

# Sergio Bourguet Caldarella

Diseño editorial \ Diseño gráfico \ Comunicación

---

## Semblanza

Diseñador editorial con más de 20 años de experiencia principalmente enfocado en publicaciones técnicas y científicas. El oficio editorial, como conjunto de saberes y disciplinas, le ha permitido colaborar con equipos multidisciplinarios y participar en diversas áreas relacionadas como son el cuidado editorial, la ilustración técnica, la infografía o el diseño de mapas.

Ha colaborado con algunas de las principales instituciones editoriales y académicas del país como son: Fondo de Cultura Económica, Editorial Santillana, Macmillan, Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (Conabio), UNAM, ITAM, Secretaría de Relaciones Exteriores y el Laboratorio Nacional de Ciencias de la Sostenibilidad (Lancis), entre otras.

En Pátzcuaro ha formado parte de proyectos culturales y ha emprendido un negocio familiar de preparación y comercialización de productos oaxaqueños. Apasionado de la música, el cine y los libros, ocasionalmente gusta de organizar sesiones de estudio o proyecciones cine con los amigos.

---

Contacto: 55 1341 2374 \ sbourguet@gmail.com

---

## Curriculum vitæ (2021)

### Estudios y formación

#### 1993-1997

Universidad Autónoma Metropolitana (UAM Xochimilco) \ Licenciatura en Diseño de la Comunicación Gráfica. Especialidad en diseño editorial.

#### 1997

Fondo de Cultura Económica (FCE) \ Servicio Social en la Subgerencia de Proyectos Especiales.

### Experiencia laboral

#### 1996

Palacio de Bellas Artes (INBA) \ Asistente de escenografía en el montaje de la ópera *La Traviata*, temporada 1996-1997.

#### 1997-1998

TV Azteca \ Diseñador gráfico y asistente de escenografía.

#### 1998-2009

Fondo de Cultura Económica \ Colaborador externo. Diseño de portadas, formación e ilustración técnica para más de 50 obras; principalmente títulos de las colecciones de Ciencia y Tecnología y La Ciencia para Todos. Entre otros:

- *Lo mismo y no lo mismo* de Roald Hoffmann.
- *¿Existe el método científico?* de Ruy Pérez Tamayo.
- *Astronomía básica* de José Antonio García Barreto.
- *Física cuántica para filo-sofos* de Alberto Clemente de la Torre.
- *Marx, el difunto* de Carl Djerassi.
- *El universo interior* de Hugo Aréchiga.
- *Los hoyos negros y el universo en expansión* de Sahen Hacyan.
- *Oxígeno* de Carl Djerassi y Roald Hoffmann.
- *Vino viejo para ánforas nuevas* de Roald Hoffmann y Shira Leibowitz Schmidt.
- *El ascenso de la ciencia* de Brian L. Silver.
- *La mente nueva del emperador* de Roger Penrose.
- *Las sustancias de los sueños* de Simón Brailowsky.
- *La continuidad en las ciencias* de Carlos Álvarez y Ana Barahona.

#### 2000

Orquesta Filarmónica de la Ciudad de México \ Diseño de carteles y programas de mano.

#### 2002

Malayerba Producciones \ Diseño de la presentación impresa para la película *Cuento de Hadas para dormir cocodrilos*, de Ignacio Ortiz.

**2002-2009**

Dirección General de Educación Tecnológica Industrial (DGETI) \ Formación y dibujo técnico para libros de texto de educación media superior de la colección DGETI. Algunos títulos: *Trigonometría, Álgebra, Probabilidad, Geometría y Geometría Analítica*.

**2003-2009**

Secretaría de Relaciones Exteriores (SRE) \ Diseño de portadas y servicios editoriales para publicaciones del Acervo Histórico Diplomático.

**2006-2008**

Santillana \ Diseño y servicios editoriales para títulos de matemáticas de las colecciones Retos y Ateneo (libros de educación secundaria).

**2009**

Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (Conabio) \ Integrante del equipo editorial encargado del diseño, ilustración y formación de los tres primeros tomos y el Resumen Ejecutivo de la obra *Capital Natural de México*.

**2009-2018**

Laboratorio Nacional de Ciencias de la Sostenibilidad (LANCIS-UNAM) \ Diseñador de planta en el Área de Planeación Colaborativa. En esta institución diseña informes técnicos, fichas descriptivas, presentaciones, así como ilustración técnica y diseño de esquemas y mapas para diversos proyectos y artículos publicados entre los que destacan:

- Diseño del logotipo y manual de identidad del LANCIS.
- Desarrollo del Posgrado en Ciencias de la Sostenibilidad.
- Ordenamiento Ecológico Marino y Regional del Pacífico Norte.
- Diagnóstico ambiental de afectaciones al Río Bacanuchi y el Río Sonora.
- Proyecto Megadapt (sobre riesgo hidrológico en megaciudades).
- Sistema geo-espacial de soporte de decisiones para Zona Federal Marítimo Terrestre (ZOFEMAT).
- Artículos, informes y presentaciones del área de refugio para la tortuga amarilla en el Golfo de Ulloa.

**2015**

Conabio \ Producción editorial del volumen 4 de *Capital Natural de México*.

**2017**

Ecosus, consultores ambientales \ Servicios editoriales para la Manifestación de Impacto Ambiental del proyecto de desarrollo ecoturístico de Chalacatepec.

**2018-2019**

- La Jacaranda Cultural \ Identidad gráfica y diseño de carteles. Programación del cineclub.
- Cosecha de Corazón y Cosecha del Té, productores orgánicos de la región lacustre de Pátzcuaro \ Diseño de etiquetas y empaques.

**2020**

- Nana Kutzi, café cultural \ Diseño de carteles, programación del cineclub.
- Comunidad Educativa La Ronda \ Diseño de logotipo.

**2021**

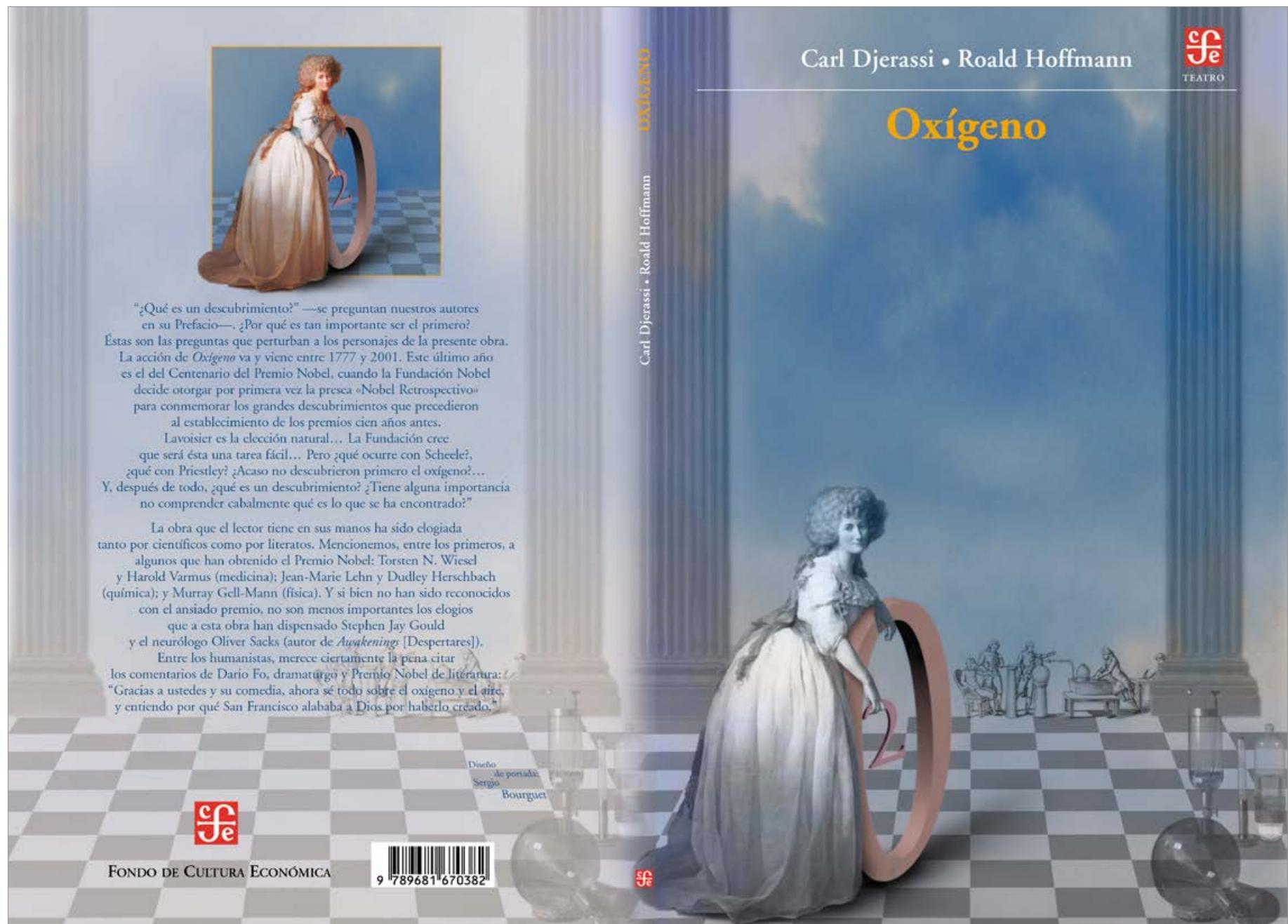
Comisión Nacional de Áreas Naturales Protegidas (Conanp) \ Servicios editoriales para la publicación de:

- *Manual Operativo de la Comisión Nacional de Humedales*, segunda edición.
- *Guía para el llenado de la Ficha Informativa Ramsar*.
- *Herramienta de apoyo para la evaluación de nuevas propuestas de designación de Humedales de Importancia Internacional (Sitios Ramsar) en México*.
- *La importancia histórica y cultural de los humedales mexicanos. Etnografías de 14 sitios Ramsar*.

**Otras colaboraciones:**

Servicios editoriales para diversas instituciones:

- 1999, Fernández Editores
- 2001, UNAM, Dirección General de Administración Escolar
- 2001, ITAM (Instituto Tecnológico Autónomo de México)
- 2005, El Colegio de México
- 2006, INAOE (Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica)
- 2011, Castillo Editores, MacMillan



Obra: Oxígeno \ Editorial: FCE \ Servicios: Portada



"El Universo es aún más extraño de lo que imaginamos", dijo alguna vez el astrónomo inglés Fred Hoyle, y el caso de los llamados hoyos negros es un ejemplo de ello.

Denominados así por el astrónomo John A. Wheeler, los hoyos negros constituyen un fenómeno astronómico peculiar: sólo se manifiestan por su atracción gravitacional, la cual es tan fuerte que no permite que la luz, ni señal alguna o cuerpo material, pueda escapar de su interior. Sabemos, gracias a los avances de la astrofísica, que las estrellas brillan por las reacciones nucleares que se producen en su centro, y que cuando su combustible nuclear se agota, las estrellas se enfrian y empiezan a contraerse bajo su propia fuerza gravitacional, tal es el origen de los hoyos negros.

En un lenguaje claro e interesante, el doctor Shahen presenta las teorías que explican el comportamiento de estas extrañas criaturas del Universo, y diversas interpretaciones y conceptos que han surgido en la física a partir de su estudio.

Shahen Hacyan hizo la licenciatura en física en la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), y es doctor en física teórica por la Universidad de Sussex, Inglaterra. Miembro de la Academia Mexicana de Ciencias e investigador del Instituto de Física de la UNAM, Hacyan es autor a la fecha de siete títulos de las colecciones de ciencia del FCE: *Del mundo cuántico al Universo en expansión*, *Cuando la ciencia nos alcance I y II*, y *El descubrimiento del Universo*, son algunos de ellos. Es notable su labor de divulgación científica, la cual se extiende a revistas y a colaboraciones semanales en la sección de ciencia de un diario de la ciudad de México.



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA  
FONDO DE CULTURA ECONÓMICA  
CONSEJO NACIONAL DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA



LOS HOYOS NEGROS Y LA CURVATURA DEL ESPACIO-TIEMPO

SHAHEN HACYAN

# Shahen Hacyan

## LOS HOYOS NEGROS Y LA CURVATURA DEL ESPACIO-TIEMPO

50





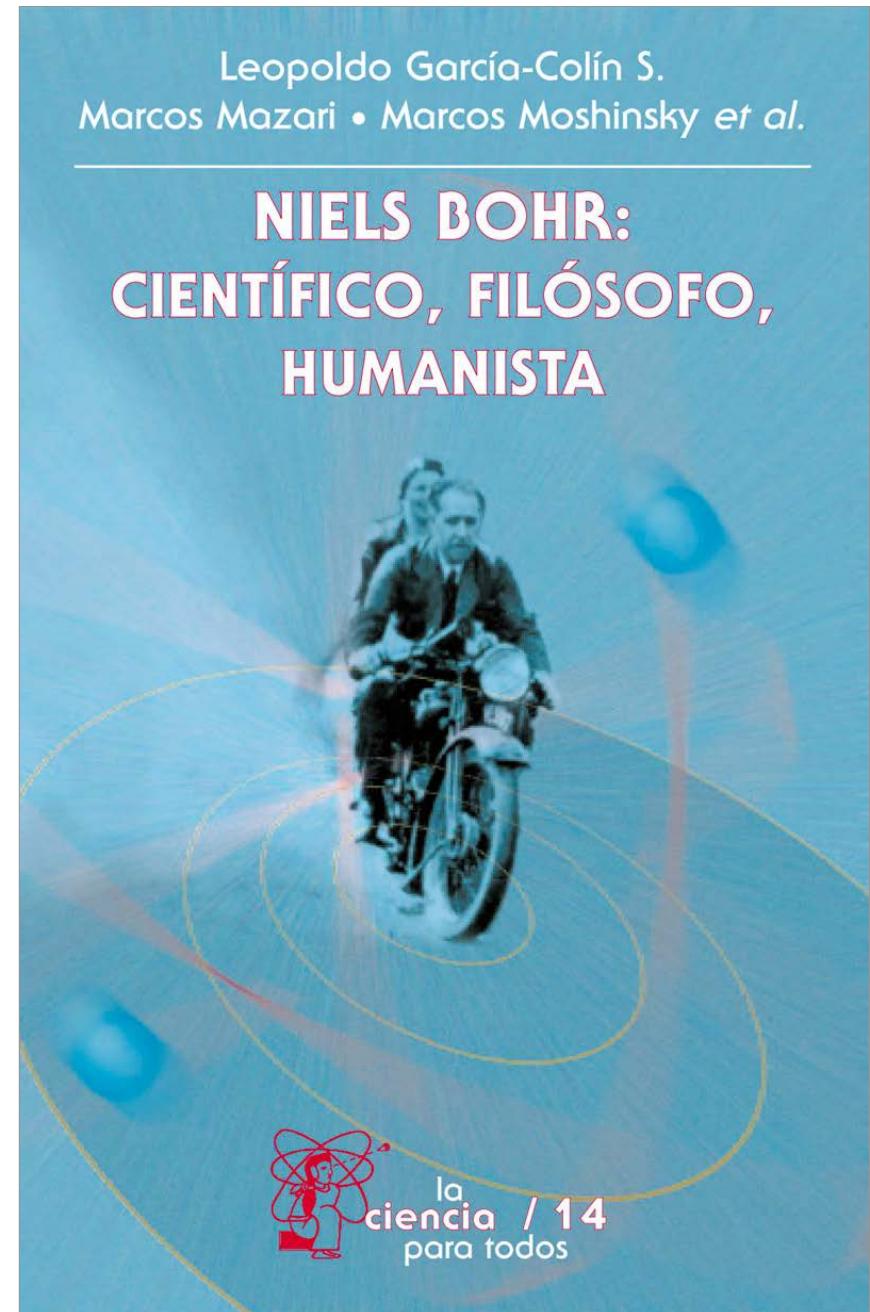
Obra: *El Estrés ¿Qué es y cómo evitarlo?* \ Editorial: FCE \ Servicios: Portada



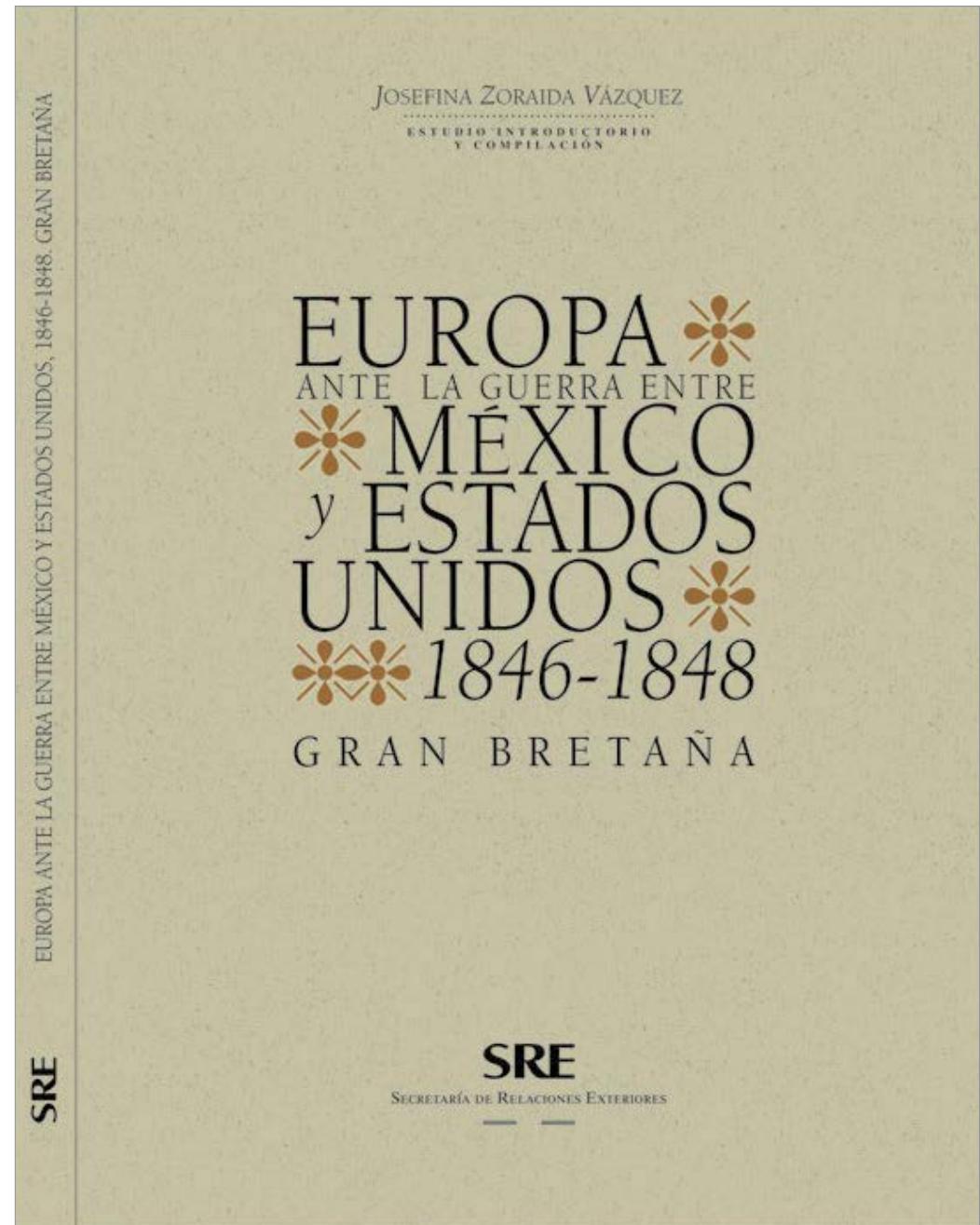
Obra: *Qué es el metabolismo* \ Editorial: FCE  
Servicios: Portada, formación, ilustración, cuidado editorial



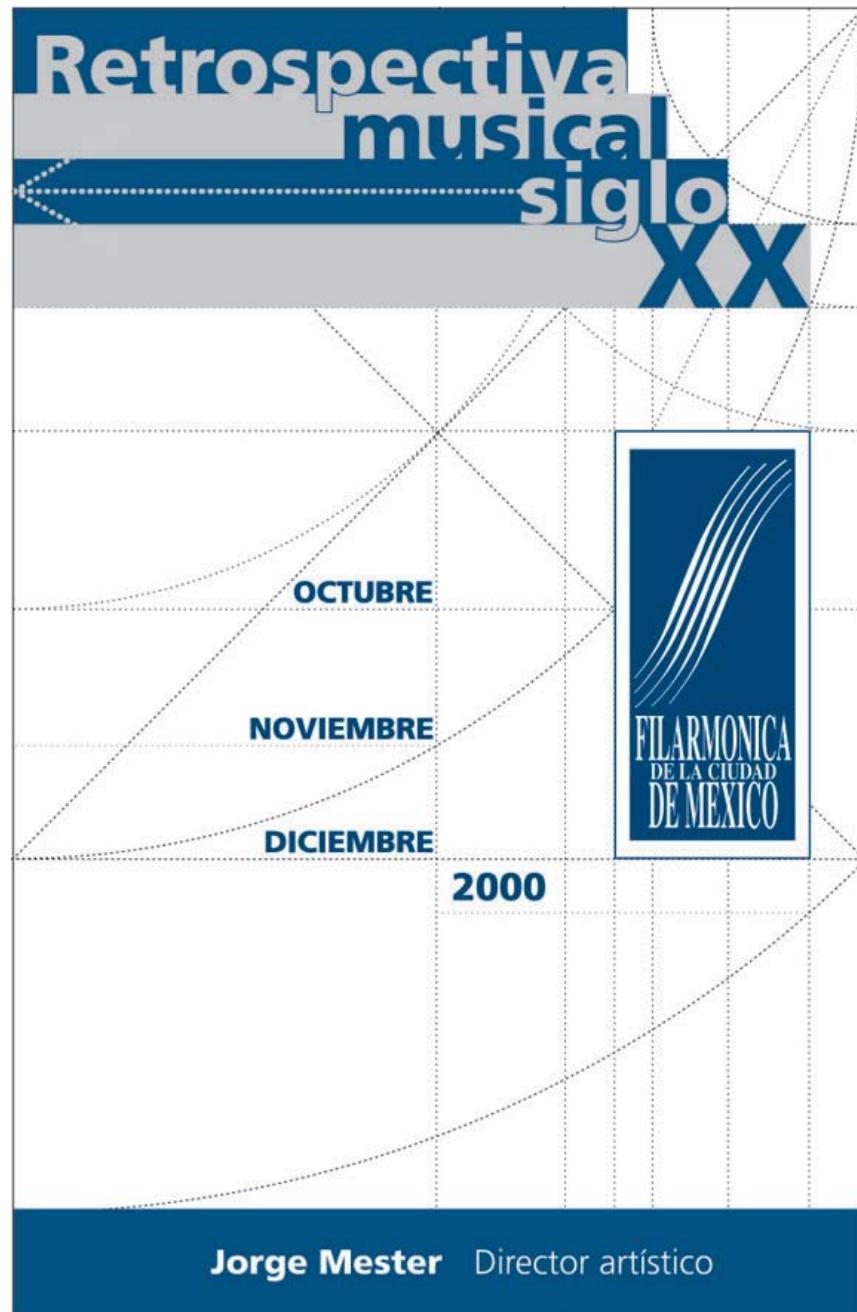
Obra: *Una ojeada a la materia* \ Editorial: FCE \ Servicios: Portada



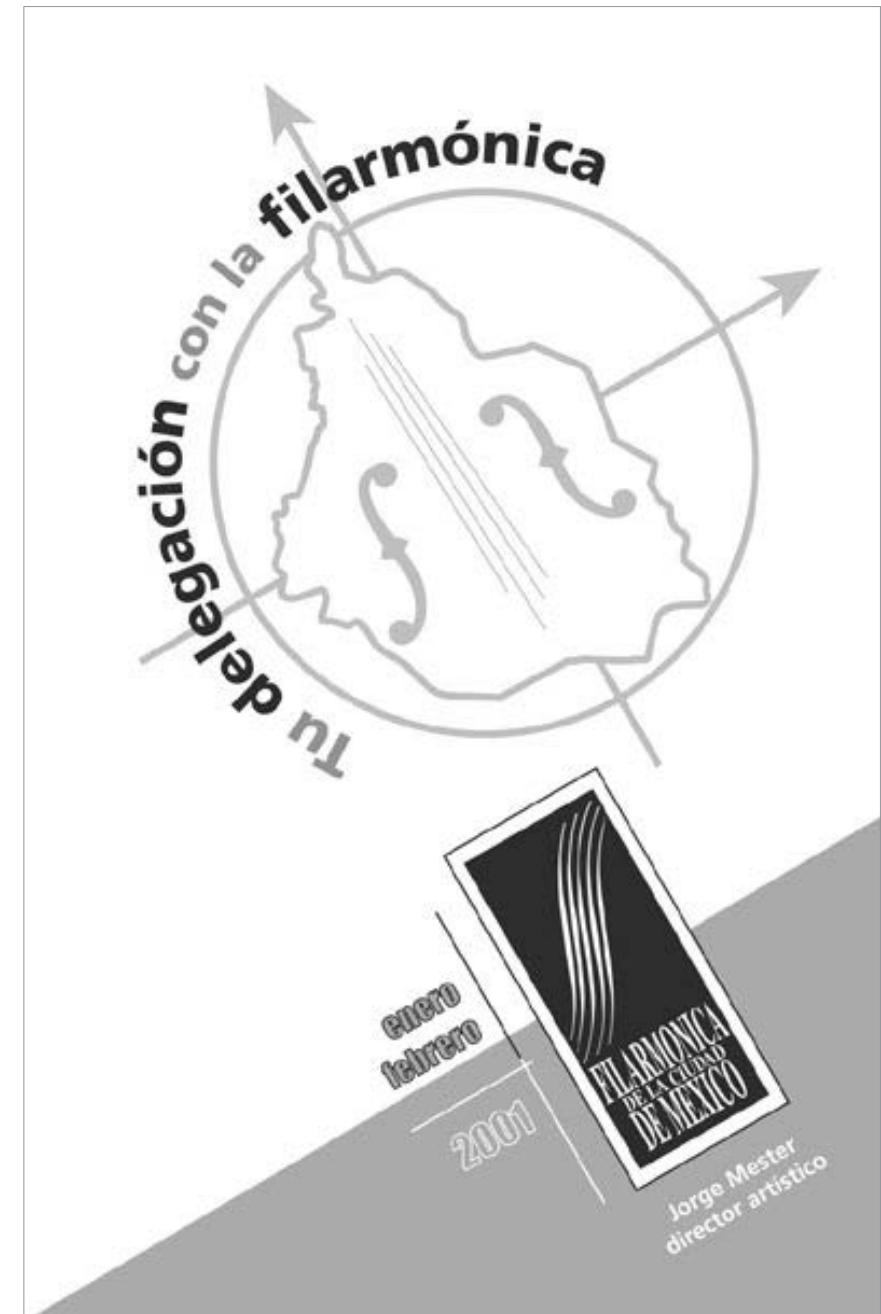
Obra: *Niels Bohr: Científico, filósofo, humanista* \ Editorial: FCE  
Servicios: Portada



Obra: *Europa ante la guerra entre México y Estados Unidos. 1846-1848. Gran Bretaña* \ Editorial: SRE \ Servicios: Portada



Retrospectiva musical siglo XX \ Cliente: Filarmónica de la Ciudad de México  
Servicios: Diseño de carteles y programas de mano



Tu Delegación con la Filarmónica \ Cliente: FCM  
Servicios: Diseño de carteles y programas de mano

**El libro *Matemáticas I* fue elaborado en Editorial Santillana por el siguiente equipo:**

<b>Edición:</b> José Luis Acosta	<b>Editor en Jefe de Secundaria:</b> Roxana Martín-Lunas Rodríguez
<b>Colaboración:</b> Claudia Navarro Castillo Javier Esquivel Hernández	<b>Gerencia de Investigación y Desarrollo:</b> Armando Sánchez Martínez
<b>Coordinación editorial:</b> Armando Sánchez Martínez	<b>Gerencia de Procesos Editoriales:</b> Laura Milena Valencia Escobar
<b>Revisión técnica:</b> Rodrigo Cambray Núñez José Luis Córdova Frunz	<b>Gerencia de Diseño:</b> Mauricio Gómez Morin Fuentes
<b>Corrección de estilo:</b> José Luis Acosta	<b>Coordinación de Arte y Diseño:</b> Francisco Ibarra Meza
<b>Diseño de interiores:</b> José Luis Acosta	<b>Fotomecánica electrónica:</b> Gabriel Miranda Barrón, Manuel Zea Atenco, Benito Sayago Luna
<b>Diseño de portada:</b> Francisco Ibarra Meza	
<b>Ilustración:</b> Sergio Bourguet Abelardo Culebro Bahena	
<b>Diagramación:</b> Sergio Bourguet	
<b>Digitalización de imágenes:</b> Sergio Bourguet	

La presentación y disposición en conjunto y de cada página de *Matemáticas I* son propiedad del editor. Queda estrictamente prohibida la reproducción parcial o total de esta obra por cualquier sistema o método electrónico, incluso el fotocopiado, sin autorización escrita del editor.

D. R. © 2006 por EDITORIAL SANTILLANA, S.A. DE C.V.  
Av. Universidad 767 03100, México, D.F.  
Primera edición: julio de 2006  
Primera reimpresión: febrero de 2007  
Segunda reimpresión corregida: abril de 2007  
Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana.  
Reg. Núm. 802  
Impreso en México

© Santillana

## Presentación



**O**RIGINALMENTE ateneo significaba institución literaria o científica. La palabra viene del griego *Athenaios*, que era el templo de Atenea en Atenas, donde los poetas, oradores y filósofos compartían sus obras. En la Roma antigua, el ateneo era el lugar destinado al estudio de las artes y las técnicas. Por extensión, en la actualidad ateneo significa institución donde se cultiva el conocimiento y el aprecio de las artes.

Atenea era la diosa griega de la paz, la serenidad, la inteligencia y la sabiduría. Su imagen representaba, entre otras cosas, la prudencia. De ahí que la palabra ateneo hasta nuestros días se asocie con el progreso intelectual y espiritual del ser humano.

Si entendemos la educación como arte moral, razonamiento científico y sabiduría práctica que extiende los límites de la libertad y permite a las personas enriquecerse y enriquecer a quienes las rodean, entonces, el objetivo de la serie Ateneo seguirá siendo transformar a las personas para que ellas transformen el mundo de manera favorable.

Desde los primeros ateneos se sabía que el ser humano nunca está completamente hecho, sino en continua marcha, perfeccionándose de un modo incalable. El sujeto de la educación es una construcción por hacer, para alcanzar más altos niveles de existencia y satisfacer todas las necesidades de su espíritu.

Sin embargo, la persona se perfecciona en comunidad; se ve en sus semejantes y en ellos y con ellos descubre su destino. Al mismo tiempo, la comunidad social también se perfecciona en el respeto del individuo. La valoración de la persona es indispensable para equilibrar las partes con el todo.

El presente libro de la serie Ateneo tiene como objetivo ofrecerte oportunidades para la construcción del conocimiento matemático, de acuerdo con los planes y programas de estudio vigentes. Se apoya el libro en secuencias didácticas obtenidas de diversas fuentes como la historia de la disciplina y algunos resultados de la investigación y desarrollo educativo, además de que se fomenta el trabajo colegiado con tus compañeros.

Para tu maestro este libro ofrece una herramienta de trabajo flexible, con la información básica para cultivar el conocimiento matemático y el aprecio por esta asignatura. Por lo mismo, en el desarrollo de los contenidos se recuperan prácticas del Ateneo, consideradas también en los planes y programas de estudio de la asignatura de matemáticas para la educación secundaria, como son la reflexión, la formulación de argumentaciones y la exploración de diferentes vías para aproximarse al conocimiento y resolver problemas.

El enfoque planteado recupera las experiencias en la resolución de problemas, el trabajo colegiado e induce la reflexión sobre temas novedades de la asignatura. También se adelanta a prever la generación de errores a partir de preguntas frecuentes y actividades formuladas para ese propósito.

En la medida en que tú estudies y te prepares, serás más capaz de elegir quiénquieres ser y de transformar favorablemente el mundo en que te tocó vivir. Por ello, en este texto de la serie para la educación secundaria, queremos revivir el espíritu del Ateneo y participar con estos materiales en una formación que te permita alcanzar las metas que te fijes como ser humano y como ciudadano de un país que necesita personas como tú, en un mundo cuya complejidad exigirá que siempre estés muy preparado y atento.

La inauguración de una nueva escuela, como promueven las más recientes tendencias educativas, es una excelente oportunidad para avanzar en lo antes expuesto, así que, **bienvenido al ateneo**.

© Santillana

## Contenido



### 1 Una mirada a los números de la antigüedad 12

- De visita en el museo 14
- Babilonios 15
- Romanos 19
- Mayas 21
- Sistemas de numeración decimal, babilonio, romano y maya 24

### 2 Regularidades numéricas 28

- Sucesiones numéricas 30
- Progresiones aritméticas 32
- Configuraciones geométricas y sucesiones numéricas 37
- Símbolos, figuras y sucesiones numéricas 50

### 3 Fracciones y decimales 56

- Fracciones equivalentes 58
- Recta numérica y fracciones 59
- Recta numérica y decimales 63
- Orden de las fracciones 65
- Orden de los decimales 68
- Densidad de los números racionales 70

### 4 Movimientos de figuras planas 72

- Simetría axial 74

### 5 Proporcionalidad 80

- Variación proporcional directa 82
- Conteo por tablas y diagramas de árbol 89



### 6 Problemas aditivos 96

- Las fracciones y la música 98
- Estimaciones con fracciones y decimales 100
- Problemas aditivos 104

### 7 Problemas multiplicativos 110

- Estimaciones con fracciones y decimales 112
- Problemas multiplicativos 113
- Una por otra: multiplicaciones y divisiones 115

### 8 Rectas y ángulos 124

- Convenciones 126
- Mediatrices 128
- Bisectrices 133

### 9 Áreas y perímetros 142

- De un cuadrilátero a otro 144
- Parientes cercanos: triángulos y cuadriláteros 145

### 10 Relaciones de proporcionalidad 150

- Proporciones y fracciones 152
- Más sobre constantes de proporcionalidad 156



### 11 Transformación de cocientes, raíz cuadrada y potencias 164

- Administrando la biblioteca 166
- Multiplicas y divide por lo mismo y no se altera 167
- El tiempo y los decimales 171
- Problemas y división de decimales 172
- Cuadrados y proporcionalidad 173
- Cálculo de raíces cuadradas 174
- Potencias y raíces 179

### 12 Ecuaciones del tipo $ax+b=c$ 182

- Aplicaciones de las ecuaciones al entretenimiento 184
- Más sobre las aplicaciones de ecuaciones 186
- Ecuaciones de primer grado 189

### 13 Figuras geométricas: construcción, perímetros y áreas 194

- Construcción de triángulos 196
- Construcción de cuadriláteros 198
- Construcción de polígonos 198
- Álgebra y figuras geométricas 200

### 14 Gráficas, diagramas y tablas 204

- Porcentajes 206
- Interpretación de datos 212

### 15 ¿Qué podemos hacer con la probabilidad? 222

- El azar 224
- Probabilidad frecuencial 226
- Probabilidad clásica 227



### 16 Números con signo 232

- Ganar y perder 234
- Recta numérica y los números con signo 235

### 17 Relación funcional 240

- Variaciones de valores 242
- Expresiones de la forma  $y = kx$  245
- Expresiones de la forma  $y = kx + b$  248

### 18 Simplemente círculos 252

- Trazo de círculos 254
- Relación entre el perímetro y el diámetro de un círculo 256
- Área y perímetro del círculo 258

### 19 Relaciones de proporcionalidad y el álgebra 262

- Constantes de proporcionalidad 264

### 20 Media, moda y mediana 268

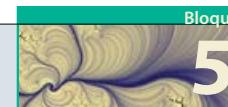
- Aplicaciones de las gráficas de rectas 270
- Las gráficas también se leen 271
- Tendencia central y dispersión 274

### 21 Problemas aditivos con números con signo 282

- Un juego de equilibrios 284
- La recta numérica y los números con signo 288

### 22 Medir, estimar y calcular áreas 290

- Cálculo de áreas de figuras compuestas por polígonos y círculos 292



### 23 Juego justo y probabilidad 298

- La probabilidad y juegos de azar 300
- Monedas justas 300

### 24 Incógnitas y proporcionalidad directa 306

- Cambio de unidades 308

### 25 Proporcionalidad inversa 312

- Situaciones de proporción inversa 314

**BLOQUE 2**

## Las fracciones y la música

¿Te gusta la música? Pues las fracciones pueden ayudarte a comprender algunas bases de la teoría musical.

Un músico te podría explicar cómo se representan sonidos por medio de notación y diagramas, los cuales se basan en símbolos asociados a lo que se conoce como **notas musicales**, que se escriben en un conjunto de cinco líneas horizontales paralelas y cuatro espacios, llamado **pentagrama** (figura 1).

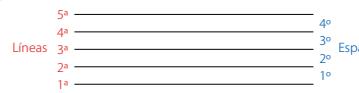


Figura 1

Cada nota se representa con una figura colocada en el pentagrama, la cual indica el tipo de sonido (por la posición en el pentagrama) y su duración o valor (por la figura que se dibuja en el pentagrama). Observa la figura 2.



Figura 2

Las figuras tienen diferentes nombres y valores:

Figura	Nombre	Valor
●	Redonda	1
○	Blanca	$\frac{1}{2}$
♪	Negra	$\frac{1}{4}$
♫	Corchea	$\frac{1}{8}$
♩	Semicorchea	$\frac{1}{16}$
♪♩	Fusa	$\frac{1}{32}$
♩♩	Semifusa	$\frac{1}{64}$

98

**LECCIÓN 6 • PROBLEMAS ADITIVOS**

Cuando se escribe una melodía, se utilizan estas figuras con posiciones (aspecto que no abordaremos) y valores correspondientes en un espacio denominado **compás**, el cual se denota en el pentagrama por dos barras verticales (figura 3).

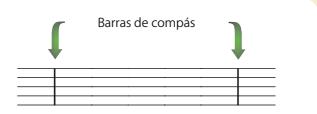


Figura 3

La métrica en la que se basa la melodía se indica con una fracción al inicio del pentagrama.

El numerador indica el número de tiempos en que se divide cada compás; el denominador, qué figura debe haber en cada tiempo del compás (figura 4).



Figura 4

Sin considerar los sonidos, cada compás debe construirse logrando que la suma de los valores de las figuras corresponda al tiempo asociado al compás, como puede verse a continuación.



Figura 5



Figura 6

Cuando se presentan varias figuras del mismo valor, en el caso de la corchea, la semicorchea, la fusa y la semifusa, se unen por medio de una barra.

**Para curiosos**

Discute con tus compañeros si es posible incluir una blanca en un compás de  $\frac{2}{4}$  o en uno de  $\frac{6}{8}$ .



99

## BLOQUE 5

Ahora vamos a modificar un triángulo equilátero para llegar a otro diseño árabe conocido tradicionalmente como "la pajarita". Analiza el procedimiento de la figura 6 y escribe las instrucciones para que, a partir del triángulo equilátero, se obtenga la figura final.

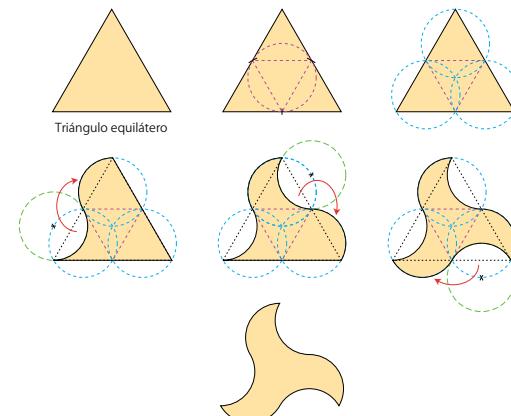


Figura 6

Con este diseño se obtiene el tapiz de la figura 7. ¿Qué transformaciones se aplicaron a la figura original?

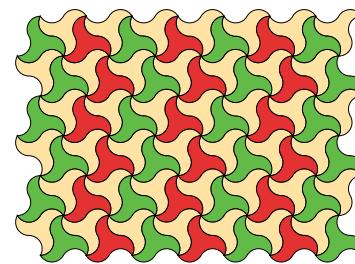


Figura 7

Las figuras 8 a 10 muestran teselaciones con formas de animales hechas a partir de distintas figuras geométricas. En cada una de las teselaciones analiza el procedimiento de construcción de su figura unidad y describe los movimientos o transformaciones que debes aplicar a ésta para ir teselando el plano.

368

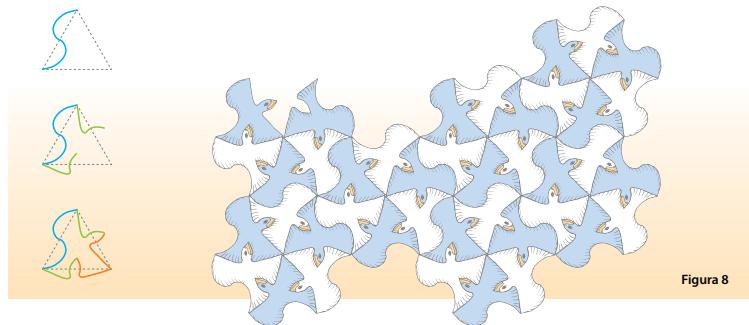


Figura 8

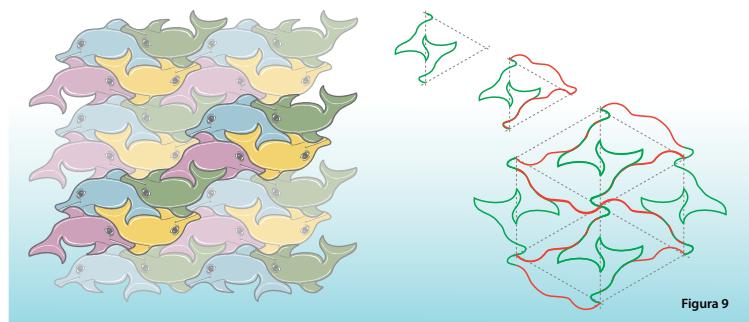


Figura 9

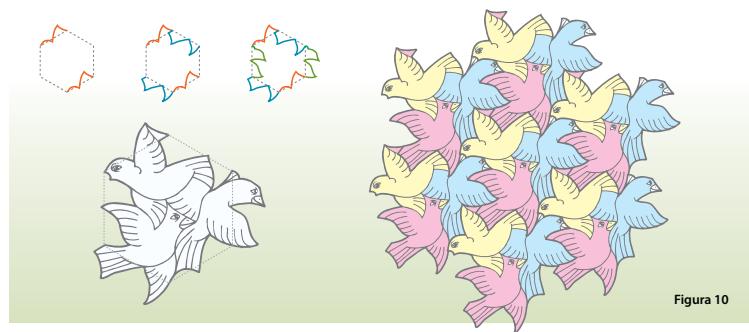


Figura 10

369

**Las ecuaciones según al-Jwarizmi**

Para una mejor comprensión de las técnicas algebraicas que usamos en la actualidad conviene echar una mirada al pasado. Podemos preguntarnos, por ejemplo, ¿qué procedimientos conocían los antiguos para resolver ecuaciones, antes de que se inventaran las técnicas que ahora usamos, y antes del surgimiento de la notación moderna?

Un trabajo precursor en este sentido fue el del matemático y astrónomo persa Mohammed ibn Musa al-Jwarizmi, quien alrededor del año 820 de nuestra era ideó un sistema que consistía en reducir cualquier ecuación de primer o segundo grado a una de seis formas básicas posibles, para las cuales estableció métodos específicos de resolución, siempre basados en el uso de construcciones geométricas.

Así pues, vamos resolver la ecuación  $x^2 + x - 1 = 0$  siguiendo los pasos de al-Jwarizmi. Comencemos por reducirla a una de las formas básicas, para evitar el uso de coeficientes negativos, de esta manera:  $x^2 + x = 1$ . A partir de aquí procedemos geométricamente para hallar la solución. La ecuación anterior podemos escribirla como

$$x^2 + 4\left(\frac{1}{4}\right)x = 1.$$

Figura A

El área de la figura asociada es igual a 1. Vamos a completar la figura para convertirla en un cuadrado, añadiendo 4 pequeños cuadrados en sus extremos, cada uno de  $\frac{1}{4}$  de lado.

Figura B

El área del nuevo cuadrado será

$$1 + 4\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1 + 4\left(\frac{1}{16}\right) = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1.25.$$

¿Qué longitud tendrá un lado de ese cuadrado?, esto es, ¿qué número multiplicado por sí mismo da 1.25? Para saberlo, extraemos su raíz cuadrada y obtenemos que es aproximadamente 1.118.

Ahora bien, por la figura B también sabemos que la longitud de dicho lado puede expresarse como  $x + 0.25 + 0.25 = x + 0.5$ , con lo que se llega a la igualdad

$$x + 0.5 = 1.118.$$

Habiendo transformado así nuestra ecuación original, aplicamos el procedimiento de reducción de al-Jwarizmi para obtener el valor de  $x$ :

$$x = 0.618.$$

BLOQUE 4

## Pitágoras, el fundador

Uno de los matemáticos más mencionados en el mundo entero es Pitágoras de Samos. En este bloque trabajaremos con un resultado muy importante que se adjudica a él, aunque ya se tienen datos que inducen a pensar que dicho resultado era conocido por los chinos y otros pueblos, muchos años antes. Pitágoras nació en la Isla de Samos alrededor del año 580 a.C. y murió en Metaponto aproximadamente en el 520 a.C.

Desde pequeño Pitágoras viajó mucho y conoció a homines ilustrados de su época. Entre los 18 y 20 años conoció a Tales en Miletó, quien ya era un anciano. Tales contribuyó a despertar el interés de Pitágoras por las matemáticas y la astronomía, incluso le aconsejó viajar a Egipto para profundizar en dichos temas.

Pitágoras fundó la Hermandad Pitagórica, la cual se regía con un estricto código de conducta, pero era igualitaria pues incluía varias mujeres.

Los pitagóricos dividieron el saber científico en cuatro ramas: la aritmética, la geometría, la música y la astronomía. Estudiaron propiedades de los números que tal vez te son familiares:

- Los números figurativos:

- El número de oro (o proporción áurea) fue descubierto por Pitágoras. El símbolo de la Escuela de Pitágoras era la estrella de 5 puntas inscrita en un pentágono.
- Se atribuye a Pitágoras la demostración del denominado "teorema de Pitágoras", aunque este teorema era conocido por los babilonios 1000 años antes. El libro *The Pythagorean Proposition*, de Loomis, contiene 370 demostraciones del teorema. ¡Indaga más datos sobre Pitágoras!

## BLOQUE 5



## Un juego de equilibrios

Considera el siguiente juego. Hay dos tipos de fichas: unas de color azul y otras de color rojo. Con ellas puedes formar distintas configuraciones.

El juego consiste en tomar una configuración inicial de fichas y transformarla en otra configuración siguiendo unas cuantas reglas básicas que explicaremos a continuación.

(En lo que sigue llamaremos *equilibrio* a una configuración que tenga el mismo número de fichas rojas y azules.)

- 1 La configuración de fichas resultante de una transformación debe ser de un mismo color.



- 2 En una transformación pueden agregarse o quitarse fichas de un mismo color.

*Ejemplo:* Si a 3 rojas le agregas 2 rojas el resultado es 5 rojas.



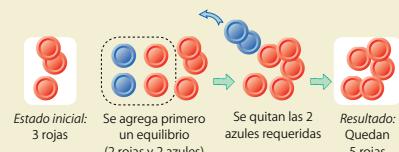
- 3 En una transformación pueden agregarse fichas de distinto color a la configuración, pero habrán de anularse mediante un equilibrio a fin de cumplir la primera regla.

*Ejemplo:* Si a 3 rojas le agregas 2 azules el resultado es una roja.



- 4 En una transformación pueden quitarse fichas de un color distinto al de la configuración inicial, pero se deberá completar primero la configuración con un equilibrio que permita retirar las fichas requeridas.

*Ejemplo:* Si a 3 rojas le quitas 2 azules el resultado son 5 rojas.



## BLOQUE 5

- 2 En la actualidad no todos los dados son cubos, como los que conoces; los hay de varias formas como los que se muestran en esta figura.

Para cada uno de estos dados encuentra la probabilidad de que se obtenga cualquiera de sus números al lanzarlo. Considera que todos tienen la misma oportunidad de ocurrir.



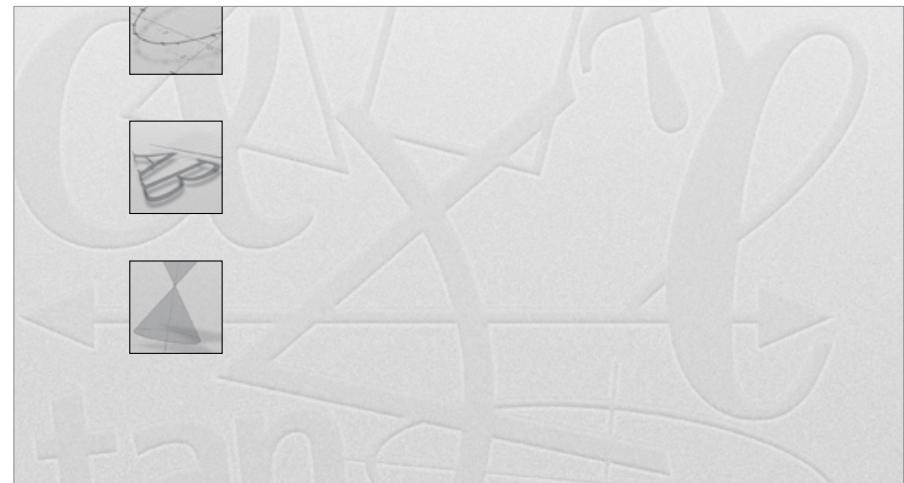
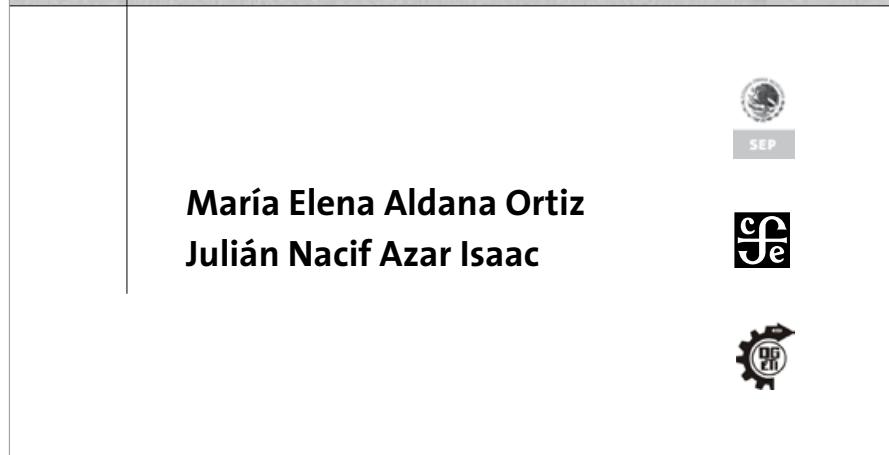
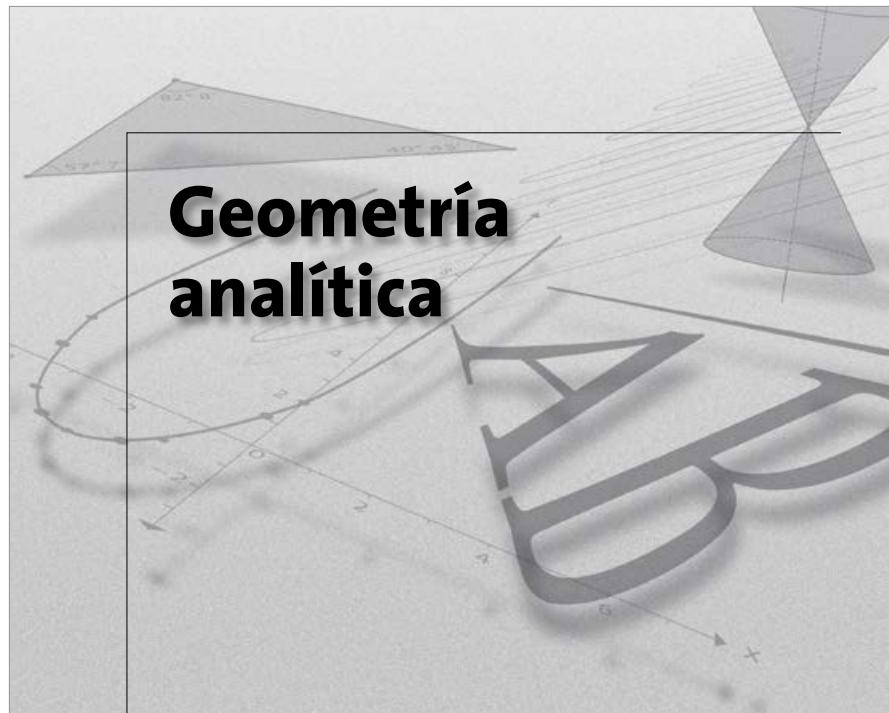
- a ¿Qué tipo de cuerpos sólidos podrían utilizarse como dados con más de 6 posibles resultados?

- b Con pentágonos puedes hacer un cuerpo sólido de doce caras. ¿A qué valor de frecuencia relativa acumulada se deberían acercar los valores de cada resultado si el dado fuese legal?



- c Con triángulos equiláteros se puede hacer un cuerpo sólido de 20 caras. Si el dado fuese legal, ¿a qué valor se deben aproximar las frecuencias relativas acumuladas cuando el dado se lanza muchas veces?





Primera edición, 2011

Azar, Isaac, Julián Nacif y María Elena Aldana Ortiz  
*Geometría analítica* / Isaac Azar, Julián Nacif, María Elena  
 Aldana Ortiz. – México : FCE, SEP, DGETI, 2011  
 400 p. : ilus. ; 27 x 21 cm. – (Colec. DGETI)  
 Texto de educación media superior  
 ISBN: 978-607-7523-11-6

1. Geometría analítica – Estudio y enseñanza 2. Matemáticas – Estudio y enseñanza I. Nacif, Julián, coaut. II. Aldana Ortiz, María Elena, coaut. III. Ser. IV.t.

LC HB71 Dewey 516.3 A894g

© D.R. Dirección General de Educación Tecnológica  
 Industrial, SEP.  
 Centeno 670, 4º piso, Col. Granjas México  
 C.P. 08400, México, D.F.

ISBN 978-607-7523-11-6

Impreso en México

**Edición**  
 Departamento de Libros de Texto, FCE.  
 José Luis Acosta

**Revisión técnica y corrección de estilo**  
 Rodrigo Cambray Núñez  
 José Luis Acosta

**Diseño**  
 José Luis Acosta

**Formación**  
 Giné Martínez, Heidi Puon Sánchez,  
 Sergio Bourguet, Eliud Monroy

**Dibujo técnico**  
 Giné Martínez, Heidi Puon Sánchez,  
 Sergio Bourguet, Eliud Monroy,  
 Guillermo Huerta González

**Ilustración**  
 Abelardo Culebro Bahena

**Diseño de portada**  
 Josefina Aguirre

**Ejemplo 3.29**

Determina la ecuación y traza la gráfica de la hipérbola con centro en el origen, siendo uno de sus vértices el punto  $(0, -3)$  y la longitud de su segmento conjugado de 8 unidades.

Como el centro de la hipérbola se encuentra en el origen,  $C(0, 0)$ , y dado que uno de sus vértices es  $V'(0, -3)$ , el otro vértice es  $V(0, 3)$ . Luego, el eje transversal es el eje de las ordenadas, y  $a = 3$  unidades. Tenemos que el segmento conjugado es de 8 unidades, por lo que  $b = 4$  unidades.

La ecuación de la hipérbola es de la forma

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1.$$

Sustituyendo,

$$\frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{4^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1,$$

que es la ecuación pedida.

Las ecuaciones de las asíntotas se obtienen de la ecuación

$$x = \pm \frac{b}{a} y.$$

Sustituyendo,

$$x = \pm \frac{4}{3} y.$$

Así, las ecuaciones de las asíntotas de la hipérbola  $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$  son

$$x = \frac{4}{3}y \quad y \quad x = -\frac{4}{3}y.$$

Empleando la relación  $c^2 = a^2 + b^2$ , calculamos la distancia focal  $c$ :

$$c^2 = 3^2 + 4^2$$

$$c = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$c = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5.$$

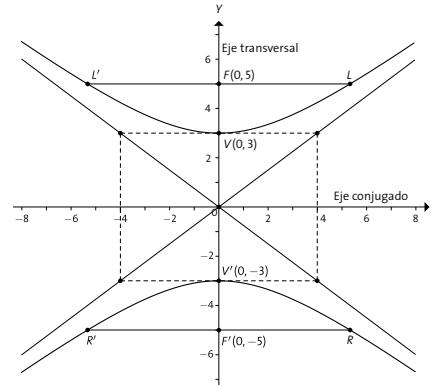
Así, los focos son  $F(0, 5)$  y  $F'(0, -5)$ ; la longitud del lado recto es  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(4)^2}{3} = \frac{32}{3}$ .

Después, localizamos los extremos del lado recto,  $\left(\pm \frac{b^2}{a}, c\right)$  y  $\left(\pm \frac{b^2}{a}, -c\right)$ , sustituyendo los valores:

$$L\left(\frac{16}{3}, 5\right), \quad L'\left(-\frac{16}{3}, 5\right), \quad R\left(\frac{16}{3}, -5\right), \quad y \quad R'\left(-\frac{16}{3}, -5\right).$$

Siguiendo los pasos del apartado 3.5.5, esbozamos la gráfica de la hipérbola

$$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1 \text{ (véase la figura 3.128).}$$



**Figura 3.128**  
Gráfica de la hipérbola  
 $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$

**Ejemplo 3.30**

Determina la ecuación y traza la gráfica de la hipérbola con centro  $C(2, 3)$ , siendo uno de sus vértices el punto  $(-1, 3)$  y uno de sus focos en el punto  $(7, 3)$ .

Localizamos en el plano cartesiano el centro  $C(2, 3)$ , el vértice  $(-1, 3)$ , y el foco  $(7, 3)$ . Siendo  $a$  la distancia del centro a uno de sus vértices,

$$a = 2 + 1 = 3;$$

y como  $c$  es la distancia del centro a uno de los focos (véase la figura 3.129),

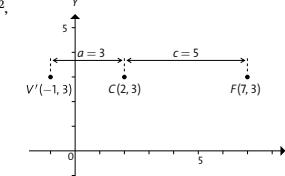
$$c = 7 - 2 = 5.$$

Despejando  $b$  de la relación  $c^2 = a^2 + b^2$ ,

$$b = \pm \sqrt{c^2 - a^2},$$

y sustituyendo,

$$b = \sqrt{25 - 9} = 4.$$



**Figura 3.129**  
Localización de los tres puntos dados y obtención de las distancias  $a$  y  $c$ .

## 2.7 | Coordenadas polares

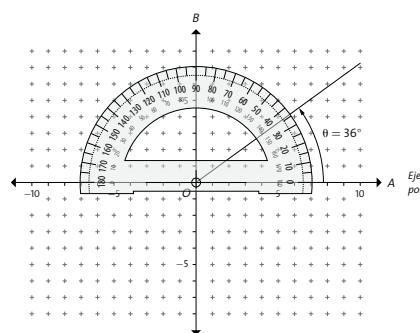


Figura 2.146  
Localización del ángulo polar

Después, para trazar el radio vector que indique que  $r = -8$ , se prolonga en sentido contrario el rayo del ángulo de  $\frac{\pi}{5}$  rad, y con la ayuda de una regla o una escuadra se miden 8 unidades sobre esta prolongación a partir del polo.

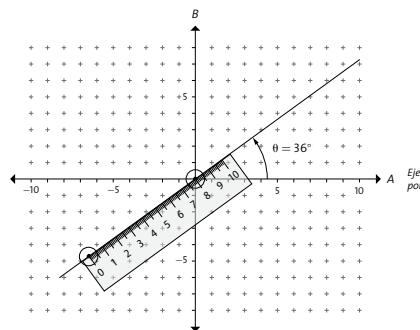


Figura 2.147  
Localización del radio polar

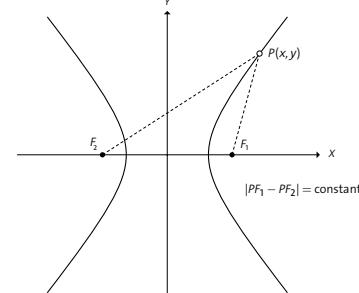
Así, se localiza el punto  $P\left(-8, \frac{\pi}{5}\right)$  en el plano, lo cual se muestra en la figura 2.148.

179 |

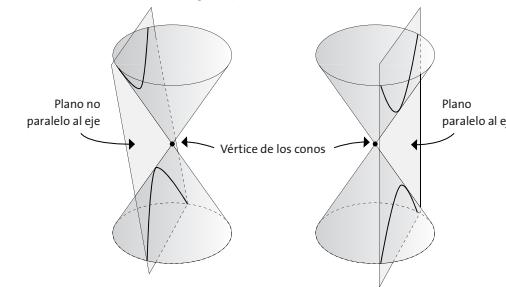
## 3.5 | La hipérbola y su representación gráfica

## Resumen

Se llama **hipérbola** al lugar geométrico de los puntos  $P(x, y)$  del plano cartesiano tales que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante.



Definición 1. Las hipérbolas son las curvas que se obtienen al cortar una superficie cónica con un plano paralelo al eje del cono y que no pasa por el vértice de dicha superficie, o cuando corta el cono con determinada inclinación con respecto a la base de éste, sin llegar a formar una curva cerrada.



Una hipérbola se representa en forma general mediante la ecuación

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0.$$

- Si  $C = 0$  y  $D = 0$ , la ecuación se transforma en  $Ax^2 + By^2 + E = 0$ .
- Si  $C = 0$  o  $D = 0$ , la ecuación se transforma en  $Ax^2 + By^2 + Cx + E = 0$  o en  $Ax^2 + By^2 + Dy + E = 0$ .

A continuación se presenta un diagrama con los puntos más importantes acerca de la hipérbola.

351 |

## UNIDAD 1 | Lenguaje algebraico

De otro modo, se representa la multiplicación en la forma acostumbrada: numerador por numerador y denominador por denominador, y luego se descomponen en factores el numerador y el denominador para eliminar los factores comunes a ambos:

$$\left(\frac{6}{8}\right)\left(\frac{4}{12}\right) = \frac{6 \times 4}{8 \times 12} = \frac{2 \times 3 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}.$$

Como puedes ver, los resultados son iguales. Tú decides si primero descompones en factores o si primero indicas la operación.

En la multiplicación de fracciones algebraicas se realiza algo similar, esto es, se descomponen en factores primero los términos, o primero se representa la multiplicación. Es conveniente hacer notar que los casos de descomposición en factores estudiados no son todos, por lo que encontraremos polinomios que no se pueden descomponer en factores mediante los procedimientos vistos y habrá que consultar otros procedimientos no abordados en este texto.

**Ejemplo 1**

Obtén el producto de  $\frac{2x^2}{3x^2+6x}$  y  $\frac{6x}{x^2-4}$ .

- Se descomponen en factores el numerador y el denominador de ambas fracciones algebraicas:

$$\left(\frac{2x^2}{3x^2+6x}\right)\left(\frac{6x}{x^2-4}\right) = \left[\frac{2xx}{3x(x+2)}\right] \left[\frac{3(2)x}{(x+2)(x-2)}\right].$$

- Se eliminan términos comunes del numerador y del denominador:

$$\left(\frac{2x^2}{3x^2+6x}\right)\left(\frac{6x}{x^2-4}\right) = \frac{(2xx)(2)(2)}{3x(x+2)(x+2)(x-2)} = \frac{(2xx)(2)}{(x+2)(x+2)(x-2)}.$$

- Se realizan las multiplicaciones que quedan indicadas en el numerador y en el denominador:

$$\left(\frac{2x^2}{3x^2+6x}\right)\left(\frac{6x}{x^2-4}\right) = \frac{4x^2}{(x+2)^2(x-2)}.$$

Como ya no hay más factores comunes en el numerador y el denominador, la última expresión es el producto que se obtiene de multiplicar las dos fracciones algebraicas dadas.

## 1.1 | Lenguaje algebraico

**Ejemplo 2**

Obtén el producto de la siguiente multiplicación:

$$\frac{x^2+8x+12}{x^2-25} \times \frac{x^2+10x+25}{x^2+11x+30}.$$

Descomponiendo en factores, se tiene

$$\frac{(x+6)(x+2)}{(x+5)(x-5)} \times \frac{(x+5)(x+5)}{(x+5)(x+6)}.$$

Esto es,

$$\frac{x^2+8x+12}{x^2-25} \times \frac{x^2+10x+25}{x^2+11x+30} = \frac{(x+6)(x+2)}{(x+5)(x-5)} \times \frac{(x+5)(x+5)}{(x+5)(x+6)}.$$

Al eliminar factores comunes del numerador y del denominador, se obtiene que

$$\frac{x^2+8x+12}{x^2-25} \times \frac{x^2+10x+25}{x^2+11x+30} = \frac{(x+6)(x+2)}{(x+5)(x-5)} \times \frac{(x+5)(x+5)}{(x+5)(x+6)} = \frac{x+2}{x-5}.$$

*En general, para multiplicar fracciones algebraicas:*

- Se descomponen en factores los términos de los numeradores y denominadores.
- Se eliminan los factores comunes del numerador y del denominador.
- Se multiplica en la forma usual, numerador por numerador y denominador por denominador.

**Actividades de aprendizaje**

Obtén los productos de las siguientes fracciones algebraicas.

1  $\frac{x^2+5x+4}{x^2+10x+24} \times \frac{x^2+8x+12}{x^2-1}$

2  $\frac{x+4}{x^2-16} \times \frac{x+3}{x^2+2x-15}$

3  $\left(\frac{x^2-36}{x+5}\right) \left(\frac{x+5}{x^2+8x+12}\right)$

## Recapitulación Unidades 1 y 2

En los temas estudiados en la segunda unidad, practicaste diversos procedimientos para resolver problemas.

Las ecuaciones algebraicas se pueden utilizar para resolver problemas.

Una *ecuación* es una igualdad que sólo se cumple para algunos valores de la o las incógnitas.

Una igualdad que se cumple para cualquier valor que se le asigne a la incógnita se llama *identidad*.

Las expresiones algebraicas reciben nombres específicos dependiendo del número de términos que tengan: *monomio*, *binomio*, *trinomio* o *polinomio*.

Para sumar o restar monomios o polinomios, se simplifican términos semejantes. Por ejemplo, para sumar el polinomio  $3x^4 + 5x^3 - 8x^2 + 7x$  con el polinomio  $9x^4 - 7x^3 - 6x^2 - 11x$ , se procede así:

$$\begin{aligned} & (3x^4 + 5x^3 - 8x^2 + 7x) + (9x^4 - 7x^3 - 6x^2 - 11x) \\ &= \underline{3x^4} + \underline{5x^3} - \underline{8x^2} + \underline{7x} + \underline{9x^4} - \underline{7x^3} - \underline{6x^2} - \underline{11x} \\ &= (3x^4 + 9x^4) + (5x^3 - 7x^3) + (-8x^2 - 6x^2) + (7x - 11x) \\ &= 12x^4 - 2x^3 - 14x^2 - 4x. \end{aligned}$$

*Términos semejantes* son aquellos que tienen las mismas literales con los mismos exponentes.

Para restar polinomios, se le cambian signos a los términos del sustraendo. Así, para restar  $3x^3 + 8x^2 - 6x$  de  $5x^3 + 3x^2 + 2x$ , se tiene que,

$$\begin{aligned} & 5x^3 + 3x^2 + 2x - (3x^3 + 8x^2 - 6x) \\ &= 5x^3 + \underline{3x^2} + \underline{2x} - \underline{3x^3} - \underline{8x^2} + \underline{6x} \\ &= (5x^3 - 3x^3) + (3x^2 - 8x^2) + (2x + 6x) \\ &= 2x^3 - 5x^2 + 8x. \end{aligned}$$

Para multiplicar polinomios, se multiplica cada uno de los términos de uno de los factores por cada uno de los términos del otro factor y luego se simplifican los términos semejantes que resulten. Por ejemplo, para multiplicar  $7x^2 - 4x + 6$  por  $5x - 9$ , se tiene que

$$\begin{aligned} & (7x^2 - 4x + 6)(5x - 9) \\ &= 7x^2(5x - 9) - 4x(5x - 9) + 6(5x - 9) \\ &= 35x^3 - \underline{63x^2} - \underline{20x^2} + \underline{36x} + \underline{30x} - 54 \\ &= 35x^3 - 83x^2 + 66x - 54. \end{aligned}$$

Para dividir polinomios se recomienda como regla principal "dividir el primer término del dividendo entre

el primer término del divisor", para calcular el primer término del cociente, y continuar el procedimiento con cada uno de los residuos que se vayan obteniendo.

El resultado de algunas multiplicaciones de polinomios se pueden obtener sin tener que hacer la operación, siguiendo algunas reglas generales. A estos productos se les llama *productos notables*. Al procedimiento de determinar los factores que producen determinada expresión algebraica se le llama *descomposición en factores*.

### ■ Productos notables

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(binomio cuadrado perfecto)

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

(diferencia de cuadrados)

$$(a + b)(a + c) = a^2 + (b + c)a + bc$$

(producto de dos binomios con un término común)

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

(tetranomio cúbico perfecto)

### ■ Descomposición en factores

Los casos más comunes de descomposición en factores son los siguientes.

$$ab + ac = a(b + c)$$

(factor común monomio)

$$m(x + y) + n(x + y) = (x + y)(m + n)$$

(factor común polinomio)

$$mn + mp + hn + hp = m(n + p) + h(n + p) = (n + p)(m + h)$$

(agrupación)

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

(binomio al cuadrado)

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

(binomios conjugados)

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

(factores de la suma de dos cubos)

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy - y^2)$$

(factores de la diferencia de dos cubos)

## Recapitulación

### ■ Ecuaciones de segundo grado

Una ecuación completa de segundo grado,  $ax^2 + bx + c = 0$ , se puede resolver mediante descomposición en factores, completando el trinomio cuadrado perfecto, utilizando la fórmula general, etcétera.

Una ecuación de segundo grado incompleta de la forma  $ax^2 + bx = 0$  se resuelve mediante descomposición en factores de manera muy sencilla.

Una ecuación de segundo grado incompleta de la forma  $ax^2 + c = 0$  se resuelve fácilmente despejando la incógnita. Tiene soluciones reales cuando el término cuadrático y el término independiente tienen signos contrarios.

Así, una técnica puede resultar más sencilla que otras para resolver ecuaciones, dependiendo de qué tipo de ecuación se trate.

$$2x + 9 = 19$$

$$2x = 19 - 9$$

$$2x = 10$$

$$x = \frac{10}{2}$$

$$x = 5.$$

Si hay denominadores en los términos de una ecuación, se busca un denominador común y se multiplica toda la ecuación por él para transformarla en una ecuación con coeficientes enteros. Por ejemplo,

$$\frac{3x}{4} + 2x + 7 = 29$$

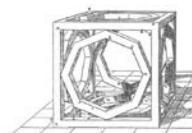
$$4\left(\frac{3x}{4} + 2x + 7\right) = 4(29)$$

$$3x + 8x + 28 = 116.$$

Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, como

$$\begin{cases} 3x + 7y = 26 \\ 4x - 2y = 12, \end{cases}$$

se tienen diversas técnicas: suma y resta (reducción), igualación, sustitución, determinantes, graficación.

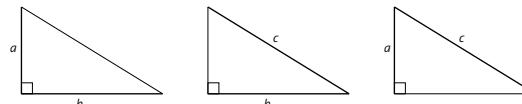
**2.3****Resolución de triángulos rectángulos**

Resolver un triángulo rectángulo significa calcular el valor de todos sus elementos, sus tres lados y sus tres ángulos.

- Para resolver un triángulo debemos conocer al menos tres de sus elementos, uno de los cuales necesariamente debe ser un lado.
- En todo triángulo un lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que la diferencia de éstos.

**2.3.1 | Casos de resolución de triángulos rectángulos**

Al resolver triángulos rectángulos se pueden presentar los siguientes casos.

**A. Dos lados conocidos**

**Figura 2.15**  
Caso 1: Dos lados conocidos  
de un triángulo rectángulo

**Ejemplo 2.4**

Resolver el triángulo rectángulo  $ABC$ , si el lado  $a = 2.5$  cm y la hipotenusa  $c = 4$  cm.

Como observamos en la figura 2.16, conocemos la hipotenusa y el cateto opuesto al ángulo  $A$ , por lo que emplearemos la razón trigonométrica  $\operatorname{sen} A$  para calcular el ángulo:

$$\operatorname{sen} A = \frac{2.5}{4} = 0.625,$$

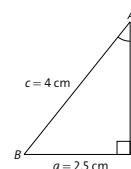
$$\angle A = \operatorname{arcosen}(0.625) = \operatorname{sen}^{-1}(0.625)$$

por lo que  $\operatorname{arcosen} A$  nos proporciona el valor del ángulo. Así,

$$\angle A = 38.68^\circ;$$

convirtiendo,

$$\angle A = 38^\circ 40' 55''.$$



**Figura 2.16**

207

**UNIDAD 2 | Trigonometría****Recuerda que**

- Resolver un triángulo rectángulo significa hallar los valores de todos sus elementos: sus tres lados y sus tres ángulos. Los conocimientos previos necesarios son:
  - Las razones trigonométricas
  - El teorema de Pitágoras
  - El teorema de la suma de los ángulos internos de un triángulo.

**Actividades generales tema 2.3**

Después de haber analizado y reflexionado sobre el tema de resolución de triángulos rectángulos, con la finalidad de verificar el avance que has alcanzado hasta este punto, realiza las siguientes actividades.

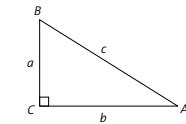
- 1 Si la distancia de un grupo de personas a la base de un edificio es de 13 m, y el ángulo de elevación a la parte más alta de la construcción es de  $44^\circ$ , ¿cuál es la altura del edificio?

- 2 Sabiendo que  $\operatorname{sen} A = \frac{3}{5}$ , calcula las demás razones trigonométricas del  $\triangle A$ .

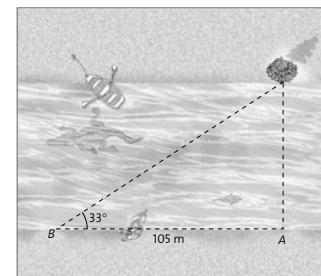
- 3 Resuelve los siguientes triángulos, sabiendo que:

- [a]  $a = 11$  y  $\angle A = 32^\circ$ .
- [b]  $\angle A = 53^\circ$  y  $c = 20$ .

Para ambos incisos considera la figura de la derecha.



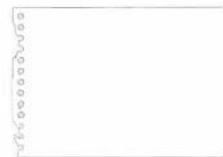
- 4 Desde un punto  $A$  en la orilla de un río se ve un árbol justo enfrente. Si se camina 105 m río abajo, por la orilla recta del río, llegamos a un punto  $B$  desde el que se ve el árbol formando un ángulo de  $33^\circ$  con esta orilla. Calcula la anchura del río.



216

## UNIDAD 1 | Geometría plana

Es importante entender que una línea recta no termina donde su figura lo hace, sino que se extiende indefinidamente en ambas direcciones. De la misma manera, un plano se extiende indefinidamente en todas las direcciones. En consecuencia, una hoja de papel no es un plano, forma parte de un plano, y una parte muy pequeña de él (véase la figura 1.15).



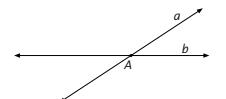
**Figura 1.15**  
Una hoja de papel es una parte muy pequeña de un plano

Dos rectas diferentes tienen a lo más un punto común; con base en ello, diferenciamos rectas concurrentes y rectas paralelas (véase la figura 1.16).

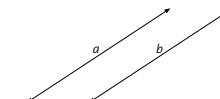
**DEFINICIÓN 1.5.** *Dos rectas que se encuentran en un mismo plano y no tienen puntos comunes se llaman paralelas.*

Para indicar que la recta  $a$  es paralela a la recta  $b$  se escribe  $a \parallel b$ .

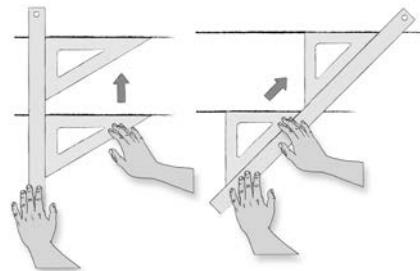
**Figura 1.16a (izquierda)**  
Rectas concurrentes



**Figura 1.16b (derecha)**  
Rectas paralelas



La figura 1.17 ilustra el modo de trazar rectas paralelas con regla y escuadra.

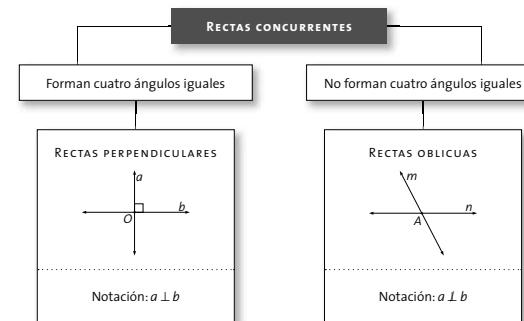


**Figura 1.17**  
Trazo de rectas paralelas con regla y escuadra

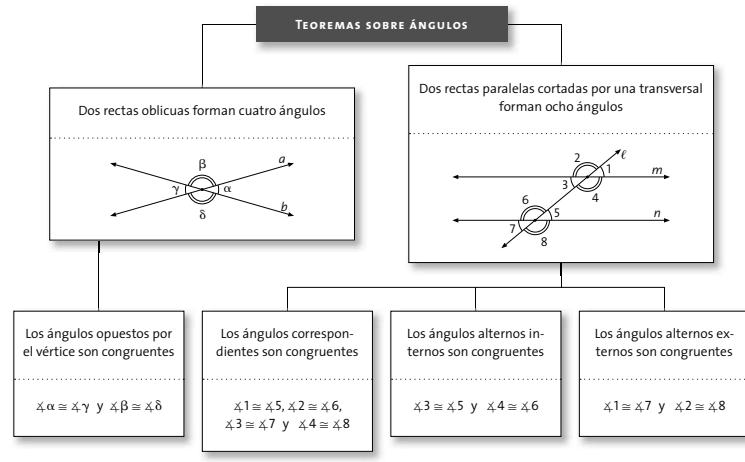
44

## UNIDAD 1 | Geometría plana

Dos rectas que se cortan son *concurrentes*. En el siguiente esquema se ilustran las posiciones relativas entre rectas concurrentes.



En el esquema siguiente se muestran los teoremas sobre ángulos que hemos estudiado hasta este momento.

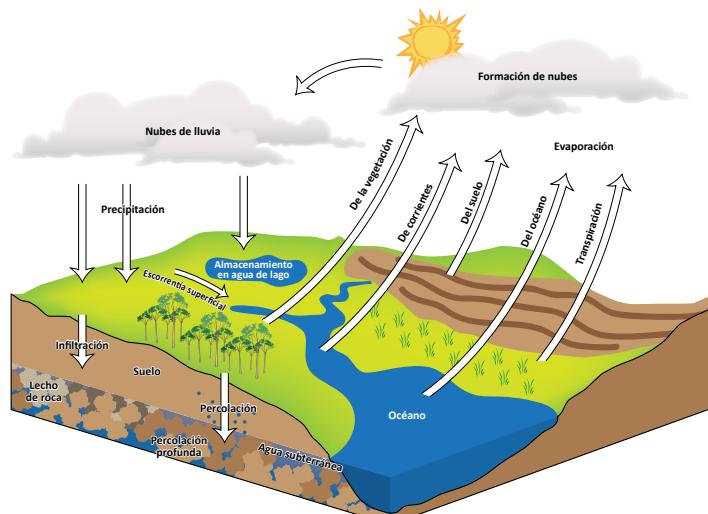


78

## Modelación hidrológica de cuencas urbanas y rurales


Laboratorio Nacional de Ciencias de la Sostenibilidad  
LANCIS

LA MODELACIÓN HIDROLÓGICA es una herramienta fundamental en la gestión sostenible de cuencas tanto urbanas como rurales (una cuenca es un territorio en cuyas aguas afluyen todas a un mismo río, lago o mar). Por lo general, la modelación hidrológica involucra la identificación de subcuencas o unidades de respuesta hidrológica. Esto se hace con la ayuda de los sistemas de información geográfica. Típicamente, las fases del ciclo hidrológico (esto es, precipitación, infiltración, escorrentía y agua subterránea) se caracterizan para cada una de estas unidades y con ello se generan los datos de entrada de modelos dinámicos de simulación (Fig. 1). Éstos se utilizan para simular la respuesta de los procesos hidrológicos a cambios en las condiciones ambientales, por ejemplo, el incremento de la precipitación y la escorrentía, junto con la disminución de la infiltración a causa del crecimiento urbano. Los resultados típicamente se utilizan en la planeación y manejo de las obras hidráulicas, así como en el diseño de protocolos de protección civil.



**Figura 1.** Ciclo hidrológico.

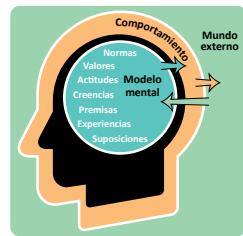
## Herramientas metodológicas

## Modelos mentales


Laboratorio Nacional de Ciencias de la Sostenibilidad  
LANCIS

UN MODELO MENTAL es la abstracción o concepción interna de lo percibido por individuos o grupos acerca de un tema o problema determinado. Los modelos mentales permiten visualizar, mediante el uso de esquemas o dibujos, las interacciones entre los componentes asociados a un asunto en particular, y los mecanismos que conducen a resultados particulares. A estos esquemas se les conoce también como "mapas cognitivos difusos", porque intentan mostrar visualmente la percepción de la realidad de las personas.

Los mapas mentales o cognitivos se basan en las experiencias, suposiciones, valores, etc. de los individuos o grupos (Figura 1) y cumplen cuatro funciones: (1) ayudar al investigador a construir, entender y adquirir más información sobre un sistema socio-ambiental (Figura 2); (2) integrar o dividir sectores a partir de modelos mentales individuales con características semejantes (Figura 3); (3) inducir el aprendizaje mutuo entre los actores sociales, al mostrar las diferencias entre los modelos y sus implicaciones; y (4) asistir en la resolución de conflictos. Estas funciones son importantes para la investigación participativa (transdisciplinaria), debido a que involucra directamente a los individuos y grupos en la comprensión de un problema en particular. Del mismo modo, los mapas cognitivos o mentales facilitan el entendimiento entre sectores en conflicto ya que muestran sus diferencias en percepciones y valores, así como sus intervenciones efectos o posibles implicaciones en el sistema socio-ambiental. Los modelos mentales se pueden construir directa o indirectamente con los actores sociales. De manera directa, se pueden construir en talleres grupales con el uso de modelos multicriterio, árboles de problemas o croquis de sistemas (ver fichas correspondientes); o de manera indirecta, mediante la extracción de información proveniente de entrevistas (estructuradas y semi-estructuradas) individuales diseñadas explícitamente para entender los factores que intervienen en un determinado asunto o problema.



**Figura 1.** Esquema general de un modelo mental y su expresión con el mundo externo.

## Herramientas metodológicas

**Transdisciplina**

LA TRANSDISCIPLINA es una escuela de pensamiento en la que se subraya la fusión de conocimiento situado dentro y fuera del ámbito académico. Es un *modo de investigación científica* enfocado al estudio sistemático de una *totalidad organizada*, con el involucramiento de los actores sociales. Su objetivo es establecer las bases de conocimiento para la conducción de los sistemas socio-ecológicos hacia estados de menor vulnerabilidad y mayor resiliencia (Rindfuss et al. 2004)(Turner et al. 2003). Así, amalgama las diversas formas de describir y entender correctamente una *realidad compleja* que, por definición, no se ciñe a disciplina alguna (García 2006).

La esfera de acción de toda investigación transdisciplinaria está dictada por la demanda de conocimiento utilizable. Se contrapone al esquema lineal investigación-acción tradicional que supone una ciencia neutral transfiriendo conocimientos a una sociedad acrítica. Por tanto, trasciende toda división entre *ciencia básica* y *ciencia aplicada*.

La investigación transdisciplinaria estriba en un proceso a través del cual se concibe, ordena, dirige y vincula la investigación científica de manera plural, pragmática e incluyente. Incorpora, por lo tanto, las múltiples

aristas o dimensiones sociales, culturales, políticas y normativas de los sistemas socio-ecológicos. Conlleva, consecuentemente, tres elementos indispensables para la gobernanza colaborativa y la *co-producción de conocimiento* entre actores sociales. Primero, requiere del *trabajo en la frontera* o esquema de gestión colectiva que enlaza los ámbitos de acción de las ciencias, las políticas públicas y la acción social. Segundo, demanda una *organización en la frontera* que facilite un esquema de *involucramiento ininterrumpido* de los actores sociales en las investigaciones. Y tercero, exige de *objetos en la frontera* o artefactos para la planeación y toma de decisiones que apoderen a los actores sociales con conocimiento relevante (i.e., pertinencia para la toma de decisiones), legítimo (i.e., consideración sin prejuicios de valores, preocupaciones y perspectivas de los diferentes actores sociales) y creíble (i.e., evidencias públicamente verificables). De esta forma, se logra lo que Kitcher denomina *ciencias bien ordenadas* en las que la agenda de investigación no sólo refleja las prioridades y las normas de los actores sociales, sino también en las que conocimiento se comparte entre todos los actores sociales de manera equitativa y justa.

**Figura 1.** Transdisciplina en MEGADAPT.

Marco conceptual

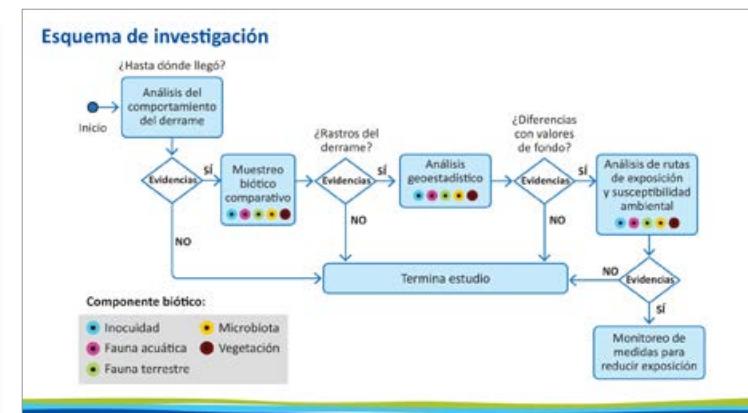
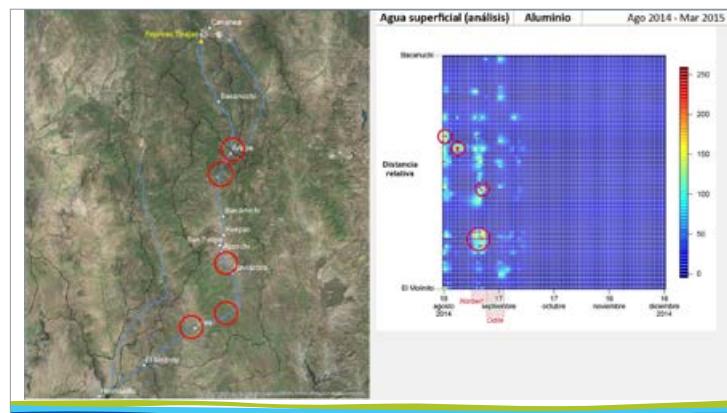
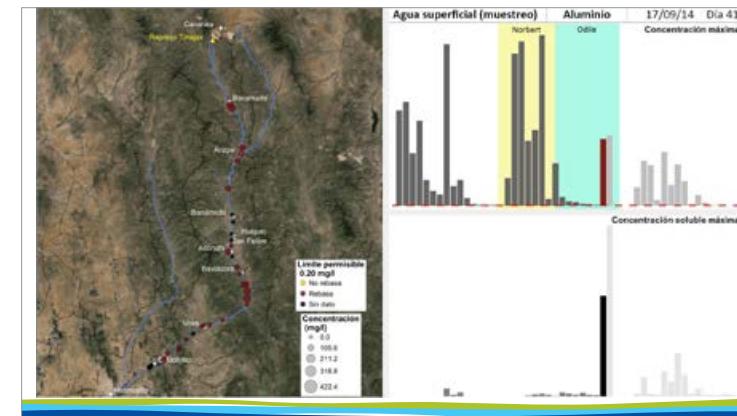
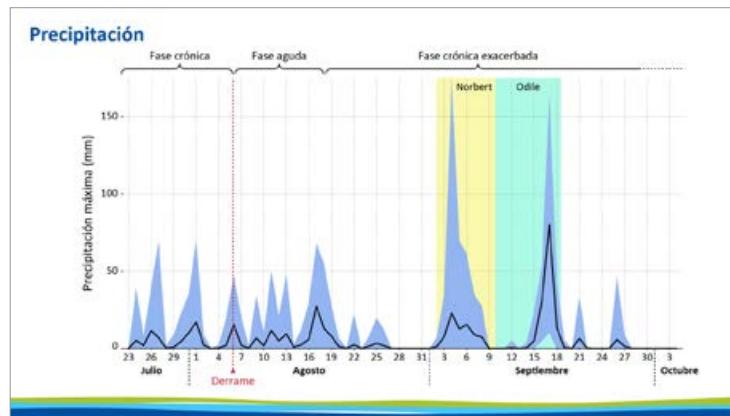
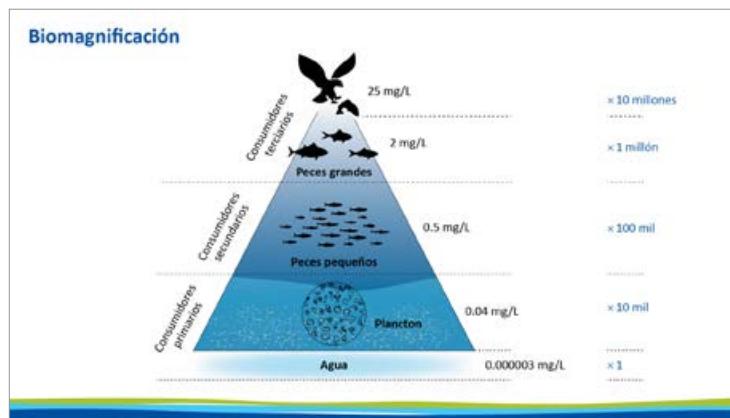
**Casos de estudio**

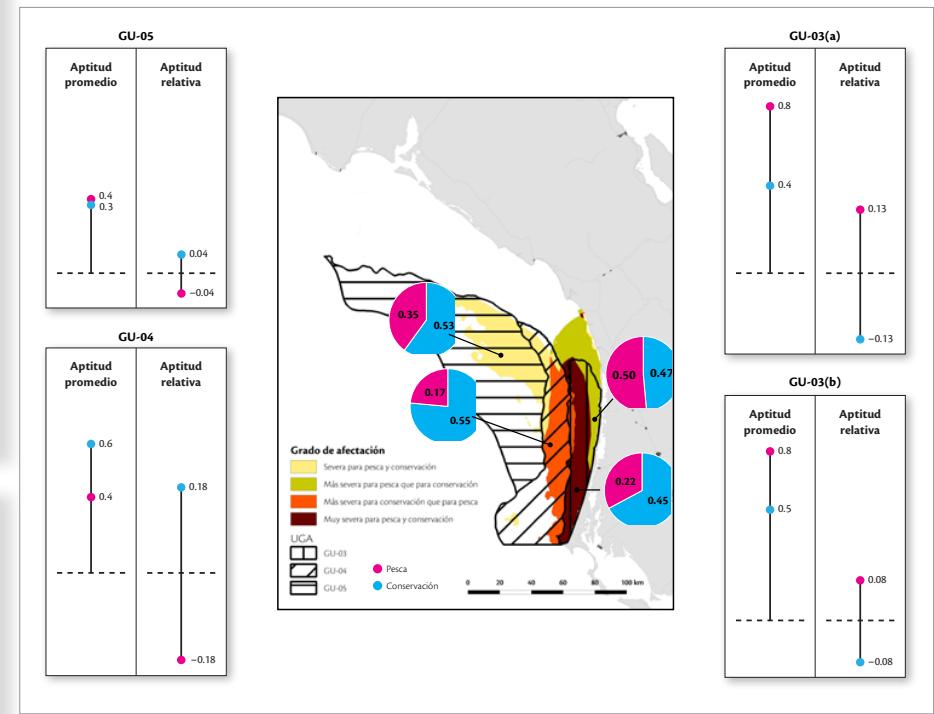
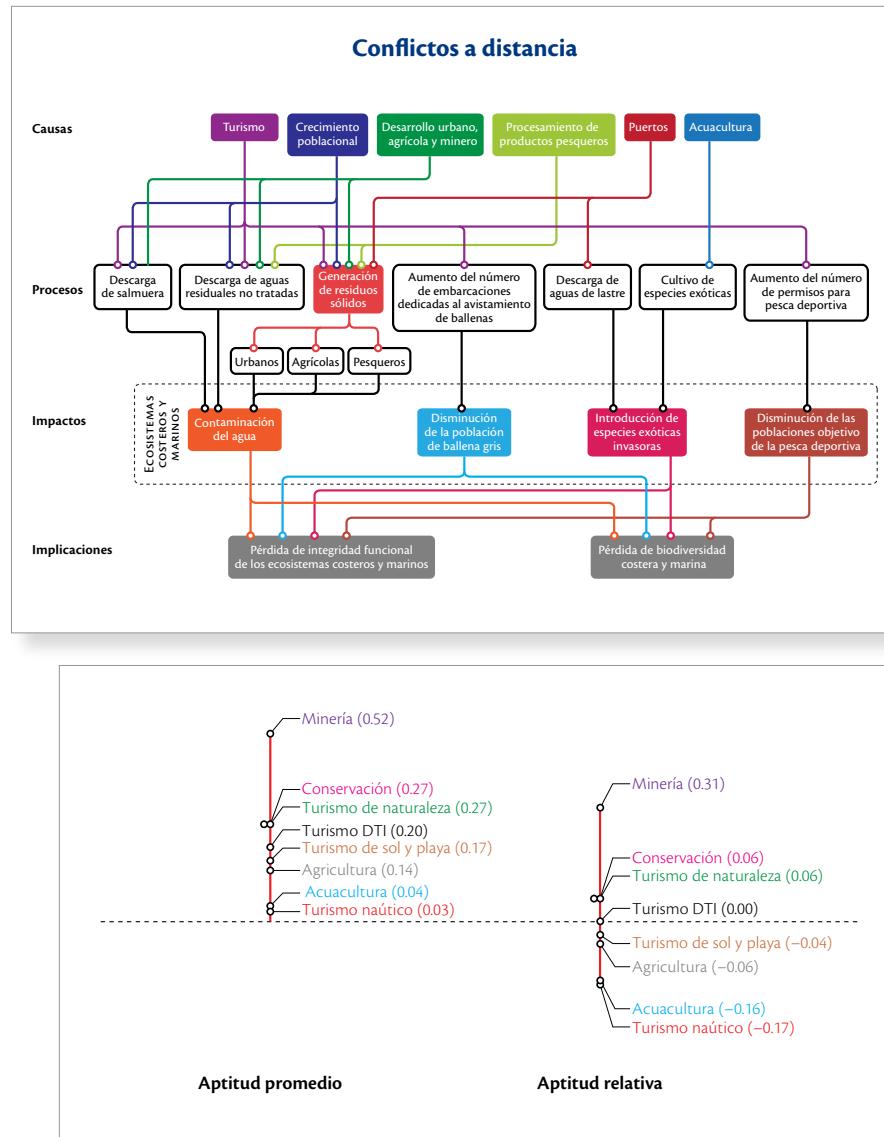
**Las ciudades son sistemas socio-ecológicos (SSE) en constante cambio**

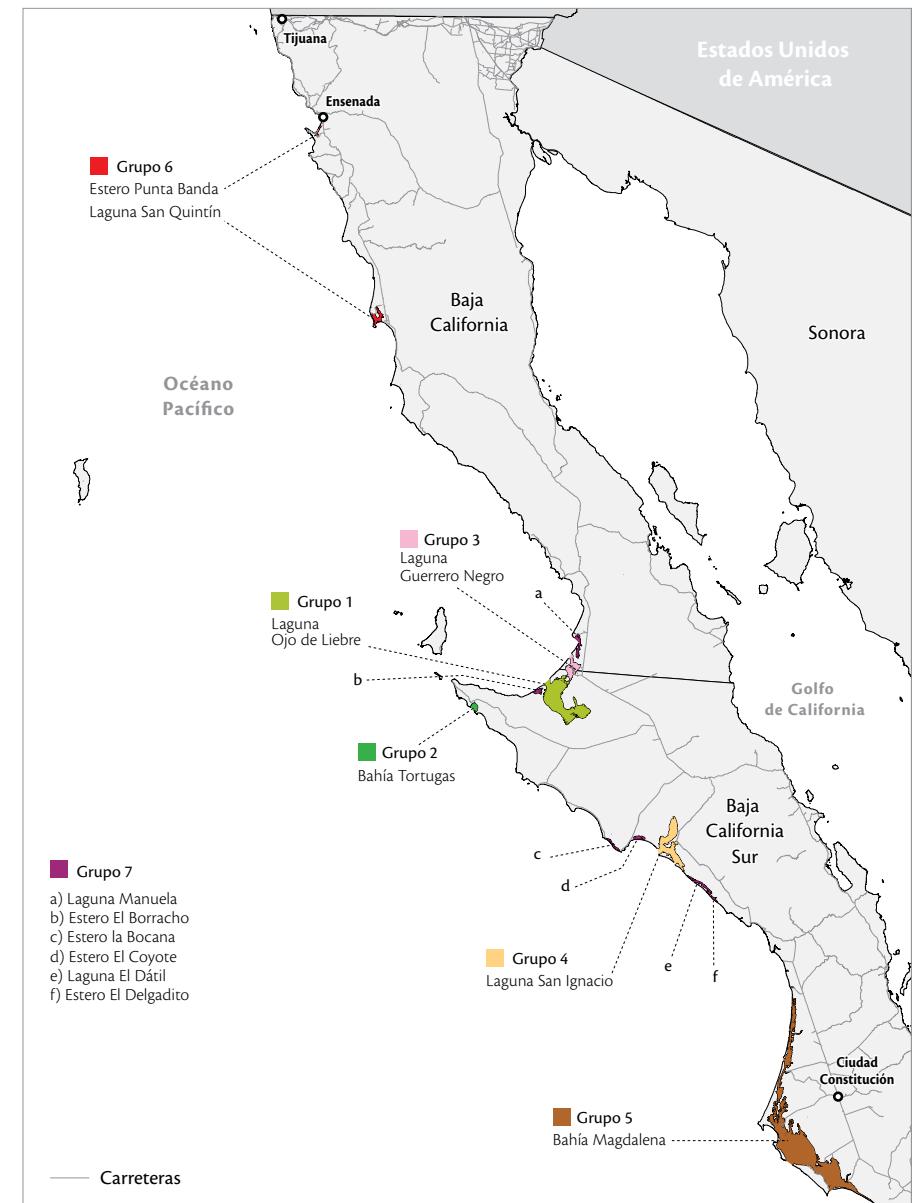
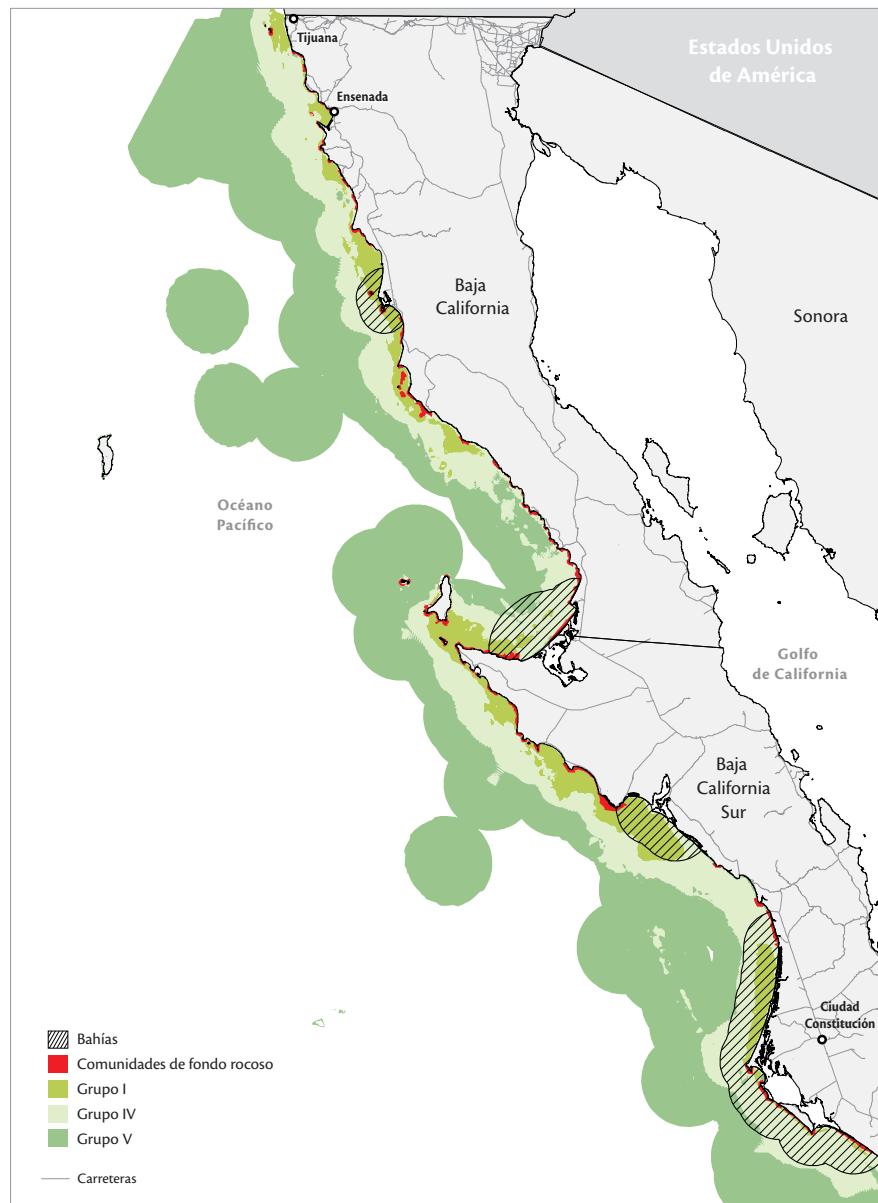
**Incremento en la precipitación por urbanización**

**Proyecto:** Fichas descriptivas del proyecto Megadapt \ \ **Cliente:** LANCIS  
**Servicios:** Diseño, formación, ilustración

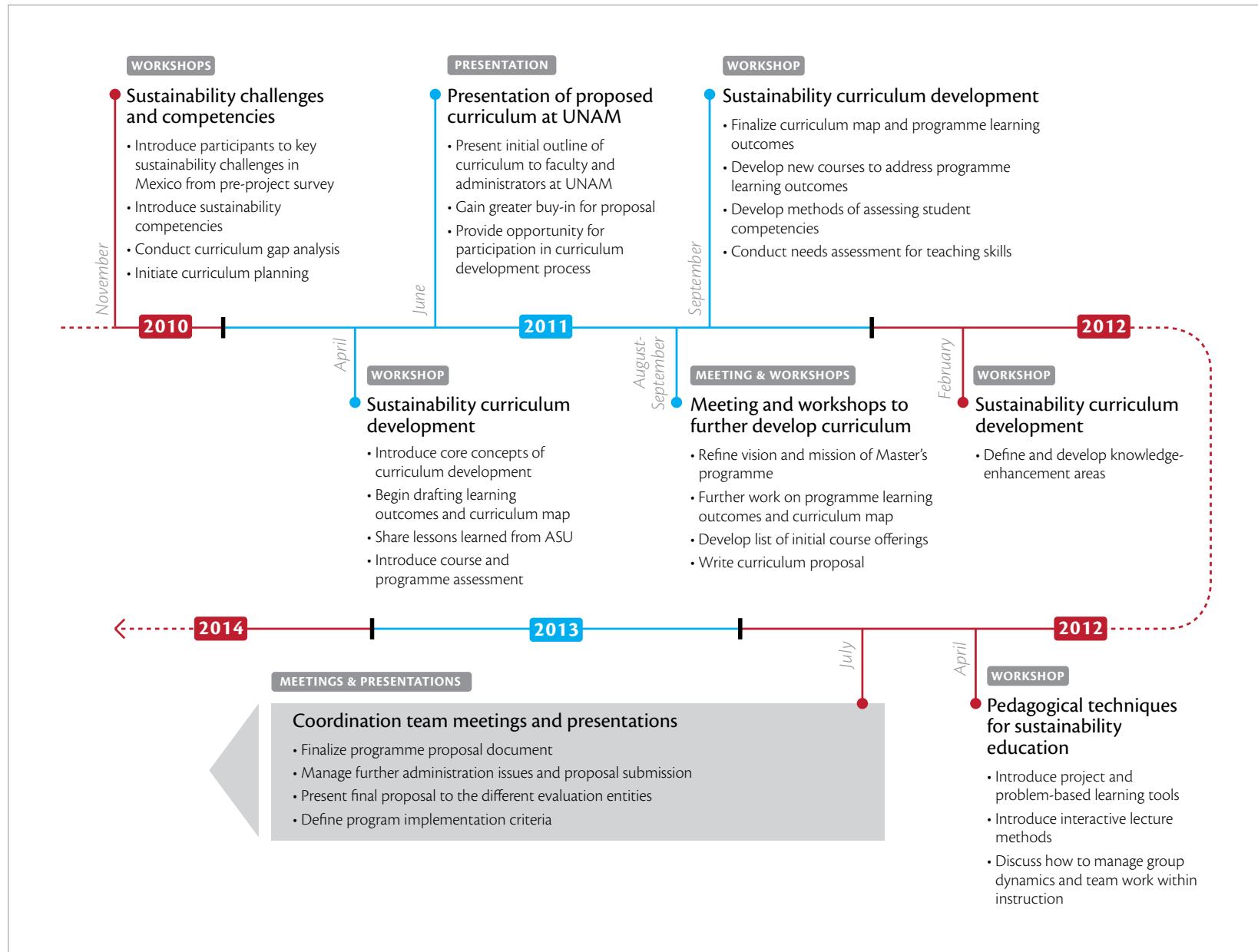
**Proyecto:** Megadapt (Riesgo hidrológico en megaciudades) \ \ **Cliente:** LANCIS  
**Servicios:** Diseño de figuras y presentaciones







Proyecto: Ordenamiento Ecológico Marino y Regional del Pacífico Norte \ Cliente: LANCIS \ Servicios: Diseño de mapas



#### 4.3.1.2 Climogramas y evaporación

Los climogramas (diagramas Walter-Lieth; Figura 4.5) de las cuatro estaciones meteorológicas muestran un patrón regional que se caracteriza por una temporada de estiaje, de noviembre a mayo, y una de lluvias, el resto del año; el periodo más cálido ocurre de junio a octubre y el más frío en enero. En la temporada de estiaje el mayor déficit de agua ocurre de febrero a mayo. En la temporada de lluvias, el crecimiento vegetal ocurre de junio a noviembre. La temperatura presenta poca variación (mínima anual de 13.8 a 14.7°C; máxima anual de 33.1 a 35.6°C; media anual de 25 a 26.5°C); la mayor precipitación media anual equivale al doble de la menor (664 a 1287 mm).

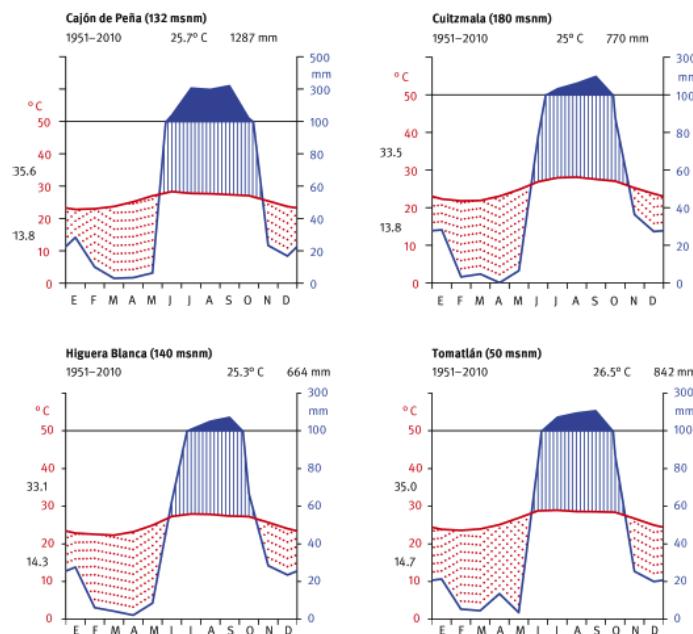


Figura 4.5. Diagramas Walter-Lieth para las cuatro estaciones meteorológicas cercanas al SAR (periodo 1951-2010). Los puntos rojos corresponden a un déficit de agua y el sombreado azul (por encima de la línea entre 50° y 100 mm) a un excedente de agua (SMN, 2014).

La evaporación anual varía de 1,627 mm, en Cajón de Peña, a 1,778 mm en Tomatlán. La evaporación media mensual es siempre superior a la precipitación media mensual en las cuatro estaciones meteorológicas. La evaporación media mensual es mayor a 100 mm en todos los casos, excepto de noviembre a enero en las estaciones Cajón de Peña y Cultzmalá (Figura 4.6).

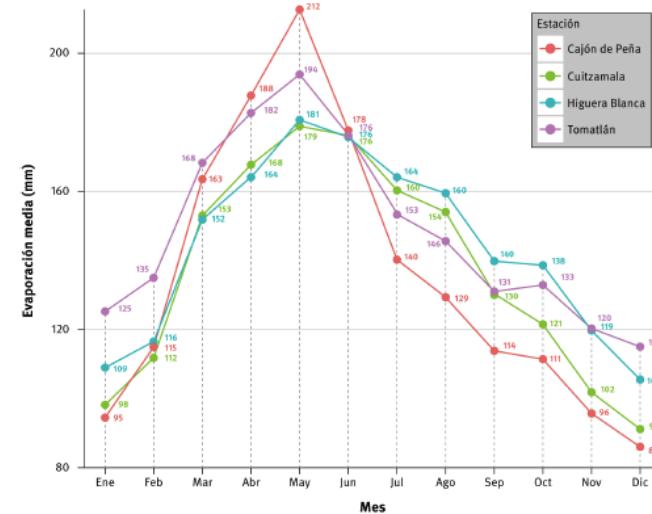


Figura 4.6. Evaporación media mensual para las cuatro estaciones meteorológicas ubicadas dentro del SAR para el periodo 1951-2010 (SMN, 2014).

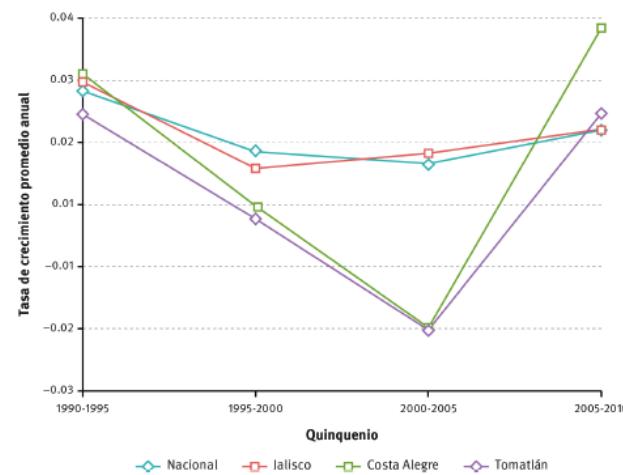


Figura 4.101. Tasa de crecimiento promedio anual para los quinquenios de 1990-1995, 1995-2000, 2000-2005 y 2005-2010, para el país, el Estado de Jalisco, la Región de Costa Alegre y el municipio de Tomatlán (Fuentes: Censos Generales de Población y Vivienda, 1990 y 2000; Censo de Población 2010; y Conteos de Población y vivienda 1995 y 2005).

A nivel nacional y en el Estado de Jalisco, para el periodo de 1990-2010, la distribución de la población predominante es de tipo urbano, seguida de la población de tipo rural, que disminuye, y la población de tipo mixto que permanece prácticamente constante. A nivel de la Región de Costa Alegre la distribución de la población muestra una transición de una sociedad rural a una de tipo urbano: en 1990, la población predominante es de tipo rural, seguida de la población en localidades de tipo mixto y no existen localidades de tipo urbano; en el 2010 la población predominante sigue siendo rural —aunque en menor porcentaje—, seguida de población en localidades de tipo mixto que también disminuye y el 17% de la población ya reside en contextos urbanos. A diferencia del nivel nacional y estatal, en el municipio de Tomatlán, para el periodo de 1990 al 2010, la distribución de la población predominante es de tipo rural seguida de la población de tipo mixto —que aumenta— y no existe población en localidades urbanas (Figura 4.102).

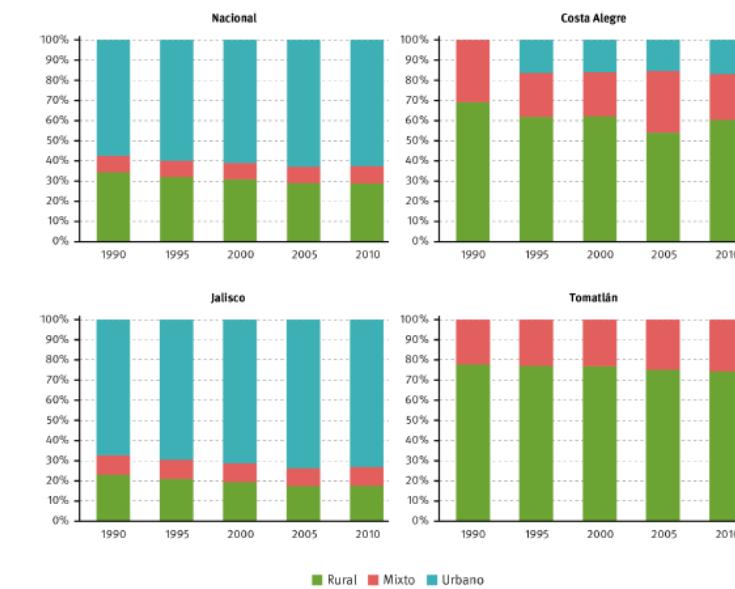
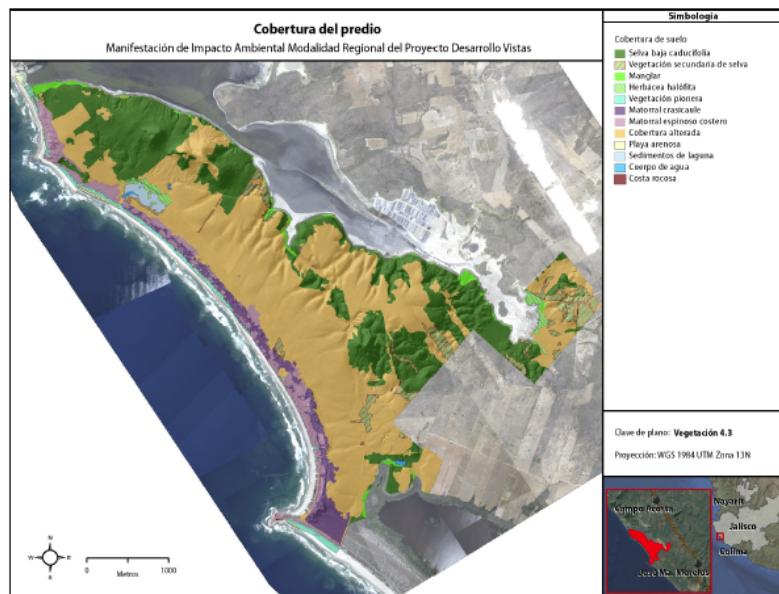


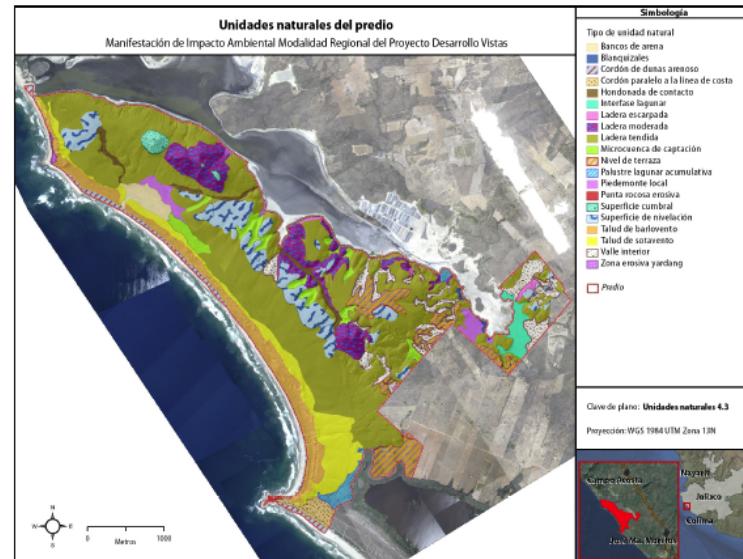
Figura 4.102. Evolución de la distribución de la población por tamaño de localidad para el país, el Estado de Jalisco, la Región de Costa Alegre y el municipio de Tomatlán, para el periodo 1990-2010 (Fuente: Elaboración propia en base al Censo de Población y Vivienda, 2010 de INEGI).



La categoría sin vegetación aparente incluye: caminos/equipamiento, cuerpos de agua/sedimentos/salinas y playa arenosa/costa rocosa. La extensión de la clase caminos/equipamiento es proporcionalmente menor en el predio (6 ha, 0.5% de la superficie del predio) y la ZIP (9 ha, 0.3% de la superficie del ZIP) que en el SAR (400 ha, 1% de la superficie del SAR). La extensión de la clase cuerpos de agua/sedimentos/salinas es proporcionalmente menor en el predio (9 ha, 0.8%) y en el SAR (1,100 ha, 3%) que en la ZIP (620 ha, 23%). La clase playa arenosa/costa rocosa abarca extensiones relativamente pequeñas que no superan el 1% del territorio analizado en ninguna de las tres escalas.

En relación a las categorías de cobertura forestal y de cobertura alterada, las clases con mayor extensión corresponden a la selva baja caducifolia, pastizal-huizachal y pastizal Inducido/agricultura temporal. En las tres escalas de análisis, la selva baja caducifolia abarca alrededor del 30% del territorio, en tanto que el pastizal-huizachal y el pastizal Inducido/agricultura temporal abarcan alrededor del 20% del territorio. La extensión de la selva baja caducifolia resulta considerablemente mayor a la de los demás tipos de cobertura forestal en las tres escalas de análisis (Figura 4.41).

En el predio, se identifican 245 unidades naturales,<sup>24</sup> las cuales se agrupan en 20 tipos de unidades naturales (Mapa 4.49). De los 20 tipos de unidades, la ladera tendida es la que ocupa la mayor superficie (519 ha, 44% de la superficie del predio), las demás unidades naturales ocupan, cada una, menos del 9% de la superficie del predio.



<sup>24</sup> Se toma en cuenta los siguientes factores: geometría y orientación de laderas; pendiente en rangos más detallados; y la cobertura del suelo.

El transporte litoral se calcula a partir de las diferencias en un perfil dado entre dos épocas consecutivas. Las diferencias obtenidas en el volumen de arena transportada entre diferentes épocas del año y el transporte de sedimentos en cada uno de los perfiles se muestra en la Figura 4.30. Los resultados señalan un transporte predominante en dirección sureste a lo largo de la playa, lo cual coincide con los resultados del método de fluorescencia.

En 2009, la comparación de marzo (M2) a enero (M1) muestra una disminución de volumen de arena entre los perfiles 1 a 6, mientras que el perfil 7 presenta un incremento de volumen, que coincide con el transporte de sedimentos en dirección sureste; para los perfiles 8 y 9 no se tiene información en M1 y M2. La diferencia entre junio de 2010 (M3) y marzo de 2009 (M2) muestra un aumento del volumen en los perfiles 1, 2 y 6, junto con una disminución en los perfiles 3, 4, 5 y 7, que refleja el efecto del oleaje perpendicular a la costa. De acuerdo al volumen desplazado frente a los perfiles 5 y 7, se estima una dirección del flujo de sedimento hacia el noroeste. La diferencia entre septiembre de 2010 (M4) y enero de 2011 (M5) muestra un crecimiento en volumen de arena en los perfiles 6, 7 y 8, que coincide con el flujo de sedimento hacia el sureste. Lo anterior coincide con la diferencia observada entre enero de 2011 (M5) y junio de 2010 (M3), con el crecimiento en volumen de los perfiles 1, 3, 5, 6 y 7 (Figura 4.30).

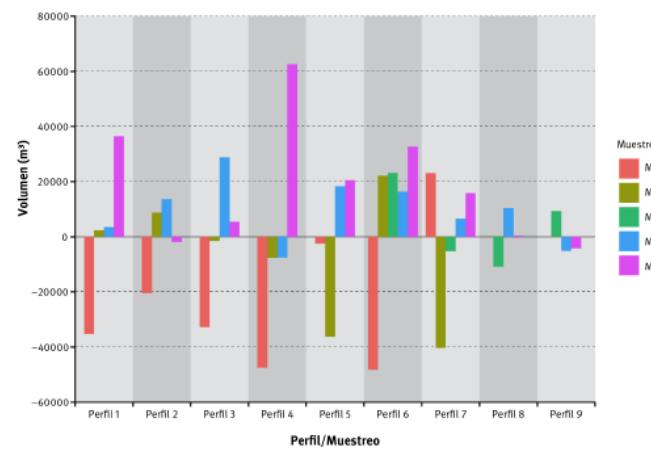


Figura 4.30. Transporte de sedimentos ( $m^3$ ) para cada perfil en diferentes épocas del año.

#### 4.5.1.3 Estructura demográfica

En el año 2010, la pirámide de población tanto a nivel nacional, como en el Estado de Jalisco, la Región de Costa Alegre y el municipio de Tomatlán es de tipo progresiva. Ello indica una alta tasa de natalidad, con poblaciones jóvenes y una esperanza de vida baja con poca población envejecida. En el municipio de Tomatlán la población está en expansión y se compone de población muy joven de ambos sexos. Así, la población predominante del municipio se encuentra en edades comprendidas entre los 0 y 19 años, mientras que para los niveles nacional, estatal y regional, la población predominante comprende los grupos de edad de los 0 a los 24 años (Figura 4.105).

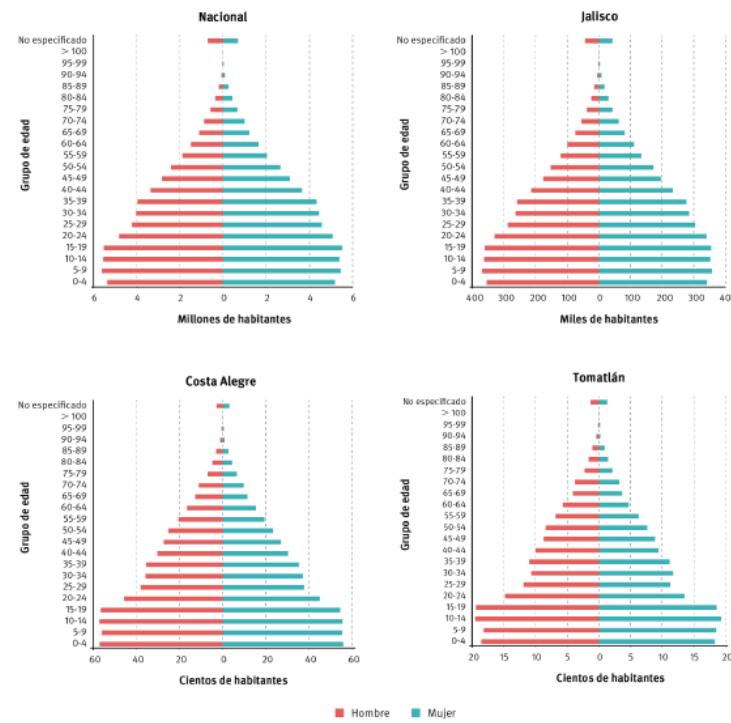
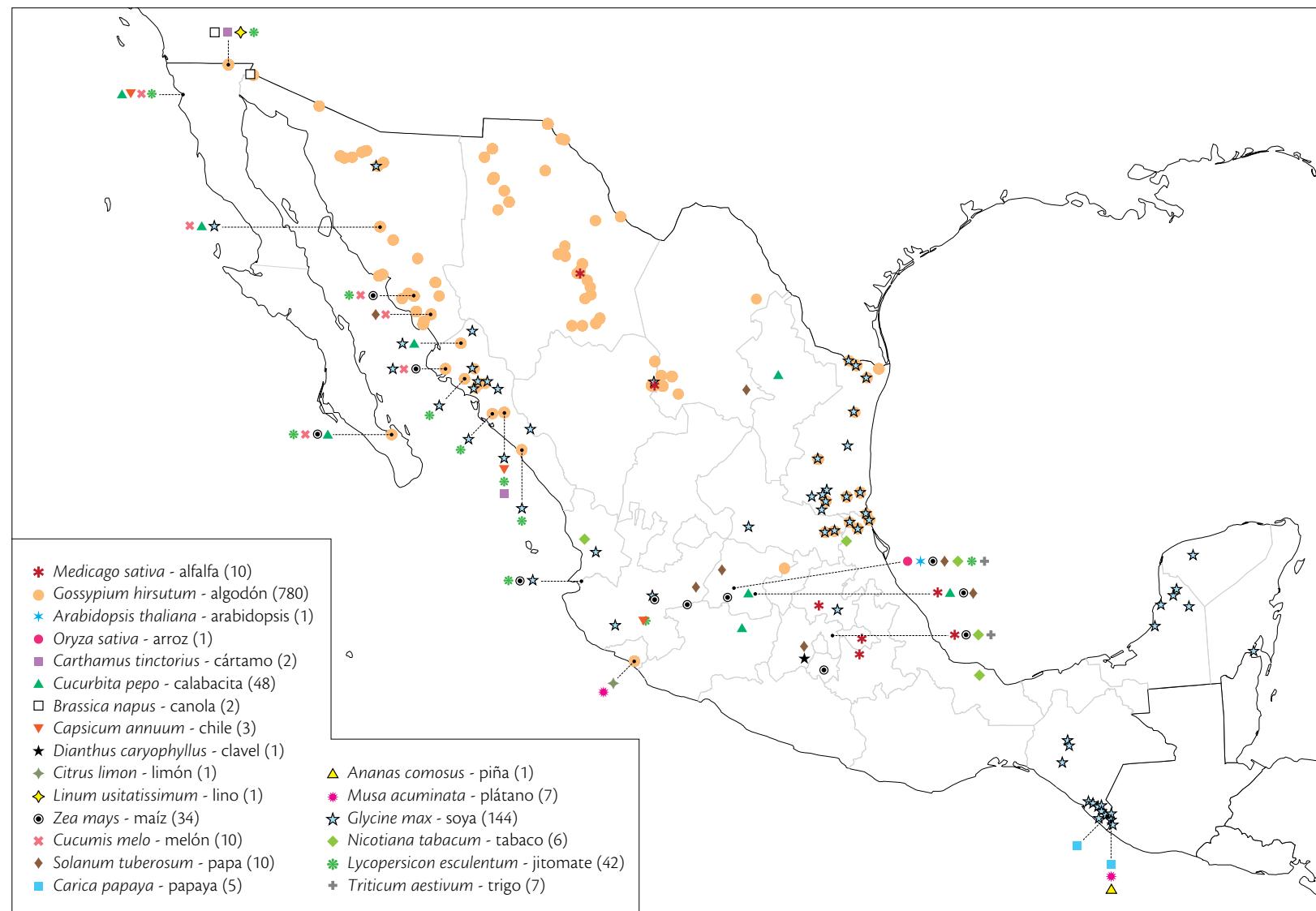
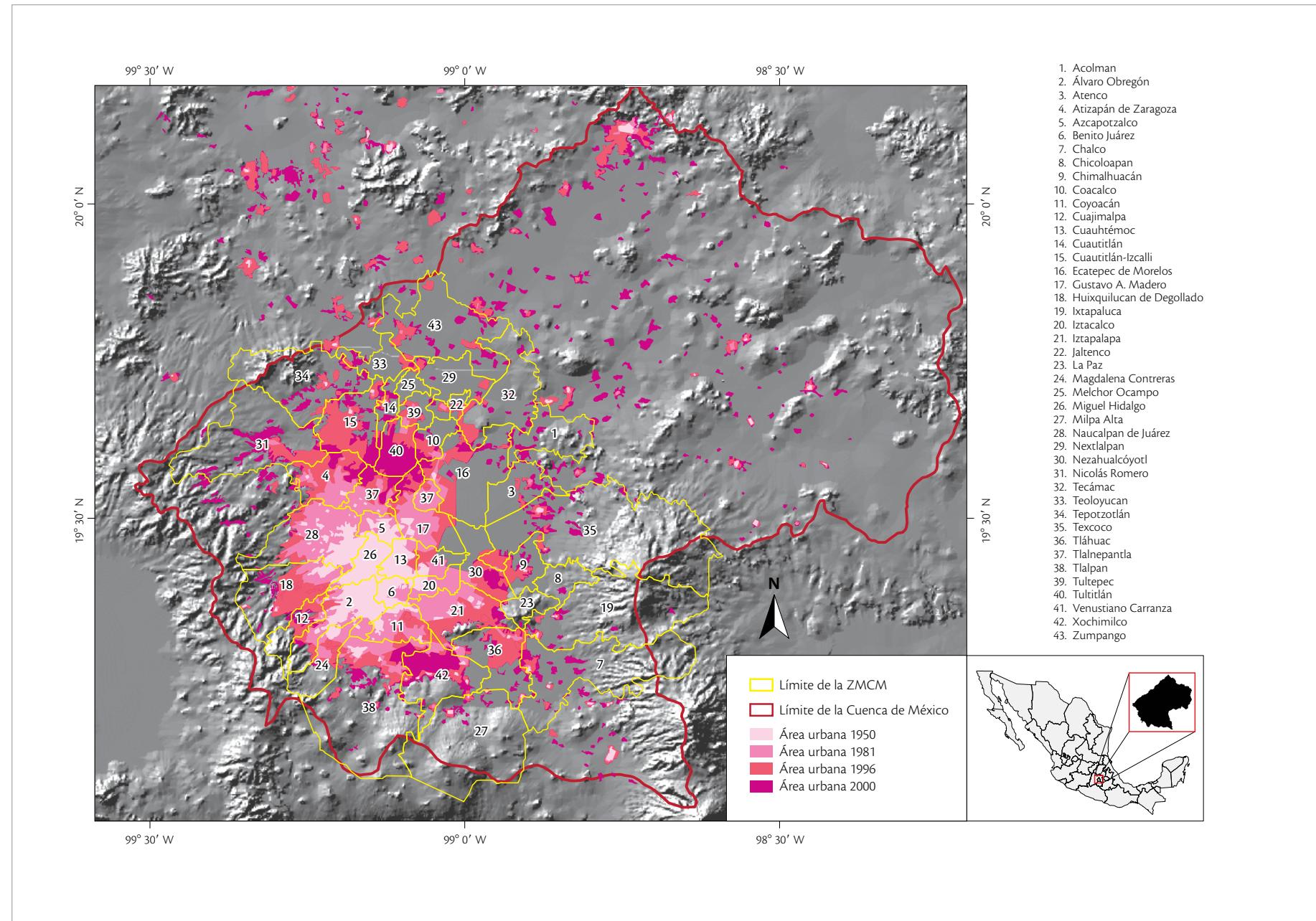


Figura 4.105. Pirámide de población para el país, el Estado de Jalisco, la Región de Costa Alegre y el municipio de Tomatlán, para el año 2010 (Fuente: Censo de población y vivienda, 2010 de INEGI).

**Figura 26**

Liberaciones de OGM en México aprobadas entre 1991 y 2006. Entre paréntesis se indica el número de liberaciones por cultivo (capítulo 7, vol. II).





308 Capital natural de México • Vol. I: Conocimiento actual de la biodiversidad

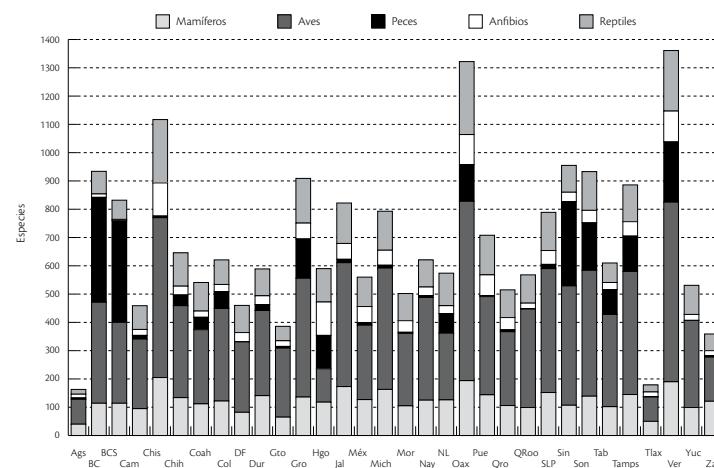


Figura 11.11 Especies de vertebrados registradas en las entidades federativas.

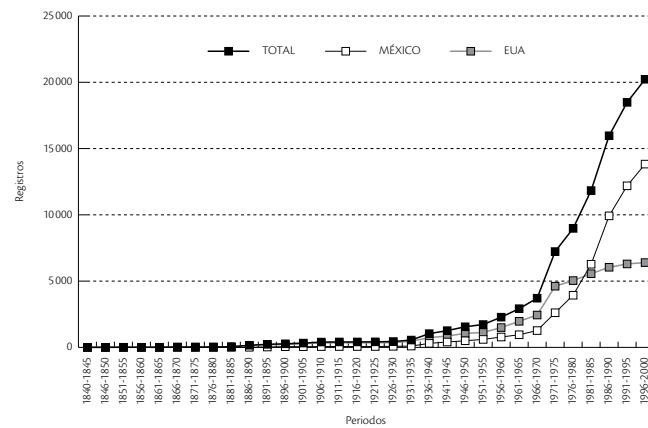


Figura 11.12 Periodos de recolecta de géneros selectos de helechos en México, en herbarios nacionales y de Estados Unidos.

11 • Estado del conocimiento de la biota 309

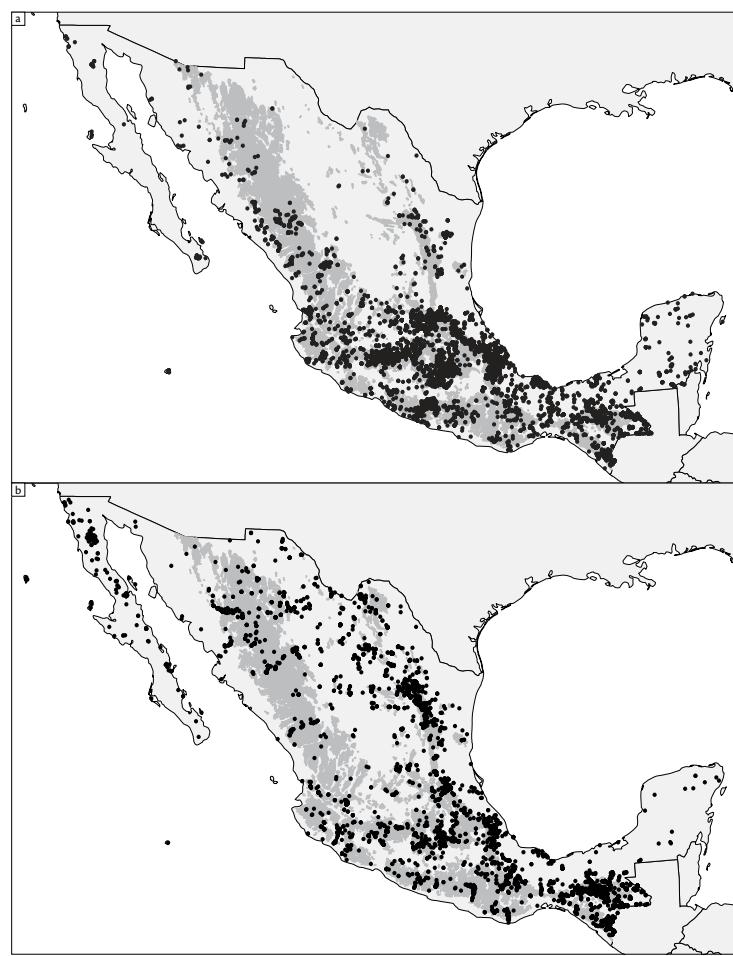


Figura 11.13 Distribución de géneros selectos de helechos en herbarios (a) nacionales y (b) de Estados Unidos.

**Resumen**

Indonesia y México son países que destacan por la correlación estrecha entre su gran diversidad biológica y cultural. México se ubica en el primer lugar en el continente americano y el quinto del mundo por el número de lenguas vivientes en su territorio. Al interior del país, la distribución de la variación lingüística corresponde cercanamente con las áreas de mayor biodiversidad. El conocimiento tradicional de la naturaleza está codificado en el léxico de las lenguas que se hablan en cada región biogeográfica. En este capítulo evaluamos la amplitud de la documentación

etnobiológica disponible para cada una de las 68 agrupaciones dentro de las 11 familias lingüísticas indígenas representadas en México, y para dos lenguas indo-europeas habladas históricamente en el país. La revisión de esa literatura, incluyendo materiales inéditos, nos permite identificar lagunas y definir prioridades para la investigación en la próxima década ante la muerte inminente de varias lenguas. El aislamiento genealógico de algunos linajes lingüísticos pobremente estudiados nos ofrece un criterio adicional de prioridad.

**16.1 INTRODUCCIÓN**

México es una de las áreas más diversas del planeta, tanto en términos biológicos como culturales. Es bien sabido que existe una correspondencia entre biodiversidad y variación cultural a escala global (Harmon 1995: 163; Maffi 2001, 2005; Sutherland 2003), concentrándose ambas en las latitudes tropicales, pero pocos países muestran una concordancia tan marcada como el nuestro (Toledo *et al.* 2001, véase Boege capítulo 15 del volumen II). La correlación es evidente si se contabiliza el número de lenguas habladas en cada territorio, como una forma de cuantificar la diversidad cultural. Siguiendo los criterios de clasificación del *Ethnologue* (Gordon 2005), la base de datos más extensa disponible por ahora, la suma de las lenguas vivas de México nos ubica entre los cinco países más diversos del mundo.

La nomenclatura y clasificación de los seres vivos ha sido documentada en algunas lenguas mexicanas desde el siglo XVI por investigadores indígenas como Martín de la Cruz y Juan Badano (1552), y por estudiosos venidos de Europa como Bernardino de Sahagún (1577-1579). En los siglos subsecuentes el conocimiento indígena de la flora y de la fauna fue objeto de diversos estudios, enfocados en la mayoría de los casos en la farmacopea y en otras especies de interés comercial. En los últimos 40 años se han llevado a cabo en México algunos de los trabajos etnobiológicos más acuciosos publicados hasta ahora en la literatura internacional. El país ha sido uno de los focos de la investigación en este campo precisamente por su gran diversidad biológica y cultural, y también por abarcar la mayor parte de Mesoamérica, una de las pocas áreas en el mundo donde la domesticación de plantas y animales tuvo origen local, aportando el conjunto más

diversificado de cultivos a la agricultura planetaria (Hernández Xolocotz 1998).

A pesar de ser una de las regiones mejor estudiadas, grandes zonas geográficas y varios grupos culturales mexicanos permanecen prácticamente desconocidos para la etnobiología. En este capítulo abordamos el conocimiento tradicional de la biodiversidad tal como es codificado en las lenguas mexicanas. Reseñamos la información sobresaliente acerca de cada una de las familias lingüísticas representadas actualmente en el país para señalar necesidades apremiantes de investigación por la muerte inminente de algunas lenguas, así como prioridades para el trabajo de campo en función del aislamiento genealógico de varios linajes lingüísticos donde no parece haberse hecho a la fecha estudio etnobiológico alguno.

**16.2 LA DIVERSIDAD LINGÜÍSTICA DE MÉXICO**

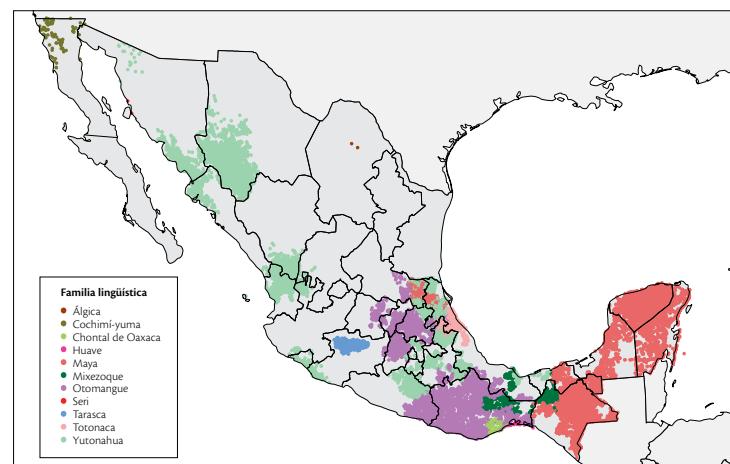
Tomamos como referencia el número de lenguas reportadas por el *Ethnologue* (Gordon 2005) para comparar la diversidad lingüística de México con otros países de América y otras regiones del mundo. Esta base de datos registra 291 lenguas vivas en el país, 1 008 en América y 6 912 en todo el planeta; las lenguas habladas actualmente en México representan así 28.9 y 4.2%, respectivamente, del total continental y mundial.<sup>1</sup> Según esta fuente, la diversidad lingüística documentada en el país es la más alta del continente y ocupa el quinto lugar global (cuadro 16.1). Al seguir los criterios de clasificación del *Ethnologue*, las lenguas mexicanas pertenecen a 11 familias lingüísticas (Fig. 16.1), entre las 61 familias y lenguas aisladas representadas en América y las 140 registradas en

**Cuadro 16.1** Diversidad lingüística de México comparada con otros países

País	Lenguas	Lenguas/área	Familias	Familias/área	Familias restringidas
Papúa Nueva Guinea	820	177.17	14	3.02	8
Indonesia	737	38.98	12	0.63	7
Nigeria	510	55.21	5	0.54	1
India	415	13.11	7	0.22	2
<b>Méjico</b>	<b>291</b>	<b>14.81</b>	<b>11 (12)</b>	<b>0.56</b>	<b>6 (7)</b>
Camerún	279	58.68	4	0.84	0
China	235	2.45	8	0.08	0
Australia	231	3.00	3	0.04	1
República Democrática del Congo	214	9.13	3	0.13	0
Brasil	188	2.21	19	0.22	6
Filipinas	171	54.06	3	0.95	0
Estados Unidos de América	162	1.70	18	0.19	7

Fuentes: Gordon 2005, Inali 2005, *Encyclopaedia Britannica* 2006.

Nota: este cuadro presenta la suma de lenguas y familias lingüísticas vivas en los 12 países más diversos del mundo, siguiendo los criterios de clasificación del *Ethnologue*. La segunda columna muestra el número de lenguas vivientes registradas en cada territorio. La tercera columna presenta un índice de diversidad al dividir el número de lenguas entre el área de cada país expresada en kilómetros cuadrados, multiplicando el resultado por un factor de 100 000. La cuarta columna muestra el total de familias y lenguas no aisladas, y la quinta presenta el índice de diversidad respectivo, calculado de la misma manera que el primero. La sexta indica la cifra de familias y lenguas aisladas restringidas al país, es decir, todas aquellas cuya distribución histórica no sobrepasa las fronteras nacionales. En el caso de Méjico, los números entre paréntesis corresponden a la clasificación del Inali, que difiere del *Ethnologue*.

**Figura 16.1** Familias lingüísticas de México (CONABIO 2008). Véase el apéndice 16.1 (2).

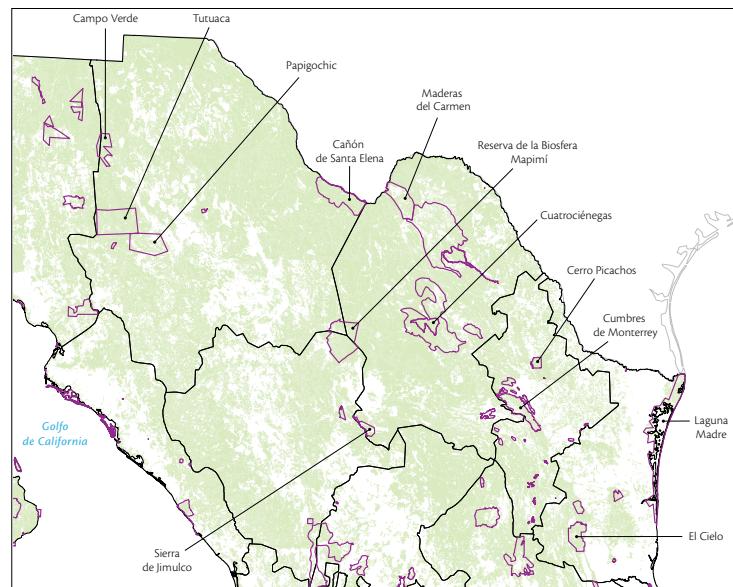
**562** Capital natural de México • Vol. II: Estado de conservación y tendencias de cambio

poniendo en riesgo a muchos ecosistemas protegidos (p. ej. Áreas de Protección de Flora y Fauna Silvestres Valle de Cuatrocienegas) y no protegidos, pese a que el agua es claramente un servicio ambiental fundamentalmente aportado por otros ecosistemas (Echavarría 1999; Perrrot y Davis 2001).

En México se han comenzado a desarrollar los sistemas de pago por servicios ambientales hidrológicos (véase el capítulo 4 de este volumen), pero son menores los esfuerzos dirigidos a garantizar el suministro para la biodiversidad y los ecosistemas como dependientes directos del agua y en general quedan en último lugar de prioridad. Para los ecosistemas que no captan el recurso en las cuencas altas, la disminución del agua disponible se está convirtiendo en una fuente de presión crítica que pone en riesgo su nivel

de resiliencia (Richter *et al.* 2003). Esta presión tiene un efecto sinérgico y no solo aditivo en los impactos adversos del cambio climático global, la deforestación y la contaminación. Recientemente, el Instituto Nacional de Ecología ha comenzado a evaluar los niveles de alteración de los caudales ecológicos (*e-flows*) en todas las cuencas del territorio nacional y esto podría ser el primer paso para garantizar el flujo de agua en cantidad y calidad adecuadas para el mantenimiento de los ecosistemas.

Por todo lo anterior resulta inaplazable que en los programas de manejo y conservación de las áreas prioritarias para la biodiversidad se incluya un componente orientado a conservar las cuencas y las fuentes de agua de que dependen y que pueden localizarse en sitios distantes. Las estrategias de conservación deberán considerar el uso de



**Figura 13.9** Distribución en el noreste de México de los parches con vegetación en condición primaria respecto a algunas ANP.  
Fuente: INEGI (2005).

**13** • Planificación y desarrollo de estrategias para la conservación de la biodiversidad **563**

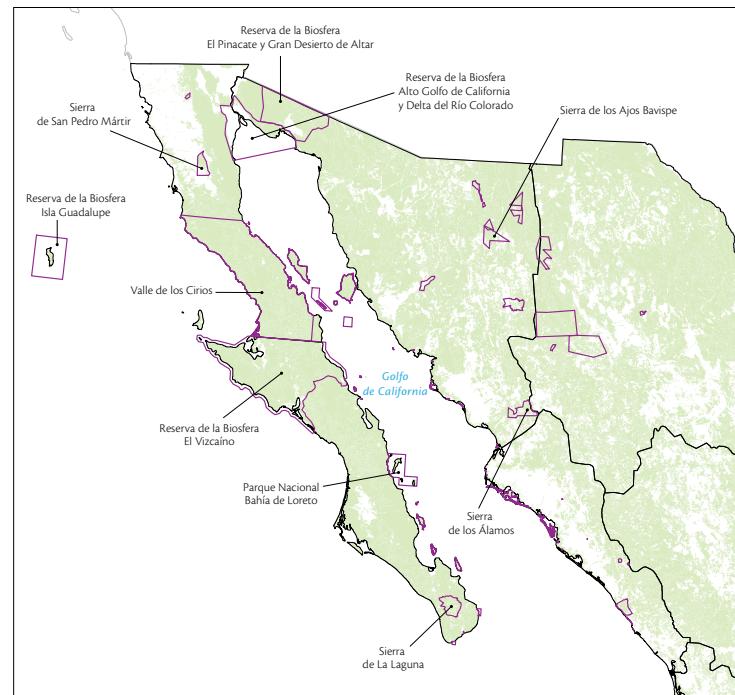
las diversas herramientas legales disponibles para la conservación del agua (Ortiz y Gutiérrez 2004), así como los distintos mecanismos innovadores que se han desarrollado (Emerton y Bos 2004; Rosa *et al.* 2004).

### 13.3.3 Planeación estratégica en el contexto del cambio climático global

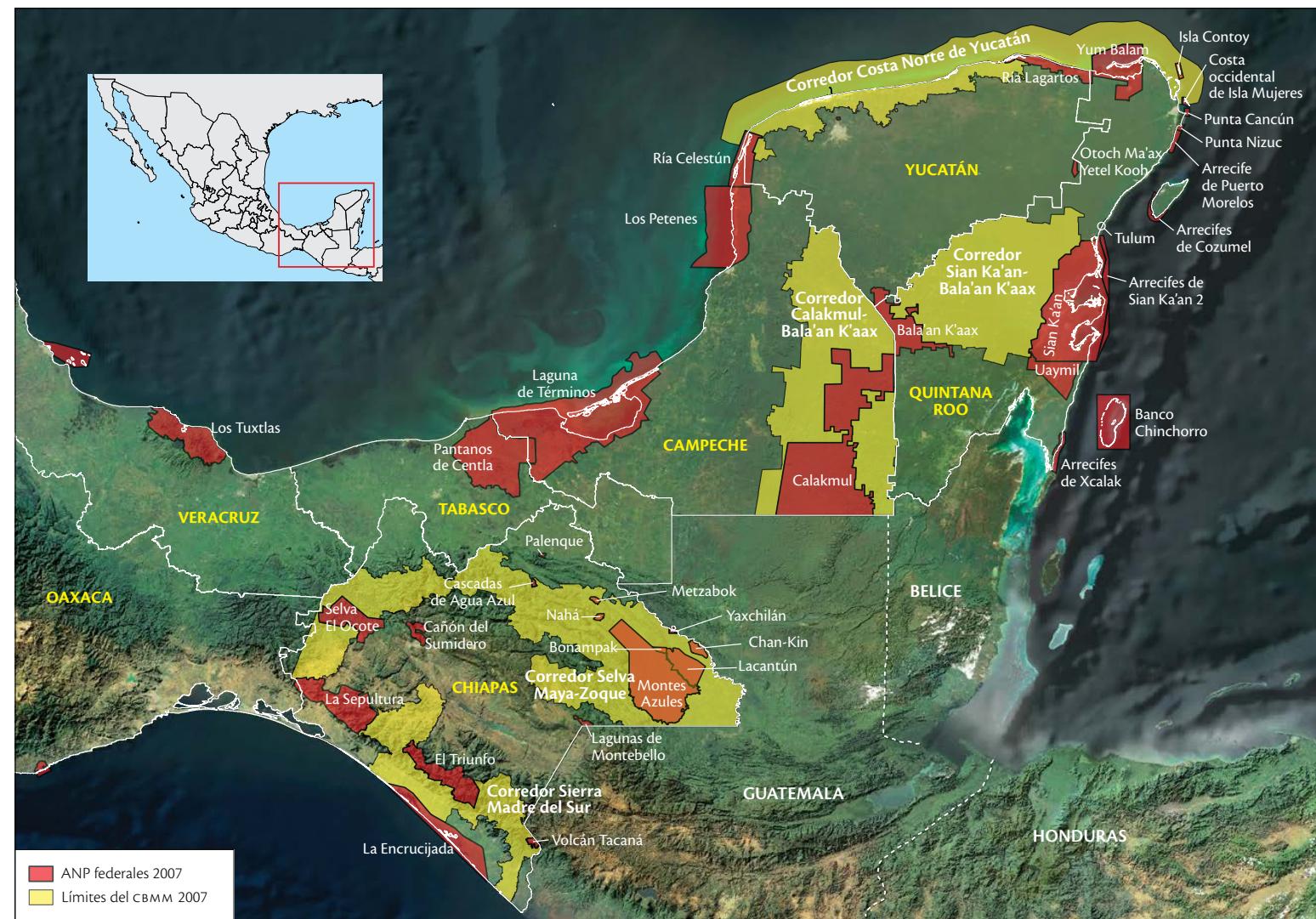
México cuenta ya con una estrategia formal para enfrentar el cambio climático global (Comisión Intersecretarial

de Cambio Climático 2000, 2007), si bien su completa implementación será probablemente un proceso largo y costoso.

Es fundamental señalar que considerando los impactos que se esperan del cambio climático global, aun en los escenarios más conservadores, resulta inaplazable impulsar actividades enfocadas a conservar y restaurar corredores riparios y microcorredores que por un lado promuevan la conectividad entre las áreas naturales protegidas y por otro constituyen una alternativa para los



**Figura 13.10** Distribución en el noroeste de México de los parches con vegetación en condición primaria respecto a algunas ANP.  
Fuente: INEGI (2005).



**Figura 5.3** Corredor Biológico Mesoamericano-Méjico. Fuente: Límites del cbmm, 2007, CONABIO (2007).



**Cliente:** Laboratorio Nacional de Ciencias de la Sostenibilidad \ **Servicios:** Logotipo e identidad gráfica.



**Cliente:** Laboratorio Nacional de Ciencias de la Sostenibilidad  
**Servicios:** Logotipo para el Sistema de Soporte Geográfico para la Planeación Territorial y Marina



**Cliente:** Secretaría de Relaciones Exteriores. Acervo Histórico Diplomático  
**Servicios:** Logotipo y manual de identidad



**Cliente:** Ecosus, consultores ambientales  
**Servicios:** Diseño de logotipo



**Cliente:** Comunidad educativa La Ronda \ **Servicios:** Logotipo



Matraka, Grupo interdisciplinario de gestión cultural \ Diseño de logotipo



Pentagram Alleycat \ Diseño de logotipo y papelería para carrera ciclista



Noise \ Imagen para estampados

		 <p><b>LOTERÍA</b></p> <h2>A ILLUSION OF WATER</h2>
		 <p><b>WATER FOUNDATION</b></p> <p>Ancient Mexico was founded in the lake.</p>
		 <p><b>MEXICO</b></p> <p>Mexico City is located in a geological area originally conformed with volcanoes and lakes.</p>  <p><b>POPOCATEPETL-IXTACCIHUATL</b></p> <p>Ancient glaciers which melt and formed lakes.</p>  <p><b>ISLAND</b></p> <p>The islands live in our imagination as ideal societies. When the Europeans arrived to Mexico this "new world" became a myth changing the ancient order of the world.</p>  <p><b>CODEX</b></p> <p>Aztec <i>codices</i> are ancient books written by pre-Columbian and colonial-era Aztecs.</p>  <p><b>VENICE OF THE NEW WORLD</b></p> <p>Ancient Mexico City was considered the Venice of the New World. A city on the lake, surrounded by three causeways.</p>  <p><b>LAKES</b></p> <p>Center Mexico was a Lake basin conformed by five linked lakes feeded by many rivers.</p>

**Proyecto:** *La Trajinera. A-lusión del Agua.* Proyecto ganador que representó a México en la Cuadrienal de Praga 2015

**Cliente:** Gloria Carrasco & Xóchitl González, creadoras del Proyecto

**Servicios:** Diseño de Lotería y material gráfico



**Cliente:** Cosecha del Té \ **Servicios:** Identidad gráfica. Diseño de etiquetas y empaque

Cosecha de Corazón  
Erongaricuaro, Michoacán  
info@cosecha.coop

Té verde suave, con hojas largas y color ligero

El té verde sencha o "té nuevo" es el té verde clásico de Japón; de primera cosecha, por lo cual tiene un grado alto de teina y es muy estimulante. De hoja larga y delicada, ligeramente dulce y color verdoso. Rico en clorofila y minerales, sobre todo calcio. No es recomendable para hipertensos o padecimientos del corazón.

Cosecha del té. Erongaricuaro, Michoacán  
info@cosecha.coop

2.3 min 80 °C

COSECHA.COOP  
CREMA EARL GREY BERGAMOTA  
orgánica

Cosecha de Corazón  
Erongaricuaro, Michoacán  
info@cosecha.coop

Ingredientes: almendra, néctar de agave, té earl grey, bergamota, sal.

Valor nutritivo por cada 100 g

Grasas	47 g
Saturadas	7 g
Carbohidratos	32 g
Azúcares	3 g
Proteínas	21 g
Sal	0.2 g

Energía ..... 2780 kJ (620 kcal)

Envase retornable. Gracias por comprar productos sostenibles.

COSECHA.COOP  
CREMA DE CACAHUATE  
orgánica

Cosecha de Corazón  
Erongaricuaro, Michoacán  
info@cosecha.coop

Ingredientes: cacahuate tostado, sal de mar.

Valor nutritivo por cada 100 g

Grasas	51g
Saturadas	7 g
Carbohidratos	32 g
Azúcares	3 g
Proteínas	27 g
Sal	0.2 g

Energía ..... 2561 kJ (617 kcal)

Envase retornable. Gracias por comprar productos sostenibles.

COSECHA.COOP  
CREMA DE LAVANDA  
orgánica

Cosecha de Corazón  
Erongaricuaro, Michoacán  
info@cosecha.coop

Ingredientes: crema de almendra, néctar de agave, aceite de coco, flor de lavanda, sal de mar.

Valor nutritivo por cada 100 g

Grasas	46g
Saturadas	7 g
Carbohidratos	32 g
Azúcares	25 g
Proteínas	2.9 g
Fibras	1.8 g

Energía ..... 2780 kJ (620 kcal)

Envase retornable. Gracias por comprar productos sostenibles.

COSECHA.COOP  
MERMELADA DE BERGAMOTA, AZAFRÁN, LIMÓN Y PERA  
orgánica

Cosecha de Corazón  
Erongaricuaro, Michoacán  
info@cosecha.coop

Ingredientes: néctar de agave, aceite de coco, flor de lavanda, sal de mar.

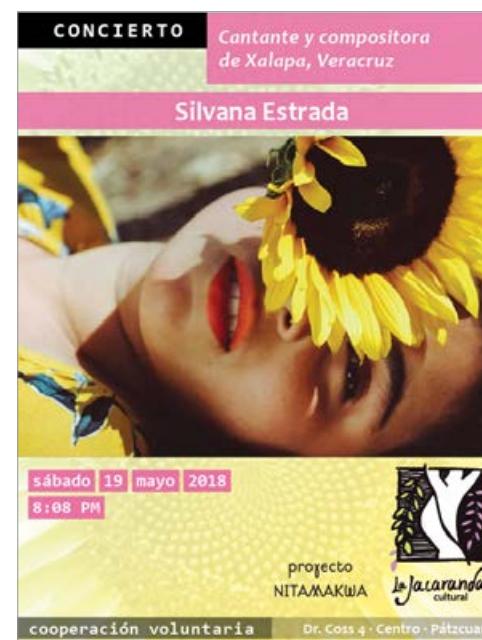
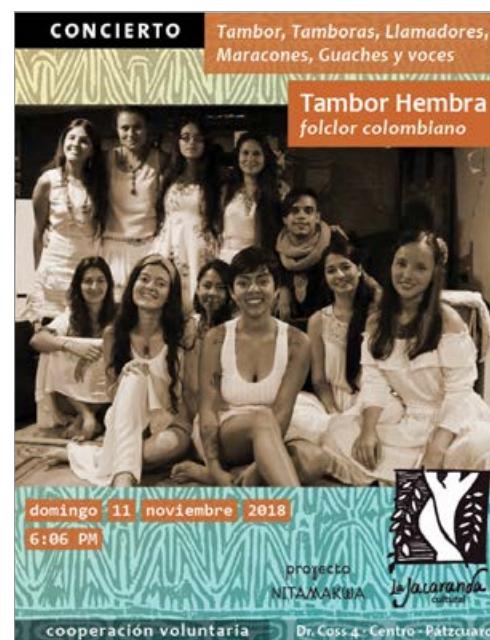
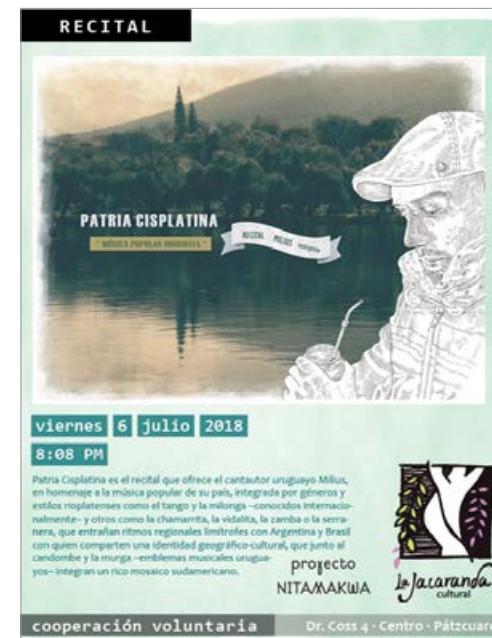
Valor nutritivo por cada 15 g

Grasas	0.9 g
Fibra dietética	0.9 g
Azúcares totales	6 g
Sodio	2.8 mg

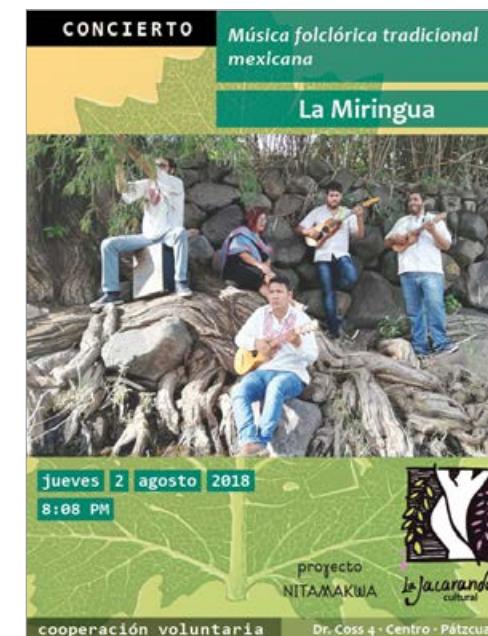
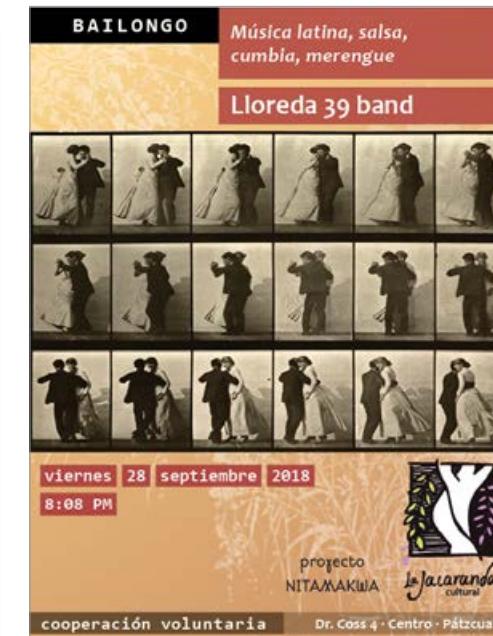
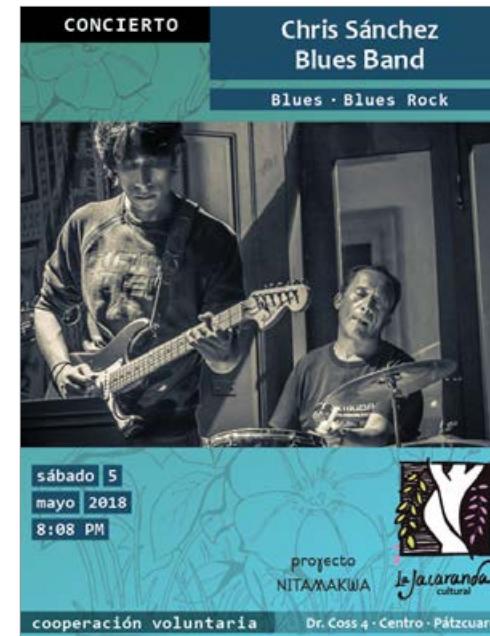
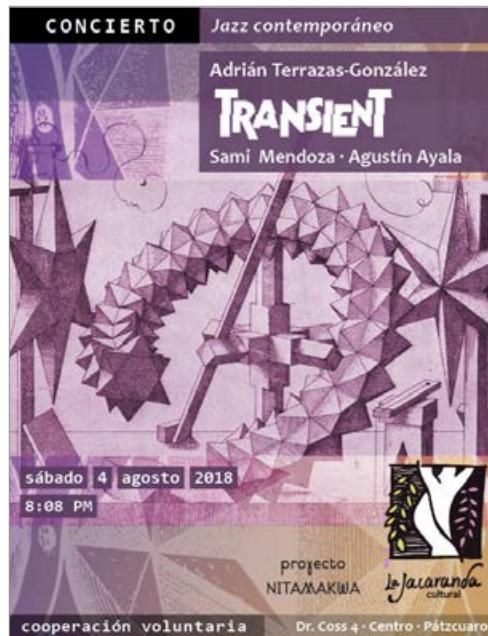
Energía ..... 29.2kcal

Envase retornable. Gracias por comprar productos sostenibles.

**Cliente:** Cosecha de Corazón  
**Servicios:** Diseño de etiquetas



Cliente: La Jacaranda Cultural / Proyecto Nitamakwa \ Servicios: Identidad gráfica. Diseño de carteles



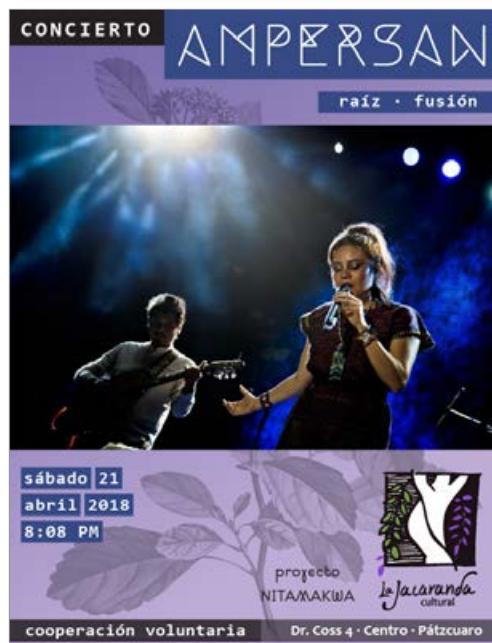
Cliente: La Jacaranda Cultural / Proyecto Nitamakwa \ Servicios: Identidad gráfica. Diseño de carteles



**TEMPORADA DE MUERTOS 2018**

Evento	Artistas	Fecha	Hora	Imagen
<b>La Rema</b>	Música de cámara de Tierra Caliente. Julián Martínez y Jaime Mier, violín y guitarra	martes 30 de octubre	8:08 PM	
<b>Kústakua</b>	Música Purépecha. Sones, abajeños	miércoles 31 de octubre	8:08 PM	
<b>Conjunto Regional Ajuchitlán</b>	Música tradicional de Tierra Caliente. Ofrenda musical a J. Natividad Leandro Chávez "El Palillo"	jueves 1 de noviembre	8:08 PM	
<b>Los Carácuarios de Serafín Ibarra</b>	Música de Tierra Caliente de la Cuenca del Río Balsas. Sones, gustos, pasos dobles, valses, minuettes, abajeños	viernes 2 de noviembre	8:08 PM	
<b>Orquesta Uarhipeni</b>	Música Purépecha. Aientos de caña (clarinete, saxofón), aientos de metal (trompeta, trombón) y cuerdas (bajo y vihuela)	sábado 3 de noviembre	8:08 PM	
<b>Cuentos Peregrinos</b>	Julio de la Calle y Mariana Calle	domingo 4 de noviembre	5:05 PM	

cooperación voluntaria Dr. Coss 4 · Centro · Pátzcuaro



Cliente: La Jacaranda Cultural / Proyecto Nitamakwa \ Servicios: Identidad gráfica. Diseño de carteles

**TALLERES FESTIVAL HUMMINGBIRD**

viernes 23 a domingo 25 de noviembre

sede: Kopikwa/Plaza

- Taller de introducción a los géneros musicales:
  - > Música de Tierra Caliente - Hugo Reynoso
  - > Música Purépecha - Julián Martínez
  - > Bluegrass - Jesse Iaquinto

de 11 AM a 2 PM

sede: La Jacaranda Cultural

- Taller Vocal Harmony (armonía vocal) - Carla Gover
- Taller de zapateado-clogging:
  - > Clogging - Carla Gover
  - > Tierra caliente - Itzi Yoliztli Talavera Castrejón

de 10 AM a 11:30 AM

de 12 PM a 2:30 PM

entrada libre (se aceptan donativos)







Dr. Coss 12

Dr. Coss 4 · Centro · Pátzcuaro



projecto NITAMAKWA



La Jacaranda cultural

**CONCIERTO** **Bluegrass**



► Fireside Collective

► Cornbread & Tortillas





miércoles 21 noviembre 2018

7:07 PM



21 al 26 de noviembre  
PÁTZCUARO · TZINTZUNTZAN · QUIROGA



cooperación voluntaria

projecto NITAMAKWA



Dr. Centro · Pátzcuaro

Cliente: La Jacaranda Cultural / Proyecto Nitamakwa \ Servicios: Identidad gráfica. Diseño de carteles

**CONCIERTO**

- ▶ Free Jazz
- ▶ Sax y guitarra

## Natalio Sued y Juan Pablo Arredondo



viernes 27 julio 2018  
8:08 PM

projecto  
NITA/MAKWA

cooperación voluntaria Dr. Coss 4 · Centro · Pátzcuaro



**CONCIERTO**

*Latino, fusión, blues,  
jazz tradicional y jazz mexicano*

## Trío Jizzy

Gerardo Estrada, piano  
Enrique Hernández, bajo  
Lalo Torres, batería



sábado 1 diciembre 2018  
8:08 PM

projecto  
NITA/MAKWA

cooperación voluntaria Dr. Coss 4 · Centro · Pátzcuaro



Cliente: La Jacaranda Cultural / Proyecto Nitamakwa \ Servicios: Identidad gráfica. Diseño de carteles