Função Logarítmica

Joao Victor[1] Prof. Luiz Claudio[2]

[1] Instituto Federal do Amazonas

[2] EETI Bilíngue Gilberto Mestrinho de Medeiros Raposo

18 de fevereiro de 2026

Sumário

Introdução (logaritmo)

Suponhamos que um caminhão custe hoje R$$100.000,00$ e sofra uma desvalorização de 10% por ano de uso. Depois de quanto tempo de uso o valor do veículo será igual a R$$20.000,00$?

Definição

Sendo a e b números reais e positivos, com $a \neq 1$, chama-se **logaritmo de b na base a** o expoente x ao qual se deve elevar a base a de modo que a potência a^x seja igual a b.

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Dizemos que:

- a é a **base** do logaritmo;
- b é o **logaritmando**;
- x é o **logaritmo**.

Definição

Sendo a e b números reais e positivos, com $a \neq 1$, chama-se **logaritmo de b na base a** o expoente x ao qual se deve elevar a base a de modo que a potência a^x seja igual a b.

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Dizemos que:

- a é a **base** do logaritmo;
- b é o **logaritmando**;
- x é o **logaritmo**.

Exemplos

Vejamos alguns exemplos de logaritmos:

a) $\log_2(8) = 3,\ \text{pois } 2^3 = 8$

b) $\log_3 9 = 2,\ \text{pois } 3^2 = 9$

c) $\log_4 1 = 0,\ \text{pois } 4^0 = 1$

d) $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3,\ \text{pois } \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$

e) $\log_{0,5} 0,25 = 2,\ \text{pois } (0,5)^2 = 0,25$

Exemplos

Vejamos alguns exemplos de logaritmos:

a) $\log_2(8) = 3, \text{ pois } 2^3 = 8$

b) $\log_3 9 = 2, \text{ pois } 3^2 = 9$

c) $\log_4 1 = 0, \text{ pois } 4^0 = 1$

d) $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3, \text{ pois } \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$

e) $\log_{0,5} 0,25 = 2, \text{ pois } (0,5)^2 = 0,25$

Exemplos

Vejamos alguns exemplos de logaritmos:

a) $\log_2(8) = 3,\ \text{pois } 2^3 = 8$

b) $\log_3 9 = 2,\ \text{pois } 3^2 = 9$

c) $\log_4 1 = 0,\ \text{pois } 4^0 = 1$

d) $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3,\ \text{pois } \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$

e) $\log_{0,5} 0,25 = 2,\ \text{pois } (0,5)^2 = 0,25$

Exemplos

Vejamos alguns exemplos de logaritmos:

a) $\log_2(8) = 3, \text{ pois } 2^3 = 8$

b) $\log_3 9 = 2, \text{ pois } 3^2 = 9$

c) $\log_4 1 = 0, \text{ pois } 4^0 = 1$

d) $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3, \text{ pois } \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$

e) $\log_{0,5} 0,25 = 2, \text{ pois } (0,5)^2 = 0,25$

Exemplos

Vejamos alguns exemplos de logaritmos:

a) $\log_2(8) = 3, \text{ pois } 2^3 = 8$

b) $\log_3 9 = 2, \text{ pois } 3^2 = 9$

c) $\log_4 1 = 0, \text{ pois } 4^0 = 1$

d) $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3, \text{ pois } \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$

e) $\log_{0,5} 0,25 = 2, \text{ pois } (0,5)^2 = 0,25$

Aplicação

Exercício 1. Calcule, por meio da definição:

a) $\log_{\sqrt[3]{9}} 3$

b) $\log_{16} 0,25$

Exercício 2.

Qual o número real x em que $\log_x 4 = -2$?

Convenção importante

Convencionou-se que, ao escrevermos o logaritmo de um número com a base omitida, estamos nos referindo ao logaritmo desse número em base 10, isto é:

$$\log x = \log_{10} x$$

Assim, por exemplo:

- $\log 10.000 = 4,$ pois $10^4 = 10.000$
- $\log \frac{1}{1000} = -3,$ pois $10^{-3} = \frac{1}{1000}$

Os logaritmos em base 10 são conhecidos como **logaritmos decimais**.

Convenção importante

Convencionou-se que, ao escrevermos o logaritmo de um número com a base omitida, estamos nos referindo ao logaritmo desse número em base 10, isto é:

$$\log x = \log_{10} x$$

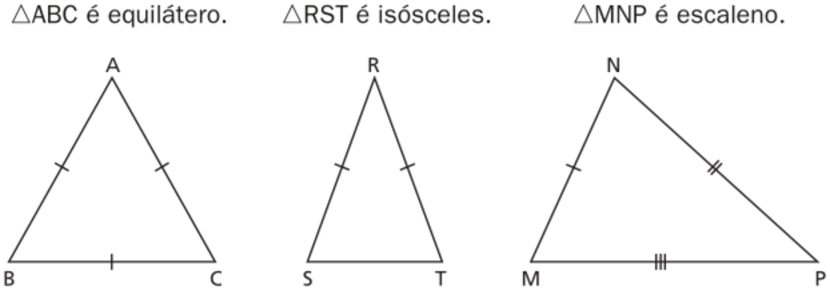
Assim, por exemplo:

- $\log 10.000 = 4, \text{ pois } 10^4 = 10.000$
- $\log \dfrac{1}{1000} = -3, \text{ pois } 10^{-3} = \dfrac{1}{1000}$

Os logaritmos em base 10 são conhecidos como **logaritmos decimais**.

Tipos de triângulos

Quanto aos lados, os triângulos se classificam em:



Desigualdade triangular

Definição

Em todo triângulo, a soma dos comprimentos de dois lados é maior que o comprimento do terceiro lado.

Aplicação

Existe triângulo cujos lados medem 5, 8 e 16? Por quê?

Desigualdade triangular

Definição

Em todo triângulo, a soma dos comprimentos de dois lados é maior que o comprimento do terceiro lado.

Aplicação

Existe triângulo cujos lados medem 5, 8 e 16? Por quê?

Probabilidade Geométrica - Problema do macarrão

O grande desafio:

1. Pegue UM fio de espaguete
2. QUEBRE-EM em 3 partes **arbitrariamente**
3. Meça os comprimentos **a, b, c**
4. Teste as desigualdades (marque ✓ ou $\times$)
5. Agora tente FORMAR o triângulo
6. Se **TODAS** as desigualdades forem verdadeiras $\rightarrow$ triângulo possível!
7. Se **UMA** for falsa $\rightarrow$ triângulo impossível!

Consegue prever antes de tentar montar?

Regra da Desigualdade Triangular:

$a + b > c$ **e** $a + c > b$ **e** $b + c > a$

Aplicação em sala

a	b	c	a + b > c	a + c > b	b + c > a	Triângulo?
			☐	☐	☐	
			☐	☐	☐	
			☐	☐	☐	
			☐	☐	☐	
			☐	☐	☐	
			☐	☐	☐	

Probleminha: Quem andou mais?

Desafio 01.

Ruas retas e compridas ligam as casas dos amigos Bruno, Francimar e Robério.

- Francimar, em sua caminhada matinal, saiu de sua casa e andou até a casa de Bruno. Em seguida, prosseguiu para a casa de Robério e depois voltou para sua casa.
- Mais tarde, Robério, muito concentrado com um problema de matemática, foi até a casa de Bruno e voltou para sua casa.

Sem conhecer as distâncias entre as casas, é possível saber quem andou mais?

Probleminha: Brincando com lápis

Desafio 02.

Ana Paula tinha 2 lápis em mãos, cujos comprimentos eram de 5,8 cm e 11,4 cm, respectivamente. Com esses 2 lápis e um terceiro, entre os que tinha em seu estojo, ela começou a formar triângulos que tivessem os seus lápis como lados. Logo ela percebeu que com alguns dos lápis do estojo não era possível formar um triângulo.

Determine para que comprimentos do terceiro lápis Ana Paula conseguirá formar um triângulo.

Problema de Gincana: Isso não é perímetro

Desafio 03.

Se $\overline{AB} + \overline{BC} = 18$, então o perímetro do triângulo ABC **NÃO** pode ser:

a) 33

b) 34

c) 35

d) 36

e) Nenhuma das respostas anteriores

Desafio 04.

Joaquim estava brincando com um graveto, quando acertou uma parede e o graveto se partiu em três pedaços, de comprimentos a, b, c, com $a \leq b \leq c$. Ele recolheu os pedaços e tentou construir um triângulo cujos lados seriam exatamente os pedaços do graveto: **não foi possível**. Sabendo que o graveto tinha 50 cm de comprimento e que $b = a + 2$, qual é o maior valor possível de a?

a) 9,5 cm

b) 10,5 cm

c) 11,5 cm

d) 12,5 cm

Problemão: Probabilidade com macarrão

Desafio 05.

Quebrando aleatoriamente um macarrão, de tamanho qualquer, em três partes, qual a probabilidade de que elas possam formar um triângulo?

Referências