问题阐述：

根据the Smart Growth Network提出的十条smart growth principle，我们需要寻求一个衡量城市发展成功度的metric，并选择两个不在同一个continent上的中型城市，实现以下的几个requirement：

Requirement 1 利用我们的metric来判断这两个城市的政府目前采取的growth plan是否遵循了smart growth principles，并衡量其成功度

Requirement 2 根据这两个城市的地理情况、发展预期和经济机遇，根据我们提出的metric制定一个适合它们的growth plan，并按照发展潜力为各个要素进行排序

Requirement 3 如果这两个城市直至2050年，人口增长了50%，对我们所提出的growth plan进行修正

metric选定：

由于不同城市的城市构成（包括道路网的建设、居民的生活工作习惯等）大相径庭，所以为了得到一个较为普适的城市发展评分标准，显然需要对城市进行一个适当的模型简化。在这里我们采用的是将城市划分为一个一个的square unit，同时对每个square unit定义其区域类别和发展程度。1933年的《雅典宪章》【加脚注或引用】提出城市应按居住、工作、游憩进行分区布置。在此基础上，我们将每个square unit的区域类别定义为如下五条之一：residential area、working area、recreation area、open space以及undeveloped。需要说明的是，working area主要包括了平时为居民提供生活服务的各类设施，如写字楼、加油站等；recreation则主要包括了可以为居民提供精神上的享受的设施，例如餐馆、图书馆、公园等；open space主要指的是开阔的自然景观（包括farmland），而undeveloped指的是可以在该区域进行开发改建。

根据对smart growth principles的分条解读【脚注http://smartgrowth.org/smart-growth-principles/】，我们将十条principle合并为如下的四条准则：

1）分区多样化

这条准则包含了smart growth principles的第1，4，5条（我们用Pr.1, Pr.4, Pr.5表示第1，4，5条principle；后面将利用类似的记号）。主要原因是分区多样化方便了居民的出行，在土地混合多样使用的同时也能够提升社区本身的文化魅力。

2）景观规划

这条准则包含了Pr.2与Pr.6。根据smartgrowth.org上的解读，compact building design的重要目的之一是给居民提供宽阔的open space以提升舒适度，而第六条对于自然环境的保护事实上也与城市的自然景观密不可分。

3）住房选择自由

这条准则指的是Pr.3。我们需要为不同工资收入的人群提供与收入相符的住房选择的权利，这要求了working area附近有与之发展程度相近的residential area。

4）交通便利

这条准则指的是Pr.8。给市民多样的交通选择权利，这势必包含了公共交通的发达程度。出于量化考虑的角度，我们主要考虑公共交通的便利程度。

对于Pr.7,Pr.9与Pr.10，由于它们的描述并不利于量化，我们将在之后制定growth plan中再对它们进行考虑，而不在metric的选择中对它们进行单独的考量。

assumptions

每个square unit的边长a为300米。

每个square unit的分区是单一的，同时发展程度也相同。这是为了处理方便，而且由于square unit的边长不太大，所以这个近似也是合理的。

除unused area外的square unit的发展程度都是正整数，一般来说都不大于3。

unused area的发展程度是0。

平均地来说，open space在城市中的分布率是10%。

在某个working area工作的人的工资收入与相同发展程度的residential area相对应。

在每个working area工作的人数是持平的。

metric的计算公式

我们利用类似于坐标平面的方式来记录每个square unit，也就是每个square unit都可以被表示成【G3】的形式。后面的所有【G3】都是代表一个square unit。同时我们用【G6】表示【G3】的区域类别，【G8】表示【G3】的发展程度。

需要指出的是，在下面的计算公式中都不考虑类别为unused area的square unit；unused area只是在之后的growth plan中有所涉及。

%公式1

首先我们对一个城市的分区多样化程度进行定量分析。由于Pr.4中鼓励create walkable neighborhoods，所以我们主要考量居民可以从residential area通过步行到达working area和recreation area。

对于某一个square unit，我们考虑与之横纵坐标之差均不大于2的所有square unit；这样的话，居民只需要步行至多【G1】就可以到达自己所想要去的功能分区。所以对于，定义其mix-metric为【G2】，其中【G4】指的是【G5】相对于【G3】而言为分区多样化提供的贡献。

容易看到，【G5】的发展程度越高，与【G3】的距离越近，多样化程度就越高。同时，两个区域类别对于分区多样化的贡献程度应该是不同的；这是因为对于一般的民众来说，working area靠近会更为重要一些。所以我们在metric中认为【G7】，这里【G9】表示不同的区域类别对于居民的重要程度。在我们的metric中，权值的取值可以见下表：

【G10】 residential area working area recreation area open space

【G9】 0 0.6 0.4 0

最终城市的分区多样性指数便取决于所有residential area的mix-metric的加权平均值：【G11】。对每个residential area加权的原因是residential area的发展程度越高，分区多样性越显著，但不如working area那样明显。

接下来我们需要将分区多样性指数换算成一个百分制的得分。

我们引入一个调分函数【G12】：【G13】。【G12】满足当x趋向于正无穷时，函数的值趋向于100。

我们通过如下的准则来确认参数r，k的值：由于根据assumption，大多数建筑的发展程度都不超过3，所以我们认为当所有建筑的发展程度都是1时，分区多样性指数的期望值的得分为60分；而所有建筑的发展程度都是2时，分区多样性指数的期望值的得分为85分。

当所有建筑的发展程度都是1时，分区多样性指数的期望值为【G14】；当所有建筑的发展程度都是1时，分区多样性指数的期望值为【G15】。

由此解得【G16】。

于是城市的分布多样性得分为【G17】。

%公式2

其次我们对一个城市的景观规划进行定量分析。注意到自然景观起到的主要作用事实上是改善了周边的城市分区的生活质量，所以对于每一个非open space的square unit【G3】，它所能受到自然景观的影响是【G18】（与之前确定【G7】时一样，自然景观的影响与自然景观的发展程度正相关，而与距离反相关）。

所以一个城市的自然景观指数也就是所有b(i,j)的平均值，即【G19】。

同样引入调分函数【G12】。与公式1完全类似，我们定义当所有open space的发展程度都是1时，景观指数的期望值的得分为60分；而所有open space的发展程度都是2时，景观指数的期望值的得分为85分。

当所有open space的发展程度都是1时，景观指数的期望值为【G20】；所有open space的发展程度都是2时，景观指数的期望值为【G21】。

由此解得【G22】。

于是城市的景观得分为【G23】。

%公式3

接下来我们对一个城市的住房选择自由进行定量分析。对于在某个working area工作的人，他需要在自己的工作地点附近（与上面的讨论类似，我们依然认为与之横纵坐标之差均不大于2的square unit算作其附近）寻找一个与收入水平相符合的居住地点，也就是发展程度尽量接近的residential area。那么对于某个working area【G3】，在此工作的人的住房选择符合指数【G24】。由于发展程度都是正整数，所以可能的住房选择符合指数基本是有限的；所以这里我们不再引入调分函数【G12】，而是直接给出城市的住房选择自由得分【G25】。

这里，住房选择自由得分并不是直接对于所有working area计算均分，而应该是对所有工作的人进行计算均分；只是根据我们的assumption，我们简化地认为所有人的工作地点平均分布在了working area中。

%公式4

一般来说，一个城市的公共交通线路的互相换行是较为容易的。所以，我们在考察交通便利程度的时候，仅考虑每个square unit附近是否有公交站点；所以如果一个square unit附近的square unit中有至少一个建有公交站点，那么称之为convenient。最终的交通便捷得分即等于convenient的square unit占square unit的总数的百分数。

在后面的评定之中，我们会对城市计算如上的四个得分的平均分，作为该城市的综合得分。但是需要指出的是，这个综合得分只能粗略地代表这个城市是否遵循了所有的smart growth principle。由于四项得分折合成百分制的标准不尽统一，所以这个综合得分只是作为评判的一个参考，而四项分别的得分才是我们分析城市并判断其发展侧重点的重要指标。

中型城市的选择及分析

我们选择了英国城市Nottingham与加拿大城市Barrie。首先我们将这两个城市分为边长为300米的square unit，并利用google earth【脚注】上所提供的地图对每个square unit进行区域分化、确定发展程度以及判断是否有无公交站点（判断基本依赖于google earth上显示的路标信息，其中发展程度均不超过3），输出结果如下：

【P1】【P3】

%Nottingham政府growth plan及其分析

在Nottingham的分区数据中，我们可以得到，residential area、working area、recreation area、open space的占比分别是43.09%，32.70%，10.25%，13.96%，而它们的平均发展程度则依次是1.59，1.96，1.85，1.53。由此可以看出，Nottingham的城区大部分由residential area构成，open space分布稀少；但是Nottingham的working area与recreation area发展程度普遍地较高。这与Nottingham着重发展科技、零售业和高等教育是分不开的；但同时，residential area的发展程度要低于其working area，也就是说Nottingham的政府在之前的发展中更多地着眼于了科技等经济方面的发展，而疏于居民生活质量的提升。

Nottingham的综合得分为80.78分，分布多样性得分、景观得分、住房选择自由和交通便捷得分依次为70.60分、72.20分、86.91分、93.41分。根据前面的分区图我们可以发现，Nottingham的working area大多聚集于中部的downtown，而residential area与recreation area则四散在downtown的外围。这便导致了分布多样性得分的偏低。而对于另一项较低得分的景观得分，本身英国的温带海洋性气候是适宜自然景观的发展的。但是Nottingham的经济发展是要远远高于英国平均经济发展水平的【脚注】，也素以“科技之城”闻名，所以不可避免地在发展科技与商业的时候牺牲了open space的发展。这与Pr.6所提到的critical environmental areas产生了比较大的出入。后两项得分较高，也就是说它比较符合Pr.3与Pr.8。

我们在Nottingham的政府官网【脚注http://www.nottinghamcity.gov.uk/】上获取了Nottingham的growth plan【参考文献】。经过整理，该growth plan可以反映在我们的模型上的部分可以见下图（图例与之前相同）：【P2】

根据此图，我们可以发现Nottingham政府选择的策略师主导发展downtown部分的working area，右下角靠近railway station的地区以及上部的residential area和recreation area。可以看出，发展的主导思想还是发展working area，提升科技水准。在此growth plan下，Nottingham的综合得分为XXX分，分布多样性得分、景观得分、住房选择自由和交通便捷得分依次为75.14分、73.33分、84.51分、XXX分。而residential area、working area、recreation area、open space的平均发展程度依次变为了1.66，2.28，2.05，1.53。在前面就提到的疏于居民生活质量提升的缺点被再一次放大，所以住房选择自由得分下降。但是分布多样性得分得到了比较明显的提升，这应该得益于除了downtown部分的另两块区域的发展。

需要指出的是，我们搜集到的growth plan中并没有提及open space的改善，反而是重点篇幅提及了作为城市地标性建筑的Boots与Biocity，将他们进一步技术革新。从这里可以看出政府的发展方向实质上是将城市优势产业部分进一步加强。这虽然一定程度上的满足了growth need，但在smart growth principles看来并不完全契合。

%Barrie政府growth plan及其分析

在Barrie的分区数据中，residential area、working area、recreation area、open space的占比分别是35.3%，20.97%，15.47%，36.30%，平均发展程度则依次是1.66，1.78，2.08，2.16。也就是说，Barrie的城区中working area和recreation area的占比较小，同时发展程度较高的是recreation area和open space。在分区图中可以比较明显地看出，Barrie的城市分区呈三个带状，左边的带状区域偏为residential area，中间的带状区域偏为working area，右边的带状区域则是residential area与recreation area交织。recreation area的高发展程度也主要是体现在了右边的带状区域，这里分布了作为Barrie的主要特征之一的各类冬季运动场所。Barrie的外围分布了大片的森林和水域，这是其得天独厚的优势条件，但也一定程度上地影响了其商业发展。对比Nottingham的分区图，Barrie位于城市边界上的working area密度要小于Nottingham，这可能也是影响它与外界贸易交流的原因之一。

Barrie的综合得分为65.27分，分布多样性得分、景观得分、住房选择自由和交通便捷得分依次为54.24分，92.11分，64.06分，50.67分。我们可以发现，前面提到的三个带状区域极大地影响了Barrie对于Pr.1(mix land use)的适应程度以及Pr.3涉及的住房选择自由。值得提出的是，Barrie的道路比较宽敞（而且城市分区远比Nottingham明显），所以居民出行大多依靠汽车，这与Pr.8的交通选择是不相符合的。

根据【参考文献】并整理，Barrie的growth plan可以被显式地表达为下图：【P4】

Barrie政府意识到了贸易上的发展程度不足，主要发展了中间的带状区域，以及右边带状区域临近湖面的下半部分，同时选择治理一定量的水域。政府策略的侧重点依然是发展经济，因为可见有55.35%的发展集中在了working area。在此growth plan下，Barrie的综合得分为XXX分，分布多样性得分、景观得分、住房选择自由和交通便捷得分依次为57.93分、92.50分、62.73分、XXX分。可以看出，虽然似乎思路与Nottingham政府不同，Barrie政府注重发展薄弱环节（而不是继续开发景观以达成自己避暑城市的定位），但带状区域还是大幅度地限制了其区域发展的多样性。短时间内原有的城市分区设置造成的影响很难在短期的调控下得以控制。

基于我们的metric给出的growth plan

调控的方案是多种多样的，我们不可能考虑到所有的情况；所以我们有必要基于smart growth principles给出一定的假设，从而给出我们推荐的growth plan。

%简化假设

根据Pr.2，应提倡compact building design，也就是应优先发展发展程度较低的地块。

根据Pr.7，我们提倡direct development towards existing communities，这意味着不能过度地开发改建地块。所以我们认为每年在新地块开发改建上的投入不能超过总投入的20%。

根据Pr.9，in order to make decisions cost effective，我们在选取最优growth plan时选用使得综合得分提升最高的方案。

根据Pr.10，我们应该根据各个分区的需要重新对投入进行分配，调整在不同区域类型上的投入比例。

我们给出的growth plan的总投入与之前调查到的政府给予的总投入是相同的。

使得每个square unit的发展程度增加1的投入是相同的。

由于所调查到的政府growth plan都是约10年的发展计划，所以我们每隔10年给出一个growth plan，共给出30年的growth plan。

发展后所有square unit的发展程度不超过4。

我们只对unused area和发展程度为1的open space（一般是farmland）进行开发改建。

%发展意愿函数

容易发现，对于【G3】，由于其发展意愿和【G8】以及投入分别反相关，所以【G3】对于发展程度加t的意愿指数为【G26】。我们每次将选择一个意愿指数最高的square unit及其对应的t，对其进行t的投入，随后将整个地图更新后重新计算每个square unit。

当然这里也可以假设线性叠加，直接挑选意愿指数最高的若干个。但是我们并没有这样做。

这事实上也是一种贪心法的实现。