

Função Quadrática - (UEA/ENEM)

Autores

Professores: Luiz Claudio e Joao Victor

CETi BILÍNGUE GILBERTO MESTRINHO
INSTITUTO FEDERAL DO AMAZONAS

10 de agosto de 2025



Teoria

Definição

Dados os números reais a, b e c , $a \neq 0$, a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, $\forall x \in \mathbb{R}$, é denominada **função polinomial do 2º grau** (ou **função quadrática**)

Teoria

Definição

Dados os números reais a , b e c , $a \neq 0$, a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, $\forall x \in \mathbb{R}$, é denominada **função polinomial do 2º grau** (ou **função quadrática**)

Gráfico

O gráfico de uma função quadrática é uma curva aberta denominada **parábola**, com *eixo de simetria* paralelo ao *eixo das ordenadas*

Teoria

Raízes e estudo de sinais

Dada a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ determinamos duas raízes (ou zeros) fazendo $f(x) = 0$. Temos, então

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ onde: } x = -\frac{b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ e } \Delta = b^2 - 4ac.$$

Teoria

Raízes e estudo de sinais

Dada a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ determinamos duas raízes (ou zeros) fazendo $f(x) = 0$. Temos, então

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ onde: } x = -\frac{b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ e } \Delta = b^2 - 4ac.$$

Estudo do discriminante

- ❶ $\Delta > 0 \Rightarrow f$ tem duas raízes reais e distintas.
- ❷ $\Delta = 0 \Rightarrow f$ tem duas raízes reais e iguais.
- ❸ $\Delta < 0 \Rightarrow f$ não tem raízes reais.

Teoria

Vértice e concavidade

O ponto $V(X_v, Y_v)$ é denominado vértice da parábola. Suas coordenadas são dadas por: $X_v = -\frac{b}{2a}$ e $Y_v = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$. *Dica: temos ainda que $Y_v = f(X_v)$*

Teoria

Vértice e concavidade

O ponto $V(X_v, Y_v)$ é denominado vértice da parábola. Suas coordenadas são dadas por: $X_v = -\frac{b}{2a}$ e $Y_v = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$. *Dica: temos ainda que $Y_v = f(X_v)$*

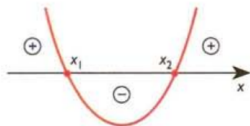
Na função $f(x) = ax^2 + bx + c$, temos:

- ❶ $a > 0$: Parábola com concavidade voltada para cima.
- ❷ $a < 0$: Parábola com concavidade voltada para baixo.

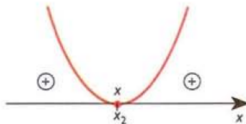
Teoria - Vértice e concavidade (continuação)

Para $a > 0$, temos:

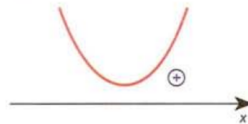
$\Delta > 0$



$\Delta = 0$



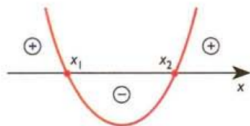
$\Delta < 0$



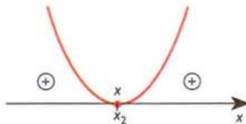
Teoria - Vértice e concavidade (continuação)

Para $a > 0$, temos:

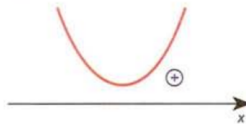
$$\Delta > 0$$



$$\Delta = 0$$

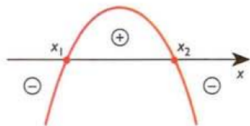


$$\Delta < 0$$

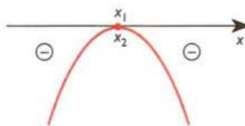


Para $a < 0$, temos:

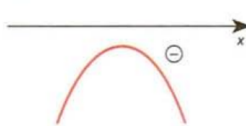
$$\Delta > 0$$



$$\Delta = 0$$



$$\Delta < 0$$



Teoria

Outras formas para $f(x)$

Sendo x_1 e x_2 raízes de $f(x)$, temos que $f(x) = ax^2 + bx + c$ pode ser reescrita como $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Teoria

Outras formas para $f(x)$

Sendo x_1 e x_2 raízes de $f(x)$, temos que $f(x) = ax^2 + bx + c$ pode ser reescrita como $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Forma canônica

Podemos reescrever $f(x) = ax^2 + bx + c$ em função das coordenadas do vértice: X_v e Y_v , da seguinte forma: $f(x) = a(x - X_v)^2 + Y_v$

ENEM 2013

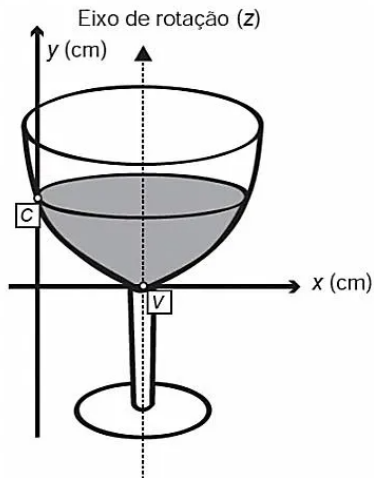
A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z , conforme mostra a figura. A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei: $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + c$ onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V , na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x .

(continua no próximo slide)

ENEM 2013 (continuação)

Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é:

- a 1
- b 2
- c 4
- d 5
- e 6



ENEM 2014

Um professor, depois de corrigir as provas de sua turma, percebeu que várias questões estavam muito difíceis. Para compensar, decidiu utilizar uma função polinomial f , de grau menor que 3, para alterar as notas x da prova para notas $y = f(x)$, da seguinte maneira:

- ❶ A nota zero permanece zero.
- ❷ A nota 10 permanece 10.
- ❸ A nota 5 passa a ser 6.

(continua no próximo slide)

ENEM 2014 (continuação)

A expressão da função $y = f(x)$ a ser utilizada pelo professor é:

a $y = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x$

b $y = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$

c $y = \frac{1}{24}x^2 + \frac{7}{12}x$

d $y = \frac{4}{5}x + 2$

e $y = x$

ENEM PPL 2019

No desenvolvimento de um novo remédio, pesquisadores monitoram a quantidade Q de uma substância circulando na corrente sanguínea de um paciente, ao longo do tempo t . Esses pesquisadores controlam o processo, observando que Q é uma função quadrática de t . Os dados coletados nas duas primeiras horas foram:

t (hora)	0	1	2
Q (miligrama)	1	4	6

(continua no próximo slide)

ENEM PPL 2019 (continuação)

Para decidir se devem interromper o processo, evitando riscos ao paciente, os pesquisadores querem saber, antecipadamente, a quantidade da substância que estará circulando na corrente sanguínea desse paciente após uma hora do último dado coletado. Nas condições expostas, essa quantidade (em miligrama) será igual a:

- a 4
- b 7
- c 8
- d 9
- e 10

ENEM 2022

Ao analisar os dados de uma epidemia em uma cidade, peritos obtiveram um modelo que avalia a quantidade de pessoas infectadas a cada mês, ao longo de um ano. O modelo é dado por $p(t) = -t^2 + 10t + 24$, sendo t um número natural, variando de 1 a 12, que representa os meses do ano, e $p(t)$ a quantidade de pessoas infectadas no mês t do ano. Para tentar diminuir o número de infectados no próximo ano, a Secretaria Municipal de Saúde decidiu intensificar a propaganda oficial sobre os cuidados com a epidemia. Foram apresentadas cinco propostas (I, II, III, IV e V), com diferentes períodos de intensificação das propagandas:

(I) $1 \leq t \leq 2$, **(II)** $3 \leq t \leq 4$, **(III)** $5 \leq t \leq 6$, **(IV)** $7 \leq t \leq 9$ e **(V)** $10 \leq t \leq 12$

(continua no próximo slide)

ENEM 2022 (continuação)

A sugestão dos peritos é que seja escolhida a proposta cujo período de intensificação da propaganda englobe o mês em que, segundo o modelo, há a maior quantidade de infectados. A sugestão foi aceita. A proposta escolhida foi a:

- a I
- b II
- c III
- d IV
- e V

UEA - 2014

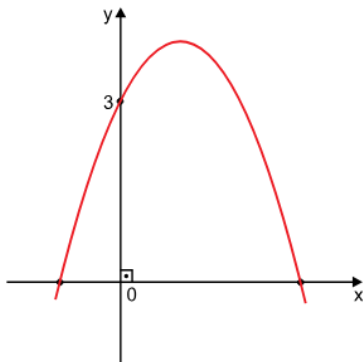
Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, os gráficos das funções quadráticas $f(x) = -2x^2 + 5x + 3$ e $g(x)$ são simétricos um do outro com relação ao eixo das abscissas. Desse modo, é correto afirmar que a distância entre os seus vértices é igual a:

- ☐ a 12,05
- ☐ b 6,25
- ☐ c 8,15
- ☐ d 6,12
- ☒ e 12,25

UEA - 2015

Considere o gráfico da função quadrática dada por $f(x) = -x^2 + 2x + c$. De acordo com o gráfico, é correto afirmar que o valor de y é:

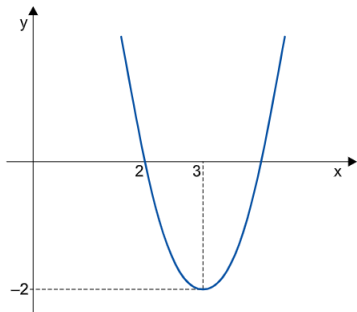
- a negativo, se $x < 3$
- b positivo, se $x > 3$
- c **positivo, no intervalo**
 $-1 < x < 3$
- d negativo, se $x > -1$
- e zero, se $x = 1$



UEA - 2017

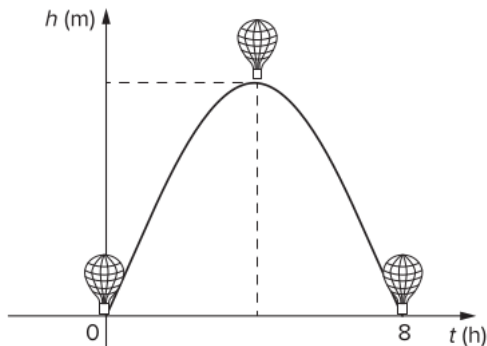
O gráfico da função real $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$, é a parábola representada na figura. Sabendo-se que $x_1 + x_2 = -b/2$, onde x_1, x_2 são as raízes de $f(x) = 0$, é correto afirmar que a parábola intersecta o eixo das ordenadas no ponto:

- a (0, 12)
- b (12, 0)
- c (0, 4)
- d (0, 16)
- e (16, 0)



IFPE 2019

Um balão de ar quente sai do solo às 9h da manhã (origem do sistema cartesiano) e retorna ao solo 8 horas após sua saída, conforme demonstrado a seguir. A altura h , em metros, do balão, está em função do tempo t , em horas, através da fórmula $h(t) = (-3/4)t^2 + 6t$.



IFPE 2019 (continuação)

A altura máxima atingida pelo balão é de:

- ☒ a **21 m**
- ☐ b 36 m
- ☐ c 8 m
- ☐ d 4 m
- ☐ e 12 m

AFA

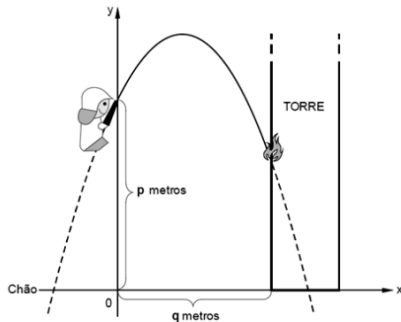
Para que o valor mínimo da função $y = x^2 - 4x + k$ seja igual a -1 , o valor de k é:

- a 1
- b 2
- c 3
- d 4
- e 5

PUC - Campinas SP - 2015

A figura indica um bombeiro lançando um jato de água para apagar o fogo em um ponto de uma torre retilínea e perpendicular ao chão. A trajetória do jato de água é parabólica, e dada pela função $y = -x^2 + 2x + 3$, com x e y em metros. Sabendo que o ponto de fogo atingido pelo jato de água está a 2 metros do chão, então, qual o valor de $p - q$, em metros?

- a $2 + \sqrt{2}$
- b $1 + \sqrt{2}$
- c $4 - 2\sqrt{2}$
- d $3 - \sqrt{2}$
- e $2 - \sqrt{2}$



Unifor-CE

Na figura abaixo têm-se os gráficos das funções quadráticas f e g . Se P é um dos pontos de interseção de f e g , então as suas coordenadas são:

- a $(-3/4, 57/16)$
- b $(-1/2, 9/4)$
- c $(-1/2, -9/4)$
- d $(-1/4, 17/16)$
- e $(-1/4, -17/16)$

