

CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

MATEMÁTICA DISCRETA

UNIDADE 1 – PROPOSIÇÕES E DEMONSTRAÇÕES

**“IMAGINAÇÃO É MAIS
IMPORTANTE QUE
CONHECIMENTO”**

Albert Einstein

PROPOSIÇÕES

A afirmação de que algo é verdadeiro é chamado de PROPOSIÇÃO. De outro modo: uma proposição é uma afirmação que ou é verdadeira ou é falsa.

A expressão de proposições são feitas através de frases. Mas nem toda a frase é proposição: ordens, perguntas e conselhos só em casos especiais contêm proposições.

Exemplo:

A seguinte frase exprime a mesma proposição: Está a chover. Chove lá fora. Está chovendo.

As seguintes frases exprimem a mesma proposição: Paulo ama Carla. Carla é amada por Paulo.

Valor de Verdade

Uma proposição pode ter um dos seguintes *valores de verdade*:

Verdade

Falsidade

Os filósofos discutem muito sobre o que constitui a verdade. Por agora podemos usar uma caracterização muito simples:

"P" é verdadeira se e somente se P.

"P" é falsa se e apenas se não-P.

Exemplos:

A proposição "A neve é branca" é verdadeira se e somente se a neve for branca.

A proposição "A neve é branca" é falsa se e somente se a neve não for branca.

Por outras palavras, uma proposição é verdadeira se ela descreve corretamente um estado do mundo, e será falsa se descrever incorretamente um estado do mundo. Isto é conhecido como *A Teoria da Verdade de Tarski*.

Aplicações Matemáticas

Lembre-se:

Uma proposição ou sentença Matemática se apoia nos seguintes pilares:

Uma frase afirmativa em forma de oração, com sujeito, verbo e predicado:

1-) ou é falsa.

2-) ou é verdadeira.

3-) não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo e não existe uma terceira alternativa.

Observe as proposições e dê sua opinião:

(a) A soma de dois números pares é sempre um número par.

(b) Todo brasileiro é carioca.

(c) A Terra é um Planeta.

(d) Se “c” é o comprimento da diagonal de um retângulo de lados “a” e “b”, então

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

(e) Se $a < 1$, então $a^2 > a$, $\forall a \in R$.

IMPORTANTE...

Se uma proposição é falsa, basta apresentarmos um contraexemplo.

Se uma proposição é verdadeira, devemos PROVAR a verdade.

**PERGUNTA...!!! Como provar uma
VERDADE???**

Muitas proposições são do tipo:

“Se P, então Q” , onde P e Q são sentenças.

Ou seja, estamos assumindo que P é verdade e usando este fato devemos verificar se Q é verdade ou não.

Este tipo de proposição é denominada CONDICIONAL ou IMPLICATIVA.

“Se P, então Q” ou “P implica em Q”, podendo ser usada a notação

$$P \rightarrow Q$$

Neste caso, P é chamado de HIPÓTESE (proposição antecedente) e Q é chamado de TESE (proposição consequente).

A partir de uma proposição condicional podem-se gerar novas proposições que são de especial interesse para os matemáticos.

Quando apresentamos uma proposição normal, dizemos que estamos apresentando a sua FORMA POSITIVA...

Veja:

“Se como laranja, então gosto de frutas”

Se assumirmos esta afirmação como positiva, vejamos como podemos obter novas proposições a partir dela...

Forma da proposição		

FORMA CONTRAPOSITIVA DE UMA PROPOSIÇÃO CONDICIONAL:

Para obtermos a forma contrapositiva a partir da forma positiva de uma proposição condicional podemos fazer primeiro sua forma recíproca.

Em seguida **negamos** as sentenças antecedente e consequente da recíproca ou, também, podemos primeiro negar as sentenças antecedente e consequente da forma positiva e imediatamente fazer a forma recíproca da última.

A forma contrapositiva também é conhecida como forma contrarecíproca.

USANDO NOVAMENTE O NOSSO EXEMPLO

Forma da proposição		

Portanto, a forma contra positiva escreve-se assim:

“Se não gosto de fruta, então não como laranja.”

Em particular, a forma contra positiva de uma proposição poderá ser, eventualmente, uma forma indireta muito eficaz de verificar resultados em Matemática.

**“LÉO! VOCÊ TEM UMA
RELIGIÃO? ASSIM ,... UMA
RELIGIÃO, COMO JUDAÍSMO OU
CRISTIANISMO,... OU
MATEMÁTICA?”**

*Alon Peres, 6 anos, filho do Matemático Yuval Peres,
perguntando a um coleguinha.*