pfur.ru
- <https://github.com/ovgubina>

Вводная часть

- Необходимость навыков моделирования реальных математических задач, построение графиков.

- Модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры
- Языки для моделирования:
 - Julia
 - OpenModelica

Для модели «хищник-жертва»:

- Построить график зависимости численности хищников от численности жертв
- Построить графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях
- Найдите стационарное состояние системы

- Языки для моделирования:
 - Julia
 - OpenModelica

Процесс выполнения работы

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y – число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, $-c$ – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.19x(t) + 0.048x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.39y(t) - 0.036x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 13$, $y_0 = 18$. Найдите стационарное состояние системы.

В данном случае y - число жертв, x - число хищников. Тогда, из условия коэффициенты имеют следующие значения: $a = 0.39$, $b = 0.036$, $c = 0.19$, $d = 0.048$.

А уравнение имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -cx(t) + dx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = ay(t) - bx(t)y(t) \end{cases}$$

Код на Julia

```
1 using Plots
2 using DifferentialEquations
3
4 "Условия:"
5 x_0 = 13
6 y_0 = 18
7
8 u_0 = [x_0, y_0]
9 T = (0.0, 60.0) # отслеживаемый промежуток времени
10
11 a = 0.39
12 b = 0.036
13 c = 0.19
14 d = 0.048
15
16 function F!(du, u, p, t)
17     du[1] = -c * u[1] + d * u[1] * u[2]
18     du[2] = a * u[2] - b * u[1] * u[2]
19 end
20
21 prob = ODEProblem(F!, u_0, T)
22 sol = solve(prob, saveat = 0.05) # обозначили шаг
23
24 const X = Float64[]
25 const Y = Float64[]
26
27 for u in sol.u
28     x, y = u
29     push!(X, x)
30     push!(Y, y)
31 end
32
33 plt = plot(
34     dpi = 300,
35     size = (800, 600),
```

```
35     size = (800, 600),
36     title = "График зависимости численности хищников от численности жертв"
37 )
38
39 plot!(
40     plt,
41     Y,
42     X,
43     color = :red,
44     label = "Фазовый портрет"
45 )
46
47 savefig(plt, "julia_2.png")
48
49 plt_2 = plot(
50     dpi = 300,
51     size = (800, 600),
52     title = "Графики изменения численности хищников и численности жертв"
53 )
54
55 plot!(
56     plt_2,
57     sol.t,
58     X,
59     color = :blue,
60     label = "Число жертв"
61 )
62
63 plot!(
64     plt_2,
65     sol.t,
66     Y,
67     color = :purple,
68     label = "Число хищников"
69 )
70
71 savefig(plt_2, "julia_1.png")
```

```
1 model lab05
2   constant Integer x_0 = 13;
3   constant Integer y_0 = 18;
4   constant Real a = 0.39;
5   constant Real b = 0.036;
6   constant Real c = 0.19;
7   constant Real d = 0.048;
8   Real x(start=x_0);
9   Real y(start=y_0);
10  Real t = time;
11  equation
12    der(x) = -c*x+d*x*y;
13    der(y) = a*y-b*x*y;
14  annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 60.0),
15  L Documentation);
16 end lab05;
```

Графики изменения численности хищников и численности жертв

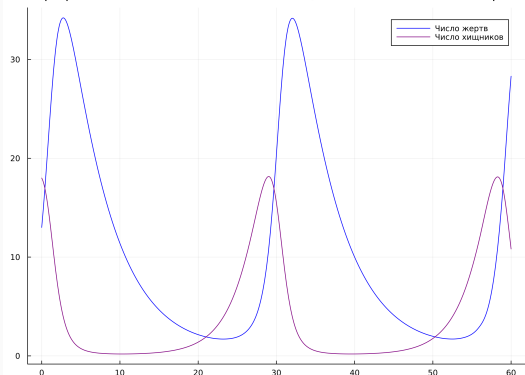
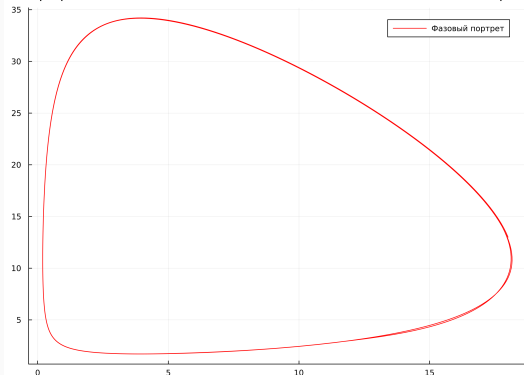
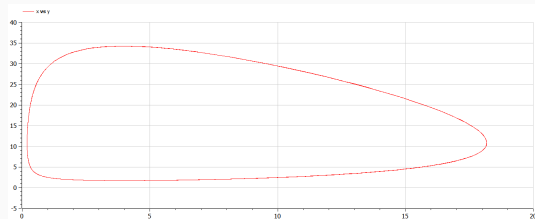
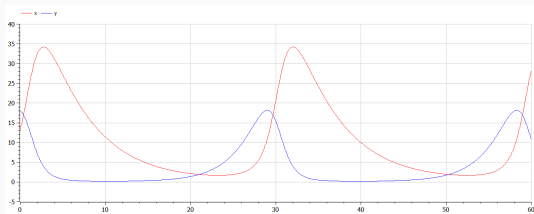


График зависимости численности хищников от численности жертв





Стационарное состояние - Julia

```
1 using Plots
2 using DifferentialEquations
3
4 "Условия:"
5 a = 0.39
6 b = 0.036
7 c = 0.19
8 d = 0.048
9
10 x_0 = a / b
11 y_0 = c / d
12
13 @show x_0
14 @show y_0
15
16 u_0 = [x_0, y_0]
17 T = (0.0, 60.0) # отслеживаемый промежуток времени
18
19 function F!(du, u, p, t)
20     du[1] = -c * u[1] + d * u[1] * u[2]
21     du[2] = a * u[2] - b * u[1] * u[2]
22 end
23
24 prob = ODEProblem(F!, u_0, T)
25 sol = solve(prob, saveat = 0.05) # обозначили шаг
26
27 const X = Float64[]
28 const Y = Float64[]
29
30 for u in sol.u
31     x, y = u
32     push!(X, x)
33     push!(Y, y)
34 end
35
36 plt = plot(
37     dpi = 300,
```

```
38     size = (800, 600),
39     title = "График зависимости численности хищников от численности жертв"
40 )
41
42 plot!(
43     plt,
44     Y,
45     X,
46     color = :red,
47     label = "Фазовый портрет"
48 )
49
50 savefig(plt, "julia_2_stat.png")
51
52 plt_2 = plot(
53     dpi = 300,
54     size = (800, 600),
55     title = "Графики изменения численности хищников и численности жертв"
56 )
57
58 plot!(
59     plt_2,
60     sol.t,
61     X,
62     color = :blue,
63     label = "число жертв"
64 )
65
66 plot!(
67     plt_2,
68     sol.t,
69     Y,
70     color = :purple,
71     label = "число хищников"
72 )
73
74 savefig(plt_2, "julia_1_stat.png")
```

```
PS D:\2022-2023\Математическое моделирование\mathmod\labs\lab05\progs> julia lab05_stat.jl
x_0 = 10.833333333333334
y_0 = 3.9583333333333335
PS D:\2022-2023\Математическое моделирование\mathmod\labs\lab05\progs> █
```

Стационарное состояние - Julia - графики

Графики изменения численности хищников и численности жертв

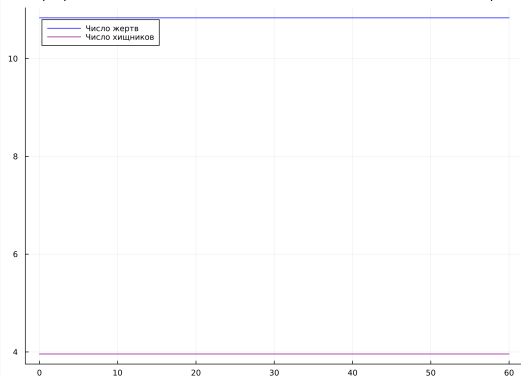
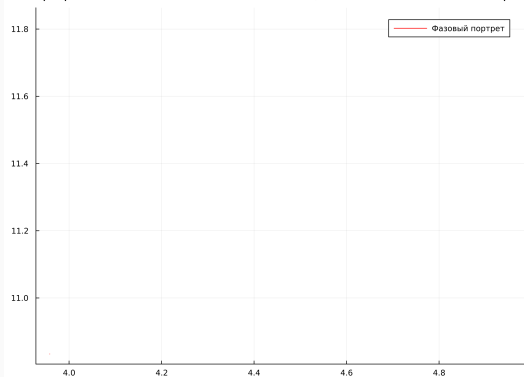


График зависимости численности хищников от численности жертв



Результаты работы

- Построила график зависимости численности хищников от численности жертв
- Построила графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях
- Нашла стационарное состояние системы

Вывод

Создала простейшую модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Нашла стационарное состояние.