이산수학

: tool 중심으로 이해하는 새로운 시각

1장. 이산수학을 위한 기본 개념

【Section 1.1】

1. ①
2. 우리가 사용하고 있는 컴퓨터는 이산 수학적 시스템을 기초로 해서 만들어졌기 때문이다.
3. 언어는 집합, 컴퓨터 시스템은 부울 대수, 암호화는 정수론, 자료구조는 그래프와 트리 등

【Section 1.2】

4. 생략

【Section 1.3】

5. ③
6. ④
7. ①
8. (a) 소수 (b) 소수 (c) 소수 아님
9. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 83, 89, 97

【Section 1.4】

10. ①
11. ②
12. ①
13. ①
14. ④
15. ①
16. ①
17. ①
18. ②
19. ④
20. ④
21. ①
22. ③
23. ①
24. ①
25. ②

26. (a) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 9 & 6 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 7 & 13 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 10 & 3 & -1 \\ 16 & 5 & 0 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 21 & 14 \\ -7 & 17 \end{pmatrix}$

(e) $\begin{pmatrix} 26 & 12 & 18 \\ 19 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 26 & 12 & 18 \\ 19 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

(f) 연산 불가

(g) $\begin{pmatrix} -18 & -12 & 6 \\ -30 & -24 & 18 \\ 0 & -6 & -12 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -18 & -12 & 6 \\ -30 & -24 & 18 \\ 0 & -6 & -12 \end{pmatrix}$

(h) $\begin{pmatrix} -16 & 24 \\ 32 & 40 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -16 & 24 \\ 32 & 40 \end{pmatrix}$

(i) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

(j) $\begin{pmatrix} 4 & 9 & 3 \\ 0 & 6 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 4 & 9 & 3 \\ 0 & 6 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

(k) $\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 13 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 13 & 0 \end{pmatrix}$

(l) $\begin{pmatrix} -13 & 20 \\ 12 & 13 \end{pmatrix}$

(m) 연산 불가

(n) $\begin{pmatrix} 22 & 34 \\ 3 & 11 \\ -31 & 3 \end{pmatrix}$

(o) $\begin{pmatrix} 25 & 5 & 26 \\ 20 & -3 & 32 \end{pmatrix}$

(p) 연산 불가

27. a=0, b=2, c=1, d=2

28. 생략

29. (a) $A \vee B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A \wedge B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A \odot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(b) $A \vee B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A \wedge B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $A \odot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(c) $A \vee B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $A \wedge B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $A \odot B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

(d) $A \vee B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A \wedge B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $A \odot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

30. 생략

31. (a) -2 (b) 0 (c) -54 (d) 3

32. (a) 고유값 : λ=-1 혹은 λ=4

고유벡터 : λ=-1일 때 $X = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} x_2$

λ=4일 때 $X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} x_2$

(b) 고유값 : λ=1 혹은 λ=5

고유벡터 : λ=1일 때 X = $\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ x_2

λ=5일 때 X = $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} x_2$

(c) 고유값 : $\lambda = 2$ 혹은 $\lambda = 4$

고유벡터 : λ=2일 때 $X = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} x_2$

λ=4일 때 $X = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ 1 \end{pmatrix} x_2$

(d) 고유값 : λ=-2 혹은 λ=1 혹은 λ=2

고유벡터 : λ=-2 일 때 $X = \begin{pmatrix} -x_3 \\ 0 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} x_3$

λ=1 일 때 $X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} x_1$

λ=2 일 때 $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} x_1$

(e) 고유값 : $\lambda = 1$ 혹은 $\lambda = 3$ 혹은 $\lambda = 4$

고유벡터 : λ=1일 때 $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} x_1$

λ=3일 때 $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} x_1$

λ=4일 때 $X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} x_1$

33. 고유값 : $\lambda = 1$ 또는 $\lambda = 4$

고유벡터 : λ=1일 때 $X = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} x_1$

λ=4일 때 $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} x_1$

2장. 수학적 모델과 논리

【Section 2.1】

1. ②
2. ②
3. 수학적 모델은 수학적 모델로 되기 위한 현상이나 과정이 있어야 하고, 수학적 모델로 되기 위한 객체(objects)들의 중요한 성질을 표현하기 위한 수학적 구조와 현상 또는 과정과 수학적 구조 사이를 대응(mapping)시키기 위한 대응 관계가 필요하다.
4. 생략

【Section 2.2】

5. ③
6. ②
7. ②
8. ②
9. ②
10. ③
11. ④
12.

P	Q	$P \Leftrightarrow Q$	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow P$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	F	T	F
F	F	T	T	T

∴ $P \Leftrightarrow Q$가 참이면 $P \Rightarrow Q$ 와 $Q \Rightarrow P$가 참이다.

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow P$	$P \Leftrightarrow Q$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

∴ $P \Rightarrow Q$ 와 $Q \Rightarrow P$가 참이면 $P \Leftrightarrow Q$도 참이다.

13. (a) 항진명제 (b) 모순명제 (c) 항진명제 (d) 항진명제
(e) 항진명제 (f) 항진명제 (g) 사건명제 (h) 항진명제
(i) 사건명제 (j) 사건명제

14. (a) 역 : 내가 외출하지 않으면 비가 온다.
대우 : 내가 외출하면 비가오지 않는다.
(b) 역 : 내가 집에 머무르면 너는 외출한다.
대우 : 내가 집에 머무르지 않으면 너는 외출하지 않는다.

(c) 역 : 내가 일을 마칠 수 없다면 어떤 도움도 없다.
대우 : 내가 일을 마친다면 어떤 도움이 있다.

15. (a) $\neg(\neg P \wedge \neg Q \wedge R)$
(b) $\neg(\neg P \wedge \neg Q \wedge R)$
(c) $\neg(P \wedge Q \wedge \neg R)$

16. (a) $\exists z\ [\forall x\ \forall y[P(x, y, z)]]$
(b) $\forall x\ P(x, 0, x)$

17. (a) $\forall y\ [E(y,1) \Rightarrow \forall x\ P(x, y, x)]$
(b) $\forall x\ [P(3, x, 6) \Leftrightarrow E(x, 2)]$
(c) $\forall x \forall y\ [[\neg G(x, y) \wedge \neg G(y, x)] \Rightarrow E(x, y)]$
(d) $\forall x \forall y \forall z\ [[G(y, x) \wedge G(0,z)] \Rightarrow \forall u \forall v\ [[P(x, z, u) \wedge P(y, z, v)] \Rightarrow G(u, v)]]$

18. (a) 나는 뛰지 않는다. (b) 나의 프로그램은 수행하지 않는다.
(c) 모든 삼각함수는 연속함수이다.

19. 결론은 참이다.

20. 셋째 단계가 잘못되어 있다. 이유는 만일 $\exists x\ [P(x) \wedge Q(x)] \Leftrightarrow (\exists x\ P(x) \wedge \exists x\ Q(x))$가 참이라면 두 번째 단계에서 세 번째 단계로 넘어갈 때 각각에 ¬을 붙인 것과 같다. 즉, $p \Rightarrow q$ 가 참일 때 $\neg p \Rightarrow \neg q$도 참이 된다는 것이다. 그러므로 세 번째 단계가 잘못되어 있다.

【Section 2.3】

21. ①
22. ①
23. ④
24. ②
25. ③
26. (a) $\forall x$ (x^2이 홀수 ⇒ x가 홀수)
[증명] 대우를 이용해서 증명한다.
임의의 정수 x에 대해 x가 홀수가 아니면 x^2이 홀수가 아님을 보인다. 어떤 정수 k에 대해서 x=2k이다. $x^2=(2k)^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$이며 이는 홀수가 아니고 짝수이다.

(b) $\forall x\ \forall y$ [(x는 짝수 ∧ y는 짝수) ⇒ x+y는 짝수]
[증명] 직접증명 방법으로 증명한다.
x와 y를 임의의 짝수라 하자. 그러면, 어떤 정수 m과 n에 대해서 x=2m이고 y=2n이다. x+y = 2m+2n = 2(m+n)이다. 즉,x+y = 2k 이다.(단, k=m+n) 따라서 x+y는 짝수이다.

(c) $\exists x \exists y$ [x가 홀수 ∧ y가 홀수 ∧ x+y가 홀수]

명제는 거짓이다. 이를 보여주기 위해서 위 명제의 부정이 참이 됨을 직접 증명 방법으로 보여준다. 즉, $\forall x\ \forall y$ [(x가 홀수 ∧ y가 홀수) ⇒ x+y는 짝수가 참임을 보이면 된다.

[증명] x와 y를 임의의 홀수라 하자. 그러면, 어떤 정수 m과 n에 대해서 x=2m+1이고 y=2n+1이다. x+y = 2m+1+2n+1 = 2(m+n+1)이다. 따라서 x+y는 짝수이다.

(d) $\exists x$ [x가 소수 ∧ x^2이 짝수]

[증명] 존재 증명 방법으로 증명하겠다.

x가 2라고 하면 2는 소수이면서 4는 짝수가 된다.

(e) $\neg\exists x\ [x^2 < 0]$

[증명] 배리법으로 증명하겠다.

$\exists x\ [x^2 < 0]$이 참이라 가정하자. 어떤 c에 $c^2+1 < 0$ 또는 $c^2 < -1$이다. 그런데 $-1 < 0$이므로 $c^2 < 0$이다. 성질 (3)에 의해 $c^2 > 0$이다. 이는 성질 (4)와 상반된다. (즉, $x=c^2$,y=0일 때) 따라서, $\neg\exists x\ [x^2 < 0]$는 참이다.

(f) $\forall x\ \forall y\ [x-y \geq 0 \vee y-x \geq 0]$

[증명] 성질 (4)에 의하면 모든 정수의 쌍 x와 y에 대해서 다음의 세 가지 관계 중 어느 한 가지만 만족한다. $x > y$, $x=y$, $x < y$ 이 중에 $x > y$이면 성질 (5)에 의해 x-y가 양수이며, x=y인 경우에는 x-y=0이고, $x < y$이면 y-x가 양수이다. 따라서 세 가지의 경우 각각에서 x-y 또는 y-x가 음이 아니다.

(g) $1=3 \Rightarrow \forall x\ [x^2 > 0]$

[증명] vacuous증명방법으로 증명한다.

명제 1=3이 거짓이므로 위 논리함축은 참이다.

(h) $\exists x\ [x^2 < 0] \Rightarrow 1=1$

[증명] Trivial방법으로 증명한다.

1=1이 참이므로 위 논리함축은 참이다.

27. (a), (c), (e), (g) 생략

(b) P(n) : 4+8+ … +4n=2n(n+1)이라 하자. (단, $n \geq 1$)

기초 단계 : n=1인 경우에는

좌변=4

우변= 2(1+1) = 4

좌변 =우변

∴ P(1)은 참이다.

귀납적 단계 : P(n)이 참이라고 가정하면

$P(n+1)=4+8+ \cdots +4n+4(n+1)$

$=2n(n+1)+4(n+1)$ (∵가정)

$=2n^2+6n+4$

$=2(n+1)(n+2)$이므로 참이 된다.

그러므로 수학적귀납법에 의해서 $n \geq 1$인 모든 정수에 대해서 P(n)은 참이다.

(d) $P(n)$: $2+2^2+2^3+\cdots+2^n = 2^{n+1}-2$이라 하자. (단,n ≥ 1)

기초 단계 : n=1인 경우에는

좌변=2=우변

∴ P(1)은 참이다.

귀납적 단계 : P(n)이 참이라고 가정하면

$P(n+1)=2+2^2+2^3+\cdots+2^n+2^{n+1}$

$=2^{n+1}-2+2^{n+1}$ (∵가정)

$=2*2^{n+1}-2$

$=2^{n+2}-2$ 이므로 참이 된다.

그러므로 수학적귀납법에 의해서 n ≥ 1인 모든 정수에 대해서 P(n)은 참이다.

(f) $P(n)$: $1+2+\cdots+n < (2n+1)^n/8$ $(n \geq 1)$이라 하자.

기초 단계 : P(1)가 참이 됨을 보이면 된다.

좌변=1

우변=9/8

∴ 좌변 < 우변

∴ P(1)은 참이다.

귀납적 단계 : n ≥ 1인 모든 정수에 대해서 P(n)이 참이라고 가정하고 P(n+1)이 참이 됨을 보이면 된다. 그러면,

$1+2+\cdots+n+(n+1) < (2n+1)^n/8+(n+1)$ (∵가정) $=(4n^2+12n+9)/8 = (2n+3)^2/8 = (2(n+1)+1)^2/8$

∴ P(n+1)도 참이다.

그러므로 수학적귀납법에 의해서 n ≥ 1인 모든 정수에 대해서 P(n)은 참이다.

(h) $P(n)$: $n! \geq 2^{n-1}$ $(n \geq 1)$이라 하자.

기초 단계 : P(1)가 참이 됨을 보이면 된다.

좌변=1=우변

∴ P(1)은 참이다.

귀납적 단계 : n ≥ 1인 모든 정수에 대해서 P(n)이 참이라고 가정하고 P(n+1)이 참이 됨을 보이면 된다. 그러면,

$(n+1)! = (n+1)\cdot n!$ (∵재귀적정의) $\geq (n+1)\cdot 2^{n-1}$(∵가정) $\geq 2\cdot 2^{n-1}$ (∵n ≥ 1) $= 2^n$

∴ P(n+1)도 참이다.

그러므로 수학적귀납법에 의해서 n ≥ 1인 모든 정수에 대해서 P(n)은 참이다.

28. 생략

29. (a) 기초 단계 : n=1일 때

좌변 = $\left(\bigcup_{k=1}^{1} A_k\right) \cap B = A_1 \cap B$

우변 = $\bigcup_{k=1}^{1} (A_k \cap B) = A_1 \cap B$

그러므로 참이다.

귀납적단계 : n ≥ 1에 대해서 $\left(\bigcup_{k=1}^{n} A_k\right) \cap B = \bigcup_{k=1}^{n}(A_k \cap B)$라 하면

$$\left(\bigcup_{k=1}^{n+1} A_k\right) \cap B = \left(\left(\bigcup_{k=1}^{n} A_k\right) \cup A_{n+1}\right) \cap B$$

$$= \left(\left(\bigcup_{k=1}^{n} A_k\right) \cap B\right) \cup (A_{n+1} \cap B) \quad (\because \text{분배법칙})$$

$$= \bigcup_{k=1}^{n}(A_k \cap B) \cup (A_{n+1} \cap B) \quad (\because \text{가정})$$

$$= \bigcup_{k=1}^{n+1}(A_k \cap B)$$

그러므로 참이다.

결국, 수학적귀납법에 의해서 n≥1에 대해서 $\left(\bigcup_{k=1}^{n} A_k\right) \cap B = \bigcup_{k=1}^{n}(A_k \cap B)$는 성립한다.

(b) (a)와 비슷하다.

30. 요구사항 명세서나 설계서를 참조하면서 수행하는 블랙박스 테스팅(black-box testing)은 로직에는 관심이 없고 단지 입, 출력 값을 테스트한다. 주로 경계 값들을 테스트한다.

31. 요구사항 명세서나 설계서를 참조하면소스 코드를 직접 참조하면서 수행하는 화이트박스 테스팅(white-box testing)은 모든 코드가 한번은 실행되게 입력하는 문장(statement) coverage와 분기(branch), 조건(condition), 다중 조건(multiple condition) 등을 주로 테스트 한다.

【Section 2.4】

32. (a) C는 A의 아내이다.
    (b) D는 E의 부모이다.
    (c) B는 F의 삼촌이다.
    (d) 추론이 불가능하다.

33. 책에 있는 6개의 규칙에 다음과 같이 2개의 규칙을 추가한다.
    7. 만일 X가 Y의 부모이고 X가 Z의 부모이면 Y와 Z는 형제이다.
    8. 만일 Z가 X의 부모이고 W가 Y의 부모이고 Z가 W의 형제라면 X는 Y의 사촌이다.

3장. 집합

【Section 3.1】

1. ①
2. ④
3. ②
4. ④
5. ③
6. ①
7. ④
8. (a) 참 (b) 참 (c) 거짓 (d) 거짓 (e) 참 (f) 거짓 (g) 거짓

9. (a) S={x | 1 ≤ x ≤ 10인 짝수}
   (b) S={x | x는 a부터 z까지의 모음}
   (c) S={x | -3 < x < 3인 정수}
   (d) S={x | 1 ≤ x ≤ 6인 자연수의 제곱}

10. (a) A={4,5,6,7,8,9,10,11}
    (b) B={0,2,4,6,8,10,12,14}
    (c) C= ∅

11. (a), (c), (d), (e)

12. (b),(c),(e)

13. (a) ⊆ (b) ⊇ (c) ⊆ (d) ⊆ (e) ⊆ (f) ⊇ (g) ⊇ (h) ⊇

14. P(A) = {∅,{1},{2},{1,2}}

15. (⇒) A의 임의의 원소를 x라 하면 x∈A이다. 그리고 A=B이므로 x∈B이다. 그러므로 A ⊆ B이고 같은 방법으로 B ⊆ A도 성립한다.
    (⇐) A의 임의의 원소를 x라 하면 x∈A이다. 그런데 A ⊆ B에서 x∈B이다. 또한 B의 임의의 원소를 y라 하면 y∈B이다. B ⊆ A에서 y∈A이다. 그러므로 A=B이다.

16. (a) 셀 수 있는 무한집합
    (b) 셀 수 있는 무한집합
    (c) 셀 수 있는 무한집합
    (d) 셀 수 있는 무한집합

17. 생략

18. (a)⊆ (b)⊆ (c)⊇ (d)⊆ (e)⊆ (f)⊆

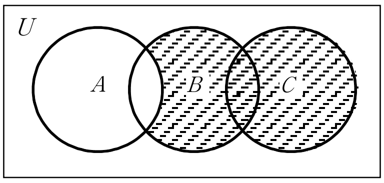
【Section 3.2】

19. ④
20. ②
21. ②
22. ③
23. (a) {a,b,c,d,e,f,g} (b) {a,c,d,e,f,g}
    (c) {f} (d) {d,e,f,h,k}
    (e) {a,b,c} (f) {a,c}
    (g) {a,c,h,k} (h) {b,f,g}
    (i) {a,b,c,d,e,f,g} (j) ∅
    (k) {a,c,g} (l) {a,c,f}
    (m) {h,k} (n) {a,b,c,d,e,g,h,k}

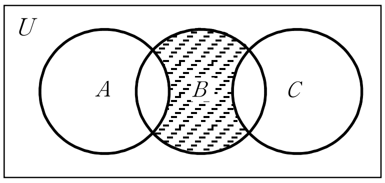
24. (a) {x | x는 -1과 1을 제외한 실수}
    (b) {x | x는 -1과 4를 제외한 실수}
    (c) {x | x는 -1과 1 그리고 4를 제외한 실수}
    (d) {x | x는 -1을 제외한 실수}

25. (a) {ALGOL,Ada,LISP,FORTRAN,BASIC,PL/I}
    (b) {Ada,BASIC}
    (c) {ALGOL,LISP}

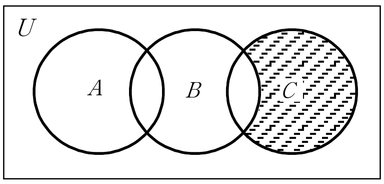
26. (a)



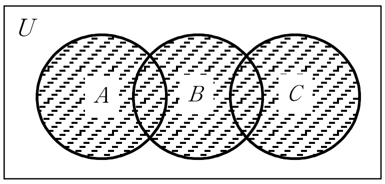
(b)



(c)



(d)



27. (a) $(B \cap C) \cap \overline{A}$
    (b) $U - ((A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C))$
28. (a), (c)

【Section 3.3】

29. ①

30. ③

31. ②

32. (a), (c), (e) 생략

(b)임의의 x에 대해서 $x \in A \cap B \Rightarrow x \in A$ 이고 $x \in B \Rightarrow x \in A$ $\therefore A \cap B \subseteq A$

(d) i) $A \oplus B \subseteq B \oplus A$임을 보이자.

임의의 x에 대해서 $x \in A \oplus B \Rightarrow x \in (A-B)$ 혹은 $x \in (B-A) \Rightarrow x \in B-A$ 혹은 $x \in A-B \Rightarrow x \in (B \oplus A)$

$\therefore A \oplus B \subseteq B \oplus A.$

ii) $A \oplus B \supseteq B \oplus A$임을 보이자.

임의의 x에 대해서 $x \in B \oplus A \Rightarrow x \in (B-A)$ 혹은 $x \in (A-B) \Rightarrow x \in A-B$ 혹은 $x \in B-A \Rightarrow x \in (A \oplus B)$

$\therefore A \oplus B \supseteq B \oplus A.$

$\therefore$ i)ii)에 의해서 $A \oplus B = B \oplus A$

33. (a) 집합 A속에 집합 B, C가 포함되어 있는 경우

(b) 집합 A와 B가 같을 경우

34. $A \cup B = \overline{\overline{A} \cap \overline{B}}$

35. (a) $A \oplus (B \oplus C) = A \oplus ((B \cup C)-(B \cap C)) = (A \cup ((B \cup C)-(B \cap C)))-(A \cap ((B \cup C)-(B \cap C)))$

$=(A \cup ((B \cup C) \cap (\overline{B \cap C}))) \cap (\overline{A \cap ((B \cup C) \cap \overline{(B \cap C)})})$

$=((A \cup B) \cup C) \cap ((\overline{A \cap B}) \cup C) \cap ((((\overline{A \cap C}) \cup (B \cap C)) \cap A) \cup (((\overline{A \cap C}) \cup (B \cap C)) \cap (\overline{B \cap C})))$

$=(((A \cup B) \cap (\overline{A \cap B})) \cup C) \cap ((((\overline{A} \cap \overline{C}) \cap A) \cup ((B \cap C) \cap A)) \cup ((\overline{A \cap C}) \cap (\overline{B \cap C})))$

$=((A \oplus B) \cup C) \cap (((A \cap B) \cup (A \cap C)) \cup (\overline{(A \cup B) \cap C}))$

$=((A \oplus B) \cup C) \cap ((A \cup B) \cap (\overline{A \cap B}) \cap C)$

$=((A \oplus B) \cup C) \cap (\overline{(A \oplus B) \cap C})$

$=((A \oplus B) \cup C)-((A \oplus B) \cap C)$

$=(A \oplus B) \oplus C$

(b) 생략

36. (a) A=B인 경우

(b) 임의의 집합 A에 대해서

(c) 집합 A가 전체집합인 경우

(d) 임의의 집합 A에 대해서

37. (a) gain={x | $1 \le x \le 100$인 자연수}

(b) pallet={red,blue,yellow}

(c) mix={∅, {red}, {blue}, {yellow}, {red, blue}, {red, yellow}, {blue, yell ow}, {red, blue, yellow}}

38. (a) $n(A \cap B \cap C)=25$

(b) 세 경기중 한 경기만 시청한 사람=190+45+100=335

4장. 관계

【Section 4.1】

1. ④

2. (a) x=4
   (b) x=2
   (c) x=0,y=0 혹은 x=1,y=1
   (d) y=C

3. (a) {(1,a),(1,b),(2,a),(2,b),(3,a),(3,b)}
   (b) {(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)}
   (c) {(a,a),(a,b),(b,a),(b,b)}

4. {(a,1,d), (a,1,e), (a,1,f), (a,2,d), (a,2,e), (a,2,f), (b,1,d), (b,1,e), (b,1,f), (b,2,d), (b,2,e), (b,2,f)}

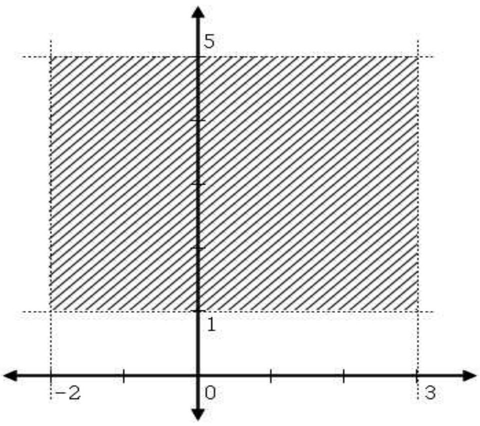
5. (a) {(1,c),(2,c)}
   (b) {(1,c),(2,c)}

6. [정리 4.1]에 의해서 ㅣA×Bㅣ=ㅣAㅣ×ㅣBㅣ임을 알 수 있다.
   그래서 ㅣA×B×Cㅣ=ㅣA×Bㅣ×ㅣCㅣ=ㅣAㅣ×ㅣBㅣ×ㅣCㅣ= 1×m×n이 된다.

7. 두개의 셀 수 있는 집합의 곱집합은 셀 수 있는 집합의 순서쌍으로 표시될 수 있다. 즉, 좌표평면위에 두개의 셀 수 있는 집합을 원소로 나열하면 좌표평면위에 있는 모든 점들의 집합으로 표시된다. 그러므로 셀 수 있는 집합이다.

8. 생략

9.



【Section 4.2】

10. ③

11. ②

12. (c), (d), (e), (f)

13. (a) 정의역={a,b,c,d} 치역={1,2} 공변역 = {1,2,3}

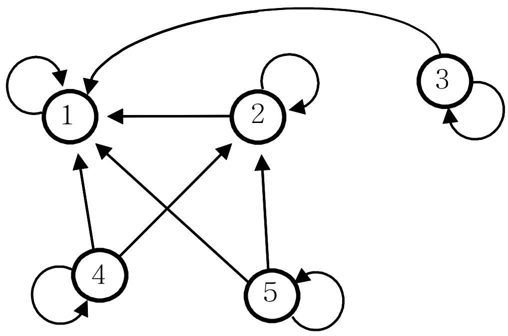
$$M_R = \begin{pmatrix} 1&1&0 \\ 1&0&0 \\ 0&1&0 \\ 1&0&0 \end{pmatrix}$$

(b) 정의역={1,2,3} 치역={1,4,9} 공변역 = {1,4,6,8,9}

$$M_R = \begin{pmatrix} 1&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$

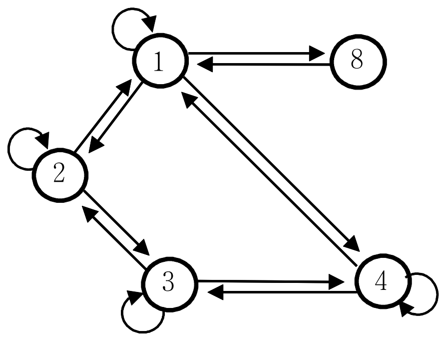
(c) 정의역={1,2,3,4,6} 치역={1,2,3,4,6} 공변역 = {1,2,3,4,6}

$$M_R = \begin{pmatrix} 1&0&0&0&0 \\ 1&1&0&0&0 \\ 1&0&1&0&0 \\ 1&1&0&1&0 \\ 1&1&1&0&1 \end{pmatrix}$$



(d) 정의역={1,2,3,4,8} 치역={1,2,3,4,8} 공변역 = {1,2,3,4,8}

$$M_R = \begin{pmatrix} 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&0 \\ 1&1&1&1&0 \\ 1&1&1&1&0 \\ 1&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$



14. (a) R={(1,1),(1,2),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(3,4),(4,1)}

(b) R={(1,1),(1,3),(2,3),(3,1),(4,1),(4,2),(4,4)}

15. (a) R={(1,2),(2,2),(2,3),(3,4),(4,4),(5,1),(5,4)}

(b) R={(1,2),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(4,1),(4,4),(4,5)}

【Section 4.3】

16. ③

17. (a) π_1 = 1,2 π_2 = 1,6 π_3 = 2,3 π_4 = 3,3 π_5 = 3,4 π_6 = 4,1
π_7 = 4,3 π_8 = 4,5 π_9 = 6,4

(b) π_1 = 2,3,3 π_2 = 2,3,4

(c) π_1 = 2,3,3,4 π_2 = 2,3,4,1 π_3 = 2,3,4,3 π_4 = 2,3,4,5

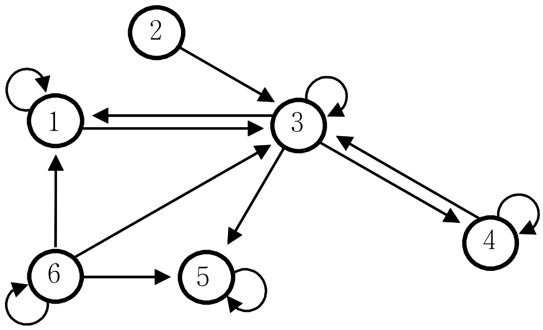
(d) π_1 = 2,3,4,1,2 π_2 = 2,3,3,4,1,2

(e) π_1 = 6,4,1,6 π_2 = 6,4,3,4,1,6

(f) π_1 = 1,2,3 π_2 = 1,6,4 π_3 = 2,3,3 π_4 = 2,3,4 π_5 = 3,3,4
π_6 = 3,4,3 π_7 = 4,1,2 π_8 = 4,1,6 π_9 = 4,3,3 π_{10} = 4,3,4
π_{11} = 6,4,1 π_{12} =6,4,3 π_{13} = 6,4,5

(g) π_1 = 1,2,3,3 π_2 = 1,2,3,4 π_3 = 1,6,4,1 π_4 = 1,6,4,3
π_5 = 1,6,4,5 π_6 = 2,3,3,4 π_7 = 2,3,4,1 π_8 = 2,3,4,5
π_9 = 3,3,4,1 π_{10} = 3,3,4,3 π_{11} = 3,3,4,5 π_{12} =4,1,2,3
π_{13} = 4,1,6,4 π_{14} = 4,3,3,4 π_{15} = 6,4,1,2 π_{16} = 6,4,1,6
π_{17} = 6,4,3,3 π_{18} =6,4,3,4

(h)



(i)

$$M_R = M_R \odot M_R = \begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&1 \\ 0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&1&0&0 \\ 0&0&1&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&1 \\ 0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&1&1&0&0 \\ 0&0&1&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&1 \\ 0&0&1&1&0&0 \\ 1&0&1&1&1&0 \\ 0&1&1&1&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0 \\ 1&0&1&0&1&0 \end{pmatrix}$$

(j) {(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

(k) $\begin{pmatrix} 0&1&1&1&1&1 \\ 1&0&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1&1 \\ 0&0&0&0&0&0 \\ 1&1&1&1&1&1 \end{pmatrix}$

18. R을 유한집합 $A=\{a_1,a_2,...,a_n\}$관한 관계라 하고 $M_{R\cup S}=(m_{ij})$라 하면

$$(m_{ij}) = \begin{cases} 1 & (a_i,a_j)\in R \text{ 혹은 } (a_i,a_j)\in S \\ 0 & (a_i,a_j)\in R \text{이고 } (a_i,a_j)\notin S \end{cases}$$

단, i = 1, 2, ⋯, m   j = 1, 2, ⋯, n 이다

$M_R=(m'_{ij})$라 하면

$$(m'_{ij}) = \begin{cases} 1 & (a_i,a_j)\in R \\ 0 & (a_i,a_j)\notin R \end{cases}$$

단, i = 1, 2, ⋯, m   j = 1, 2, ⋯, n 이다

또 $M_S=(m''_{ij})$라 하면

$$(m''_{ij}) = \begin{cases} 1 & (a_i,a_j)\in S \\ 0 & (a_i,a_j)\notin S \end{cases}$$

단, i = 1, 2, ⋯, m   j = 1, 2, ⋯, n 이다

그리고 $M_R\vee M_S$를 (m'''_{ij})라 하면 (m'''_{ij})는 $(m'_{ij})=1$이거나 $(m''_{ij})=1$일 때 $(m'''_{ij})=1$이고 그 이외는 $(m'''_{ij})=0$이다. 즉,

$$(m'''_{ij}) = \begin{cases} 1 \begin{cases} (a_i,a_j)\in R\text{이고 } (a_i,a_j)\in S \\ (a_i,a_j)\in R\text{이고 } (a_i,a_j)\notin S \\ (a_i,a_j)\notin R\text{이고 } (a_i,a_j)\in S \end{cases} \\ 0 \ (a_i,a_j)\notin R\text{이고 } (a_i,a_j)\notin S \end{cases}$$

이다. 다시 쓰면

$$(m'''_{ij}) = \begin{cases} 1 & (a_i,a_j)\in R \text{ 혹은 } (a_i,a_j)\in S \\ 0 & (a_i,a_j)\notin R \text{이고 } (a_i,a_j)\notin S \end{cases}$$

이다. 그러므로 $M_{R\cup S}= M_R \vee M_S$이다.

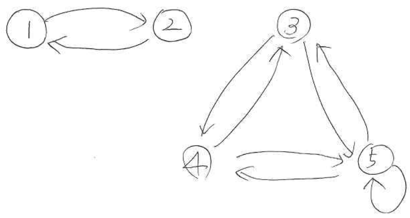
19. (a) 1,2,4,3,5,6,4 (b) 1,7,5,6,7,4,3 (c) 3,4,7,6,5 (d) 7,6,5,3,2,1

20. 생략

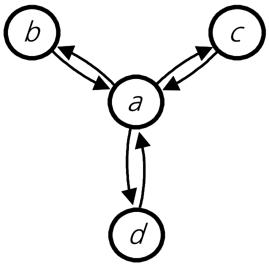
【Section 4.4】

21. ②
22. ④
23. ①
24. (a) 반사,대칭,추이관계
    (b) 비반사,비대칭,반대칭,추이관계
    (c) 반사,대칭,추이관계
    (d) 아무 관계도 성립하지 않음
    (e) 대칭관계
25. (a) 반대칭, 추이관계
    (b) 비대칭, 반대칭, 추이관계
26. (a) 반사관계
    (b) 반사, 대칭관계
    (c) 반사, 대칭, 추이관계
    (d) 비반사, 대칭관계
    (e) 반사, 대칭, 추이관계

27.



28.



29. (a) {(a,b),(b,c),(e,a)} (b) {(a,c),(b,a),(b,c),(d,d),(d,e)}

30. 생략
31. 생략

32. (a) 동치관계
 (b) 동치관계 아님
33. (a) 동치관계
 (b) 동치관계 아님
34. (a) 동치관계 아님
 (b) 동치관계 아님

【Section 4.5】

35. ③
36. ③
37. ③
38. ①
39. ①
40. ③
41. (a) $\overline{R}$ = {(1,3),(2,2),(3,1),(3,3),(4,1),(4,2)}
 $R \cup S$ = {(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,3),(3,2),(3,3),(4,3)}
 $R \cap S$ = {(2,3),(3,2)}
 S^{-1} = {(3,1),(3,2),(2,3),(3,3)}
 (b) $\overline{R}$ = {(b,b),(c,a)}
 $R \cup S$ = {(a,a),(a,b),(b,a),(b,b),(c,a),(c,b)}
 $R \cap S$ = $\varnothing$
 S^{-1} = {(b,b),(a,c)}

(c) $\overline{R}$ = {(1,1),(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,4),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4)}

R∪S = {(1,2),(1,3),(2,4),(3,3),(4,2)}

R∩S = {(2,4)}

S^{-1} = {(3,1),(4,2),(2,4)}

42. (a) $\overline{R}$ = {(1,4),(2,1),(3,1),(3,2),(3,3),(4,2),(4,3),(4,4)}

R∪S= {(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(2,4),(3,1),(3,2),(3,4),(4,1),(4,3),(4,4)}

R∩S = {(1,1),(1,2),(2,2),(2,3),(2,4),(4,1)}

S^{-1} = {(1,1),(2,1),(4,1),(2,2),(3,2),(4,2),(2,3),(1,3),(4,4),(1,4),(3,4)}

(b) $\overline{R}$= {(a,c),(a,e),(b,a),(b,c),(b,d),(c,a),(c,c),(c,d),(c,e),(d,a),(d,b),(d,c),(d,e),(e,c),(e,d), (e,e)}

R∪S = {(a,a),(a,b),(a,d),(a,e),(b,a),(b,b),(b,e),(c,b),(c,d),(d,c),(d,d),(e,a),
(e,b), (e,d), (e,e)}

R∩S = {(a,a),(a,d),(c,b),(e,a),(e,b)}

S^{-1} = {(a,a),(a,e),(b,c),(b,e),(d,a),(d,c),(d,e),(e,a),(e,b),(e,e)}

43. (a) $\overline{R}$ = {(1,1),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(3,4)}

R∪S = {(1,2),(2,4),(3,1),(3,2)}

R∩S = {(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,1),(2,4),(3,1),(3,2),(3,3)}

S^{-1} = {(1,1),(1,3),(2,1),(2,3),(3,3),(4,1),(4,2)}

(b) $\overline{R}$ = {(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,3)}

R∪S = {(1,1),(1,3),(1,4),(3,2)}

R∩S = {(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,4),(3,1),(3,2),(3,3),(3,4)}

S^{-1} = {(1,1),(3,1),(4,2),(1,3),(2,3),(3,3)}

44. 생략

45. R·S={(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)}이고

$M_R = \begin{pmatrix} 1&1&0 \\ 1&1&1 \\ 0&0&1 \end{pmatrix} \quad M_S = \begin{pmatrix} 1&1&0 \\ 0&1&0 \\ 1&1&1 \end{pmatrix} \quad M_R \odot M_S = \begin{pmatrix} 1&1&0 \\ 1&1&1 \\ 1&1&1 \end{pmatrix}$

$\therefore M_{R \cdot S} = M_R \odot M_S$

46. R∘R = {(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,4),(2,1),(2,2),(3,1),(3,2),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4)}

R∘S = {(1,1),(1,4),(1,3),(2,1)(2,4),(3,4),(4,1),(4,3),(4,4)}

S∘R= {(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(2,4),(3,1),(3,2),(4,1),(4,2)}

S∘S= {(1,1),(1,4),(2,1),(2,4),(3,1),(3,4),(4,4)}

47. (a)

$$M_{R \cdot R} = \begin{pmatrix} 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&0 \\ 1&0&1&1&1 \\ 1&0&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \end{pmatrix} \quad M_{R \cdot S} = \begin{pmatrix} 1&1&1&1&1 \\ 1&0&1&0&0 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&0&1&1&0 \\ 1&1&1&1&1 \end{pmatrix} \quad M_{S \cdot R} = \begin{pmatrix} 1&0&1&1&1 \\ 1&0&1&1&1 \\ 1&0&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \end{pmatrix} \quad M_{S \cdot R} = \begin{pmatrix} 1&1&1&1&1 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&0&1&1&0 \\ 1&1&1&1&1 \\ 1&0&0&1&1 \end{pmatrix}$$

(b)

$$M_{R\cdot R}=\begin{pmatrix}1&1&0&1&1\\0&1&0&1&1\\1&1&0&1&1\\1&1&0&1&1\\1&1&0&0&1\end{pmatrix}\quad M_{R\cdot S}=\begin{pmatrix}1&0&1&1&1\\1&1&0&1&1\\1&0&1&1&1\\1&1&1&1&1\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}\quad M_{S\cdot R}=\begin{pmatrix}1&1&0&1&1\\1&1&0&0&1\\0&1&0&1&1\\1&1&0&1&1\\1&1&0&0&1\end{pmatrix}\quad M_{S\cdot R}=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\1&0&1&1&1\\1&1&0&1&1\\1&1&1&1&1\\0&1&0&1&1\end{pmatrix}$$

48. 생략

【Section 4.6】

49. ③

50. $M_{R^\infty}=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$

51. R^∞ = {(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)}

52. $W_3=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$

53. $W_5=\begin{pmatrix}1&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\1&1&0&1&1\\1&0&0&1&0\\0&1&0&0&1\end{pmatrix}$

54. (a) $\begin{pmatrix}1&0&0&1\\1&1&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix}1&0&0&1\\0&1&1&0\\0&1&1&0\\1&0&0&1\end{pmatrix}$

55. (a) {(a_1,a_1), (a_1,a_2), (a_1,a_3), (a_1,a_4), (a_1,a_5), (a_2,a_1), (a_2,a_2), (a_2,a_3), (a_2,a_4), (a_2,a_5), (a_3,a_1), (a_3,a_2), (a_3,a_3), (a_3,a_4), (a_3,a_5), (a_4,a_1), (a_4,a_2), (a_4,a_3), (a_4,a_4), (a_4,a_5), (a_5,a_1), (a_5,a_2), (a_5,a_3), (a_5,a_4), (a_5,a_5)}

(b) {(a_1,a_1), (a_1,a_2), (a_1,a_3), (a_2,a_1), (a_2,a_2), (a_2,a_3), (a_3,a_1), (a_3,a_2), (a_3,a_3), (a_4,a_4), (a_4,a_5), (a_5,a_4), (a_5,a_5)}

5장. 함수

【Section 5.1】

1. ②

【Section 5.2】

2. ③
3. ③
4. ①
5. ③
6. (a) 함수
   (b) 함수 아님
   (c) 함수 아님
   (d) 함수
7. (a) 단사, 전사 (b) 둘 다 아님 (c) 전사 (d) 전사 (e) 단사, 전사 (f) 전사
8. (a) 3!/(3-2)!+3!×2/2! = 12
   (b) 4×3×2 = 24

【Section 5.3】

9. ④
10. ②
11. ①
12. ④
13. (a) 1
    (b) 3
    (c) $(y-1)^2$
    (d) y^2-1
    (e) x-2
    (f) x^4
14. (a) $(y-1)^{1/3}$
    (b) (3a+1)/2
    (c) {(1,5), (2,2), (3,1), (4,3), (5,4)}
15. 생략

16. 생략

17. ${}_n\Pi_n = n^n$

【Section 5.4】

18. ①
19. 생략
20. 생략

【Section 5.5】

21. ③
22. ①
23. ②
24. ②
25. ①, ③

26. (a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 6 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

    (b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 1 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

27. (a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 1 & 2 & 4 & 7 & 6 & 8 & 3 \end{pmatrix}$

    (b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 1 & 3 & 2 & 6 & 7 & 4 & 8 \end{pmatrix}$

28. (a) (2, 1)・(2, 4)・(2, 5)・(2, 8)・(2, 6) : 홀수순열

    (b) (6, 4)・(6, 2)・(6, 1)・(6, 5) : 짝수순열

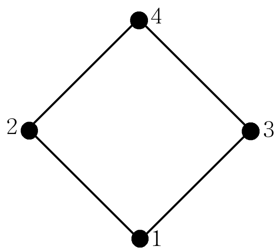
6장. 부분 순서 관계와 부울 대수

【Section 6.1】

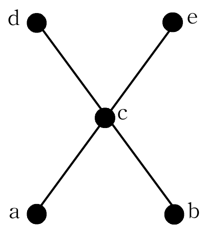
1. ②
2. ③
3. ④
4. ①

5. (a) 아니다.
   (b) 아니다.
6. (a) 전순서관계
   (b) 전순서관계

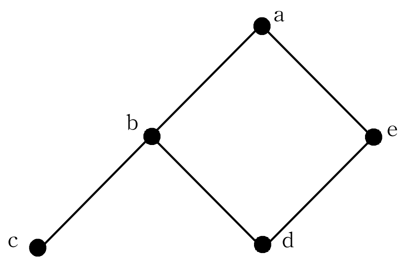
7. (a)



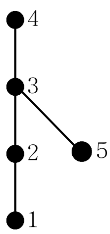
(b)



8. (a)

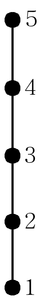


(b)

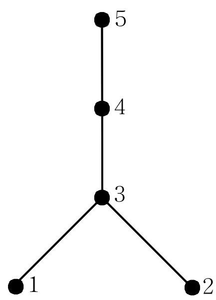


9. (a) {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,3),(2,3),(3,4),(1,4),(2,4)}
   (b) {(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(3,4),(4,4)}

10. (a)



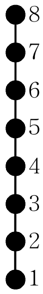
(b)



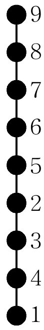
11. (a)참 (b)참 (c)거짓 (d)거짓 (e)거짓 (f)거짓

12. 가능한 답은 여러 가지가 있다. 그 중에서 하나씩만 그리면 다음과 같다.

(a)



(b)



【Section 6.2】

13. ②
14. ①
15. ②
16. ①
17. ②
18. ③

19. (a) 극대 : 3, 5 극소 : 1, 6
    (b) 극대 : f, g 극소 : a, b, c
    (c) 극대 : e, f 극소 : a
    (d) 극대 : 없음 극소 : 0
    (e) 극대 : 1 극소 : 없음

20. (a) 최대 : f 최소 : a
    (b) 최대 : e 최소 : 없음
    (c) 최대 : 없음 최소 : 없음
    (d) 최대 : 5 최소 : 없음

21. ① 상계 : f, g, h 상한 : f 하계 : c, a, b 하한 : c
    ② 상계 : 없음 상한 : 없음 하계 : 없음 하한 : 없음
    ③ 상계 : 5 상한 : 5 하계 : 1, 2, 3 하한 : 3

22. 생략

【Section 6.3】

23. ①
24. ③
25. 생략

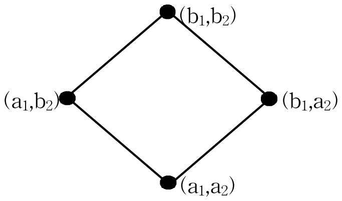
26. (a) 격자
    (b) 아님 (∵b∧c존재하지 않음)
    (c) 격자
    (d) 격자
    (e) 격자
    (f) 아님 (∵e∧d존재하지 않음)

27. 생략

28. 생략

29. 생략

30.



【Section 6.4】

31. ④
32. ④
33. (a) 둘다 아님 (b) 둘다아님 (c) 여격자 (d) 분배
34. 생략
35. a'=e, b'=c, c'=b 혹은 d, d'=c, e'=a

【Section 6.5】

36. ④
37. (a) 아님
    (b) 아님
    (c) 아님
    (d) 아님
    (e) 아님
    (f) 부울 대수
    (g) 부울 대수
    (h) 부울 대수

38. 생략

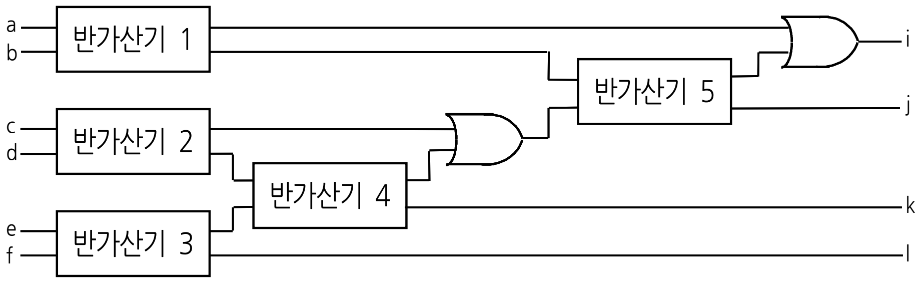
39. 생략

40. 생략

【Section 6.6】

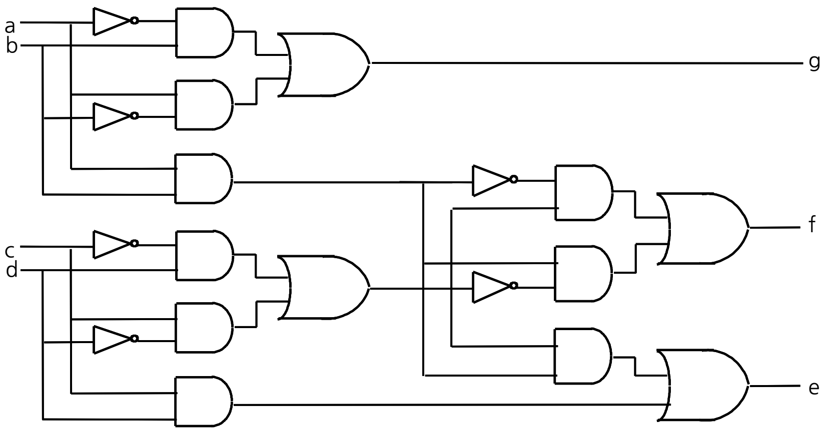
41.

$$\begin{array}{r} a\ b\ c \\ +\ d\ e\ f \\ \hline i\ j\ k\ l \end{array}$$



42.

$$\begin{array}{r} a\ b \\ +\ c\ d \\ \hline e\ f\,g \end{array}$$



7장. 그래프

【Section 7.1】

1. ④
2. ③

3. acba는 길이가 3인 순환
   acbea는 길이가 4인 순환
   acbec는 길이가 4인 경로
   cbecba는 길이가 5인 경로

4. 아니다

5. 생략

6. 아니다.

【Section 7.2】

7. ①
8. ④
9. ①
10. ④
11. ③

12. 동형그래프

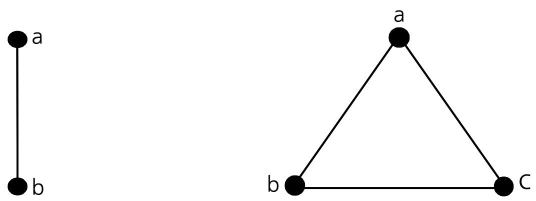
13. (a) Euler 그래프. Hamilton 그래프 아니다.
    (b) Euler 그래프 아니다. Hamilton 그래프 아니다.
    (c) Euler 그래프 아니다. Hamilton 그래프 아니다.
    (d) Euler 그래프 아니다. Hamilton 그래프 이다.
    (e) Euler 그래프. Hamilton 그래프 이다.

14. (a) <a,b,d,c> 경로의 길이는 3이다.
    (b)

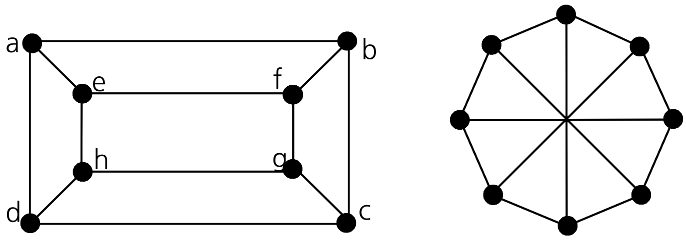
	내차수	외차수	내차수	외차수
a	1	1	3	3
b	1	1	3	3
c	1	1	3	3
d	1	1	3	3

    (c) <a,b,a,c,a>
    두 번째 그래프는 <a>,<a,b,c,a>,<a,c,b,a>

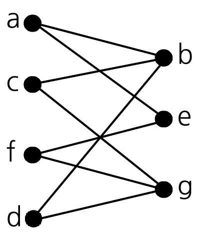
(d)



15.



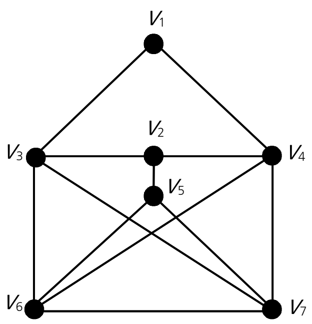
16.



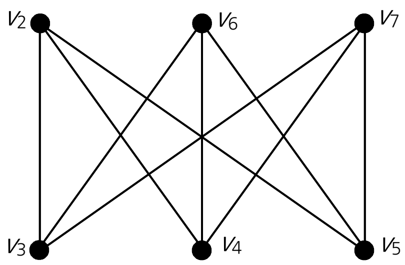
17. 먼저 A를 탐색하고 $d[B]=\infty, d[C]=\infty, d[D]=5, d[E]=3, d[F]=2, d[G]=\infty$
다음에 F를 탐색한다. 그리고 $d[B]=9, d[C]=\infty, d[D]=5, d[E]=3, d[G]=\infty$이다.
다음에 E를 탐색한다. 그리고 $d[B]=5, d[C]=4, d[D]=5, d[G]=\infty$이다.
다음에 C를 탐색한다. 그리고 $d[D]=5, d[E]=5, d[G]=10$
다음에 B를 탐색한다. 그리고 $d[D]=5, d[G]=10$
다음에 D를 탐색하고, 마지막으로 G를 탐색한다.

【Section 7.3】

18.

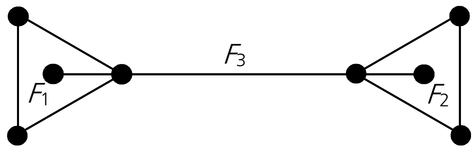


에서



와 같이 되는 $K_{3,3}$ 준동형 부분그래프가 존재하므로 비평면 그래프이다.

19.



n=8,m=9이므로 k=3이다.

deg(F_1)=3 F_1=8

deg(F_2)=3 F_2=8

deg(F_3)=9 F_3=14

∴표면들의 차수의 합이 연결선의 두배가 된다.

20. (a) ∣V∣ = 5, ∣E∣ = 8, ∣R∣ = 5 이므로 5-8+5=2이다.

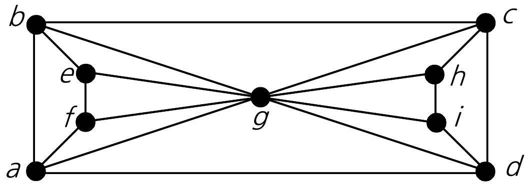
(b) ∣V∣ = 12, ∣E∣ = 17, ∣R∣ = 7 이므로 12-17+7=2이다.

(c) ∣V∣ = 3, ∣E∣ = 6, ∣R∣ = 5 이므로 3-6+5=2이다.

【Section 7.4】

21. ①

22.



Welch와 Powell의 알고리즘을 적용해보면 a의 차수=4 b의 차수=4 c의 차수=4 d의 차수=4 e의 차수=3 f의 차수=3 g의 차수=8 h의 차수=3 i의 차수=3이다. 이를 내림차순으로 정리하면 g,a,b,c,d,e,f,h,i가 되며 이를 착색하면 3색으로 착색이 된다.

23. (a) 4 (b) 2 (c) 3

24. 생략

25. 생략

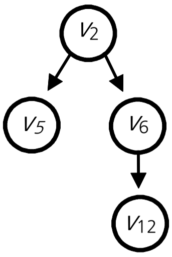
26. a, c, d, b, a

8장. 트리

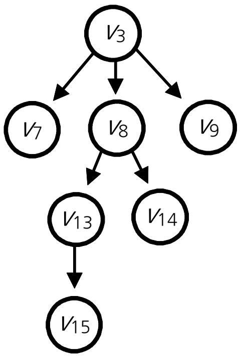
【Section 8.1】

1. ③
2. (a) 트리가 아님
   (b) 트리, 근은 f
   (c) 트리가 아님
   (d) 트리가 아님
3. (a) 만약 어떤 a∈A에 대해 (a,a) ∈ T라 하면 그 트리는 순회를 갖는다. 그런데 트리는 순회를 갖지 않으므로 어떤 a∈A에 대해서도 (a,a) ∈ T이다. 그러므로 비반사관계이다.
   (b), (c) 생략

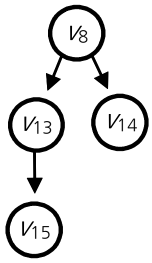
4. (a)



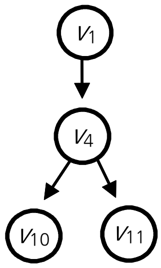
(b)



(c)

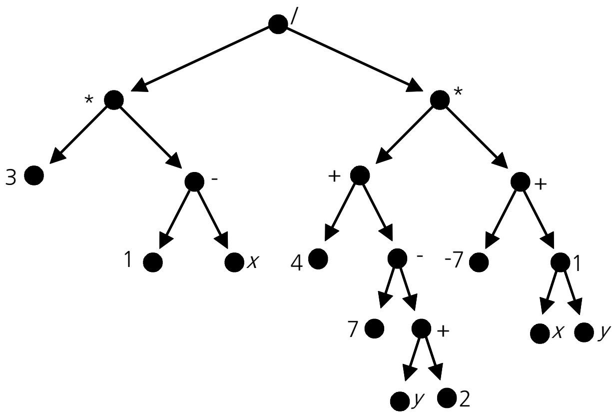


(d)

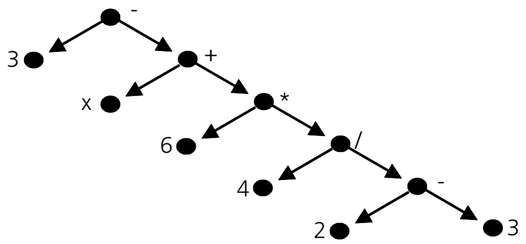


【Section 8.2】

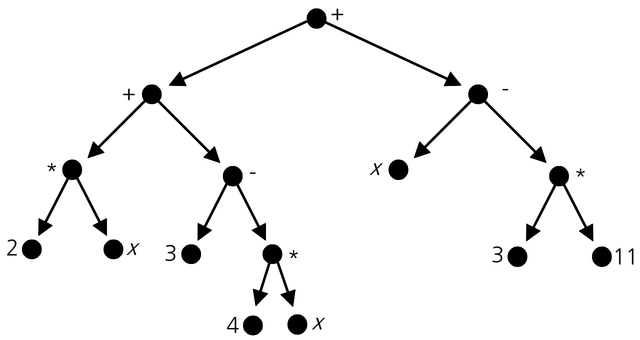
5. (a)



(b)

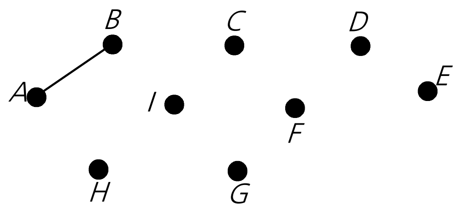


(c)

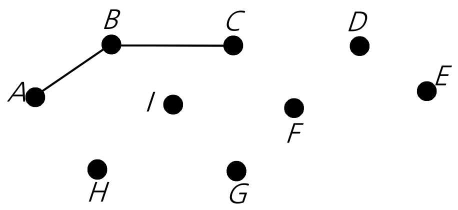


6. MST를 구하는 과정을 그림으로 표시한다.

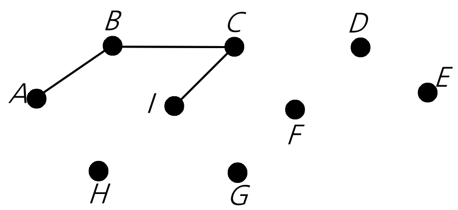
(1)



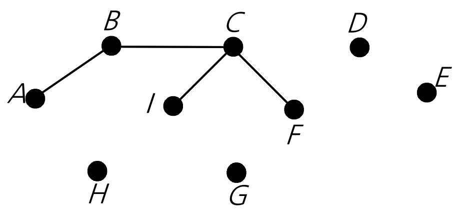
(2)



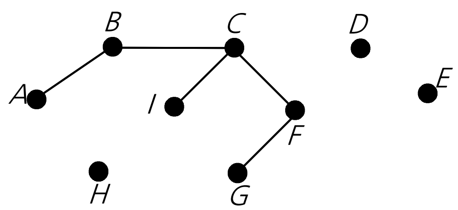
(3)



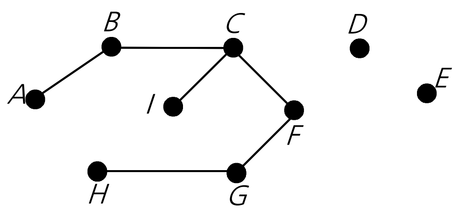
(4)



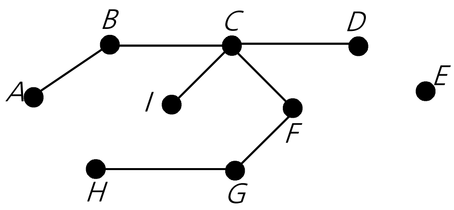
(5)



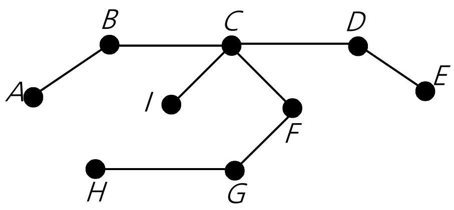
(6)



(7)



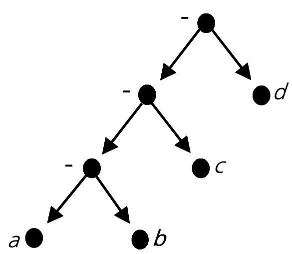
(8)



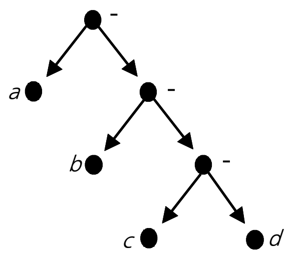
【Section 8.3】

7. ①
8. ④
9. ②
10. (a) ABDEHKCFIJLMG (b) DBKHEAIFLJMCG (c) DKHEBILMJFGCA
11.

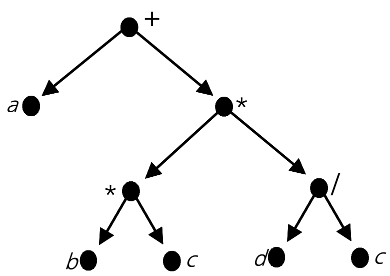
(a)



(b)



(c)



9장. 경우의 수 세기와 확률

【Section 9.1】

1. 120
2. 24
3. 96
4. 최소 두 사람은 동일한 이름과 성을 가진다.

【Section 9.2】

5. ①
6. ②
7. 2-중복순열 : 16
   2-중복조합 : 10
   2-순열 : 12
   2-조합 : 6

8. (a) 12가지
   (b) 144가지
   (c) 72가지

9. (a) 5040
   (b) 720

10. 64
11. 350가지

【Section 9.3】

12. $625-1200x+600x^2-160x^3+16x^4$
13. 1540
14. 1024

【Section 9.4】

15. (a) 확률의 합이 1이 아니다.
    (b) 확률은 0보다 커야하는데 음수값이 존재한다.
    (c) 이기거나 무승부일 확률은 0.85이다.
    (d) 확률의 합이 1이 아니다.
    (e) 비나 눈이 올 확률은 비가 올 확률보다 크거나 같아야 한다.
    (f) 12번 이상 불릴 확률은 10번이상 불릴 확률보다 작거나 같아야 한다.
    (g) 영어나 불어 시험에 통과할 확률은 영어 시험에 통과할 확률보다 작거나 같아야 한다.
    (h) 의사로부터 치료를 받거나 받지못할 확률은 1이어야 한다.

16. (a) 0.69 (b) 0 (c) 0.25 (d) 0.56 (e) 0.75 (f) 1

17. (a) 0.29 (b) 0.21 (c) 0.52 (d) 0.61

18. 5/68

19. (a) 0.54
    (b) 0.65
    (c) 0.60
    (d) $P(G^c)+P(H)-P(G^c \cap H)=0.54+0.35-0.14=0.75$
    (e) $P(G^c \cup H) = P(G^c)+P(H)-P(G^c \cap H)=0.54+0.35-0.75=0.14$
    (f) $1-P(G \cup H)=1-0.60=0.40$

20. (a) 0.09 (b) 0.99 (c) 0.08

21. (a) 0.32 (b) 0.68

22. (a) 0.26 (b) 0.66 (c) 0.15

23. (a)호봉이 높은 직장을 구했을 때 그 직장이 장래가 좋은 직장일 확률
    (b)장래가 좋은 직장을 구했을 때 그 직장이 호봉이 높지 않을 확률
    (c)장래가 좋지 않은 직장을 구했을 때 그 직장이 호봉이 높은 직장일 확률
    (d)호봉이 높지 않을 직장을 구했을 때 그 직장이 장래가 좋지 않을 확률

24. (a) $P(N \mid I)$
    (b) $P(I \mid A^c)$
    (c) $P(I^c \cap A^c) \mid N)$
    (d) $P(N^c \mid (I \cap A))$

25. (a) 36/60=0.6
    (b) 18/60=0.3
    (c) 12/60=0.2
    (d) 18/60=0.3
    (e) 0.2/0.6=1/3
    (f) 0.3/0.3=1
    (g) $P(T|G)=1/3$, $P(G \cap T)/P(G)=1/3$
    $\therefore P(T|G)=P(G \cap T)/P(G)$
    (h) $P(G^c|T^c)=1$, $P(G^c \cap T^c)/P(T^c)=1$
    $\therefore P(G^c|T^c)= P(G^c \cap T^c)/P(T^c)$

10장. 점화 관계와 알고리즘

【Section 10.1】

1. (a) $a_1=3$, $a_n = a_{n-1}+4$, $n\geq2$
   (b) $a_1=3$, $a_2=6$이고 $a_n = a_{n-1}+a_{n-2}$, $n\geq3$
   (c) 생략

2. $S_3=1/2$
   $S_4=3/4$

3. (a) 2n-1
   (b) $\begin{cases} n\text{이 짝수항 } p=0 \\ n\text{이 홀수항 } p=2 \end{cases}$
   (c) 1/2n

4. (a) {1, 2}
   (b) {x | x는 짝수}
   (c) {x | x는 양의 정수}

【Section 10.2】

5. 1. SUM ← 0
   2. FOR I=1 THRU N
      a. SUM ← SUM + X[I]
   3. AVERAGE ← SUM / N

6. 1. X ← 0
   2. Y ← 0
   3. WHILE (X < N)
      a. X ← X + 1
      b. Y ← Y + X^2

7. 1. DOP ← 0
   2. FOR I=1 THRU 3
      a. DOP ← DOP + (X[I])(Y[I])

8. (a) 1. SUM ← 0
       2. FOR I=0 THRU 2(N-1) BY 2
          a. SUM ← SUM + I
   (b) 1. SUM ← 0
       2. FOR I=0 THRU 2N-1 BY 2
          a. SUM ← SUM + I

(c) 1. SUM ← 0
2. FOR I=0 THRU 10
a. SUM ← SUM + (1/(3I+1))

(d) 1. SUM ← 0
2. I ← 0
3. WHILE (SUM ≤ 5)
a. I ← I + 1
b. SUM ← SUM + (1/(I+1))

9. (a) X와 Y중 큰 수를 찾는 알고리즘
(b) 수열 1/N의 합이 10을 넘을 때까지의 합
(c) |X|를 찾는 알고리즘

10. (a) X=n(n+1)/2, I=n+6
(b) B=102, A=55
(c) X=25, I=49

【Section 10.3】

11~15. 생략

16. 10 < n < 50

17. (a) n=11 (b) n=12

【Section 10.4】

18. ①
19. ③
20. (a) GCD = 2 (b) GCD = 2
21. F(5)=11
22. G(4)=32
23. FKKGEJAIMWQ
24. DRIN YOUR OVALTINE

11장. 형식 언어와 오토마타

【Section 11.1】

1. ②
2. ②
3. ①
4. ②

【Section 11.2】

5. ④
6. ④
7. ②
8. ②
9. ②

10. $\Sigma^*=\{\varepsilon,0,1,00,11,01,10,\ldots\}$ $\Sigma^+=\{0,1,00,11,01,10,\ldots\}$

11. (a) {ac,ad,bc,bd}
    (b) {aa,ab,bb,ba}
    (c) {∅, a,b,ab,ba,...}

12. (a) $\{ab^n \mid n \geq 1\}$
    (b) $(00^+)^*(0^+1^+(1+0))$

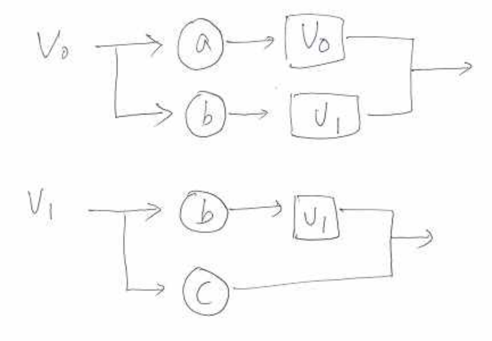
13. (a) 문맥 자유 문법
    (b) 문맥 자유 문법

【Section 11.3】

14. ③
15. ②
16. ③
17. ①

18. (a) B.N.F : <v_0> ::= a<v_0> | b<v_1>
<v_1> ::= b<v_1> | c

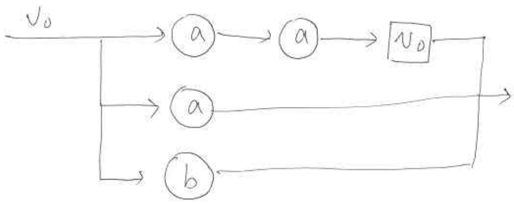
구문도표 :



정규 표현 : a^*b^+c

(b) B.N.F : <v_O> ::= aa<v_O> | a | b

구문도표 :



정규 표현 : $(aa)^*(a+b)$

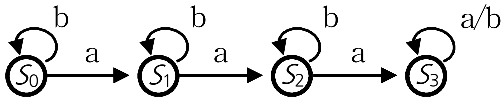
19. **B.N.F** : 문법의 표기법으로 가장 널리 사용되는 방법으로 ALGOL 60의 문법을 표현하기 위해 가장 먼저 사용되었다. 이 표기법은 메타 기호로 <, >, ::=, | 등 세 가지 메타 기호만을 사용해서 문법을 표현하는 방법이다.
구문 도표 : 초보자가 쉽게 이해할 수 있도록, 문법을 도식화하는 방법으로 사각형과 원 그리고 이들 사이를 연결하는 간선으로 문법을 표현하는 방법이다.
정규 표현 : 정규 언어를 가장 잘 표현할 수 있는 방법이다.

20. (a) $(01+1)^*00(0+1)^*$
(b) $(a(a+bba+ba)^*bbb)^*a(a+bba+ba)^*$ bb

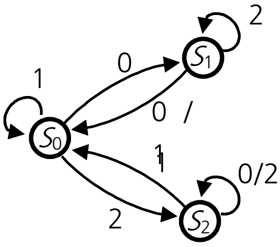
21. $a^*(b^++c+\varepsilon)d$

【Section 11.4】

22. (a)



(b)



23.

	a	b
s_0	s_1	s_1
s_1	s_1	s_2
s_2	s_0	s_2

24. (a) $s_0 \to 1s_0 \mid 0s_1$

$s_1 \to 0s_1 \mid 1s_0 \mid \varepsilon$

(b) $s_0 \to 1s_0 \mid 0s_1$

$s_1 \to 0s_1 \mid 1s_2$

$s_2 \to 0s_3 \mid 1s_0$

$s_3 \to 0s_3 \mid 1s_3 \mid \varepsilon$

【Section 11.5】

25. 생략