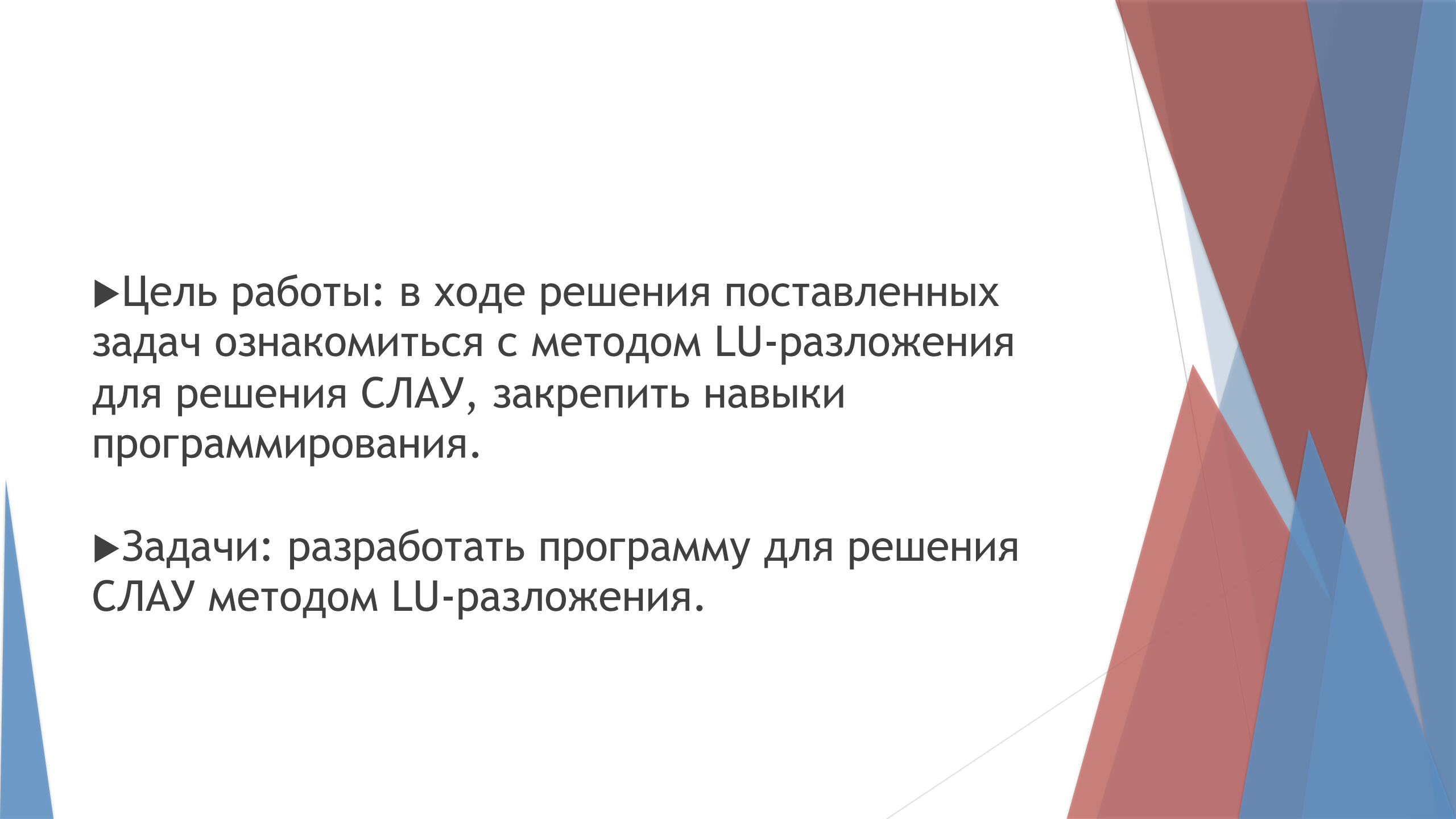


Решение СЛАУ методом LU-разложения по алгоритму Краута

Выполнил: Пацура Д.А.
Руководитель: Алутин П.П.



►Цель работы: в ходе решения поставленных задач ознакомиться с методом LU-разложения для решения СЛАУ, закрепить навыки программирования.

►Задачи: разработать программу для решения СЛАУ методом LU-разложения.

Понятие LU-разложение

LU-разложение (LU-декомпозиция, LU-факторизация) — представление матрицы A в виде произведения двух матриц, $A = L * U$, где

L — нижняя треугольная матрица

U — верхняя треугольная матрица

$$A = L * U$$

Метод LU-разложения

- ▶ Холлеского
- ▶ Краута

По методу Краута

$$n = 4$$

$$L = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & 0 \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & l_{44} \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ 0 & 1 & u_{23} & u_{24} \\ 0 & 0 & 1 & u_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = L * U$$

$$L = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & 0 \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & l_{44} \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ 0 & 1 & u_{23} & u_{24} \\ 0 & 0 & 1 & u_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L * U$$

$$A = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{11}u_{12} & l_{11}u_{12} & l_{11}u_{14} \\ l_{21} & l_{21}u_{12} + l_{22} & l_{21}u_{13} + l_{22}u_{23} & l_{21}u_{14} + l_{22}u_{24} \\ l_{31} & l_{31}u_{12} + l_{32} & l_{31}u_{13} + l_{32}u_{23} + l_{33} & l_{31}u_{14} + l_{32}u_{24} + l_{33}u_{34} \\ l_{41} & l_{41}u_{12} + l_{42} & l_{41}u_{13} + l_{42}u_{23} + l_{43} & l_{41}u_{14} + l_{42}u_{24} + l_{43}u_{34} + l_{44} \end{bmatrix}$$

$$A = L * U$$

$$\left[\begin{array}{cccc} l_{11} = a_{11} & l_{11}u_{12} = a_{12} & l_{11}u_{13} = a_{13} & l_{11}u_{14} = a_{14} \\ l_{21} = a_{21} & l_{21}u_{12} + l_{22} = a_{22} & l_{21}u_{13} + l_{22}u_{23} = a_{23} & l_{21}u_{14} + l_{22}u_{24} = a_{24} \\ l_{31} = a_{31} & l_{31}u_{12} + l_{32} = a_{32} & l_{31}u_{13} + l_{32}u_{23} + l_{33} = a_{33} & l_{31}u_{14} + l_{32}u_{24} + l_{33}u_{34} = a_{34} \\ l_{41} = a_{41} & l_{41}u_{12} + l_{42} = a_{42} & l_{41}u_{13} + l_{42}u_{23} + l_{43} = a_{43} & l_{41}u_{14} + l_{42}u_{24} + l_{34}u_{34} + l_{44} = a_{44} \end{array} \right]$$

$$l_{ik} = a_{ik} - \sum_{m=1}^{k-1} l_{im}u_{mk}, \quad i \geq k$$

$$u_{kj} = \left(a_{kj} - \sum_{m=1}^{k-1} l_{im}u_{mk} \right) / l_{kk}, \quad j \geq k$$

Применение

- ▶ Решение СЛАУ
- ▶ Обращение матриц
- ▶ Вычисление определителя матрицы

Вычисление определителя

$$\det(A) = \det(LU) = \det(L) \det(U) = \left(\prod_{i=1}^n L_{ii} \right) \left(\prod_{i=1}^n U_{ii} \right)$$

Нахождение обратной матрицы

$$A^{-1} = L^{-1} * U^{-1}$$

Решение СЛАУ

$$A * x = b, x = ?$$

$$L * U * x = b$$

$$\begin{cases} L * y = b \\ U * y = x \end{cases}$$

Спасибо за внимание!