POMIARY PRZEMIESZCZEŃ, WSKAZÓWKI WYKONANIA TEMATU 4:
WYZNACZENIE WSKAŹNIKÓW OSIADANIA I DEFORMACJI KOLISTEGO BLOKU FUNDAMENTOWEGO (studia niest. II-go st., rok I, sem. zimowy)

Nazwa pliku odpowiedzi: **NPPT4_Imię_NAZWISKO_SPECJALNOSC.pdf**
(przykład: NPPT4_Jan_KOWALSKI_GIP.pdf, prace opisane inaczej mogą zaginąć)
W opracowaniu proszę koniecznie podać numer zestawu danych!
Literatura – według wykazu podanego na pierwszym wykładzie oraz materiał wykładów.

Opis zadania:

1. Na obwodzie masywnego, kolistego fundamentu są zastabilizowane znaczki pomiarowe podlegające okresowym obserwacjom. Konstrukcja znaczków, ich rozmieszczenie i technika pomiaru zapewniają wyznaczenie składowych bezwzględnych (a więc w zewnętrznym, nie związanym z obiektem układzie współrzędnych) przemieszczeń tych znaczków z niepewnością (odchylenie standardowe) 0.2 mm, przy czym dopuszcza się założenie braku korelacji pomiędzy wyznaczanymi składowymi przemieszczeń poszczególnych punktów.
Obliczenia zadania prowadzimy w lokalnym lewoskrętnym układzie współrzędnych, którego początek umieszczamy w geometrycznym środku bloku.

2. Współrzędne znaczków obliczamy w lokalnym płaskim układzie współrzędnych korzystając ze znajomości ich miar bieżących oraz znajomości obwodu bloku. Miary bieżące pomierzono po obwodzie bloku, zgodnie z ruchem wskazówek zegara, od punktu, w którym oś X przecina obwód bloku. Znając obwód bloku obliczamy i **podajemy w wynikach jego promień R**, znając miary bieżące, obliczamy azymuty poszczególnych znaczków, a następnie ich współrzędne.

3. Korzystając z modelu jednorodnego 2D przemieszczeń i odkształceń (1) wyznaczamy wskaźniki przemieszczenia, obrotu i deformacji bloku w płaszczyźnie {x,y}:

$$\begin{bmatrix}\Delta x_i\\ \Delta y_i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Delta x_0\\ \Delta y_0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\varepsilon_x & \gamma_{xy}\\ \gamma_{xy} & \varepsilon_y\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_i\\ y_i\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & -\omega_z\\ \omega_z & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_i\\ y_i\end{bmatrix} \tag{1}$$

gdzie:

Δx_i, Δy_i - zaobserwowane składowe przemieszczenia i-tego punktu o współrzędnych x_i, y_i
Δx_0, Δy_0 - niewiadome składowe przemieszczenia punktu o współrzędnych 0., 0.
ε_x, ε_y, γ_{xy} - niewiadome składowe tensora deformacji E
ω_z - niewiadoma wartość obrotu w płaszczyźnie xy (czyli wokół osi z)

Układ V=AX+W równań obserwacyjnych prowadzących do wyznaczenia wyżej wymienionych sześciu niewiadomych ma postać (tu - przykładowe równania generowane przez dwie zaobserwowane składowe poziome przemieszczenia jednego punktu):

$$\begin{aligned} v_{\Delta xi} &= \Delta x_0 + \varepsilon_x x_i + \gamma_{xy} y_i - \omega_z y_i - \Delta x_i \\ v_{\Delta yi} &= \Delta y_0 + \varepsilon_y y_i + \gamma_{xy} x_i + \omega_z x_i - \Delta y_i \end{aligned} \tag{2}$$

Układ powyższy rozwiązujemy metodą najmniejszych kwadratów, uzyskując wartości niewiadomych i ich macierz wariancyjno-kowariancyjną, z której obliczamy odchylenia standardowe poszczególnych niewiadomych. $X=-(A^TA)^{-1}A^TW$, gdzie W to kolumna wyrazów wolnych, W=-L, $Cov(X)=\sigma_0^2(A^TA)^{-1}$; zakładamy P=I, jednakową dokładność i brak korelacji obserwacji.

Następnie na podstawie wyznaczonych składowych Δx_0, Δy_0 przemieszczenia centru bloku wyznaczamy wartość Δ_0 i azymut $A_{\Delta 0}$ przemieszczenia wypadkowego oraz ich odchylenia standardowe. *UWAGA - obliczając azymut należy korzystać z dwuargumentowej funkcji arcus tangens [**atan2(dy,dx)**] lub starannie przeliczyć czwartak na azymut; inżynier geodeta musi umieć obliczać azymuty, tu litości nie będzie! Ta sama uwaga odnosi się do realizacji wzorów 6 i 7.*

Korzystając z wzorów wyprowadzonych na wykładzie, na podstawie wyznaczonych składowych tensora E wyznaczamy wartość ekstremalnego ścinania γ_{Ext}:

$$\gamma_{Ext}=\sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x-\varepsilon_y}{2}\right)^2+\gamma_{xy}^2} \tag{3}$$

oraz wartości λ_1 , λ_2 i kierunki $A_{\lambda1}$, $A_{\lambda2}$ ekstremalnych odkształceń liniowych (jest to znane z kursu matematyki na I i II roku studiów a przypomniane na wykładzie „zagadnienie własne" macierzy: wyznaczenie wartości własnych i odpowiadających im wektorów własnych symetrycznej macierzy E; azymuty $A_{\lambda1}$, $A_{\lambda2}$ obliczamy ze składowych wektorów własnych, pewną kontrolę stanowi sprawdzenie warunku wzajemnej prostopadłości tychże wektorów). Ze względu na symetrię odkształceń względem punktu wyznaczenia, **azymuty $A_{\lambda1}$, $A_{\lambda2}$ podajemy w zakresie 0-π, czyli 0÷200G lub 0÷180°.**

4. Składowe pionowe Δz_i obserwowanych przemieszczeń punktów pozwolą na wyznaczenie wskaźników osiadania i obrotu bloku jako bryły sztywnej. Odpowiednie równanie obserwacyjne ma trzy niewiadome i znaną już z kursu Geodezji Inżynieryjnej postać:

$$v_{\Delta z_i} = \Delta z_0 + \omega_x y_i - \omega_y x_i - \Delta z_i \tag{4}$$

gdzie niewiadomymi są:

Δz_0 - osiadanie punktu o współrzędnych 0,0 (zwykle jest to geometryczny środek bloku)

ω_x - wskaźnik obrotu wokół osi x

ω_y - wskaźnik obrotu wokół osi y

zaś Δz_i to zaobserwowana składowa pionowa przemieszczenia punktu i o współrzędnych x_i, y_i.
N punktów o znanych przemieszczeniach pionowych generuje układ N równań liniowych typu (4). Układ ten rozwiązujemy metodą najmniejszych kwadratów uzyskując najprawdopodobniejsze wartości niewiadomych i ich odchylenia standardowe.
Znajomość wartości obrotów ω_x, ω_y pozwala obliczyć wartość obrotu wypadkowego ω

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \quad , \tag{5}$$

wyznaczyć kierunek i zwrot dodatniej półosi osi obrotu wypadkowego A_{osi}:

$$A_{OSI} = arctg(\frac{\omega_y}{\omega_x}) \tag{6}$$

oraz kierunek linii największego spadu (jest to kierunek, w którym przechyla się badany obiekt):

$$A_{LNS} = arctg(\frac{-\omega_x}{\omega_y}) \tag{7}$$

przy czym wzory powyższe są słuszne jedynie dla nieskończenie małych wartości ω_x i ω_y .

Złożenie nieskończenie małych obrotów wokół poziomych osi, czyli, jak to wykazał Euler, obrót wokół poziomej osi wypadkowej, należy zilustrować rysunkiem rzutu wektora jednostkowego V o długości 1.0 m, pierwotnie pionowego, a po obrocie obiektu - nachylonego, na płaszczyznę poziomą x,y. Składowe tego rzutu obliczamy w następujący sposób:

$$dV = \Phi V = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_y \\ -\omega_x \\ 0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

gdzie V = (0, 0, 1)[m] – oznacza wektor pionowy przed deformacją, zaś Φ jest poznanym na wykładach tensorem nieskończenie małych obrotów w przestrzeni 3D. Rzut wektora V na płaszczyznę x,y ma składowe (x,y) = (ω_y , - ω_x) i bywa nazywany hodografem. Jaki będzie kierunek i zwrot wektora dV?. W jakich jednostkach będą wyrażone jego składowe?

Jeżeli w obliczeniach współrzędne będą wyrażane w metrach, a składowe przemieszczenia w mm, wówczas miarą obrotów i wydłużeń będą mm/m, zaś składowe wektora dV będą wyrażone w mm.

5. Temat należy opracować według powyższych wskazówek i informacji podanych na arkuszu danych. Oszacowanie dokładności przez obliczenie odchyleń standardowych należy wykonać tylko dla tych wielkości, dla których zostało to zalecone w niniejszym konspekcie.

W opracowaniu proszę koniecznie podać numer zestawu danych.
Termin oddania Tematu został podany na zajęciach.

Powodzenia!