Facultatea de Automatica si Calculatoare, Universitatea Politehnica din Bucuresti

Computer Science & Engineering Department

Examen Partial MN

Student: ______________________ **Grupa:** ________

Descriere curs:	**MN, An I, Semestrul II**
Titlu curs:	**Metode Numerice**
Profesor:	**Conf.dr.ing. Florin POP**
Durata examenului:	90 minute
Tip Examen:	**Closed Book**
Materiale Aditionale:	**Nu! Fara telefoane mobile!!!**
Numar pagini:	______________

Rezultate Examen	
Subiect	Punctaj
1	/2
2	/3
3	/2
4	/3
$\sum$	/10

Subiecte (Seria CC)

Fie matricea $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$.

2 puncte **1.** **F**olosind metoda Crout determinați factorizarea $A = LU$ [0.50p]. Adaptați metoda Crout pentru o matrice simetrică tridiagonală și descrieți noua metodă [0.75p]. Scrieți o funcție MATLAB care implementează această metodă [0.75p].

Bonus: Prezentați un algoritm eficient pentru rezolvarea sistemului $A^k x = b$, $A \in R^{n\times n}$ nesingulară, $b \in R^n$ și $k \in N$, $k > 0$. [0.50p].

3 puncte **2.** **D**eterminați factorizarea ortogonală $A = QR$, folosind matrici de rotație Givens. [3.00p].

Bonus: Ce proprietăți are matricea R obținută în factorizarea QR a unei matrice ortogonale oarecare. [0.50p].

2 puncte **3.** **V**erificați dacă metodele Jacobi și Gauss-Siedel folosite pentru rezolvarea sistemului $Ax = b$, unde `b = [1 0 -1]'`, sunt convergente. Care dintre ele este mai rapidă? [1.00p]. Folosind 3 iterații din metoda Gauss-Siedel, calculați aproximația soluției sistemului menționat. Alegeți aproximația inițială `x0 = [1 1 0]'` [1.00p].

Bonus: Care sunt tehnicile de accelerare a convergenței pentru rezolvarea iterativă a unui sistem de ecuații [0.50p].

3 puncte **4.** **C**alculați $\lambda(A)$ și $\rho(A)$ folosind polinomul caracteristic [0.50p]. Aplicați numeric primii trei pași din MPD cu `y0 = [1 1 1]'`, evaluând valoarea lui λ_1 cu 4 zecimale exacte. Care este eroarea absolută dacă oprim MPD după trei pași ($\sqrt{3} \approx 1.7321$)? [1.50p]. Scrieți o funcție MATLAB care implementează MPD [1.00p].

Bonus: Dacă matricea $A \in R^{n\times n}$ are valorile proprii λ_i, vectorii proprii la dreapta x_i și la stanga y_i, arătați că $A = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i y_i^T$. [0.50p].