Facultatea de Automatica si Calculatoare, Universitatea Politehnica din Bucuresti

Computer Science & Engineering Department

Examen Partial MN

Student: ______________________________ **Grupa:** __________

Descriere curs:	**MN, An I, Semestrul II**
Titlu curs:	**Metode Numerice**
Profesor:	**Conf.dr.ing. Florin POP**
Durata examenului:	90 minute
Tip Examen:	**Closed Book**
Materiale Aditionale:	**Nu! Fara telefoane mobile!!!**
Numar pagini:	______________

Rezultate Examen	
Subiect	Punctaj
1	/3
2	/4
3	/3
4	/3
$\sum$	/13

Subiecte (Seria CC)

3 puncte **1.** Se considera matricea $A \in R^{n\times n}$, cu $a_{ij} = \begin{cases} n+j-i+1 & pentru \quad j<i \\ j-i+1 & pentru \quad j \geq i \end{cases}$; (a) Scrieti A desfasurata. (b) Fie sistemul $(A+mI_n)x=b$. Discutati in raport cu m convergenta metodei Jacobi. (c) Scrieti o functie Matlab care implementeaza metoda Jacobi.

4 puncte **2.** Fie $A \in R^{n\times n}$. a) Scrieti algoritmii de triangularizare folosind reflectori Householder daca matricea A este tridiagonala simetrica si este memorata economic prin 2 vectori a (sub si supra diagonala) si d (diagonala); (b) Aplicati algoritmul Gram-Schmidt daca `d=[2 2 2 2]` si `a = [1 1 1]`; (c) O matrice $J_n = \begin{bmatrix} I_p & 0 \\ 0 & -I_q \end{bmatrix}$, $p+q=n$ re-defineste un reflector $U = I_n - \frac{uu^T J_n}{\beta}$, $\beta = \frac{1}{2}||u||_J^2$ (norma $||\cdot||_J$ se calculeaza pe baza prodului scalar $< x, y >= y^T Jx$). Ce proprietati ale reflectorului se pastreaza prin aceasta re-definire (simetrie, ortogonalitate, conservarea normelor, proprietatea de reflexie $Ux = -\sigma e_1$)?

3 puncte **3.** Pentru matricea $A \in R^{n\times n}$, fie spectrul $\lambda(A) = \{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n\}$ si vectorii proprii $x(A) = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. Se formeaza matricea $B = A - \lambda_i x_i y_i^T$ cu x_i si y_i vectorii proprii la dreapta, respectiv la stanga; a) Calculati $\lambda(B)$ si $x(B)$; b) Definiti o functie care calculeaza o pereche proprie dominanta prin metoda putetii directe: `function [lmbd, x, OK]=direct(A, y, max, tol)` si o functie care calculeaza matricea B daca se dau λ_i si x_i: `function [B]=Hotelling(A,lmbd,x)`. c) Folosind cele doua functii calculati valorile proprii si vectorii proprii pentru o matrice A.

3 puncte **4.** BONUS. (a) Prezentati un algoritm eficient pentru rezolvarea sistemului $A^k x = b$, $A \in R^{n\times n}$ nesingulara, $b \in R^n$ si $k \in N$, $k > 0$. (b) Demonstrati ca orice matrice ortogonala se poate scrie ca produs de reflectori elementari. (c) Daca matricea $A \in R^{n\times n}$ are valorile proprii λ_i, vectorii proprii la dreapta x_i si la stanga y_i, aratati ca $A = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i y_i^T$.