

# Proiectarea Algoritmilor

**Ștefan Trăușan-Matu**

stefan.trausan@cs.pub.ro

trausan@gmail.com

## Obiectivele cursului

- Discutarea relației dintre:
  - caracteristicile problemelor,
  - modul de rezolvare,
  - calitatea soluțiilor.

# Obiectivele cursului

- Discutarea relației dintre:
  - caracteristicile problemelor,
  - modul de rezolvare
  - **calitatea soluțiilor =**
    - cost minim (complexitate minimă)
    - corectitudine
    - aproximare bună

## Obiectivele cursului

- Cunoașterea unui set important de algoritmi și metode de rezolvare a problemelor de algoritmică

## Obiectivele cursului

- Prezentarea principalelor scheme de algoritmi,
- a performanțelor acestora și
- a problemelor la care se pot aplica

## Obiectivele cursului

- Compararea variantelor unor algoritmi pentru rezolvarea problemelor dificile.

## Obiectivele cursului

- Utilizarea teoriei predate la curs pentru
  - proiectarea algoritmilor de rezolvare pentru probleme
    - tipice și
    - dificile
  - întâlnite în practica dezvoltării sistemelor de programe.

## Obiectivele cursului

- Dezvoltarea abilitatilor de adaptare a unui algoritm la o problema din viata reala



## Obiectivele cursului

- Dezvoltarea abilitatilor de lucru in echipa

## Obiectivele cursului

- Dezvoltarea CREATIVITĂȚII în proiectarea algoritmilor

# Gândirea laterală <http://www.edwdebono.com/lateral.htm>

- **1. "You cannot dig a hole in a different place by digging the same hole deeper"**
  - This means that trying harder in the same direction may not be as useful as changing direction. Effort in the same direction (approach) will not necessarily succeed.
- **2. "Lateral Thinking is for changing concepts and perceptions"**
  - With logic you start out with certain ingredients just as in playing chess you start out with given pieces. But what are those pieces? In most real life situations the pieces are not given, we just assume they are there. We assume certain perceptions, certain concepts and certain boundaries. Lateral thinking is concerned not with playing with the existing pieces but with seeking to change those very pieces. Lateral thinking is concerned with the perception part of thinking. This is where we organise the external world into the pieces we can then 'process'.
- **3. "The brain as a self-organising information system forms asymmetric patterns. In such systems there is a mathematical need for moving across patterns. The tools and processes of lateral thinking are designed to achieve such 'lateral' movement. The tools are based on an understanding of self-organising information systems."**
  - This is a technical definition which depends on an understanding of self-organising information systems.
- **4. "In any self-organising system there is a need to escape from a local optimum in order to move towards a more global optimum. The techniques of lateral thinking, such as provocation, are designed to help that change."**

## Gândirea paralelă <http://www.edwdebono.com/lateral.htm>

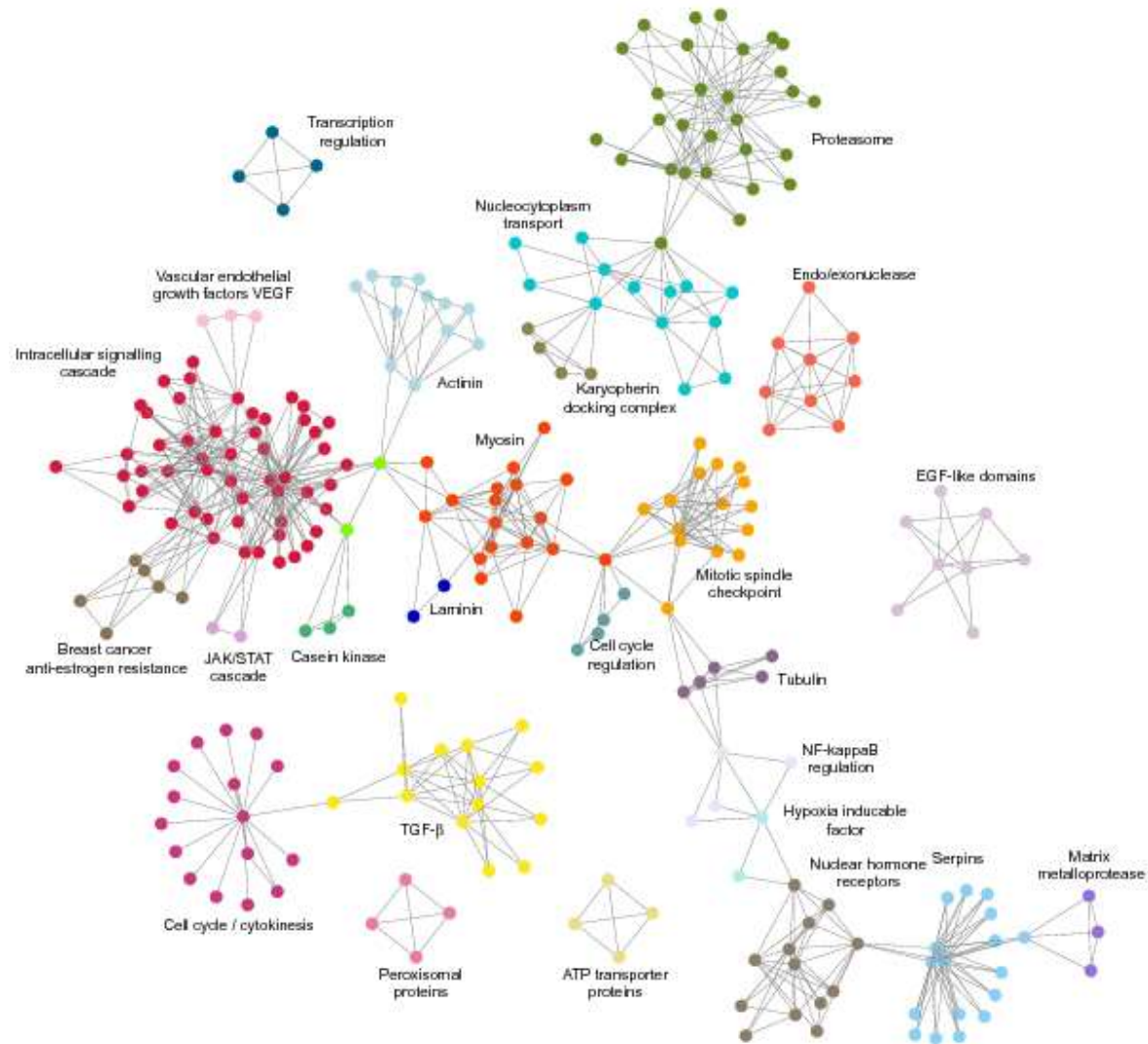
- **Parallel thinking is best understood in contrast to traditional argument or adversarial thinking.**
- With 'parallel thinking' both sides (or all parties) are thinking in parallel in the same direction. There is co-operative and co-ordinated thinking. The direction itself can be changed in order to give a full scan of the situation. But at every moment each thinker is thinking in parallel with all the other thinkers. There does not have to be agreement. Statements or thoughts which are indeed contradictory are not argued out but laid down in parallel. In the final stage the way forward is 'designed' from the parallel thought that have been laid out.
- A simple and practical way of carrying out 'parallel thinking' is the Six Hats™ method which is now being used widely around the world both because it speeds up thinking and also because it is so much more constructive than traditional argument thinking.

Exemple de probleme

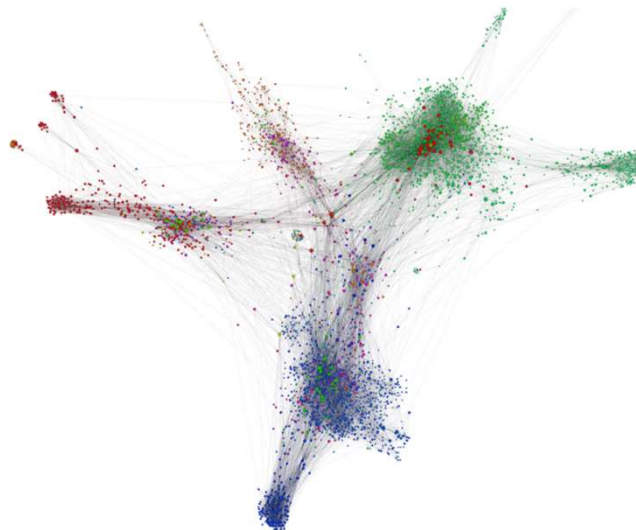
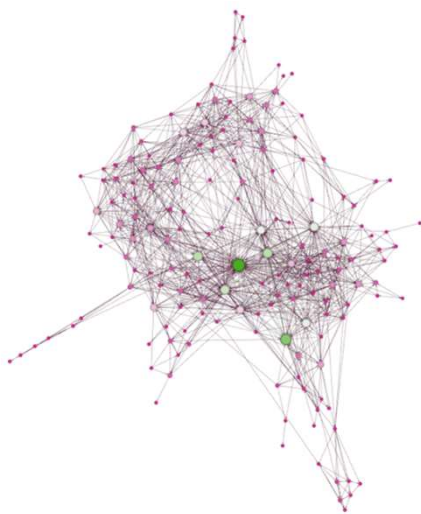
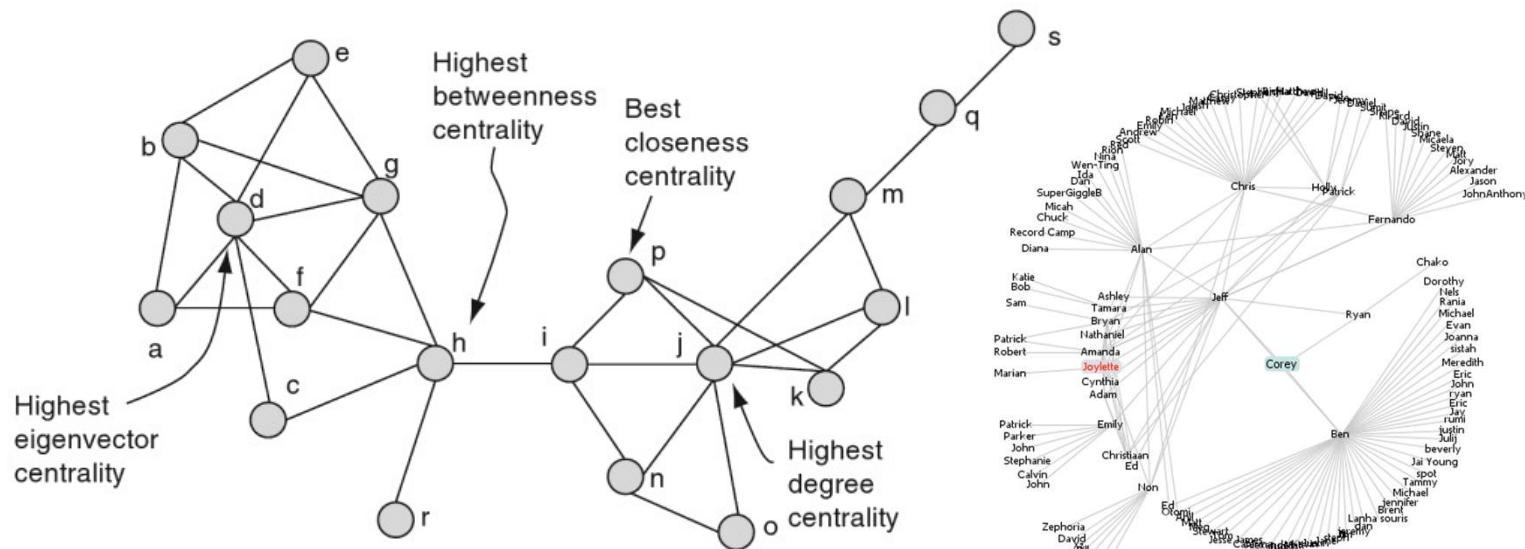
# Probleme

- Uzuale:
  - Alocare de resurse
  - Drumuri minime
  - Conectivitate
  - Optimalitatea rețelelor
  - Analiza erorilor

# Rețele sociale



# Analiza rețelelor sociale

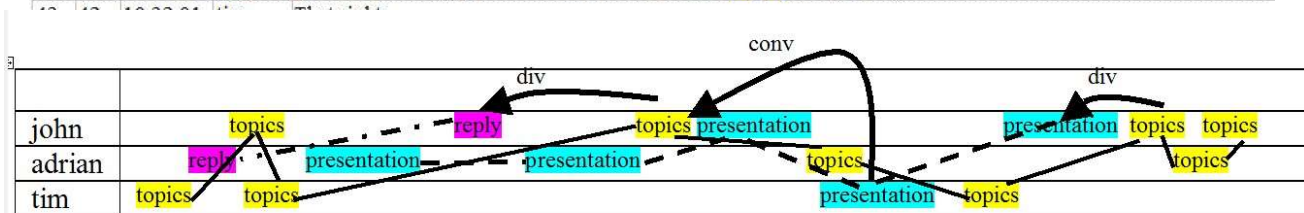




# Analiza limbajului natural – Polyphonic analysis

(Trausan-Matu & Stahl, 2007, <http://gerrystahl.net/vmtwiki/stefan.pdf>)

Nr	Ref	Time	User	Text
17		10.26.25	tim	You discussed about a <b>topic separation</b>
18	15	10.26.37	adrian	First of all, <b>the reply method</b> is cumbersome
19	17	10.26.50	john	yes, because we did not like the way the <b>topics</b> were presented in concert chat
20	18	10.26.56	john	yes !!
21	20	10.27.04	john	i hate <b>double-clicking</b> !
22	20	10.27.18	tim	and how can we find <b>topics</b> ?
23	18	10.27.26	adrian	What bothers me is the <b>linear presentation</b> of the discussion
24	23	10.27.43	john	Yep
25	18	10.27.46	adrian	and <b>double-clicking</b> too
26		10.27.54	tim	You mean u want something like a chat forum? :D
27	24	10.27.58	john	and the <b>reply-to</b> facility is supposed to help you
28	18	10.28.15	adrian	i'd like a <b>tree presentation</b> more
29	18	10.28.38	adrian	or maybe multiple chat columns, for each chat sub-thread
30	27	10.28.58	john	but it is really difficult to use in real time, because there are so many <b>topics</b> discussed which intertwine each other
31	28	10.29.18	john	i subscribe to a <b>tree-like presentation</b> form
32	P 30	10.29.20	adrian	yes, that's why a clear separation of <b>topics</b> is needed
33	31	10.29.47	adrian	this is easy to implement, no problem here :)
34	30	10.29.49	tim	You need also a clever visual <b>representation</b>
35	30	10.30.05	tim	you'll need also a clever visual interface
36		10.30.22	tim	Who decides the <b>topics</b> ?
37	33	10.30.33	john	i suppose you are referring to the <b>visual representation</b> , right?
38	37	10.30.45	john	What i would like is a clever way to separate the <b>topics</b> :)
39	38	10.30.59	john	not just doing it myself, manually
40	37	10.31.00	adrian	Yeah
41	39	10.31.44	adrian	When you start a new thread (a new message, non-related to other message), the app can <b>assume a new topic</b>
42	39	10.31.46	john	i would like the application to be able to detect w <b>topic change</b> all by itself



## Planul cursului (1)

- Scheme de algoritmi
  - divide&impera
  - rezolvare lacomă (Greedy) - arbori Hufmann
  - programare dinamică – AOC
  - backtracking cu optimizări
  - propagarea restricțiilor.

## Planul cursului (2)

- Algoritmi pentru grafuri
  - parcurgeri,
  - sortare topologică,
  - componente tare conexe,
  - puncte de articulație, punți,
  - arbori minimi de acoperire,
  - drumuri de cost minim,
  - fluxuri.

## Planul cursului (3)

- Rezolvarea problemelor prin căutare euristică
  - $A^*$
  - $AO^*$
  - $\alpha$ - $\beta$
  - Completitudine și optimalitate, caracteristici ale euristicilor.
- Algoritmi aleatorii
  - Las Vegas
  - Monte Carlo
  - aproximare probabilistică

# Evaluare

- Examen 4 p
- Laborator 6 p
- 50% condiție de absolvire atât a laboratorului cât și a examenului

# Bibliografie

- *Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald R. Rivest.*  
Introdúcere in Algoritmi, Ed. Agora,
- *Cristian Giumale,* Introdúcere in Analiza Algoritmilor, Ed. Polirom  
2004

# ATENTIE!

- Prezentările (“slide”-urile) de la curs sunt doar o parte din conținutul cursului, nu sunt suficiente pentru pregătirea teoriei pentru examen – la curs se mai spun și lucruri în plus

CURS 1



# Curs 1 - cuprins

- Scheme de algoritmi
- Divide et impera
  - Exemplificare folosind sortare prin interclasare ("merge sort")

Scheme de algoritmi

Divide & Impera

# Scheme de algoritmi

- Prin scheme de algoritmi intelegem tipare comune pe care le putem aplica in rezolvarea unor probleme similare
- O gama larga de probleme se poate rezolva folosind un numar relativ mic de scheme
- => Cunoasterea schemelor determina o rezolvare mai rapida si mai eficienta a problemelor

## Divide et impera (1)

- Schemă generală de rezolvare de probleme (chiar și în viața cotidiană)
- Ideea (divide și cucerește) este atribuită lui Filip al II-lea, regele Macedoniei (382-336 î.e.n.), tatăl lui Alexandru cel Mare și se referă la politica acestuia față de statele grecești

## Divide et impera (2)

- Schema Divide et impera consta in 3 pasi la fiecare nivel al recurentei:
  - **Divide** problema data intr-un numar de subprobleme
  - **Impera (cucereste)** – subproblemele sunt rezolvate recursiv. Daca subproblemele sunt suficient de mici ca date de intrare se rezolva direct (iesirea din recurenta)
  - **Recombina** – solutiile subproblemelor sunt combinate pentru a obtine solutia problemei initiale

# Divide et impera – Avantaje si Dezavantaje

- Avantaje
  - Produce algoritmi eficienti
  - Descompunerea problemei in subprobleme faciliteaza paralelizarea algoritmului in vederea executiei sale pe mai multe procesoare
- Dezavantaje
  - Se adauga un overhead datorat recursivitatii (retinerea pe stiva a apelurilor functiilor)

## Exemplu - Merge sort (1)

- Algoritmul Merge Sort este un exemplu clasic de rezolvare cu ajutorul divide et impera
- **Divide:** Împarte secvența celor  $n$  elemente ce trebuie sortate în 2 secvențe de lungime  $n/2$
- **Impera:** Sorteaza secvențele recursiv folosind *merge sort*
- **Recombina:** Secvențele sortate sunt ansamblate pentru a obține vectorul sortat
- Recurenta se oprește când secvența ce trebuie sortată are lungimea 1 (un vector cu un singur element este întotdeauna sortat 😊 )
- Operația cheie este ansamblarea soluțiilor parțiale folosind interclasarea



## Merge Sort (2)

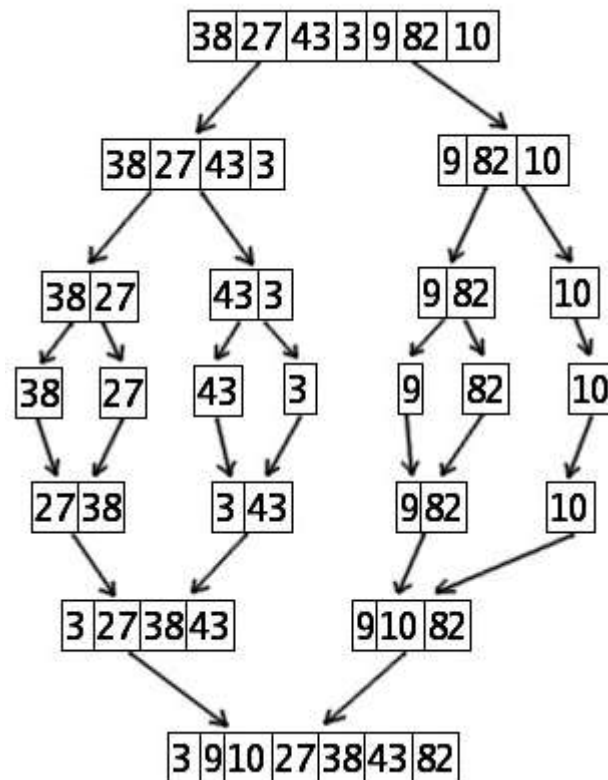
- Algorithm (adaptat din Cormen)
  - M-SORT( $A, p, r$ )
  - **if**  $p < r$
  - **then**  $q \leftarrow \lfloor (p + r)/2 \rfloor$  //divide
  - M-SORT( $A, p, q$ ) //impera
  - M-SORT( $A, q + 1, r$ )
  - MERGE( $A, p, q, r$ ) //recombina

# Merge Sort () – Algoritmul de interclasare

- Algoritm [Cormen]
  - MERGE( $A, p, q, r$ )
  - 1         $n1 \leftarrow q - p + 1$
  - 2         $n2 \leftarrow r - q$
  - 3        create arrays  $L[1 \rightarrow n1 + 1]$  and  $R[1 \rightarrow n2 + 1]$
  - 4        **for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $n1$
  - 5                **do**  $L[i] \leftarrow A[p + i - 1]$
  - 6        **for**  $j \leftarrow 1$  **to**  $n2$
  - 7                **do**  $R[j] \leftarrow A[q + j]$
  - 8         $L[n1 + 1] \leftarrow \infty$
  - 9         $R[n2 + 1] \leftarrow \infty$
  - 10        $i \leftarrow 1$
  - 11        $j \leftarrow 1$
  - 12       **for**  $k \leftarrow p$  **to**  $r$
  - 13                **do if**  $L[i] \leq R[j]$
  - 14                        **then**  $A[k] \leftarrow L[i]$
  - 15                         $i \leftarrow i + 1$
  - 16                **else**  $A[k] \leftarrow R[j]$
  - 17                         $j \leftarrow j + 1$

# Exemplu functionare Merge Sort

- Exemplu functionare [Wikipedia]



# MergeSort - Complexitate

•  $T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n)$

numar de subprobleme

dimensiunea subproblemelor

complexitatea interclasarii

=> (din T. Master)  $T(n) = \Theta(n \log n)$

# Divide et impera – alte exemple (I)

- Calculul puterii unui numar  $x^n$ 
  - Algoritm “naiv”
    - pentru  $i=1 \rightarrow n$   $rez=rez*x$ ; return rez
    - complexitate  $\Theta(n)$

## Discuție

# Divide et impera – alte exemple (I)

- Calculul puterii unui numar  $x^n$ 
  - Algoritm “naiv”
    - pentru  $i=1 \rightarrow n$   $rez=rez*x$ ; return rez
      - complexitate  $\Theta(n)$
  - Algoritm divide et impera
    - daca  $n$  este par
      - return  $x^{n/2}x^{n/2}$
    - daca  $n$  este impar
      - return  $xx^{(n-1)/2}x^{(n-1)/2}$
    - complexitate:  $T(n)=T(n/2)+\Theta(1) \Rightarrow T(n)=\Theta(\log n)$

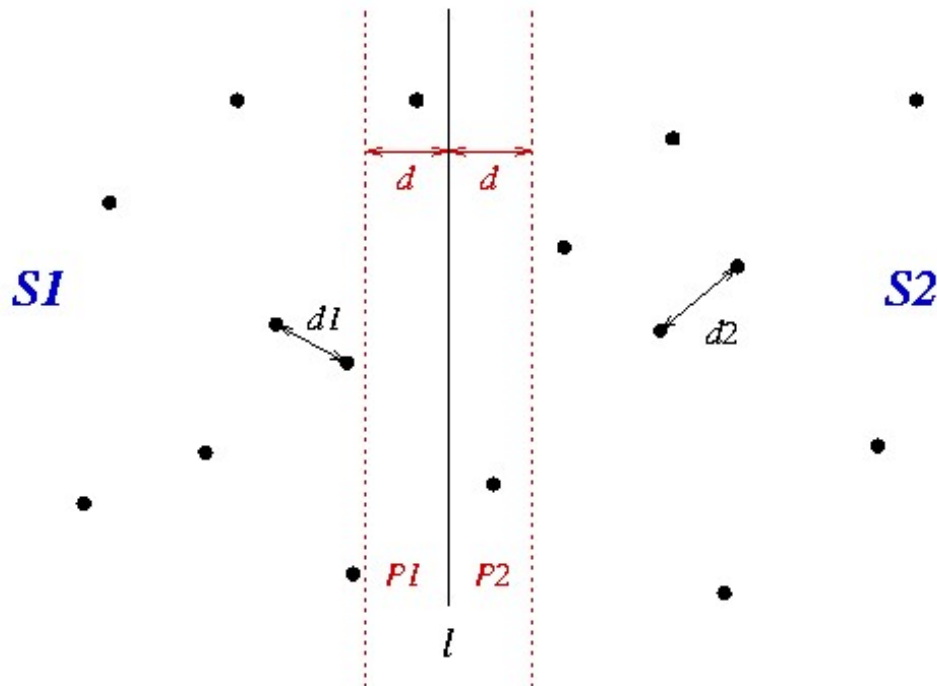
## Divide et impera – alte exemple (II)

- Identificarea celei mai scurte distante intre 2 puncte din plan
  - algoritmul naiv –  $\Theta(n^2)$

Discuție

# Divide et impera – alte exemple (II)

- identificarea celei mai scurte distante intre 2 puncte din plan
  - algoritmul naiv –  $\Theta(n^2)$





# Divide et impera – alte exemple (III)

- sorteaza punctele in ordinea crescatoare a coordonatei x ( $O(n \log n)$ )
- impartim setul de puncte in 2 seturi de dimensiune egala si calculam recursiv distanta minima in fiecare set ( $l$  = linia ce imparte cele 2 seturi,  $d$  = distanta minima calculata in cele 2 seturi)
- elimina punctele care sunt plasate la distanta de  $l > d$
- sorteaza punctele ramase dupa coordonata y
- calculeaza distantele de la fiecare punct ramas la cei  $x$  vecini (nu pot fi mai multi)
- daca gaseste o distanta  $< d$  actualizeaza  $d$

# Discuție:

Când merge prost Divide&Impera?